

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM INFORMATIKAI KAR

Algoritmusok és Alkalmazásaik Tanszék

Interakció fraktálokkal

Témavezető: Szerző:

Bán Róbert Borbély Dávid

Doktorandusz, MSc. programtervező informatikus, BSc.



Tartalomjegyzék

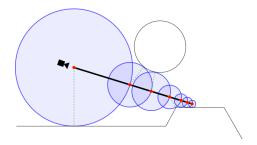
1.	\mathbf{Bev}	vezetés	2
2.	Felh	nasználói dokumentáció	4
	2.1.	Felhasználói felület és funkciók	4
		2.1.1. A "Parameters" feliratú panel	5
	2.2.	Rendszerkövetelmények és futtatás	9
3.	Fejle	esztői dokumentáció	10
	3.1.	Tesztelés	10
		3.1.1. Működés helyessége	10
		3.1.2. Teljesítmény	11
4.	Össz	zegzés	15
5.	Tova	ábbi fejlesztési lehetőségek	16
Α.	Füg	ggelék	18
Iro	odalo	omjegyzék	19
Áŀ	oraje	egyzék	20
Τέ	ibláz	zatjegyzék	21
Fo	rrásk	kódjegyzék	22

Bevezetés

Ha valaki játékfejlesztésbe szeretne kezdeni, akkor nagyon sok kihívással kell szembenéznie. Szerencsére manapság már levehet egy terhet a válláról ha egy előre megírt játékmotort (**game engine**) használ, amiből akár ingyenesen elérhetőt is lehet találni.

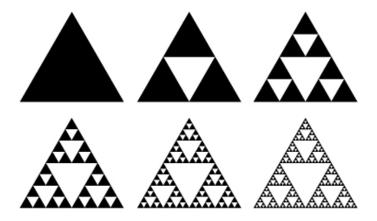
Egy játékmotor feladata hogy leegyszerűsítse a kirajzolást és az objektumok valósághű viselkedését. Ilyen viselkedés például, ha két szilárd tárgy ütközésekor azt várnánk el hogy azok ne menjenek bele egymásba, hanem inkább ténylegesen ütközzenek és "pattanjanak le" a másikról. Ezen viselkedés kiszámolása meglehetősen költséges tud lenni, ráadásul különböző alakzatoknál különböző algoritmusokat kell használni.

Szakdolgozatomban azzal foglalkozom hogy hogyan lehet a kirajzolást és az előbb említett valósághű viselkedést fraktálokkal elvégezni. Mivel a fraktálok nehezen leírható felülettel rendelkeznek így a lehető legáltalánosabban kell megközelíteni a velük való ütközést.



1.1. ábra. Sphere tracing: A kamerából kiinduló fénysugár mindig csak annyit halad előre amekkora a hozzá legközelebb lévő felület távolsága [1]

Hogyan valósítom ezt meg? A kirajzoláshoz **Sphere tracing** módszert (1.1 ábra) alkalmazok, így minden kirajzolt objektumomhoz van távolságfüggvényem. Ezek segítségével meg tudom állapítani a virtuális terem bármely pontjáról hogy az milyen messze van a kirajzolt felületektől. Ezen tudással nagyon egyszerűen és hatékonyan meg lehet állapítani hogy egy gömb ütközött-e bármivel, hiszen csak annyit kell ellenőriznünk hogy a gömb középpontja gömbsugárnyi távolságra van-e valamilyen felülettől. Ezután a gömb sebességvektorát a felület normálvektora körül megforgatjuk 180 fokban és ellentétes előjelűvé tesszük, mintha csak egy fénysugárra hatna a teljes fényvisszaverődés a felület normálisának megfelelő beesési merőlegesben.



1.2. ábra. Példa egy IFS-re: a Sierpiński háromszög néhány iterációja [2]

Ezekhez azonban pontos és lehetőleg előjeles távolságfüggvények kellenek, így nem érdemes foglalkozni az olyan fraktálokkal amikhez a távolságfüggvény csak felső becslést ad. Ezért olyan a fraktálok egy olyan csoportjával foglalkozom, mint a Sierpiński háromszög (1.2 ábra), amik IFS (Iterated Function System) által jönnek létre, azaz egy egyszerűbb alakzaton - aminek jól ismerjük a pontos távolságfüggvényét - sokszor végrehajtunk egymás után transzformációkat. Az ilyen fraktálokat könnyű generálni, mert ha eldöntöttük milyen transzformációink lesznek, azok újraparaméterezésével könnyen meghatározhatunk egy újabb fraktált.

