

Лабораторная работа №8

Предмет: математическое моделирование

Боровикова Карина Владимировна

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	8
5	Выводы	22
	Список литературы	23

Список иллюстраций

4.1	Задание для выполнения. Случай 1	8
4.2	Задание для выполнения. Случай 2	9
4.3	Модель конкуренции двух фирм. График, полученный с помощью Julia. Случай 1	13
4.4	Модель конкуренции двух фирм. График, полученный с помощью OpenModelica. Случай 1	15
4.5	Модель конкуренции двух фирм. График, полученный с помощью Julia. Случай 2	19
4.6	Модель эффективности рекламы. График, полученный с помощью OpenModelica. Случай 2	21

Список таблиц

1 Цель работы

Построить модель для задачи о конкуренции двух фирм с помощью языков Julia и OpenModelica

2 Задание

- Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
- Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

3 Теоретическое введение

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается системой уравнений, данной в описании заданий лабораторной работы для первого случая.

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M1 \cdot M2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается системой уравнений, данной в описании заданий лабораторной работы для второго случая.

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами: $M_{10} = 4.2$, $M_{20} = 3.8$, $p_{cr} = 11.4$, $N = 26$, $q = 1$, $\alpha_1 = 14$, $\alpha_2 = 22$, $p_1 = 6.6$, $p_2 = 4.5$. [1] [[link2?](#)].

4 Выполнение лабораторной работы

1. Задание для выполнения:

Вариант 18

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего

производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned},$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$.

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Рис. 4.1: Задание для выполнения. Случай 1

2. Задание для выполнения:

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M_1M_2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,0009 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и

$$M_0^1 = 4.2, M_0^2 = 3.8,$$

параметрами: $p_{cr} = 11.4, N = 26, q = 1$

$$\tau_1 = 14, \tau_2 = 22,$$

$$\tilde{p}_1 = 6.6, \tilde{p}_2 = 4.5$$

Рис. 4.2: Задание для выполнения. Случай 2

3. Рассмотрим первый случай:

а) Напишем код на языке Julia с использованием Pluto:

```
begin
    using Plots
    using DifferentialEquations

    "Оборотные средства предприятия для 1 фирмы"
    const M10 = 4.2 * 1000000
    "Оборотные средства предприятия для 1 фирмы"
    const M20 = 3.8 * 1000000
    "Критическая стоимость продуктов"
    const pcr = 11.4 * 1000
    "Число потребителей производимого продукта"
    const N = 26 * 1000
    "максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени"
```

```
const q = 1
```

```
"Длительность производительного цикла фирмы 1"
```

```
const x1 = 14
```

```
"Длительность производительного цикла фирмы 2"
```

```
const x2 = 22
```

```
"Себестоимость товаров в первой фирме"
```

```
const p1 = 6.6 * 1000
```

```
"Себестоимость товаров во второй фирме"
```

```
const p2 = 4.5 * 1000
```

```
const a1 = pcr / (x1^2 * p2^2 * N * q)
```

```
const a2 = pcr / (x2^2 * p2^2 * N * q)
```

```
const b = pcr / (x1^2 * p1^2 * x2^2 * p2^2 * N * q)
```

```
const c1 = (pcr - p1) / (x1 * p1)
```

```
const c2 = (pcr - p2) / (x2 * p2)
```

```
"Начальные условия: ux[1] - M1x, ux[2] - M2x"
```

```
u0 = [M10, M20]
```

```
"Период времени"
```

```
T = (0.0, c1*300)
```

```
function F!(du, u, p, t)
```

```
    du[1] = u[1] - (b/c1) * u[1] * u[2] - (a1/c1) * u[1]^2
```

```
    du[2] = (c2/c1) * u[2] - (b/c1) * u[1] * u[2] - (a2/c1) * u[2]^2
```

```
end
```

```

prob = ODEProblem(F!, u0, T)
sol = solve(prob, dtmax=c1*5)

const M1 = []
const M2 = []

for u in sol.u
    m1, m2 = u
    push!(M1, m1)
    push!(M2, m2)
end

time = sol.t

for i in 1:length(time)
    time[i] /= c1
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "Модель конкуренции фирм"
)

plot!(
    plt,
    time,

