



Ibrahim

6ÈME COLLÈGE DE DOUJANI

Mathématiques Essentielles : Tout pour la 6ème

ATTOUMANI Ibrahim



Année 2024 - 2025

Table des matières

1	Introduction	2
2	Les Nombres Entiers	3
2.1	Les Entiers Naturels	3
2.1.1	Comparer, Ranger, Encadrer ou Intercaler des Entiers Naturels	4
2.2	Les Entiers Relatifs	7
2.2.1	Comparer, Ranger, Encadrer ou Intercaler des Entiers Relatifs	8
2.3	Opérations sur les Nombres Entiers	9
2.3.1	Additions et Soustractions	9
2.3.2	Multiplications	10
2.3.3	Division Euclidienne	12
2.3.4	Priorités Opératoires	14
2.4	Exercices et Corrections	15
3	Les nombres Décimaux	20
3.1	Définition et Représentation des nombres décimaux	20
3.2	Addition et Soustraction de Nombres Décimaux	20
3.2.1	Addition de Nombres Décimaux	20
3.2.2	Soustraction de Nombres Décimaux	21
3.3	Multiplication et Division de Nombres Décimaux	21
3.3.1	Multiplication de Nombres Décimaux	21
3.3.2	Division de Nombres Décimaux	22
3.4	Exercices et Corrections	24
4	Fraction et Proportionnalité	28
4.1	Fraction	28
4.1.1	Définitions et Illustrations	28
4.1.2	Opérations sur les fractions	29
4.2	Proportionnalité	32
4.2.1	Définitions	32
4.2.2	Tableaux de proportionnalité	33
4.3	Exercices et Corrections	35
5	Géométrie : Angles, Figures et Mesures	38

1 Introduction

Les mathématiques sont bien plus que des nombres et des formules : ce sont des outils puissants qui nous aident à comprendre le monde qui nous entoure, à résoudre des problèmes complexes et à développer notre capacité à penser de manière critique. Ce livre, conçu spécifiquement pour les élèves de 6ème, est une invitation à explorer ce monde fascinant des mathématiques.

À travers les différentes séquences de ce livre, nous allons plonger dans les principales branches des mathématiques qui seront abordées cette année. Chaque séquence a été soigneusement élaborée pour introduire progressivement les concepts mathématiques fondamentaux, tout en fournissant des exemples concrets et des exercices pour renforcer votre compréhension.

Nous commencerons par explorer les nombres entiers, apprendre à les manipuler et à comprendre leur place dans le système numérique. Ensuite, nous entrerons dans le monde de la géométrie, où nous découvrirons les formes, les lignes et les angles. Les opérations sur les nombres entiers seront également au programme, suivi de l'étude des distances, des cercles et des concepts de fractions.

Chaque séquence offre une opportunité d'apprendre de manière interactive et engageante. Nous utiliserons des outils comme la programmation pour explorer des concepts abstraits d'une manière tangible et pratique. De la proportionnalité à l'étude des angles et des formes géométriques, chaque sujet a été choisi pour enrichir votre compréhension des mathématiques et vous préparer à des défis plus complexes à l'avenir.

Ce livre n'est pas seulement un manuel scolaire, mais un guide pour vous aider à développer des compétences mathématiques essentielles qui vous serviront tout au long de votre parcours éducatif et au-delà. Nous espérons que vous trouverez ce voyage à travers les mathématiques aussi enrichissant que stimulant.

Bienvenue dans le monde captivant des mathématiques de la 6ème année !

2 Les Nombres Entiers

2.1 Les Entiers Naturels

Définition

Les **entiers naturels** sont les nombres que nous utilisons pour compter. Ils commencent à zéro et augmentent sans fin. Ces nombres sont très importants en mathématiques et dans la vie quotidienne, car ils nous permettent de quantifier les objets et les événements.

Dans cette sous-section, nous allons apprendre à écrire ces nombres en toutes lettres et à les représenter graphiquement sur une demi-droite graduée.

Exemples

Voici quelques exemples d'écriture en toutes lettres pour les entiers naturels :

- 0 se lit « zéro »
- 1 se lit « un »
- 2 se lit « deux »
- 3 se lit « trois »
- 4 se lit « quatre »
- 5 se lit « cinq »
- 6 se lit « six »
- 7 se lit « sept »
- 8 se lit « huit »
- 9 se lit « neuf »

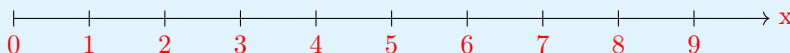
Dans un nombre, chaque chiffre occupe un certain rang détaillé dans le tableau ci-dessous :

Classe des milliards				Classe des millions				Classe des milliers				Unités simples			
centaines	dizaines	unités		centaines	dizaines	unités		centaines	dizaines	unités		centaines	dizaines	unités	
X	X	X		X	X	X		X	X	X		2	3	4	
X	X	X		X	X	X		6	5	4		3	2	1	
X	X	X		1	2	3		9	8	7		5	4	6	
X	8	7		6	5	4		3	2	1		0	9	9	

TABLE 1 – Représentation des différentes classes et unités d'un nombre.

Définition

La demi-droite graduée est une ligne qui commence à zéro et continue indéfiniment vers la droite. Les nombres sont marqués régulièrement sur cette ligne pour représenter leur valeur. Voici une illustration de la demi-droite graduée :



Remarque

Les petits traits tracés pour marquer les unités de longueur s'appellent la **graduation**. Lorsque l'espace entre le 0 et le 1 est trop grand, on peut utiliser une **sous-graduation** (en général on n'écrit pas les nombres en dessous). Au contraire, si cet espace est trop petit, on peut sauter plusieurs graduations pour ne graduer que de 5 en 5 par exemple.

2.1.1 Comparer, Ranger, Encadrer ou Intercaler des Entiers Naturels

Dans cette partie, nous allons apprendre à comparer, ranger, encadrer et intercaler des entiers naturels. Ces compétences sont utiles pour organiser et manipuler les nombres efficacement.

****Comparer**** des entiers naturels consiste à déterminer lequel est plus grand ou plus petit. Les signes utilisés pour comparer sont $<$ (inférieur à), $>$ (supérieur à), \leq (inférieur ou égal à), et \geq (supérieur ou égal à).

Exemples

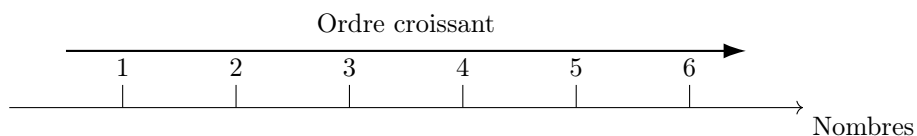
- $3 < 5$ (trois est inférieur à cinq)
- $7 > 4$ (sept est supérieur à quatre)
- $6 \leq 6$ (six est inférieur ou égal à six)
- $9 \geq 2$ (neuf est supérieur ou égal à deux)

****Ranger**** des entiers naturels signifie les organiser dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand) ou décroissant (du plus grand au plus petit).

Considérons les nombres suivants en ordre croissant :

$$1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6$$

Pour mieux visualiser l'ordre croissant, regardons la représentation graphique ci-dessous :



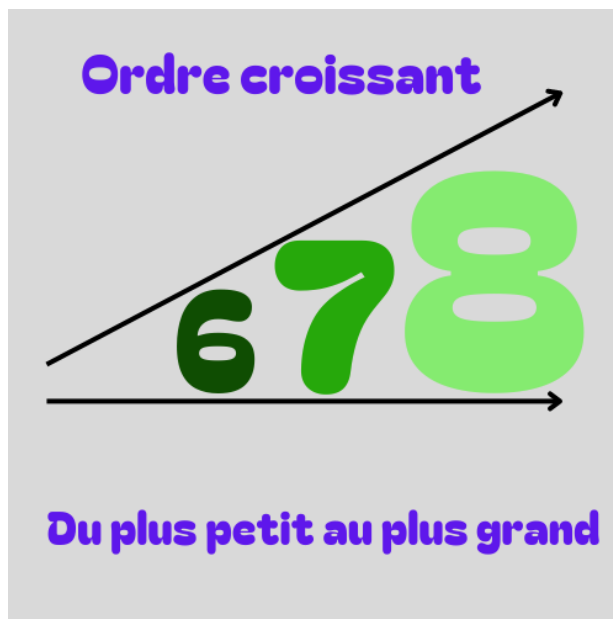


FIGURE 1 – Progression en Ordre Croissant

Considérons les nombres suivants en ordre décroissant :

$$6 > 5 > 4 > 3 > 2 > 1$$

Pour mieux visualiser l'ordre décroissant, regardons la représentation graphique ci-dessous :