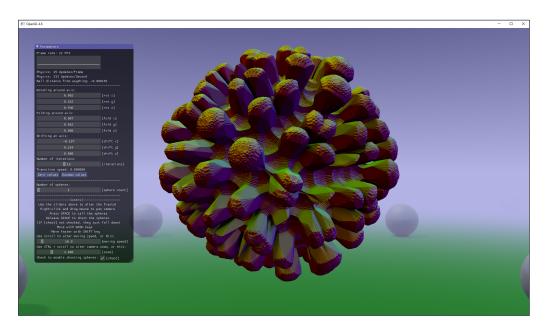
Felhasználói dokumentáció

Ezen fejezet fogja taglalni a program futtatásához és használatához szükséges információkat. A felhasználói felület is tartalmaz rövid leírást, de a program részletes használati útmutatója a soron következő alfejezetben lesz megtalálható. A programmal egy virtuális teret lehet bejárni, melynek talaján minden irányban végtelen sok mozdíthatatlan gömb található. Van a térben továbbá egy nem aktívan mozgó, de testre szabható fraktálunk, valamint vannak mindenfelé kilőhető és mindenről visszapattanó labdák, melyekkel demonstrálni lehet a programban megírt fizikát.

2.1. Felhasználói felület és funkciók

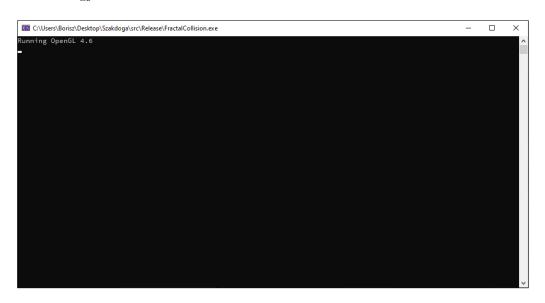
A program sikeres indítása után - melyről a 2.2 fejezetben tudhatunk meg többet - kettő darab ablakkal találjuk szembe magunkat. Ezekről a 2.1 és 2.2 ábrák mutatnak egy-egy képernyőképet.

A 2.1 ábrán látható ablak tartalmazza a program lényeges részét, itt jelenik meg a kirajzolt képünk és ebben az ablakban található a "Parameters" feliratú panel, melynek segítségével különböző paramétereket tudunk nyomon követni és módosítani. Az ablak alapértelmezetten 1920x1080 nagyságú, de szabadon átméretezhető, viszont az ablak mérete befolyással van a teljesítményre! Mindig az ablak pontos felbontásában fog renderelni, így nem optimális teljesítmény esetén érdemes megfontolni az ablak kisebbre vételét.



2.1. ábra. Fő programablak

A 2.2 ábrán vehetjük szemügyre azt a terminálablakot mely az esetleges hibaüzeneteket fogja kiírni. Ezen kívül ez az ablak más funkcióval nem bír.

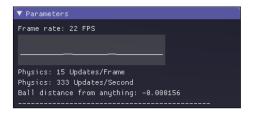


2.2. ábra. Terminál ablak

2.1.1. A "Parameters" feliratú panel

A "Parameters" felirítú panel nagy jelentőséggel bír, így a jobb olvashatóság végett nem csak a 2.1 ábra részeként láthatjuk hanem külön is szerepel a 2.3, 2.4 és 2.5 ábrákon.

Ezen a panelen számos információt tudhatunk meg és állíthatunk át a program futásával kapcsolatosan. Alapértelmezetten a fő programablak bal oldalán található, de szabadon mozgatható és átméretezhető az ablakon belül, indításkor pedig az legutóbbi futtatás végén beállított pozíciót és méretet veszi fel.



2.3. ábra. A "Parameters" feliratú panel felső harmada

A panel legtetején (2.3 ábra) találhatjuk a **"Frame rate:"** felirat után az aktuális képfrissítési rátát képkocka/másodperc mértékegységben, illetve közvetlenül ezalatt az utolsó másfél másodperc adatait követhetjük nyomon egy folyamatosan frissülő ábrán.