```

```

M1,
color = :green,
xlabel="t/c1",
ylabel="M1(t), M2(t)",
label= "Оборотные средства предприятия №1"
)

plot!(
    plt,
    time,
    M2,
    color = :purple,
    xlabel="t/c1",
    ylabel="M1(t), M2(t)",
    label= "Оборотные средства предприятия №1"
)
savefig(plt, "lab08_julia_1.png")
end

```

Результатом его выполнения является рисунок lab08_01.png(рис. 4.3).

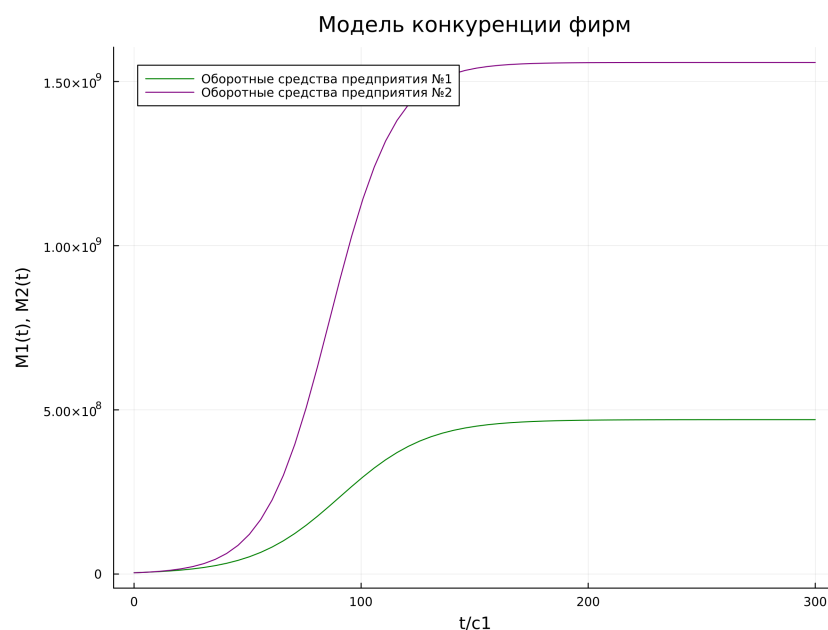


Рис. 4.3: Модель конкуренции двух фирм. График, полученный с помощью Julia.
Случай 1

б) Далее пишем код на OpenModelica:

```
model L81
  constant Real M10 = 4.2 * 1000000;
  constant Real M20 = 3.8* 1000000;

  constant Integer pcr = 11.4 * 1000;
  constant Integer N = 26* 1000;
  constant Integer q = 1;

  constant Integer tau1 = 14;
  constant Integer tau2 = 22;

  constant Integer p1 = 6.6 * 1000;
  constant Integer p2 = 4.5* 1000;
```

```

constant Real a1 = pcr / (tau1^2 * p1^2 * N * q);
constant Real a2 = pcr / (tau2^2 * p2^2 * N * q);
constant Real b = pcr / (tau1^2 * p1^2 * tau2^2 * p2^2 * N * q);
constant Real c1 = (pcr - p1) / (tau1 * p1);
constant Real c2 = (pcr - p2) / (tau2 * p2);

Real t = time / c1;
Real M1(t);
Real M2(t);

initial equation
    M1 = M10;
    M2 = M20;
equation
    der(M1) = M1 - (b/c1) * M1 * M2 - (a1/c1) * M1^2;
    der(M2) = (c2/c1) * M2 - (b/c1) * M1 * M2 - (a2/c1) * M2^2;
    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=16, Interval=0.2));
end L81;

```

Результатом его работы будет являться следующий график: (рис. 4.4).