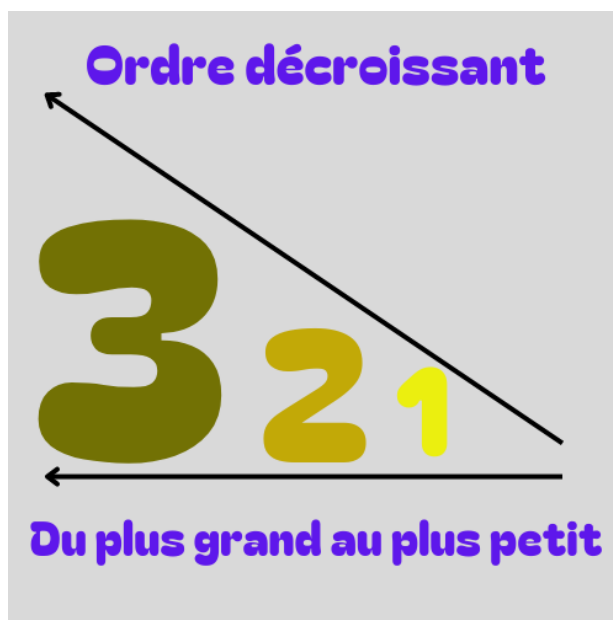
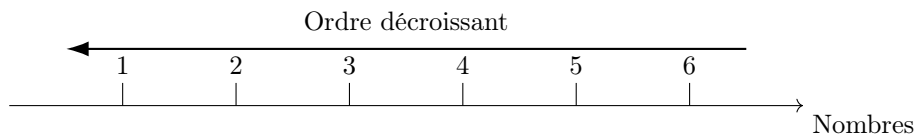


FIGURE 2 – Progression en Ordre Décroissante

****Encadrer**** un nombre consiste à trouver deux nombres entre lesquels il se trouve. Cela peut aider à estimer la position d'un nombre par rapport aux autres.

Exemples

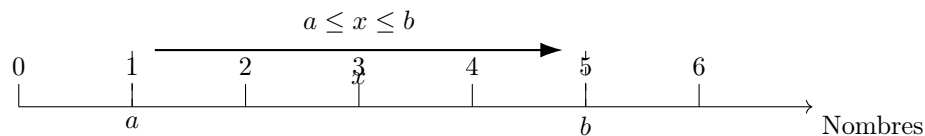
— $4 < 6 < 8$ (six est encadré entre quatre et huit)

.

Considérons l'encadrement du nombre $x = 3$ tel que $a = 1 \leq x \leq b = 5$.

$$a \leq x \leq b$$

Pour mieux visualiser l'encadrement d'un nombre, regardons la représentation graphique ci-dessous :



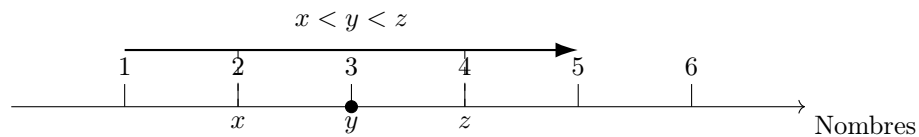
****Intercaler**** un nombre signifie le placer correctement entre deux autres nombres. Cela aide à mieux comprendre la position relative des nombres.

Exemples

— $y = 3$ est entre $x = 2$ et $z = 4$

.

Pour mieux visualiser l'intercalation d'un nombre, regardons la représentation graphique ci-dessous :



Exercices

Exercice 1 : Trouvez les nombres entiers naturels entre 10 et 20.

Exercice 2 : Écrivez les nombres suivants en toutes lettres : 13, 25, 37, 48, 59.

Exercice 3 : Représentez graphiquement les nombres 0, 1, 2, 3, 4, et 5 sur une demi-droite graduée.

Exercice 4 : Comparez les entiers naturels suivants en utilisant les signes $<$, $>$, \leq , ou \geq : 7 et 9, 12 et 12, 15 et 8.

Exercice 5 : Rangez les nombres suivants dans l'ordre décroissant : 45, 23, 89, 12, 67.

Exercice 6 : Encadrez le nombre 6 entre deux entiers naturels.

Exercice 7 : Intercalez le nombre 5 entre les nombres 3 et 7.

Récapitulatif

Dans cette section, nous avons exploré les concepts fondamentaux liés aux **nombre entiers naturels**. Voici les points essentiels à retenir :

- **Les entiers naturels** sont les nombres que nous utilisons pour compter, comme 0, 1, 2, 3, etc.
- Chaque chiffre dans un nombre occupe un **rang** spécifique (unités, dizaines, centaines, etc.).
- La **demi-droite graduée** est utilisée pour représenter les entiers naturels graphiquement.
- Les **opérations de comparaison** permettent de déterminer si un nombre est plus grand, plus petit, ou égal à un autre.
- **Ranger** des entiers naturels signifie les organiser dans un ordre croissant ou décroissant.
- **Encadrer** un nombre consiste à trouver deux nombres entre lesquels il se situe.
- **Intercaler** un nombre consiste à le placer correctement entre deux autres nombres.

Ces concepts sont cruciaux pour comprendre et manipuler les nombres dans les mathématiques de base.

2.2 Les Entiers Relatifs

Définition

Les entiers relatifs incluent les entiers naturels ainsi que leurs opposés négatifs. Ces nombres permettent de représenter des quantités au-dessous de zéro, comme les températures négatives ou les dettes.

Dans cette sous-section, nous apprendrons à écrire ces nombres en toutes lettres et à les représenter sur une demi-droite graduée.

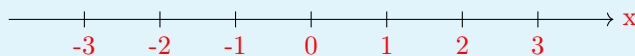
Exemples

Voici quelques exemples d'écriture en toutes lettres pour les entiers relatifs :

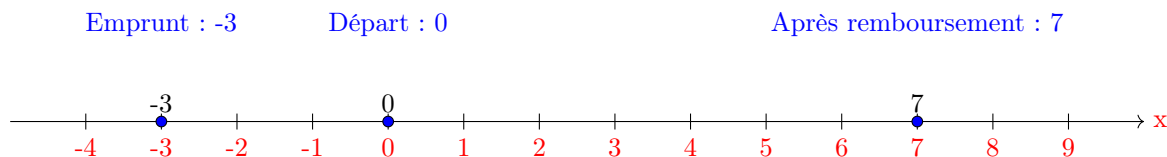
- -3 se lit « moins trois »
- -2 se lit « moins deux »
- -1 se lit « moins un »
- 0 se lit « zéro »
- 1 se lit « un »
- 2 se lit « deux »
- 3 se lit « trois »

Remarque

Sur une demi-droite graduée, les nombres négatifs sont placés à gauche de zéro, et les nombres positifs à droite. Voici une illustration :



Imaginons que vous n'avez rien, soit 0 pièce (pas d'argent). Puis, vous faites un emprunt de 3 pièces à votre ami. Vous passez donc de 0 à -3, car vous devez maintenant 3 pièces à votre ami (c'est une dette). Ensuite, votre père vous donne 10 pièces comme argent de poche. Cela vous fait passer de -3 à 7 pièces, car dans les 10 pièces que vous avez reçues, vous en retirez 3 pour rembourser la dette envers votre ami. Voici comment cela se présente :



2.2.1 Comparer, Ranger, Encadrer ou Intercaler des Entiers Relatifs

Comparer, ranger, encadrer et intercaler des entiers relatifs sont des compétences essentielles pour comprendre et manipuler ces nombres. Ces opérations nous aident à organiser les nombres négatifs et positifs et à les utiliser dans des situations variées.

****Comparer**** des entiers relatifs se fait avec les mêmes signes que pour les entiers naturels : $<$, $>$, \leq , et \geq .

Exemples

- $-3 < -1$ (moins trois est inférieur à moins un)
- $2 > -4$ (deux est supérieur à moins quatre)
- $-2 \leq 0$ (moins deux est inférieur ou égal à zéro)
- $3 \geq -1$ (trois est supérieur ou égal à moins un)

****Ranger**** des entiers relatifs consiste à les organiser dans l'ordre croissant ou décroissant, en tenant compte des nombres négatifs et positifs.

****Encadrer**** un nombre relatif consiste à trouver deux entiers relatifs entre lesquels il se trouve. Cela peut être utile pour estimer sa position.

