$F\left[\{x_m\}\right] = X_s(\omega)$ DIMOSTRAZIONI PROPRIETÁ TRASFORMATA SERIE TEMPORALE

$$\boxed{F\left[\left\{x_{n-m}\right\}\right] = X_s(\omega)\, e^{-j\omega m T}}$$

SERIE RITARDATA

NOTA: m POSIZIONI CORRISPONDONO AL RITARDO mT (INDICATO COME t_0 PER FUNZIONI TEMPO CONTINUE)

$\{z_m\} = \{x_m\} * \{y_m\}$ CIOÉ z_m É IL RISULTATO DELLA CONVOLUZIONE

$$\Rightarrow \boxed{z_m = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_i\, y_{m-i}}$$

CONVOLUZIONE

COME NEL CASO TEMPO CONTINUO, NELL'AMBITO DELLE FREQUENZE:

$$Z_s(\omega) = Y_s(\omega)\, X_s(\omega)$$

$\boxed{\text{DIM}}$ (ANALOGA AL CASO TEMPO CONTINUO CON SOMMATORIA AL POSTO DELL'INTEGRALE)

$$z_m = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_i\, y_{m-i} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_i \cdot \underbrace{\frac{T}{2\pi}\int_{-\pi/T}^{\pi/T} Y_s(\omega)\, e^{j(m-i)\omega T}}_{=} d\omega$$

y_{m-i} SCRITTO COME ANTITRASFORMATA DELLA SUA TRASFORMATA

SCAMBIA INTEGRALE E SOMMATORIA

$$= \frac{T}{2\pi}\int_{-\pi/T}^{\pi/T} Y_s(\omega) \underbrace{\sum_{i=-\infty}^{+\infty} x_i\, e^{-j\omega i T}}_{=X_s(\omega)} e^{jm\omega T}\, d\omega$$

CHE É PROPRIO $F^{-1}\left[Y_s(\omega) X_s(\omega)\right]$

Scanned with CamScanner

$$y(t) = \{x_m\} * g(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_m \, g(t - mT)}$$

CONVOLUZIONE
SERIE TEMPORALE
e
FUNZ. T. CONTINUA

NOTA: $Y(\omega) = X_s(\omega)\, G(\omega)$

DIM

$$Y(\omega) = F\left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_m \, g(t-mT)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_m \, g(t-mT)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_m \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} g(t-mT)\, e^{-j\omega t}\, dt}_{= F[g(t-mT)] = G(\omega)\, e^{-j\omega mT}}$$

$$= G(\omega) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_m \, e^{-j\omega mT}$$

$$= G(\omega)\, X_s(\omega)$$