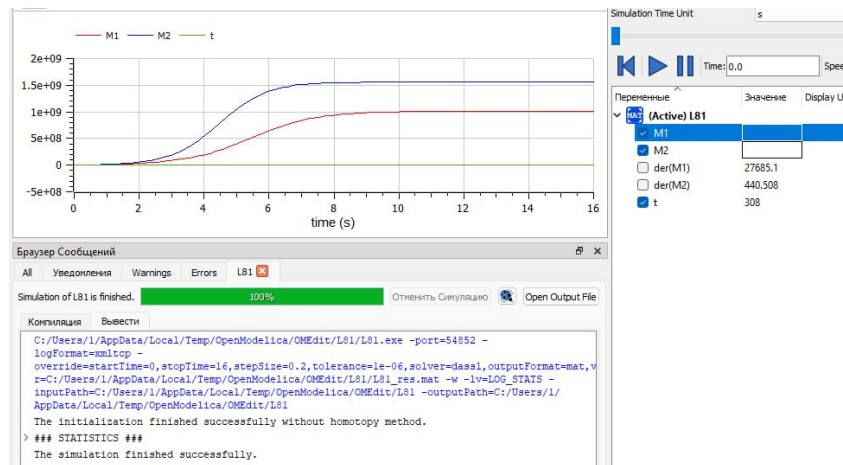


Рис. 4.4: Модель конкуренции двух фирм. График, полученный с помощью OpenModelica. Случай 1

3. Рассмотрим второй случай:

а) Напишем код на языке Julia с использованием Pluto:

```
begin
    using Plots
    using DifferentialEquations

    "Оборотные средства предприятия для 1 фирмы"
    const M10 = 4.2 * 1000000

    "Оборотные средства предприятия для 1 фирмы"
    const M20 = 3.8 * 1000000

    "Критическая стоимость продуктов"
    const pcr = 11.4 * 1000

    "Число потребителей производимого продукта"
    const N = 26 * 1000

    "максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени"
    const q = 1
```

"Длительность производительного цикла фирмы 1"

const τ_1 = 14

"Длительность производительного цикла фирмы 2"

const τ_2 = 22

"Себестоимость товаров в первой фирме"

const p1 = 6.6 * 1000

"Себестоимость товаров во второй фирме"

const p2 = 4.5 * 1000

const a1 = pcr / (τ_1^2 * p2² * N * q)

const a2 = pcr / (τ_2^2 * p2² * N * q)

const b = pcr / (τ_1^2 * p1² * τ_2^2 * p2² * N * q)

const c1 = (pcr - p1) / (τ_1 * p1)

const c2 = (pcr - p2) / (τ_2 * p2)

"Начальные условия: $u_{\tau}[1] = M^1_{\tau}$, $u_{\tau}[2] = M^2_{\tau}$ "

u0 = [M10, M20]

"Период времени"

T = (0.0, c1*300)

function F!(du, u, p, t)

du[1] = u[1] - ((b/c1)+0.0009) * u[1] * u[2] - (a1/c1) * u[1]²

du[2] = (c2/c1) * u[2] - (b/c1) * u[1] * u[2] - (a2/c1) * u[2]²

end


```

prob = ODEProblem(F!, u0, T)
sol = solve(prob, dtmax=c1)

const M1 = []
const M2 = []

for u in sol.u
    m1, m2 = u
    push!(M1, m1)
    push!(M2, m2)
end

time = sol.t

for i in 1:length(time)
    time[i] /= c1
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "Модель конкуренции фирм"
)

plot!(
    plt,
    time,

```

```

M1,
color = :green,
xlabel="t/c1",
ylabel="M1(t), M2(t)",
label= "Оборотные средства предприятия №1"
)

plot!(
plt,
time,
M2,
color = :purple,
xlabel="t/c1",
ylabel="M1(t), M2(t)",
label= "Оборотные средства предприятия №2"
)

savefig(plt, "lab08_julia_2.png")
end

```

Результатом его выполнения является рисунок lab08_julia_2.png(рис. 4.5).