Exemples

- $-2 < 0 < 3$ (zéro est encadré entre moins deux et trois)

****Intercaler**** un nombre relatif signifie le placer entre deux autres nombres. Cela aide à comprendre sa position relative dans l'ensemble des entiers.

Exemples

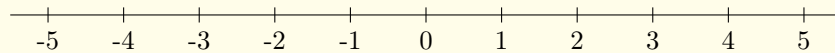
- 1 est entre 0 et 2
- -15 est entre -16 et -14

Exercices

Écris les entiers relatifs suivants en toutes lettres :

- -4
- 7
- -12
- 0
- -9

Place les entiers relatifs suivants sur la demi-droite graduée : $-3, -1, 2, 4, -2$.



Récapitulatif

Dans cette leçon, nous avons appris à écrire et à représenter les entiers relatifs. N'oubliez pas que les nombres négatifs sont simplement des entiers avec un signe moins devant, et ils se trouvent à gauche de zéro sur une droite graduée.

2.3 Opérations sur les Nombres Entiers

2.3.1 Additions et Soustractions

Définition

Les additions et soustractions sont les opérations de base pour combiner ou comparer des nombres. Nous allons explorer comment effectuer ces opérations avec des entiers.

****Additionner**** des nombres signifie les combiner (les ajoutés entre eux) pour obtenir un total.

Exemples :

— $3 + 5 = 8$

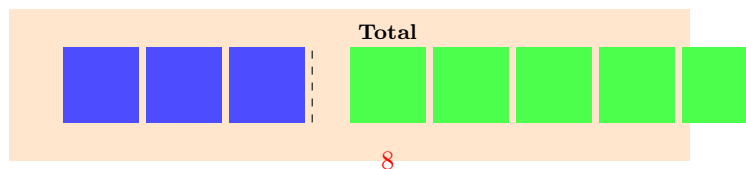


FIGURE 3 – Illustration de $3 + 5$ avec des rectangles

— $-3 + 4 = 1$

****Soustraire**** un nombre signifie enlever une quantité d'un autre nombre.

Exemples :

— $7 - 2 = 5$

— $-5 - 2 = -7$

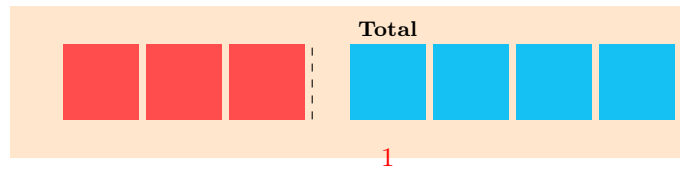


FIGURE 4 – Illustration de $-3 + 4$ avec des rectangles

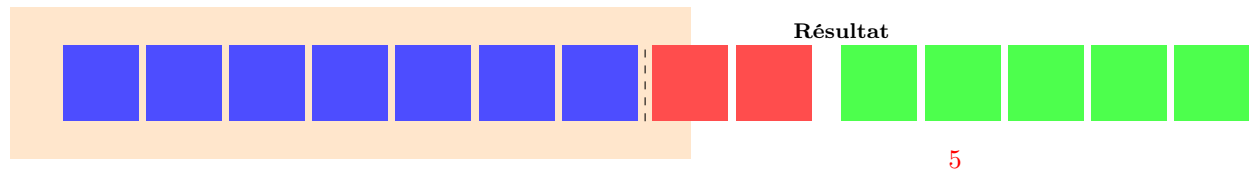


FIGURE 5 – Illustration de $7 - 2$ avec des rectangles

2.3.2 Multiplications

Définition

La multiplication est une opération qui consiste à ajouter un nombre à lui-même un certain nombre de fois. Nous allons voir comment multiplier des entiers.

Relation de signes : Lorsque l'on multiplie ou divise des nombres, la règle est la suivante :

- Le produit ou le quotient de deux nombres de même signe (positif avec positif ou négatif avec négatif) est **positif**.
- Le produit ou le quotient de deux nombres de signes opposés (positif avec négatif) est **négatif**.

Relations de Signes

Opération	Résultat	Couleur
$- (+) = -$	Négatif	-
$+ (+) = +$	Positif	+
$- (-) = +$	Positif	+
$+ (-) = -$	Négatif	-

Exemples :

Multiplications

Multiplication de 10 avec 5

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array}$$

Multiplication de 12 avec 11

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 11 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 132 \end{array}$$

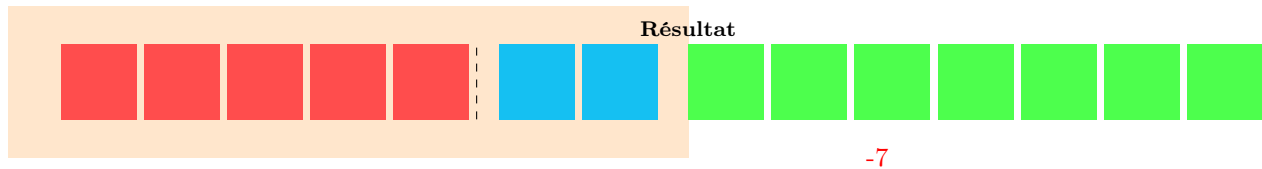


FIGURE 6 – Illustration de $-5 - 2$ avec des rectangles

Explication des Multiplications

Multiplication de 10 par 5 :

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array}$$

(La multiplication de 10 par 5 est directe : 10 multiplié par 5 donne 50.)

Explication : Nous multiplions 10 par 5. Comme 10 est un nombre entier, nous multiplions simplement les chiffres 10 et 5. Le résultat est 50.

Multiplication de 12 par 11 :

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 11 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 132 \end{array}$$

(Pour multiplier 12 par 11, nous utilisons la méthode distributive : $(10 + 2) \times (10 + 1)$. On obtient $120 + 12 = 132$.)

Explication : Nous multiplions 12 par 11 en utilisant la méthode distributive :

- Décomposez 11 en $10 + 1$.
- Multipliez 12 par 10 pour obtenir 120.
- Multipliez 12 par 1 pour obtenir 12.
- Additionnez les deux résultats : $120 + 12 = 132$.

Déroutement des Multiplications :

1. Pour 10×5 :

- (a) On peut visualiser cela comme ajouter 10 cinq fois :

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$$

2. Pour 12×11 :

- (a) On peut visualiser cela comme ajouter 12 onze fois :

$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 132$$

Définition

Multiple : Un multiple d'un nombre est le produit de ce nombre par un autre nombre entier. Par exemple, 24 est un multiple de 4 (car $4 \times 6 = 24$).

2.3.3 Division Euclidienne

Définition

La division euclidienne consiste à diviser un nombre, appelé dividende, par un autre nombre, appelé diviseur, pour obtenir un quotient et un reste. Cette division est utile pour déterminer combien de fois un nombre peut être réparti en parts égales, et ce qui reste.

Voici les termes importants :

- Dividende : Le nombre que l'on souhaite diviser.
- Diviseur : Le nombre par lequel on divise.
- Quotient : Le résultat entier de la division.
- Reste : Ce qui reste après la division.

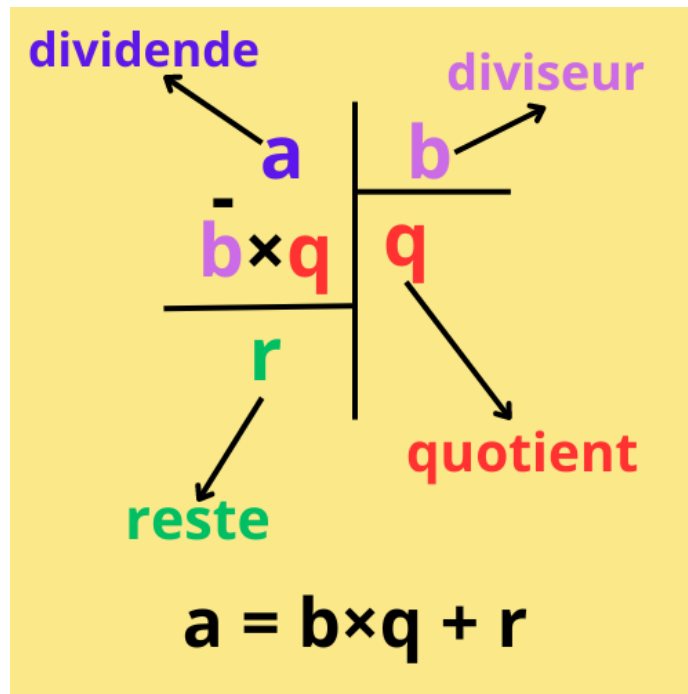


FIGURE 7 – Illustration de la Division Euclidienne

Les types de divisions

En mathématiques, il existe principalement deux types de divisions lorsque l'on travaille avec des nombres entiers.