A két "Physics:" felirat után olvashatjuk le hogy milyen gyakran van a labdák mozgása frissítve frissítés/képkocka és frissítés/másodperc mértékegységekben. Egy frissítés során minden labda sebessége és pozíciója újraszámolódik, valamint ellenőrzésre kerül az is hogy ütközött-e valamivel.

A "Ball distance from anything:" felirat után olvasható a dobálható labda távolsága a tőle legközelebb lévő felülettől - több labda esetén az utoljára létrehozottra vonatkozik. Az apró ingadozásából látszik hogy igazából folyamatosan pattog a labda, csak ez a pattogás egy idő után szabad szemmel nem látható.

Rotating arou	nd axis:	
	0.002	[rot x]
		[rot y]
	0.946	[rot z]
Folding aroun	d axis:	
	0.007	[fold x]
	0.562	[fold y]
	0.000	[fold z]
Shifting at a		
	-0.187	[shift x]
	0.169	[shift y]
	0.000	[shift z]
Number of ite	rations:	
	16	[iterations]
Transition sp	eed: 0.000000	
Zero values	Random values	

2.4. ábra. A "Parameters" feliratú panel középső harmada

A választóvonal alatti szekcióban (2.4 ábra) a fraktálunkat tudjuk személyre szabni. A fraktálunk úgy rajzolódik ki hogy egy 1x1x2 egység nagyságú téglatesten egymás után többször végrehajtunk különböző transzformációkat. Ezen transzformációk paramétereit tudjuk beállítani a következő 9 db határ nélküli csúszkán - mely ugyanúgy működik mint egy sima csúszka, csak nincsen minimum és és maximum értéke és az egeret tovább is lehet húzni mint a csúszka vége. Mindegyik csúszkának CTRL + kattintással begépelt értéket is meg lehet adni.

A [rot x], [rot y], [rot z] csúszkákkal azt tudjuk szabályozni hogy mennyire legyen elforgatva a fraktál az X, Y és Z tengelyek körül (radiánban értendők az értékek).

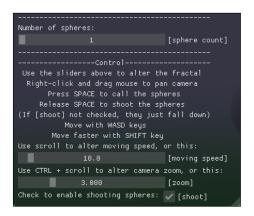
A [fold x], [fold y], [fold z] csúszkákkal azt tudjuk szabályozni hogy mennyire legyen elforgatva az adott tengely körül a tükrözősík ami a először a megadott szög (radián) kétszeresével fordul el és tükrözi az alakzatot, majd ellentétes irányban az eredeti szöggel. Itt a három érték 3 különböző tükrözősíkot forgat el a nevükben szereplő tengely mentén.

A [shift x], [shift y], [shift z] csúszkák szabályozzák hogy mennyire legyen eltolva az alakzat az X, Y és Z tengely mentén.

Végül pedig az **[iterations]** csúszka, amely már korlátozva van az [1,36] tartományban, beállítja hogy az előző 9 csúszka által paraméterezett 9 transzformáció hányszor legyen végrehajtva a téglatesten. Ez a paraméter van a legnagyobb hatással a futás sebességére, így gyengébb gépeken nem érdemes nagy értéket beállítani. Ha a képfrissítési ráta 10 képkocka/másodperc alá csökken akkor automatikusan elkezd csökkenni a csúszka értéke.

Itt található még két gomb: a "Zero values", mely a fraktál paramétereket nullához közelíti¹, illetve a "Random values", mely véletlenszerű értékeket állít be ezeknek. Az iterációk számát egyik sem állítja át. Továbbá van még egy ezekhez szorosan kacsolódó érték ami a "Transition speed:" felirat után olvasható. A gombok által generált új paramétereket egy 5 másodperc hosszú fázisban folyamatosan, apránként közelíti az aktuális paraméterekkel, az előbb említett érték pedig azt fejezi ki hogy milyen súlyozással veszi az aktuális és a célérték átlagát.