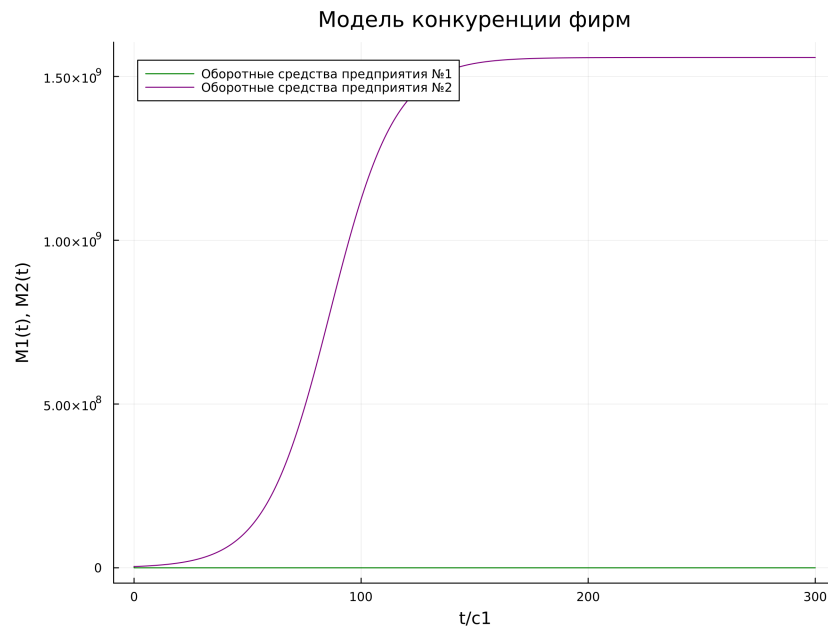


Рис. 4.5: Модель конкуренции двух фирм. График, полученный с помощью Julia.
Случай 2

б) Далее пишем код на OpenModelica:

model L82

```
constant Real M10 = 4.2 * 1000000;
constant Real M20 = 3.8* 1000000;
```

```
constant Integer pcr = 11.4 * 1000;
constant Integer N = 26* 1000;
constant Integer q = 1;
```

```
constant Integer tau1 = 14;
constant Integer tau2 = 22;
```

```
constant Integer p1 = 6.6 * 1000;
constant Integer p2 = 4.5* 1000;
```

```

constant Real a1 = pcr / (tau1^2 * p1^2 * N * q);
constant Real a2 = pcr / (tau2^2 * p2^2 * N * q);
constant Real b = pcr / (tau1^2 * p1^2 * tau2^2 * p2^2 * N * q);
constant Real c1 = (pcr - p1) / (tau1 * p1);
constant Real c2 = (pcr - p2) / (tau2 * p2);

Real t = time / c1;
Real M1(t);
Real M2(t);

initial equation
  M1 = M10;
  M2 = M20;
equation
  der(M1) = M1 - ((b/c1)+0.0009) * M1 * M2 - (a1/c1) * M1^2;
  der(M2) = (c2/c1) * M2 - (b/c1) * M1 * M2 - (a2/c1) * M2^2;
  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=16, Interval=0.2));
end L82;

```

Результатом его работы будет являться следующий график: (рис. 4.6).



Рис. 4.6: Модель эффективности рекламы. График, полученный с помощью OpenModelica. Случай 2

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы мне удалось построить модель конкуренции двух фирм с помощью языков Julia и OpenModelica в двух случаях.

Список литературы

1. Задание к лабораторной работе №7 [Электронный ресурс]. 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971746/mod_resource/content/2/Задание%20к%20лабораторной%20работе%20№%207.pdf.