1. **Division avec reste non nul** : Lorsque l'on divise un nombre entier (appelé **dividende**) par un autre nombre entier (appelé **diviseur**), il se peut que le diviseur ne se divise pas exactement dans le dividende. Dans ce cas, après avoir trouvé combien de fois le diviseur peut entrer dans le dividende (c'est le **quotient**), il reste une certaine quantité, appelée le **reste**. Par exemple, si l'on divise 27 par 4, on obtient un quotient de 6 et un reste de 3, car $27 = 4 \times 6 + 3$.

2. **Division avec reste zéro** : Dans ce type de division, le diviseur se divise exactement dans le dividende, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de reste. Le quotient est donc le nombre entier de fois que le diviseur peut être multiplié pour atteindre le dividende. Par exemple, si l'on divise 24 par 6, on obtient un quotient de 4 et un reste de 0, car $24 = 6 \times 4$. Cela signifie que 6 est un diviseur exact de 24, et que 24 est un multiple de 6.

Ces deux types de divisions sont importants pour comprendre comment les nombres peuvent être décomposés et regroupés. Dans le cas où le reste est zéro, cela indique une relation particulière entre le dividende et le diviseur, où le diviseur est un facteur exact du dividende.

Exemple

Division Euclidienne de 27 par 4 avec reste non nul

$$\begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ - 24 & 6 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Explication du déroulement :

1. **Division** : Nous commençons par diviser 27 par 4. On cherche combien de fois 4 peut entrer dans 27 sans dépasser ce nombre. La réponse est 6 fois, car $4 \times 6 = 24$.
2. **Soustraction** : Ensuite, on soustrait 24 de 27. Cette soustraction donne un reste de 3, car $27 - 24 = 3$.
3. **Résultat** : La division euclidienne nous donne donc un quotient de 6 et un reste de 3. En d'autres termes, 27 divisé par 4 donne 6 avec un reste de 3.

Ainsi, la division euclidienne de 27 par 4 s'écrit :

$$27 = 4 \times 6 + 3$$

Cette méthode nous permet de comprendre comment un nombre peut être divisé en parties égales et combien il en reste après avoir divisé complètement.

Division Euclidienne de 27 par 3 avec reste zéro

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ - 27 & 9 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Explication du déroulement :

1. **Division** : Nous commençons par diviser 27 par 3. On cherche combien de fois 3 peut entrer dans 27 sans dépasser ce nombre. La réponse est 9 fois, car $3 \times 9 = 27$.

2. **Soustraction** : Ensuite, on soustrait 27 de 27. Cette soustraction donne un reste de 0, car $27 - 27 = 0$.
3. **Résultat** : La division euclidienne nous donne donc un quotient de 9 et un reste de 0. En d'autres termes, 27 divisé par 3 donne 9 sans reste.

Ainsi, la division euclidienne de 27 par 3 s'écrit :

$$27 = 3 \times 9 + 0$$

Cette méthode nous montre que 27 peut être divisé en parties égales de 3 sans qu'il reste de quantité. Cela signifie que 3 est un diviseur exact de 27.

Remarque

Il est possible de mélanger les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication, et de division dans une même expression. Cependant, certaines opérations ont des priorités sur d'autres. Par exemple, les multiplications et les divisions doivent être effectuées avant les additions et les soustractions. Nous verrons plus en détail ces priorités opératoires par la suite.

2.3.4 Priorités Opératoires

Définition

Les priorités opératoires déterminent l'ordre dans lequel les opérations doivent être effectuées dans une expression mathématique pour obtenir le bon résultat.

Lors de la résolution d'expressions arithmétiques, il est important de suivre un ordre précis pour effectuer les opérations correctement. Voici les priorités opératoires à respecter :

1. ****Parenthèses**** : Les opérations à l'intérieur des parenthèses doivent être effectuées en premier. Cela permet de regrouper les calculs et d'assurer leur exécution dans le bon ordre.
2. ****Multiplications et Divisions**** : Ensuite, on effectue les multiplications et les divisions de gauche à droite. Ces opérations ont la même priorité, donc on les traite dans l'ordre où elles apparaissent.
3. ****Additions et Soustractions**** : Enfin, on réalise les additions et les soustractions de gauche à droite. Comme pour les multiplications et divisions, ces opérations ont la même priorité.

Voici un exemple simple pour illustrer ces règles :

- Considérons l'expression : $4 + 3 \times 2$.
 - Il n'y a pas de parenthèses, donc on passe directement aux multiplications et divisions.
 - Nous devons effectuer la multiplication avant l'addition. Calculons donc $3 \times 2 = 6$.
 - Ensuite, on effectue l'addition : $4 + 6 = 10$.
- Un autre exemple : $(8 - 3) \times 2$.
 - Nous commençons par les opérations à l'intérieur des parenthèses : $8 - 3 = 5$.
 - Ensuite, nous effectuons la multiplication : $5 \times 2 = 10$.
- Un dernier exemple : $6 \div 2 + 1$.
 - Il n'y a pas de parenthèses, donc nous procédons aux multiplications et divisions avant les additions et soustractions.
 - Effectuons la division : $6 \div 2 = 3$.
 - Puis nous réalisons l'addition : $3 + 1 = 4$.

En suivant cet ordre des opérations, nous pouvons résoudre les expressions mathématiques de manière précise et cohérente.

2.4 Exercices et Corrections

Exercices

1. Addition de nombres : Calculez les sommes suivantes :

- (a) $45 + 27$
- (b) $76 + 89$
- (c) $123 + 54$
- (d) $35 + 48$
- (e) $67 + 29$
- (f) $88 + 32$
- (g) $56 + 44$

2. Soustraction de nombres : Calculez les différences suivantes :

- (a) $92 - 38$
- (b) $150 - 77$
- (c) $84 - 29$
- (d) $100 - 42$
- (e) $60 - 15$
- (f) $70 - 28$
- (g) $45 - 18$

3. Multiplication : Effectuez les multiplications suivantes :

- (a) 7×6
- (b) 9×8
- (c) 12×5
- (d) 4×7
- (e) 15×3
- (f) 6×9
- (g) 8×7

4. Division : Effectuez les divisions suivantes :

- (a) $37 \div 5$
- (b) $55 \div 8$
- (c) $72 \div 10$
- (d) $50 \div 6$
- (e) $83 \div 7$
- (f) $99 \div 9$
- (g) $63 \div 4$

5. Problème de multiplication : Léo a 5 paquets de crayons, chaque paquet contient 9 crayons. Combien de crayons a-t-il en tout ?

6. Problème de soustraction : Julie a 50 billes. Elle en donne 23 à son ami. Combien de billes lui reste-t-il ?

7. Problème de partage : Une pizza est coupée en 8 parts égales. Si 3 parts sont mangées, combien de parts restent-elles ?

8. Problème de division : Si une boîte contient 54 bonbons et qu'on veut les partager également entre 6 amis, combien de bonbons chaque ami recevra-t-il ?

Corrections

1. Addition de nombres :

$$— 45 + 27 = 72 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ + 27 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$— 76 + 89 = 165 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 76 \\ + 89 \\ \hline 165 \end{array}$$

$$— 123 + 54 = 177 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 54 \\ \hline 177 \end{array}$$

$$— 35 + 48 = 83 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 35 \\ + 48 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$— 67 + 29 = 96 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 67 \\ + 29 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$— 88 + 32 = 120 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 88 \\ + 32 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$— 56 + 44 = 100 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 56 \\ + 44 \\ \hline 100 \end{array}$$

2. Soustraction de nombres :

$$— 92 - 38 = 54 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ - 38 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$— 150 - 77 = 73 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ - 77 \\ \hline 73 \end{array}$$

$$— 84 - 29 = 55 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ - 29 \\ \hline 55 \end{array}$$

Corrections

— $100 - 42 = 58$ **car**

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 42 \\ \hline 58 \end{array}$$

— $60 - 15 = 45$ **car**

$$\begin{array}{r} 60 \\ - 15 \\ \hline 45 \end{array}$$

— $70 - 28 = 42$ **car**

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 28 \\ \hline 42 \end{array}$$

— $45 - 18 = 27$ **car**

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 18 \\ \hline 27 \end{array}$$

3. Multiplication :

— $7 \times 6 = 42$ **car**

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 6 \\ \hline 42 \end{array}$$