¹Az értékek csak konvergálnak a 0-hoz. Ha valamely paraméter szélsőségesen nagy, előfordulhat hogy a gomb megnyomása után is jelentősen eltér nullától



2.5. ábra. A "Parameters" feliratú panel alsó harmada

Az alsó harmadban (2.4 ábra) található a **[ball count]** csúszka, itt 1 és 100 között lehet értékeket beállítani. Ez is jelentősen befolyásolja a futás gyorsaságát, így 15 FPS alatt ez az érték is automatikusan csökken.

Van egy rövid ismertető szövege a panelnek, ami azt a célt szolgálja hogy ezen dokumentáció nélkül is tudja használni egy felhasználó ha leül a program elé. Ebben kerülnek ismertetésre a virtuális tér bejárásához szükséges irányítások is. A virtuális térben mozgáshoz a WASD billentyűket kell használni a legtöbb játékban megszokott módon. A mozgási sebességet a [moving speed] csúszkával lehet személyre szabni, illetve ugyanezen csúszka értékét az egérgörgővel is lehet szabályozni. A shift billentyű lenyomására ideiglenesen megnégyszereződik a sebesség, felengedésére visszaáll. A virtuális kamera mozgatásához le kell nyomni a jobbegérgombot és mozgatni az egeret. A kamera látószögét lehet csökkenteni a [zoom] csúszka értékének növelésével, vagy a CTRL + görgő segítségével is.

A labdákat a **szóköz** billentyű lenyomásával lehet magunkhoz hívni. Egy labda esetén az ablak közepére, több labda esetén a labdák az ablak közepe körül keringenek egy korvonal mentén egyenletesen elhelyezkedve. A szóköz billentyűt felengedve egyszerre "kilövődnek" a labdák, ha be van pipálva a panel alján a **[shoot]** jelölőnégyzet, ha nincsen bepipálva csak leesnek a gravitációnak megfelelően.

2.2. Rendszerkövetelmények és futtatás

Az alkalmazás üzembe helyezésének egyetlen követelménye a Windows 7 vagy afeletti operációs rendszer. Azonban az alkalmazás rettentően GPU intenzív, így az optimális futáshoz elengedhetetlen a dedikált videokártya. A teszteléshez használt számítógép specifikációi:

- Intel® Core TM i7-8700 CPU
- 16 GB RAM
- NVIDIA GeForce GTX 1660 GPU
- Windows 10 operációs rendszer

Ezen konfigurációval, 1920x1080 felbontás mellett a program sebessége elfogadható volt.

Az alkalmazás elindításához a **FractalCollision.exe** fájlt kell futtatni. Fontos hogy az exe fájl mellett ott legyen a **myFrag.frag** és a **myVert.vert** fájlok, illetve ha a rendszeren nincsen külön telepítve akkor az **SDL2.dll**, valamint a **glew32.dll** fájloknak is az exe mellett kell lenniük. Ezek mind az **src/Release** mappában vannak, így onnan indítva erre nem kell ügyelni.

Az alkalmazásból való kilépéshez lehet az **ESC** billentyűt vagy a jobb felső sarokban az ablak bezárás gombját használni. Ha bezárjuk a terminálablakot akkor mindkét ablak bezárul, ha először a fő programablakot zárjuk be akkor utána még külön be kell zárni a terminálablakot.

Az alkalmazás **Microsoft Visual Studio** segítségével készült, így ha újra akarnánk fordítani akkor a **C**:/ helyre csomagoljuk ki a mellékelt OGLPack.zip állományt (ez az OpenGL-hez szükséges fájlokat tartalmazza), majd futtassuk a **subst T**: **C**:/ parancsot. Ezután megnyithatjuk a .vcxproj projektfájlt.

Fejlesztői dokumentáció

folyamatban...

3.1. Tesztelés

A tesztelés során megvizsgáltam hogy a funkciók (2.1 fejezet) az elvártaknak megfelelően működne-e. A tesztelés során használt számítógép konfiguráció:

- Intel(R) CoreTM i7-8700 CPU
- 16 GB RAM
- NVIDIA GeForce GTX 1660 GPU
- Windows 10 operációs rendszer

3.1.1. Működés helyessége

A következő viselkedéseket vizsgáltam:

