Lista 4

Oskar Bujacz

5kwietnia $2020\,$

Zadanie 9

Zmienna losowa X ma gęstość $f_X(x)=xe^{-x}$, dla $x\geqslant 0$. Znaleźć gęstość zmiennej losowej $Y=X^2$.

Rozwiązanie:

Z zadania 8 wiemy, że dla $Y = X^2$ zachodzi:

$$f_Y(y) = \frac{f_X(\sqrt{y}) + f_X(\sqrt{-y})}{2\sqrt{y}}, \quad y > 0$$

Znamy $f_X(x)$, zatem możemy użyć powyższego wzoru. Po podstawieniu zadanego $f_X(x)$:

$$f_Y(y) = \frac{\sqrt{y}e^{-\sqrt{y}} - \sqrt{y}e^{\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}} = \frac{1}{2}\left(e^{-\sqrt{y}} - e^{\sqrt{y}}\right)$$