

Lista 7

Oskar Bujacz

22 kwietnia 2020

Zadanie 9

Boki prostokąta są niezależnymi zmiennymi losowymi X_1 i X_2 o rozkładzie $U[1, 2]$. $Y_1 = 2X_1 + 2X_2$ jest obwodem prostokąta, $Y_2 = X_1X_2$ oznacza pole tego prostokąta. Znaleźć wartości oczekiwane i wariancje zmiennych Y_1, Y_2 .

Rozwiązanie

Wyznaczmy wartości $E(Y_1)$ oraz $E(Y_2)$

$$E(Y_1) = E(2X_1 + 2X_2) = E(X_1) + E(X_2) = 2 \int_1^2 x_1 dx_1 + 2 \int_1^2 x_2 dx_2 = 3 + 3 = 6 \quad (1)$$

$$E(Y_2) = E(X_1X_2) = \int_1^2 \int_1^2 x_1x_2 dx_1 dx_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \quad (2)$$

Oraz szukane wariancje

$$V(Y_1) = E(Y_1^2) - (E(Y_1))^2 = E(4X_1^2) + E(8X_1X_2) + E(4X_2^2) - 36 = \quad (3)$$

$$4 \int_1^2 x_1^2 dx_1 + 8E(Y_2) + 4 \int_1^2 x_2^2 dx_2 - 36 = 8 \cdot \frac{7}{3} + 8 \cdot \frac{9}{4} - 36 = \frac{2}{3} \quad (4)$$

$$V_2 = E(Y_2^2) - (E(Y_2))^2 = E(X_1^2X_2^2) - \frac{81}{16} = \int_1^2 \int_1^2 x_1^2x_2^2 dx_1 dx_2 = \frac{7}{3} \cdot \frac{7}{3} - \frac{81}{16} = \frac{55}{144} \quad (5)$$

Otrzymane wyniki zgadzają się z podanymi odpowiedziami.