- 1. A virtuális kamerát lehet forgatni az **egérrel**;
- A virtuális kamera nagyítását lehet állítani a CTRL + görgővel és a csúszkával is;
- 3. A virtuális kamerát lehet mozgatni a **WASD** billentyűkkel;
- 4. A mozgás sebességét lehet gyorsítani a **SHIFT** billentyűvel és álítani a görgővel vagy a csúszkával;
- 5. Ha egyszerre gyorsítunk **SHIFT**-tel és görgővel, a görgő sebessége felülírja a shift gyorsítását;

- 6. A fraktál paramétereit át lehet állítani a **csúszkákkal** és a fraktál ezen értékeknek megfelelően változik;
- 7. A "Zero values" gomb hatására megközelíti minden érték a nullát;
- 8. A "Zero values" gomb extrém érték esetén: 1000-re állítva egy csúszkát "nullázás" után az értéke 0.423 lett;
- 9. A "Random values" gomb valóban véletlenszerű értékeket állít be. Időnként nem látható fraktálokat eredményez;

3.1.2. Teljesítmény

Az alkalmazás erősen GPU igényes. A futás teljesítményét az alábbi kóddal segítségével teszteltem:

```
if (TESTING)
    {
      if (delta_time_counter < avg)</pre>
      {
        delta_time_arr[delta_time_counter] = delta_time;
        ++delta_time_counter;
      }
      else
      {
        delta_time_counter = 0;
10
        double avg_delta_time = 0.0;
11
        for (int i = 0; i < avg; ++i) { avg_delta_time +=</pre>
12
            delta_time_arr[i]; }
        avg_delta_time /= avg;
        printf("Avrage of delta time: %f ms    Iterations: %d
14
             of spheres: %d \n", avg_delta_time *1000, iterations,
            ballCount);
        iterations += 2;
15
      }
16
17
```

3.1. forráskód. A tesztelést végző kód

A kód az **Update**() függvény alján található. A **delta_time** két képfrissítés között eltelt időt jelöli. Ezen kód segítségével **avg** darab képfrissítési idő átlagát vesszük, ezt kiírjuk az aktuális iterációk száma és mozgatható gömbök száma mel-

lett, majd ez előbbi értékét növeljük növeljük kettővel. A tesztek avg=100 értékkel futottak.

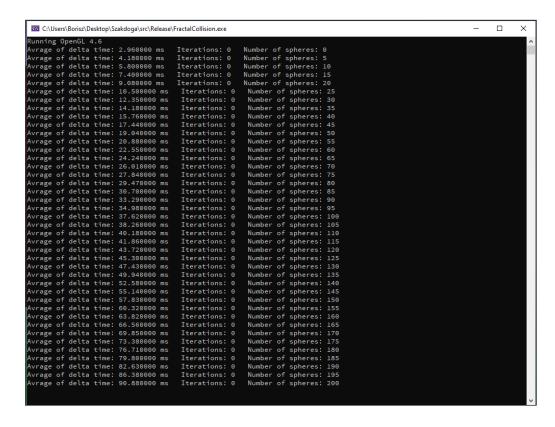
A tesztelés idejére ki lett kapcsolva a vsync, hogy ne befolyásolja a mérést. Ha be lenne kapcsolva akkor az $1/60 \text{ s} = 16.66 \text{ ms-nál kisebb kirajzolási idők eredményét nem tudnánk lemérni. Továbbá az a funkció is ideiglenes ki lett kapcsolva ami alacsony képfrissítési ráta mellett kisebbre veszi az iterációk és gömbök számát.$

A kezdeti pozícióhoz képest a kamera nem volt megmozdítva, valamint a kódban a tesztben érintett két paraméteren felül más nem lett átállítva a kezdeti alapértelmezettekhez képest. A futás eredménye a 3.1 ábrán látható.

3.1. ábra. Teljesítményteszt az iterációk számának függvényében

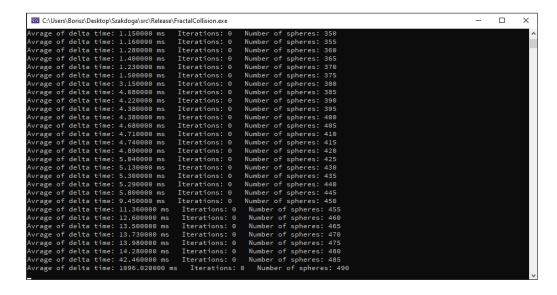
Megfigyelhető hogy az iterációk számától lineárisan függ a képfrissítési idő. Bármely két egymást követő sor különbsége 4-6 ms, illetve 10 ietrációs eset ideje nagyjából fele a 20-nak és kb. harmada a 30-nak. Az is észrevehető hogy rettentően lelassítja az alkalmazást az iteráció növelése, elég 36-ig felmenni hogy a tesztelői környezeten 10 FPS alá essen a képfrissítési ráta, ami már határozattan nem folyamatos megjelenítést jelent.

