Лабораторная работа №6

Предмет: математическое моделирование

Боровикова Карина Владимировна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Построить модель для задачи об эпидемии с помощью языков Julia и OpenModelica

2 Задание

- Рассмотреть процесс распространения эпидемии в двух случаях: I(0) <= I* и I(0) > I*
- Построить графики изменения количества особей в каждой из трех категорий особей: I(t) - инфицированные особи, S(t) - восприимчивые к болезни здоровые особи, R(t) - здоровые особи с иммунитетом к болезни.

3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится.

Постоянные пропорциональности Alpha и Beta, - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени t = 0 нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

а) $I(0) <= I^*$

б) $I(0) > I^*$ [1].

4 Выполнение лабораторной работы

1. Задание для выполнения:

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=10 400) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=144, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=28. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1) если I(0)<= I *2) если I(0)> I*.

Значения коэффициентов возьмем для alpha равным 0.01, для beta равным 0.02

2. Рассмотрим первый случай I(t) <= I*:

а) Напишем код на языке Julia с использованием Pluto:

```
begin
    using Plots
    using DifferentialEquations

    N = 10400
    I0 = 144
    R0 = 28
    S0 = N - I0 - R0
```

```
u0 = [S0, I0, R0]
t = (0.0, 200.0)

⊠ = 0.01
⊠ = 0.02

function F!(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = - ⊠ * u[2]
    du[3] = ⊠ * u[2]
end



prob = ODEProblem(F!, u0, t)
sol = solve(prob, saveat = 1)

const S = Float64[]
const I = Float64[]
const R = Float64[]

for u in sol.u
    s, i, r = u
    push!(S, s)
    push!(I, i)
    push!(R, r)
end

plt = plot(
```

```
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "Модель эпидемии - изменение числа заболевших I(0) <= I*"
)

plot!(
    plt,
    sol.t,
    S,
    color = :green,
    xlabel="t",
    ylabel="численность",
    label = "Здоровые, восприимчивые"
)

plot!(
    plt,
    sol.t,
    I,
    color = :red,
    xlabel="t",
    ylabel="численность",
    label = "Инфицированные"
)

plot!(
    plt,
    sol.t,
    R,
```

```
        color = :blue,
        xlabel="t",
        ylabel="численность",
        label = "Здоровые, невосприимчивые"
    )

    savefig(plt, "lab06_1_julia.png")
end
```

Результатом его выполнения являяется рисунок lab06_1_julia.png(рис. 4.1).

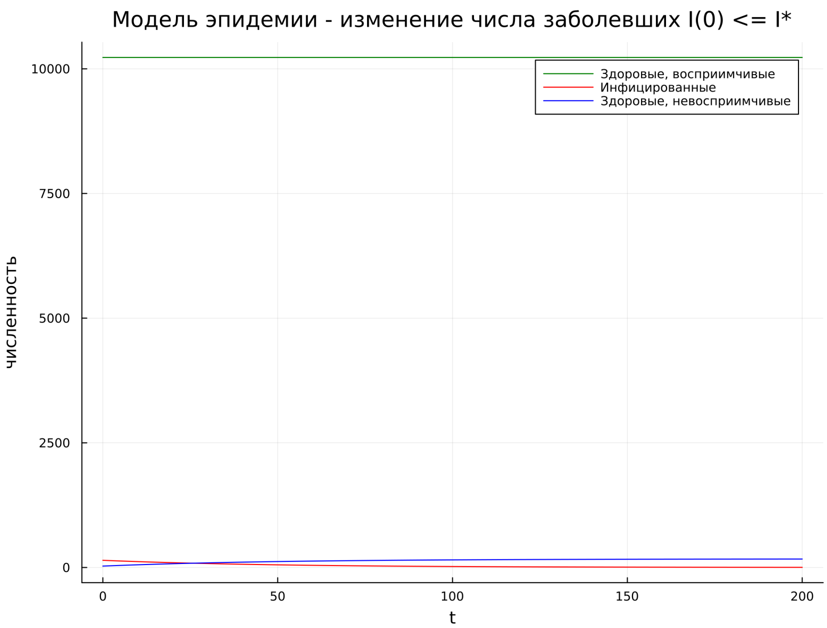

Рис. 4.1: Модель эпидемии - изменение числа заболевших - график, полученный с помощью кода на Julia

б) Далее пишем код на OpenModelica:

```
model lab061
    constant Integer N = 10400;
    constant Integer I0 = 144;
    constant Integer R0 = 28;
```

```
    constant Integer S0 = N - I0 - R0;
    constant Real alpha = 0.01;
    constant Real beta = 0.02;
    Real s(start=S0);
    Real i(start=I0);
    Real r(start=R0);
    Real t = time;
equation
    der(s) = 0;
    der(i) = -beta*i;
    der(r) = beta*i;
    annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 200.0), Documentation);
end lab061;
```

Результатом его работы будет являться следующий график: (рис. 4.2).