— $9 \times 8 = 72$ **car**

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 8 \\ \hline 72 \end{array}$$

— $12 \times 5 = 60$ **car**

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

— $4 \times 7 = 28$ **car**

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 7 \\ \hline 28 \end{array}$$

— $15 \times 3 = 45$ **car**

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 3 \\ \hline 45 \end{array}$$

— $6 \times 9 = 54$ **car**

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 9 \\ \hline 54 \end{array}$$

— $8 \times 7 = 56$ **car**

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 7 \\ \hline 56 \end{array}$$

Corrections

4. Division :

— $37 \div 5 = 7$ avec un reste de 2 car

$$37 = 5 \times 7 + 2$$

En effet, si nous divisons 37 par 5, nous obtenons un quotient de 7 et un reste de 2. Voici le calcul détaillé :

$$\begin{array}{r} 37 \\ 5 \overline{) 37} \\ \underline{35} \\ 2 \end{array}$$

On peut vérifier que :

$$5 \times 7 + 2 = 37$$

— $55 \div 8 = 6$ avec un reste de 7 car

$$55 = 8 \times 6 + 7$$

En effet, si nous divisons 55 par 8, nous obtenons un quotient de 6 et un reste de 7. Vérifions :

$$8 \times 6 + 7 = 55$$

— $72 \div 10 = 7$ avec un reste de 2 car

$$72 = 10 \times 7 + 2$$

— $50 \div 6 = 8$ avec un reste de 2 car

$$50 = 6 \times 8 + 2$$

— $83 \div 7 = 11$ avec un reste de 6 car

$$83 = 7 \times 11 + 6$$

— $94 \div 9 = 10$ avec un reste de 4 car

$$94 = 9 \times 10 + 4$$

— $63 \div 4 = 15$ avec un reste de 3 car

$$63 = 4 \times 15 + 3$$

5. Problème de multiplication :

— Léo a 5 paquets de crayons, chaque paquet contenant 9 crayons. Donc, il a :

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 9 \\ \hline 45 \end{array}$$

Léo a 45 crayons en tout.

Corrections

6. Problème de soustraction :

— Julie a 50 billes, elle en donne 23 à son ami. Donc, il lui reste :

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 23 \\ \hline 27 \end{array}$$

Il lui reste 27 billes.

7. Problème de partage :

— Une pizza est coupée en 8 parts égales. Si 3 parts sont mangées, il reste :

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 3 \\ \hline 5 \end{array}$$

Il reste 5 parts.

8. Problème de division :

— Si une boîte contient 54 bonbons et qu'on veut les partager également entre 6 amis, chaque ami recevra :

$$\begin{array}{r|l} 54 & 6 \\ \hline 0 & 9 \end{array}$$

Chaque ami recevra 9 bonbons.

3 Les nombres Décimaux

3.1 Définition et Représentation des nombres décimaux

Définition

Les **nombres décimaux** sont des nombres qui ont une partie entière et une partie fractionnaire, séparées par une virgule (ou un point en anglais). Par exemple, dans le nombre 3,75, 3 est la partie entière et 75 est la partie fractionnaire. Les nombres décimaux permettent de représenter des valeurs plus précises entre les entiers.

Classe des milliers	Unités simples	Virgule	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes
centaines dizaines unités	centaines dizaines unités	Virgule	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes
X X X	X X 0	,	0	6	7	9
X X X	9 0 1	,	2	3	4	5
X 9 0	0 1 8	,	6	7	8	9

TABLE 2 – Représentation des différentes parties d'un nombre entier et décimal.

3.2 Addition et Soustraction de Nombres Décimaux

3.2.1 Addition de Nombres Décimaux

Additionner des nombres décimaux suit les mêmes principes que pour les nombres entiers, mais il est crucial de bien aligner les virgules pour obtenir un résultat précis. Voici les étapes :

- Alignez les virgules des nombres décimaux.
- Ajoutez les chiffres à partir de la droite.
- Si la somme dépasse 10, reportez l'excédent à la colonne suivante.

Exemple d'Addition

Additionnez 3.45 et 2.67 :

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \\
 3.4 \ 5 \\
 + 2.6 \ 7 \\
 \hline
 6.1 \ 2
 \end{array}$$

(Alignez les virgules, ajoutez les chiffres de droite à gauche, et reportez si nécessaire.)

Explication : Ici, nous avons aligné les nombres selon leurs virgules. On additionne chaque colonne en commençant par la droite. Le résultat est 6.12, car $5 + 7 = 12$, on place 2 et on reporte 1.

Exemple d'Addition

Additionnez 7.89 et 4.1 :

$$\begin{array}{r} 7.89 \\ + 4.1 \\ \hline 11.99 \end{array}$$

(Complétez les zéros pour aligner les colonnes correctement.)

Explication : Nous avons aligné les nombres en ajoutant un zéro à 4.1 pour obtenir 4.10. La somme est alors 11.99, où chaque colonne est additionnée correctement.

3.2.2 Soustraction de Nombres Décimaux

Soustraire des nombres décimaux nécessite également un alignement précis des virgules. Suivez ces étapes pour obtenir un résultat correct :

- Alignez les virgules des nombres décimaux.
- Soustrayez les chiffres de droite à gauche.
- Si nécessaire, empruntez de la colonne voisine pour effectuer la soustraction.

Exemple de Soustraction

Soustrayez 5.6 de 8.3 :

$$\begin{array}{r} 8.3 \\ - 5.6 \\ \hline 2.7 \end{array}$$

(Alignez les virgules et empruntez si nécessaire.)

Explication : Nous avons aligné les nombres en ajoutant un zéro à 5.6 pour obtenir 5.60. La soustraction se fait colonne par colonne, avec emprunt si nécessaire pour obtenir 2.70.

Exemple de Soustraction

Soustrayez 3.45 de 6.2 :

$$\begin{array}{r} 6.20 \\ - 3.45 \\ \hline 2.75 \end{array}$$

(Complétez les zéros pour une soustraction correcte.)

Explication : Nous avons aligné les nombres en ajoutant un zéro à 6.2 pour obtenir 6.20. La soustraction est effectuée colonne par colonne, avec un résultat de 2.75.

3.3 Multiplication et Division de Nombres Décimaux

3.3.1 Multiplication de Nombres Décimaux

Multiplier des nombres décimaux peut être un peu plus complexe car il faut compter le nombre total de décimales dans les facteurs pour placer correctement la virgule dans le produit :

- Ignorez les virgules et multipliez les nombres comme s'ils étaient entiers.
- Comptez le total des chiffres après la virgule dans les deux nombres.
- Placez la virgule dans le produit en comptant le même nombre de chiffres après la virgule.

Exemple de Multiplication

Multipliez 2.5 par 3.4 :

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ \times 3.4 \\ \hline 100 \\ 75 \\ \hline 8.50 \end{array}$$

(Ignorez les virgules pour multiplier, puis placez la virgule dans le produit en fonction du nombre total de décimales.)

Explication : Nous avons multiplié 25 par 34 pour obtenir 850. Puisque les deux facteurs ont un total de deux chiffres après la virgule, nous plaçons la virgule après deux chiffres dans le produit, obtenant 8.50.

Exemple de Multiplication

Multipliez 4.12 par 1.3 :

$$\begin{array}{r} 4.12 \\ \times 1.3 \\ \hline 1236 \\ 412 \\ \hline 5.356 \end{array}$$

(Ignorez les virgules pour multiplier, puis placez la virgule dans le produit en fonction du nombre total de décimales.)

Explication : Nous avons multiplié 412 par 13 pour obtenir 5356. Comme il y a trois chiffres après la virgule au total, nous plaçons la virgule après trois chiffres, obtenant 5.356.

3.3.2 Division de Nombres Décimaux

Diviser des nombres décimaux implique de déplacer la virgule pour simplifier la division, en traitant le problème comme une division entière :

- Déplacez la virgule dans le diviseur pour le rendre entier.
- Déplacez également la virgule dans le dividende du même nombre de positions.
- Divisez normalement comme avec des entiers.

Exemple de Division

Divisez 7.2 par 1.5 :

$$\begin{array}{r|l} 72 & 15 \\ -60 & 4 \\ \hline 12 & \end{array}$$

(Déplacez la virgule dans le dividende et le diviseur pour simplifier la division.)

Explication : En déplaçant la virgule dans les deux nombres, nous obtenons une division entière. Diviser 72 par 15 donne 4.8.

Exemple de Division

Divisez 5.4 par 0.6 :

$$\begin{array}{r|l} 54 & 6 \\ -54 & 9 \\ \hline 0 & \end{array}$$

(Déplacez la virgule pour obtenir une division entière.)

