

Содержание

1	Линейный оператора: определение, примеры	2
2	Ядро и образ линейного оператора: теорема о ядре и образе	2

Билеты к коллоку

i.g. i.a.

х марта 2023 г.

1 Линейный оператора: определение, примеры

Определение. Отображение $\varphi : X \rightarrow Y$ линейного пространства X в линейное пространство Y называется **линейным оператором**, если $\forall x, x_1, x_2 \in X, \quad \forall \alpha \in \mathbb{K}$

$$\varphi(x_1 + x_2) = \varphi(x_1) + \varphi(x_2), \quad \varphi(\alpha x) = \alpha \varphi(x)$$

Notabene. Множество линейных операторов из $X(\mathbb{K})$ в $Y(\mathbb{K})$ обозначается $\text{Hom}_{\mathbb{K}}(X, Y)$.

Notabene. Оператор $\varphi : X \rightarrow X$, отображающий X в себя, называют эндоморфизмом и пишут $\varphi \in \text{End}(X)$, а в случае отображения на себя - автоморфизмом.

Примеры:

1. Нульоператор: $\Theta : X \rightarrow Y, \quad \Theta x = 0_Y$
2. Единичный оператор или тождественный: $\mathcal{I} : X \rightarrow Y, \quad \mathcal{I}x = x$
3. Проекторы: $\mathcal{P}_{L_1}^{||L_2} : X \rightarrow X, \quad X = L_1 \oplus L_2 \quad \mathcal{P}_{L_1}^{||L_2} x = x_1, \quad x_1 \in L_1$

2 Ядро и образ линейного оператора: теорема о ядре и образе