



Ibrahim

COLLÈGE DE DOUJANI
6ème

Mathématiques Essentielles : Tout pour la 6ème

Réalisé par :
ATTOUMANI Ibrahim



Année Universitaire 2024 – 2025

Contents

1. Introduction	2
2. Chapitre 1: Les Nombres Entiers	3
Les Entiers Naturels	5
Comparer, Ranger des Nombres	6
Les Entiers Relatifs	8
Comparer des nombres relatifs	10
Opérations sur les Nombres Entiers	10
Additions et Soustractions	10
Multiplications	11
Division Euclidienne	13
Priorités Opératoires	15
Exercices et Correction	16

1. Introduction

Les mathématiques sont bien plus que des nombres et des formules : ce sont des outils puissants qui nous aident à comprendre le monde qui nous entoure, à résoudre des problèmes complexes et à développer notre capacité à penser de manière critique. Ce livre, conçu spécifiquement pour les élèves de 6ème, est une invitation à explorer ce monde fascinant des mathématiques.

À travers les différentes séquences de ce livre, nous allons plonger dans les principales branches des mathématiques qui seront abordées cette année. Chaque séquence a été soigneusement élaborée pour introduire progressivement les concepts mathématiques fondamentaux, tout en fournissant des exemples concrets et des exercices pour renforcer votre compréhension.

Nous commencerons par explorer les nombres entiers, apprendre à les manipuler et à comprendre leur place dans le système numérique. Ensuite, nous entrerons dans le monde de la géométrie, où nous découvrirons les formes, les lignes et les angles. Les opérations sur les nombres entiers seront également au programme, suivi de l'étude des distances, des cercles et des concepts de fractions.

Chaque séquence offre une opportunité d'apprendre de manière interactive et engageante. Nous utiliserons des outils comme la programmation pour explorer des concepts abstraits d'une manière tangible et pratique. De la proportionnalité à l'étude des angles et des formes géométriques, chaque sujet a été choisi pour enrichir votre compréhension des mathématiques et vous préparer à des défis plus complexes à l'avenir.

Ce livre n'est pas seulement un manuel scolaire, mais un guide pour vous aider à développer des compétences mathématiques essentielles qui vous serviront tout au long de votre parcours éducatif et au-delà. Nous espérons que vous trouverez ce voyage à travers les mathématiques aussi enrichissant que stimulant.

Bienvenue dans le monde captivant des mathématiques de la 6ème année!

2. Chapitre 1: Les Nombres Entiers

Activités: Les Entiers Naturels

Dans le jeu du **Tir au Panier**, on lance cinq balles vers des paniers disposés devant soi, représentés ci-contre. Chaque panier correspond à un nombre de points différent : par exemple, le premier panier rapporte **3 points** et le second **5 points**. À chaque lancer, on remporte le nombre de points indiqué par le panier touché. Si la balle n'atteint aucun panier, elle ne rapporte aucun point. Après les cinq lancers, on fait la somme des points obtenus. **a)** Moussy a effectué cinq lancers dans le jeu du **Tir au Panier**. Voici les résultats de ses lancers :



- Le premier lancer est réussi et rentre dans le panier 1.
- Le second lancer est également réussi et rentre dans le panier 1.
- Le troisième lancer ne touche aucun panier.
- Le quatrième lancer est réussi et rentre dans le panier 2.
- Le cinquième lancer ne touche aucun panier.

Combien de points Moussy a-t-il obtenus au total ?

b) Moussy fait une deuxième partie et toutes les balles atteignent le panier 2 sauf une atteignant le panier 1.

Les points obtenus par Moussy lors de cette deuxième partie sont-ils supérieurs à 30 ?

c) Parmi les scores ci-dessous, lesquels peuvent être obtenus avec cinq tirs ? Justifier votre réponse à l'aide d'un calcul.

23

19

3

25

30

d) Quel est le nombre minimal de tir à lancer pour atteindre le score 12, 18 ?

e) Comment obtenir le score 14 ?

Pour aller loin: On suppose qu'on a un troisième panier avec un score de 7.

f) Comment obtenir 19, 11 et 29 avec le moins de tir de lancer possible ? Justifier votre réponse à l'aide d'un calcul.

Activités: Durées

a) Samuel, fraîchement rentré en classe, remarque que ses journées sont bien organisées. Ses cours débutent à 7 h 05 et chaque séance dure 55 minutes. Après deux séances de cours, il a droit à une récréation de 25 minutes.

Peux-tu l'aider à calculer à quelle heure la récréation commence et à quelle heure elle se termine ?

b. Après une matinée de quatre séances de cours, Samuel file à la cantine pour une pause bien méritée. Les cours reprennent à 13 h 00.

Combien de temps lui restent-elles pour savourer son repas ?



Activités: Durées

a) Associer à chaque problème l'opération ou l'expression qui en donne la solution. Plusieurs réponses sont parfois possibles.

Problème 1. Marc a acheté 4 livres à 3 € chacun. Il paye avec un billet de 20 €. Combien d'argent lui reste-t-il ?

Problème 2. Emma possède 30 billes. Elle en donne 8 à son ami et en perd 3. Combien de billes lui reste-t-il ?