Explication : Nous avons déplacé la virgule pour rendre le diviseur entier. Diviser 54 par 6 donne 9.

Récapitulatif

Dans cette section, nous avons étudié les nombres décimaux, leur définition, ainsi que les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division impliquant des nombres décimaux. Voici les points clés à retenir :

- **Définition :** Les nombres décimaux ont une partie entière et une partie fractionnaire, séparées par une virgule. Exemple : 3,75 où 3 est la partie entière et 75 est la partie fractionnaire.
- **Addition et Soustraction :** Il est crucial d'aligner les virgules pour assurer la précision. Complétez avec des zéros si nécessaire pour aligner correctement les chiffres.
- **Multiplication :** Ignorez temporairement les virgules, multipliez les nombres comme des entiers, puis placez la virgule dans le produit en fonction du nombre total de décimales dans les facteurs.
- **Division :** Déplacez la virgule pour transformer le diviseur en un entier, puis divisez comme pour des nombres entiers.

En maîtrisant ces concepts, vous serez capable de manipuler les nombres décimaux avec précision dans divers contextes mathématiques.

Applications directes

Introduction aux Nombres Décimaux : Les nombres décimaux sont des nombres qui utilisent une virgule pour séparer les parties entières des parties fractionnaires. Cette section vous aidera à comprendre comment utiliser ces nombres dans divers contextes.

1. Conversion des Nombres Entiers en Nombres Décimaux : Pour convertir un nombre entier en nombre décimal, vous ajoutez une virgule à la fin du nombre, suivie de zéros. Par exemple, 45 devient 45.00.

2. Lecture et Écriture des Nombres Décimaux : Savoir lire et écrire les nombres décimaux est crucial pour comprendre leur valeur. Par exemple, 3.76 se lit "trois virgule soixante-seize".

3. Comparaison des Nombres Décimaux : Pour comparer les nombres décimaux, comparez d'abord les chiffres avant la virgule, puis les chiffres après la virgule. Par exemple, 2.75 est plus grand que 2.5.

4. Arrondissement des Nombres Décimaux : L'arrondissement permet de simplifier les nombres décimaux en les rendant plus faciles à utiliser. Par exemple, 4.678 arrondi à deux chiffres après la virgule est 4.68.

5. Opérations avec les Nombres Décimaux : Les opérations de base (addition, soustraction, multiplication, division) avec les nombres décimaux suivent les mêmes principes que pour les entiers, mais nécessitent une attention particulière à la position de la virgule.

6. Application des Nombres Décimaux dans la Vie Quotidienne : Les nombres décimaux sont souvent utilisés pour mesurer, gérer des finances, ou lire des résultats précis. Par exemple, vous pouvez utiliser des nombres décimaux pour lire les prix, les distances ou les poids.

3.4 Exercices et Corrections

Exercices

1. **Conversion** : Convertissez les nombres entiers suivants en nombres décimaux :
 - (a) 17
 - (b) 92
 - (c) 123
 - (d) 500
 - (e) 1000
2. **Lecture** : Écrivez en toutes lettres les nombres décimaux suivants :
 - (a) 0.85
 - (b) 4.32
 - (c) 7.1
 - (d) 12.9
 - (e) 0.007
3. **Comparaison** : Placez les nombres décimaux suivants dans l'ordre croissant :
 - (a) 3.56, 3.5, 3.60
 - (b) 2.75, 2.7, 2.76
 - (c) 1.89, 1.8, 1.88
4. **Arrondissement** : Arrondissez les nombres décimaux suivants à deux chiffres après la virgule :
 - (a) 5.678
 - (b) 9.123
 - (c) 3.456
 - (d) 7.891
 - (e) 2.345
5. **Addition** : Effectuez les additions suivantes :
 - (a) $4.56 + 3.45$
 - (b) $12.78 + 2.34$
 - (c) $7.90 + 0.65$
 - (d) $5.12 + 8.22$
6. **Soustraction** : Effectuez les soustractions suivantes :
 - (a) $9.87 - 4.56$
 - (b) $15.00 - 3.21$
 - (c) $7.45 - 2.30$
 - (d) $10.10 - 5.05$
7. **Multiplication** : Effectuez les multiplications suivantes :
 - (a) 2.5×4
 - (b) 6.3×3
 - (c) 1.2×7
 - (d) 5.6×5
8. **Division** : Effectuez les divisions suivantes :
 - (a) $8.4 \div 2$
 - (b) $9.6 \div 3$
 - (c) $7.5 \div 5$
 - (d) $12.0 \div 4$

Corrections

1. Conversion :

- 17 devient 17.00
- 92 devient 92.00
- 123 devient 123.00
- 500 devient 500.00
- 1000 devient 1000.00

2. Lecture :

- 0.85 se lit "zéro virgule quatre-vingt-cinq"
- 4.32 se lit "quatre virgule trente-deux"
- 7.1 se lit "sept virgule un"
- 12.9 se lit "douze virgule neuf"
- 0.007 se lit "zéro virgule zéro zéro sept"

3. Comparaison :

- Ordre croissant : 3.5, 3.56, 3.60
- Ordre croissant : 2.7, 2.75, 2.76
- Ordre croissant : 1.8, 1.88, 1.89

4. Arrondissement :

- 5.678 arrondi à deux chiffres après la virgule devient 5.68
- 9.123 arrondi à deux chiffres après la virgule devient 9.12
- 3.456 arrondi à deux chiffres après la virgule devient 3.46
- 7.891 arrondi à deux chiffres après la virgule devient 7.89
- 2.345 arrondi à deux chiffres après la virgule devient 2.35

5. Addition :

- $4.56 + 3.45 = 8.01$

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ + 4.5\ 6 \\ + 3.4\ 5 \\ \hline 8.0\ 1 \end{array}$$

- $12.78 + 2.34 = 15.12$

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ + 1\ 2.7\ 8 \\ + 2.3\ 4 \\ \hline 1\ 5.1\ 2 \end{array}$$

- $7.90 + 0.65 = 8.55$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 7.9 \\ + 0.6\ 5 \\ \hline 8.5\ 5 \end{array}$$

- $5.12 + 8.22 = 13.34$

$$\begin{array}{r} + 5.1\ 2 \\ + 8.2\ 2 \\ \hline 1\ 3.3\ 4 \end{array}$$

Corrections

6. Soustraction :

$$— 9.87 - 4.56 = 5.31$$

$$\begin{array}{r} 9.87 \\ - 4.56 \\ \hline 5.31 \end{array}$$

$$— 15.00 - 3.21 = 11.79$$

$$\begin{array}{r} 15.00 \\ - 3.21 \\ \hline 11.79 \end{array}$$

$$— 7.45 - 2.30 = 5.15$$

$$\begin{array}{r} 7.45 \\ - 2.30 \\ \hline 5.15 \end{array}$$

$$— 10.10 - 5.05 = 5.05$$

$$\begin{array}{r} 10.10 \\ - 5.05 \\ \hline 5.05 \end{array}$$

7. Multiplication :

$$— 2.5 \times 4 = 10.0$$

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ \times 4 \\ \hline 10.0 \end{array}$$

$$— 6.3 \times 3 = 18.9$$

$$\begin{array}{r} 6.3 \\ \times 3 \\ \hline 18.9 \end{array}$$

$$— 1.2 \times 7 = 8.4$$

$$\begin{array}{r} 1.2 \\ \times 7 \\ \hline 8.4 \end{array}$$

$$— 5.6 \times 5 = 28.0$$

$$\begin{array}{r} 5.6 \\ \times 5 \\ \hline 28.0 \end{array}$$

8. Division :

— $37 \div 5 = 7$ avec un reste de 2 car

$$37 = 5 \times 7 + 2$$

En effet, si nous divisons 37 par 5, nous obtenons un quotient de 7 et un reste de 2. Voici le calcul détaillé :

$$\begin{array}{r|l} 37 & 5 \\ - 35 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

On peut vérifier que :

$$5 \times 7 + 2 = 37$$

— $56 \div 9 = 6$ avec un reste de 2 car

$$56 = 9 \times 6 + 2$$

En effet, si nous divisons 56 par 9, nous obtenons un quotient de 6 et un reste de 2. Voici le calcul détaillé :

$$\begin{array}{r|l} 56 & 9 \\ - 54 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

On peut vérifier que :

$$9 \times 6 + 2 = 56$$

— $85 \div 4 = 21$ avec un reste de 1 car

$$85 = 4 \times 21 + 1$$

En effet, si nous divisons 85 par 4, nous obtenons un quotient de 21 et un reste de 1. Voici le calcul détaillé :

$$\begin{array}{r|l} 85 & 4 \\ - 8 & \\ \hline 05 & \\ - 4 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

On peut vérifier que :

$$4 \times 21 + 1 = 85$$

4 Fraction et Proportionnalité

4.1 Fraction

4.1.1 Définitions et Illustrations

Définition

Une **fraction** est une expression mathématique qui représente une partie d'un tout. Elle est composée de deux nombres : le numérateur (au-dessus de la barre de fraction), qui indique combien de parties sont prises, et le dénominateur (en dessous de la barre de fraction), qui indique en combien de parties égales le tout est divisé.