Ha kód (3.1) 15.sorát átírjuk **ballCount** += **5** -re akkor azt is meg tudjuk vizsgálni hogy az mozgatható gömbök száma hogyan hat a képfrissítési időre. Ezen futás eredményét a 3.2 ábra mutatja.



3.2. ábra. Teljesítményteszt a gömbök számának függvényében

Itt is lineáris összefüggést tapasztalunk, két egymás utáni érték között 1-3 ms eltérés mutatkozik, illetve az is látható hogy jóval kevesebb hatása van a gömbök számának növelése a teljesítményre, a tesztkonfigurációnak 0 iteráció mellett 40 gömb még nem okoz problémát, ellenben 0 gömb mellett 40 iteráció az előző teszt tanulsága szerint már sokkal inkább. A gömbökkel is inkább a megjelenítés okozza a gondot, a glDrawArrays() sor ideiglenes kommentezésével a kirajzolást megszüntetjük, ám az ütközések modellezése tovább folytatódik. Ha ezt megtesszük és újra futtatjuk ez előbbi tesztet akkor megtudhatjuk hogy a fizika kiszámolása mennyire lassította a kirajzolást. A futást eredménye a 3.2 ábrán látható.



3.3. ábra. Teljesítményteszt a gömbök számának függvényében, kirajzolás nélkül

Észrevehetjük hogy a korábbi tesztnél jóval több gömbbel is közel jelentéktelen a fizika számolási ideje. Ismeretlen okokból 480 gömb felett hirtelen megnő a számolási idő. A teszt során az 1000 ms-os átlag során sem emelkedett meg jelentősen a processzor kihasználtsága, szám szerint 14%-os volt úgy hogy további programok is futottak a háttérben. Ez a kiugrás előfordulhat hogy nem a kód egy hibájának köszönhető, hanem a futtatási környezetben van valamilyen korlátozás. A jelenség pontos forrása ismeretlen, de mivel csak extrém körülmények között jelentkezik így nem lett sok idő fordítva az ok felkutatására.

Összegzés

 $folyamatban \dots$

További fejlesztési lehetőségek

A legnagyobb és legegyértelműbb fejlesztési lehetőség hogy ne csak gömbök tudjanak pattogni mindenfelé, hanem **tetszőleges alakzatok**. Gömbökkel kitűnően és meglehetősen hatékonyan működik ez a módszer, ám ez abból adódik hogy a gömböknek nem kell foglalkozni az orientációjával.

Természetesen voltak működőképes kísérleteim erre, de sajnos igazán jól működővel határidőre nem tudtam volna elkészülni, ezért inkább kihagytam. Némi kutakodás után nem találtam mást aki megvalósított volna tisztán távolságfüggvények segítségével általános, nem csak gömbökkel működő ütközés érzékelő algoritmust. Szóval ez lehet már inkább kutatási téma, de legalábbis valószínűleg túlmutat egy BSc szakdolgozat szintjén, így nem szégyenlem hogy ki kellett hagynom.

A gömbök egymással való ütközése jelenleg is kicsit furcsa, ami abból adódik hogy minden ütközés úgy van kiszámolva mintha egy mozdulatlan testtel történt volna. Ha figyelembe lenne véve hogy amivel ütközött az mozgásra képes objektume, illetve hogy annak milyen az aktuális sebessége akkor valósághűbb lenne a labdák egymásnak ütközése.

Nem kell nagy módosításokat tenni hogy a **GetDist()** függvény ne csak egy távolsággal hanem egy egyedi objektum azonosítóval is visszatérjen. Ha ez megvan akkor már csak egy megfelelő modellt kellene találni a labdák ütközésére. Például a a sebességvektoraikat kicserélhetnénk kettejük között, úgy hogy mindkettő csökken valamelyest. Esetleg az egyik megkaphatná a saját és a másik vektora megfelelően súlyozott átlagát és fordítva.