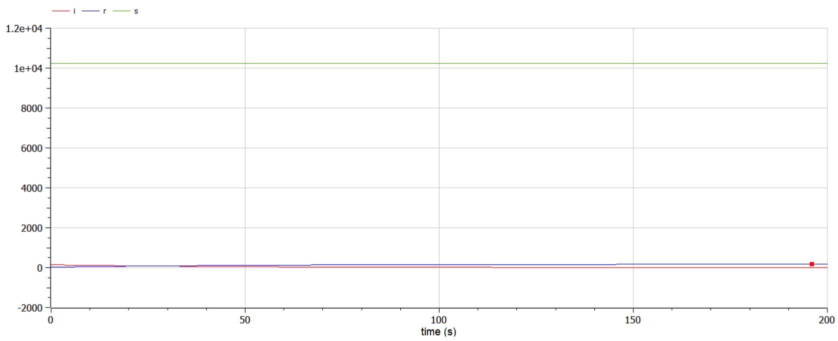

Рис. 4.2: Модель эпидемии - изменение числа заболевших - график, полученный с помощью программы на OpenModelica, полный график

Для большей наглядности приблизим график, убрав отображение графика S(t)

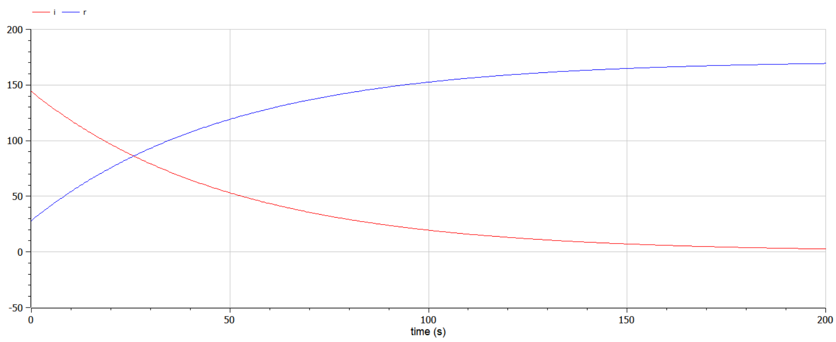

Рис. 4.3: Модель эпидемии - изменение числа заболевших - график, полученный с помощью программы на OpenModelica, графики для I(t) и R(t)

3. Рассмотрим второй случай I(t) > I*:

а) Напишем код на языке Julia с использованием Pluto:

```
begin
    using Plots
    using DifferentialEquations

    N = 10400
    I0 = 144
    R0 = 28
    S0 = N - I0 - R0

    u0 = [S0, I0, R0]
    t = (0.0, 200.0)

    ⊠ = 0.01
    ⊠ = 0.02

    function F!(du, u, p, t)
        du[1] = - ⊠ * u[1]
```

```
    du[2] = ⊠ * u[1]- ⊠ * u[2]
    du[3] = ⊠ * u[2]
end

prob = ODEProblem(F!, u0, t)
sol = solve(prob, saveat = 1)

const S = Float64[]
const I = Float64[]
const R = Float64[]

for u in sol.u
    s, i, r = u
    push!(S, s)
    push!(I, i)
    push!(R, r)
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "Модель эпидемии - изменение числа заболевших I(0) > I*"
)

plot!(
    plt,
    sol.t,
    S,
    color = :green,
```

```
        xlabel="t",
        ylabel="численность",
        label = "Здоровые, восприимчивые"
    )


    plot!(
        plt,
        sol.t,
        I,
        color = :red,
        xlabel="t",
        ylabel="численность",
        label = "Инфицированные"
    )

    plot!(
        plt,
        sol.t,
        R,
        color = :blue,
        xlabel="t",
        ylabel="численность",
        label = "Здоровые, невосприимчивые"
    )

    savefig(plt, "lab06_2_julia.png")
end
```

Результатом его выполнения является рисунок lab06_2_julia.png(рис. 4.4).