Exemple

Considérons la fraction $\frac{2}{5}$. Cela signifie que nous avons 2 parts sur un total de 5 parts égales. Par exemple, si un gâteau est divisé en 5 parts égales, prendre 2 parts correspond à la fraction $\frac{2}{5}$ du gâteau.

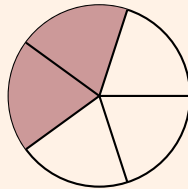
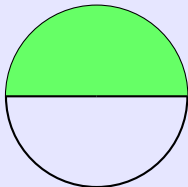
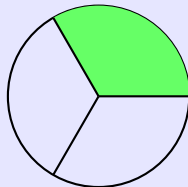


Illustration de Fraction

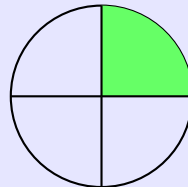
$$\frac{1}{2}$$



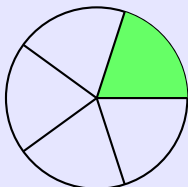
$$\frac{1}{3}$$



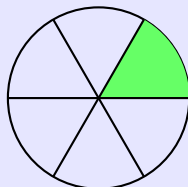
$$\frac{1}{4}$$



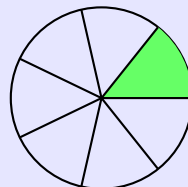
$$\frac{1}{5}$$



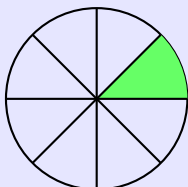
$$\frac{1}{6}$$



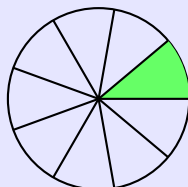
$$\frac{1}{7}$$



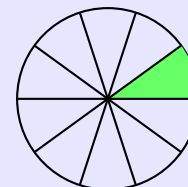
$$\frac{1}{8}$$



$$\frac{1}{9}$$



$$\frac{1}{10}$$



Note

Note : Les illustrations ci-dessus montrent les fractions de $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{10}$ sous forme de parts égales d'un cercle. La portion colorée en vert représente la partie de la fraction par rapport au total.

4.1.2 Opérations sur les fractions

Définitions et Règles

Addition et Soustraction : Pour additionner ou soustraire des fractions, les dénominateurs doivent être identiques. Si ce n'est pas le cas, il faut trouver un dénominateur commun.

Multiplication : Pour multiplier deux fractions, multipliez les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Division : Pour diviser une fraction par une autre, multipliez la première fraction par l'inverse de la seconde.

Dans cette sous-section, nous allons explorer les règles et les méthodes pour effectuer des opérations sur les fractions.

Exemples d'Opérations

1. Addition de fractions avec dénominateurs identiques

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

2. Addition de fractions avec dénominateurs différents

Trouvons un dénominateur commun pour $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

3. Soustraction de fractions

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

4. Multiplication de fractions

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

5. Division de fractions

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

6. Simplification des fractions après opérations

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Exercices d'Application

1. Addition de fractions avec dénominateurs différents

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \text{-----}$$

2. Soustraction de fractions

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \text{-----}$$

3. Multiplication de fractions

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{4} = \text{-----}$$

4. Division de fractions

$$\frac{7}{10} \div \frac{2}{5} = \text{-----}$$

5. Simplification après addition

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \text{-----}$$

6. Trouver un dénominateur commun

Additionnez les fractions suivantes :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \text{-----}$$

7. Multiplication et simplification

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \text{-----}$$

8. Division et simplification

$$\frac{6}{7} \div \frac{3}{14} = \text{-----}$$

9. Addition avec simplification

$$\frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \text{-----}$$

10. Problème pratique

Si une tarte est divisée en 8 parts égales et que vous en mangez $\frac{3}{8}$, combien de parts reste-t-il ?

$\frac{3}{8}$ de la tarte a été mangée, il reste _____ parts

Exercices d'Application

11. Dessinez un cercle et divisez-le en 8 parts égales. Coloriez $\frac{3}{8}$ du cercle en bleu.
12. Si vous avez une pizza coupée en 12 parts égales et que vous en avez mangé 5, quelle fraction de la pizza reste-t-il ?
13. Complétez les fractions suivantes avec des fractions équivalentes : $\frac{2}{4} = \frac{\quad}{\quad}$, $\frac{3}{6} = \frac{\quad}{\quad}$.
14. Convertissez les fractions suivantes en pourcentages : $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$.
15. Trouvez une fraction équivalente pour chaque fraction donnée : $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{9}{12}$.
16. Additionnez les fractions suivantes et simplifiez votre réponse : $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$.
17. Si un gâteau est coupé en 8 parts égales et que vous en mangez $\frac{5}{8}$, quelle fraction du gâteau reste-t-il ?
18. Multipliez les fractions suivantes : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$, $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$.
19. Divisez $\frac{3}{4}$ par $\frac{1}{2}$ et simplifiez votre réponse.
20. Identifiez les fractions équivalentes suivantes : $\frac{3}{9} = \frac{\quad}{\quad}$.

Comparaison des Fractions

Fraction	Proportions
$\frac{1}{2}$	50%
$\frac{1}{3}$	33.33%
$\frac{1}{4}$	25%
$\frac{1}{5}$	20%
$\frac{1}{6}$	16.67%
$\frac{1}{7}$	14.29%
$\frac{1}{8}$	12.5%
$\frac{1}{9}$	11.11%
$\frac{1}{10}$	10%

Récapitulatif

En résumé :

- Les fractions représentent une partie d'un tout et sont composées d'un numérateur et d'un dénominateur.
- Les illustrations montrent comment les fractions se divisent visuellement dans un cercle.
- **Addition et Soustraction** : Assurez-vous que les dénominateurs sont identiques avant d'additionner ou de soustraire les numérateurs.
- **Multipliation** : Multipliez les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
- **Division** : Multipliez la première fraction par l'inverse de la seconde.
- **Simplification** : Réduisez les fractions après les opérations pour obtenir une forme simplifiée.
- **Dénominateur Commun** : Pour additionner ou soustraire des fractions avec des dénominateurs différents, trouvez un dénominateur commun.

4.2 Proportionnalité

4.2.1 Définitions

Définition

La **proportionnalité** est une relation entre deux grandeurs qui varient de manière constante l'une par rapport à l'autre. On dit que deux suites de nombres sont proportionnelles quand, en multipliant (ou en divisant) par une même constante non nulle, les termes de l'une on obtient les termes de l'autre. Le facteur constant entre l'une et l'autre de ces suites est appelé coefficient de proportionnalité.

Exemples

Exemple 1 : Imaginons que vous ayez une recette pour 4 personnes et qu'elle demande 200 grammes de farine. Si vous souhaitez préparer la recette pour 8 personnes, vous aurez besoin de 400 grammes de farine. Ici, la quantité de farine et le nombre de personnes sont proportionnels.

Exemple 2 : Vous conduisez une voiture à une vitesse constante de 60 km/h. Si vous doublez le temps de conduite, vous doublerez également la distance parcourue. La distance parcourue est proportionnelle au temps de conduite.

Note

La proportionnalité nous aide à comprendre comment deux choses changent ensemble de manière régulière. C'est comme si on gardait le même rapport entre elles tout le temps.

Remarque

Pour vérifier si deux grandeurs sont proportionnelles, vous pouvez diviser l'une par l'autre et voir si le rapport est toujours le même. Si oui, alors elles sont proportionnelles.

La proportionnalité est une notion que nous rencontrons fréquemment dans notre vie quotidienne. Par exemple, lorsque nous faisons des courses, nous pouvons comparer les prix des produits en utilisant leur coût par kilo ou par litre. Si deux produits ont le même prix par kilo, cela signifie que leur coût est proportionnel à leur poids.