A gömbök kilövése lehetne úgyhogy egy (esetleg néhány) labda van középen

amit mindig kilövünk egyesével (vagy néhányasával), a többi pedig kering körülötte és kilövéskor a helyére ugranak. Ekkor a kilövést és a labdahívást külön billentyű szabályozná.

A **teljesítményre** is lehetne bőven pluszba figyelni. Nagyon sok ismert mód van az Sphere Tracing algoritmus általános javítására, amiből én egyet sem alkalmaztam. Ezeket lehetne kombinálni a **felbontás** szabályozásával. Persze most is lehet szabályozni a felbontást az ablak átméretezésével, de elegánsabb lenne ha külön lehetne állítani a megjelenítési és a renderelési felbontást.

A fraktál generálási módján is sokat lehetne változtatni. Minden iterációban 9 transzformációt végzünk el a fraktálunkon, ha néhány tengely menti transzformációt kihagynánk az sokat gyorsítana. Esetleg valami érdekesebb (nem alapvető) transzformáció segítségével kevesebb iteráció is elegendő lenne ugyanilyen részletes fraktál létrehozásához. Ennek megváltoztatása azonban részben filozófiai kérdés. Azért maradt így a végső kódban, mert ez általánosan és látványosan szemlélteti, hogy az IFS fraktálok hogyan tevődnek össze.

Ha a teljesítmény javult, a **fényszámításon** is sokat lehet javítani. Sphere Tracing algoritmussal akár közel fotorealisztikus fényeink is lehetnek. Persze találni kell egy kompromisszumot kinézet és gyorsaság között, de vannak jól ismert trükkök a fények szebbé tételére amik csak minimális teljesítményromlást eredményeznek.

A felhasználói felület is kissé fapados, ennél szebb és hatékonyabb módja is lehetne az értékek bevitelére és leolvasására. Példának okáért egész kényelmesnek és gyorsnak hangzik, ha az értékeket úgy is lehetne szabályozni hogy billentyűlenyomással kiválasztjuk a szerkeszteni kívánt paramétert (mondjuk a számok 1-9-ig és a 0 lenne a nullázás) és egérgörgővel szerkesztjük.

Nem minden fraktál néz ki jól, vannak kifejezetten izgalmasan kinézőek és vannak unalmasabbak. A puszta értékek alapján nem egyértelmű hogy mi határozza meg ezt. Ezért jó lenne ha a szebb példányokat el lehetne menteni. Mivel csak 9 numerikus értékről lenne szó, így nem is lenne komplex a **mentés és betöltés**, de kellemes funkció lenne.

A. függelék

Függelék

folyamtban...

Irodalomjegyzék

- [1] Raymarching Distance Fields: Concepts and Implementation in Unity. https: //flafla2. github. io/2016/10/01/raymarching.html. (Accessed on 05/10/2020).
- [2] Sierpinski Triangle Fractal The easies C++ Articles. https://jutge.org/doc/cplusplus.com/articles/LyTbqMoL/index.html. (Accessed on 05/10/2020).

Ábrák jegyzéke

1.1.	Sphere tracing: A kamerából kiinduló fénysugár mindig csak annyit	
	halad előre amekkora a hozzá legközelebb lévő felület távolsága $[1]$	2
1.2.	Példa egy IFS-re: a Sierpiński háromszög néhány iterációja [2]	3
2.1.	Fő programablak	5
2.2.	Terminál ablak	5
2.3.	A "Parameters" feliratú panel felső harmada	6
2.4.	A "Parameters" feliratú panel középső harmada	6
2.5.	A "Parameters" feliratú panel alsó harmada	8
3.1.	Teljesítményteszt az iterációk számának függvényében	12
3.2.	Teljesítményteszt a gömbök számának függvényében	13
3.3.	Teljesítményteszt a gömbök számának függvényében, kirajzolás nélkül	14

Táblázatok jegyzéke

Forráskódjegyzék

3.1.	A tesztelést	végző kód																									1	-
J. I.	II CODE COLOR	TOBEO HOG	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•	•	_	-