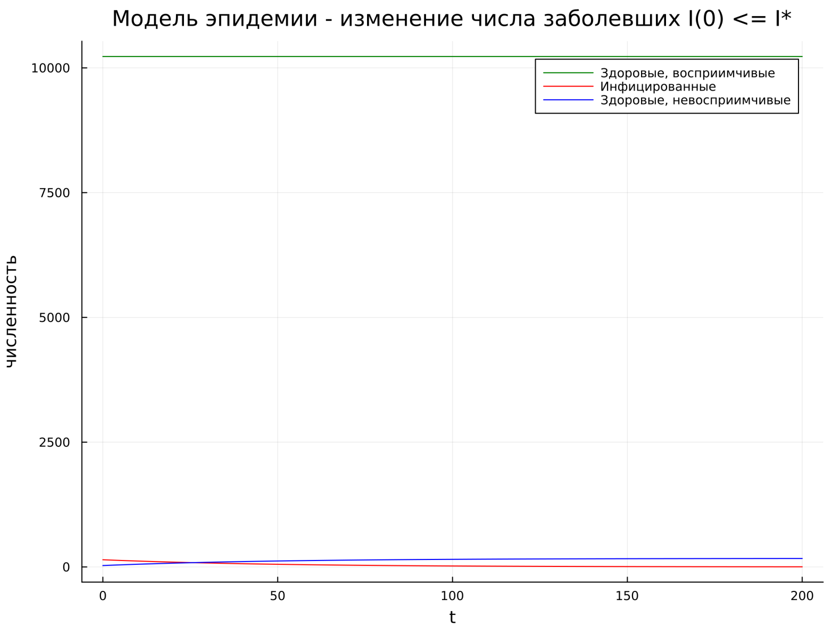

Рис. 4.4: Модель эпидемии - изменение числа заболевших - график, полученный с помощью кода на Julia

б) Далее пишем код на OpenModelica:

```
model lab062
    constant Integer N = 10400;
    constant Integer I0 = 144;
    constant Integer R0 = 28;
    constant Integer S0 = N - I0 - R0;
    constant Real alpha = 0.01;
    constant Real beta = 0.02;
    Real s(start=S0);
    Real i(start=I0);
    Real r(start=R0);
    Real t = time;
equation
    der(s) = -alpha*s;
    der(i) = alpha*s-beta*i;
```

```
    der(r) = beta*i;
    annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 200.0), Documentation);
end lab062;
```

Результатом его работы будет являться следующий график: (рис. 4.4).

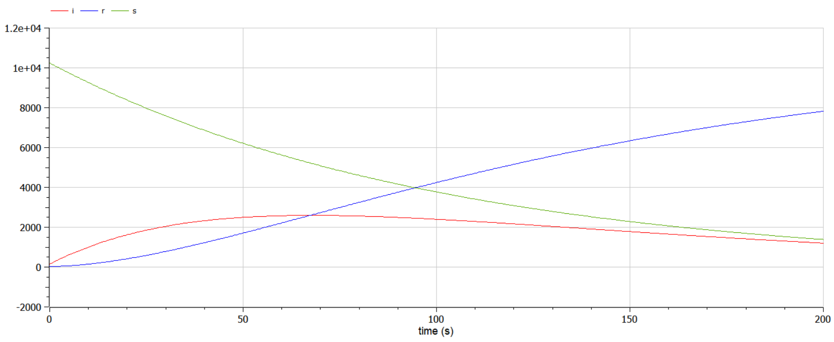

Рис. 4.5: Модель эпидемии - изменение числа заболевших - график, полученный с помощью программы на OpenModelica

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я построила модель задачи об эпидемии с помощью языков Julia и OpenModelica, построила графики изменения количества особей трех категорий - S(t) - восприимчивые к болезни, но здоровые особи, I(t) - инфицированные особиб R(t) - здоровые особи с иммунитетом к болезни в двух различных случаях.

Список литературы

1. Задание к Лабораторной работе [Электронный ресурс]. 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971738/mod_resource/content/2/Задание%20к%20лабораторной%20работе%20№%207%20%283%29.pdf.