Pour mieux comprendre la proportionnalité, essayons quelques activités simples :

Activité 1 : Vous avez une boîte de crayons qui contient 12 crayons pour un prix de 3 euros. Si vous souhaitez acheter 24 crayons, combien devrez-vous payer ? Utilisez la proportionnalité pour trouver la réponse.

Activité 2 : Vous regardez un film avec une durée de 90 minutes. Si vous avez regardé 30 minutes du film, quelle fraction du film avez-vous regardée ? Comment pouvez-vous utiliser la proportionnalité pour vérifier votre réponse ?

Activité 3 : Si une bouteille de jus de fruit de 1 litre coûte 2 euros, combien coûteront 3 bouteilles ? Vérifiez en utilisant la proportionnalité.

Ces activités vous aideront à voir comment la proportionnalité est utilisée dans des situations réelles et comment vous pouvez l'appliquer pour résoudre des problèmes quotidiens.

N'oubliez pas que la proportionnalité est une compétence très utile qui vous permet de maintenir un rapport constant entre deux grandeurs. Cela vous aidera non seulement dans vos études mais aussi dans de nombreux aspects de votre vie quotidienne !

4.2.2 Tableaux de proportionnalité

Définition

Un **tableau de proportionnalité** est un outil utilisé pour organiser et résoudre des problèmes de proportionnalité. Il permet de comparer deux grandeurs et de déterminer des valeurs manquantes en utilisant le coefficient de proportionnalité.

Comment construire un tableau de proportionnalité ?

- Créez un tableau avec deux colonnes, une pour chaque grandeur à comparer.
- Inscrivez les valeurs connues dans les cases appropriées.
- Utilisez la proportionnalité pour compléter les valeurs manquantes.

Exemple 1

Un paquet de 4 crayons coûte 2 euros. Nous voulons savoir combien coûteront 10 crayons.

Nombre de crayons	Coût (en euros)
4	2
10	?

Méthode :

- Calculez le coefficient de proportionnalité : $\frac{2}{4} = 0.5$ euros par crayon.
- Multipliez ce coefficient par le nombre de crayons désiré : $0.5 \times 10 = 5$ euros.

Tableau Complété :

Nombre de crayons	Coût (en euros)
4	2
10	5

Exemple 2

Un livre de 300 pages coûte 15 euros. Combien coûteront 450 pages ?

Étapes :

- Créez un tableau pour comparer le nombre de pages et le prix :

Nombre de pages	Prix (en euros)
300	15
450	?

Méthode de Résolution :

- Calculez le coefficient de proportionnalité : $\frac{15}{300} = 0.05$ euros par page.
- Multipliez ce coefficient par le nombre de pages désiré : $0.05 \times 450 = 22.5$ euros.

Tableau Complété :

Nombre de pages	Prix (en euros)
300	15
450	22.5

Exercices

Exercice 1 : Un paquet de 8 gommes coûte 4 euros. Complétez le tableau pour savoir combien coûteront 20 gommes.

Nombre de gommes	Coût (en euros)
8	4
20	?

Exercice 2 : Un ticket de cinéma coûte 7 euros pour 1 film. Complétez le tableau pour savoir combien coûteront les billets pour 5 films.

Nombre de films	Coût (en euros)
1	7
5	?

Exercice 3 : Un abonnement mensuel à une salle de sport coûte 30 euros pour 1 mois. Complétez le tableau pour savoir combien coûtera un abonnement de 6 mois.

Nombre de mois	Coût (en euros)
1	30
6	?

Exercice 4 : Un paquet de 3 litres de lait coûte 2.4 euros. Complétez le tableau pour savoir combien coûteront 7 litres de lait.

Quantité (litres)	Coût (en euros)
3	2.4
7	?

Exercice 5 : Un travailleur gagne 150 euros pour 20 heures de travail. Complétez le tableau pour savoir combien il gagnera pour 35 heures de travail.

Nombre d'heures	Salaire (en euros)
20	150
35	?

Exercice 6 : Une machine produit 120 pièces en 4 heures. Complétez le tableau pour savoir combien de pièces seront produites en 6 heures.

Temps (heures)	Nombre de pièces
4	120
6	?
7	?
?	270
10	?

Récapitulatif

- Un tableau de proportionnalité est un outil pour organiser les valeurs et résoudre des problèmes proportionnels.
- Il est constitué de lignes et de colonnes, chaque ligne représentant une paire de valeurs proportionnelles.
- Pour compléter un tableau, utilisez le coefficient de proportionnalité, qui est le rapport constant entre les valeurs.
- Vérifiez les résultats en calculant le produit du coefficient de proportionnalité par les valeurs connues ou en vérifiant si le rapport reste constant.

4.3 Exercices et Corrections

Exercices

Exercices sur les Fractions :

1. Simplifiez les fractions suivantes :

$$\frac{24}{36}, \quad \frac{15}{25}, \quad \frac{9}{12}$$

2. Effectuez les opérations suivantes et simplifiez le résultat :

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4}, \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{6}, \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}, \quad \frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$$

3. Convertissez les fractions suivantes en pourcentages :

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{7}{8}$$

4. Trouvez des fractions équivalentes aux suivantes :

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{6}{9}$$

Exercices sur la Proportionnalité :

5. Un sac de pommes de terre pèse 5 kg et coûte 15 euros. Combien coûteront 8 kg de pommes de terre au même tarif ?
6. Une imprimante peut imprimer 180 pages en 3 heures. Combien de pages pourra-t-elle imprimer en 5 heures au même rythme ?
7. Complétez le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de crayons	Coût (en euros)
6	3
10	?
15	7.5
?	12

Exercices

Exercices sur les Tableaux de Proportionnalité :

8. Un tableau de proportionnalité est donné pour la relation entre le nombre d'heures travaillées et le salaire gagné. Complétez les cases manquantes.

Heures travaillées	Salaire (en euros)
4	120
6	?
10	300
?	450

9. Remplissez le tableau de proportionnalité pour la recette de cuisine :

Nombre de personnes	Quantité de sucre (en grammes)
2	100
5	?
8	400
?	250

Exercices Combinés (Fractions et Proportionnalité) :

10. Une recette nécessite $\frac{3}{4}$ de tasse de sucre pour 6 muffins. Combien de tasses de sucre seront nécessaires pour faire 18 muffins ?

11. Un cycliste parcourt $\frac{5}{6}$ de la distance totale en 2 heures. Si la distance totale est de 36 km, quelle distance a-t-il parcourue en 2 heures et combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir la distance totale au même rythme ?

Corrections

Corrections des Exercices sur les Fractions :

1. Simplifications des fractions :

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3}, \quad \frac{15}{25} = \frac{3}{5}, \quad \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

2. Résultats des opérations :

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} = 1.25, \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}, \quad \frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

3. Conversion en pourcentages :

$$\frac{1}{2} = 50\%, \quad \frac{3}{5} = 60\%, \quad \frac{7}{8} = 87.5\%$$

4. Fractions équivalentes :

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}, \quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15}, \quad \frac{6}{9} = \frac{12}{18} = \frac{18}{27}$$

Corrections

Corrections des Exercices sur la Proportionnalité :

5. Coût pour 8 kg :

$$\text{Prix pour 8 kg} = \left(\frac{15 \text{ euros}}{5 \text{ kg}} \right) \times 8 \text{ kg} = 24 \text{ euros}$$

6. Pages imprimées en 5 heures :

$$\text{Pages en 5 heures} = \left(\frac{180 \text{ pages}}{3 \text{ heures}} \right) \times 5 \text{ heures} = 300 \text{ pages}$$

7. Tableau de proportionnalité complété :

Nombre de crayons	Coût (en euros)
6	3
10	5
15	7.5
10	5

Corrections des Exercices sur les Tableaux de Proportionnalité :

8. Tableau complété :

Heures travaillées	Salaire (en euros)
4	120
6	180
10	300
15	450

9. Tableau complété pour la recette :

Nombre de personnes	Quantité de sucre (en grammes)
2	100
5	250
8	400
10	500

Corrections des Exercices Combinés :

10. Tasses de sucre pour 18 muffins :

$$\text{Pour 18 muffins} = \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ tasses}$$

11. Distance parcourue et temps :

$$\text{Distance parcourue en 2 heures} = \frac{5}{6} \times 36 \text{ km} = 30 \text{ km}$$

$$\text{Temps pour la distance totale} = \frac{36 \text{ km}}{15 \text{ km/h}} = 2.4 \text{ heures} \approx 2 \text{ heures } 24 \text{ minutes}$$

5 Géométrie : Angles, Figures et Mesures