Problème 3. Lucas joue au basket. Il marque 7 paniers, puis il rate 3 tirs. Il avait 15 paniers au début du match. Combien de paniers a-t-il réussi à la fin ?

Problème 4. Le samedi matin, Claire a 30 euros dans son porte-monnaie. Le dimanche, elle double son montant et le lundi, elle en a 4 fois moins que le mardi. Combien d'euros a-t-elle le mardi soir ?

Opérations

$$2 \times 5 = 10$$

$$20 - 10 = 10$$

$$30 - 8 = 22$$

$$22 - 3 = 19$$

$$15 + 7 = 22$$

$$22 - 3 = 19$$

$$30 \times 2 = 60$$

$$60 \div 4 = 15$$

b) Rédiger les phrases de conclusion pour chaque problème de la question a.

c) Dans l'expression $3 \times (10 + 5)$, à quoi servent les parenthèses ?

Les Entiers Naturels

Définition

Les **entiers naturels** sont les nombres que nous utilisons pour compter. Ils commencent à zéro et augmentent sans fin. Ces nombres sont très importants en mathématiques et dans la vie quotidienne, car ils nous permettent de quantifier les objets et les événements.

Dans cette sous-section, nous allons apprendre à écrire ces nombres en toutes lettres et à les représenter graphiquement sur une demi-droite graduée.

Exemples

Voici quelques exemples d'écriture en toutes lettres pour les entiers naturels :

- 0 se lit « zéro »
- 1 se lit « un »
- 2 se lit « deux »
- 3 se lit « trois »
- 4 se lit « quatre »
- 5 se lit « cinq »
- 6 se lit « six »
- 7 se lit « sept »
- 8 se lit « huit »
- 9 se lit « neuf »

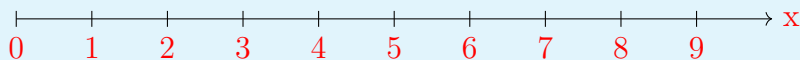
Dans un nombre, chaque chiffre occupe un certain rang détaillé dans le tableau ci-dessous:

Classe des milliards				Classe des millions				Classe des milliers				Unités simples			
	centaines	dizaines	unités		centaines	dizaines	unités		centaines	dizaines	unités		centaines	dizaines	unités
	X	X	X		X	X	X		X	X	X		2	3	4
	X	X	X		X	X	X		6	5	4		3	2	1
	X	X	X		1	2	3		9	8	7		5	4	6
	X	8	7		6	5	4		3	2	1		0	9	9

Table 1: Représentation des différentes classes et unités d'un nombre.

Définition

Une demi-droite graduée commence à 0 et continue indéfiniment vers la droite. Les nombres y sont placés régulièrement pour représenter leur valeur.

**Remarque**

Les petits traits s'appellent des **graduations**.

Quand l'écart est trop grand : on ajoute des **sous-graduations**.

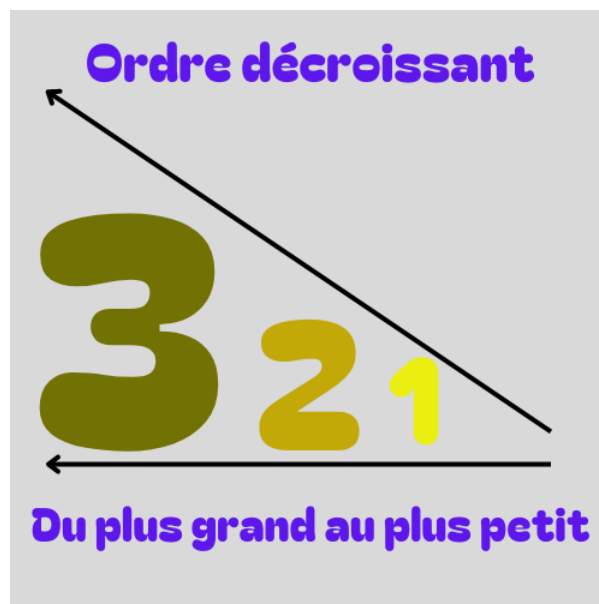
Quand il est trop petit : on saute des nombres (par 5, 10...).

Comparer, Ranger des Nombres**Comparer des entiers**

- $3 < 5$: trois est plus petit que cinq.
- $7 > 4$: sept est plus grand que quatre.
- $6 \leq 6$: six est plus petit ou égal à six.
- $9 \geq 2$: neuf est plus grand ou égal à deux.



Ordre Croissant :
 $1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6$



Ordre Décroissant :
 $6 > 5 > 4 > 3 > 2 > 1$

Ranger des entiers

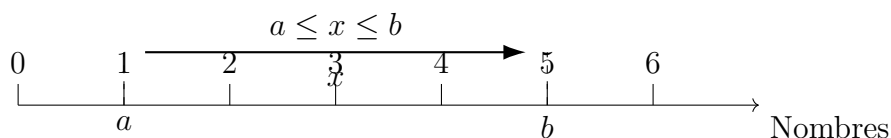
Ranger, c'est mettre les nombres dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand) ou décroissant (du plus grand au plus petit).

Encadrer un nombre

Encadrer un nombre consiste à identifier deux valeurs entre lesquelles ce nombre se situe.

Exemple

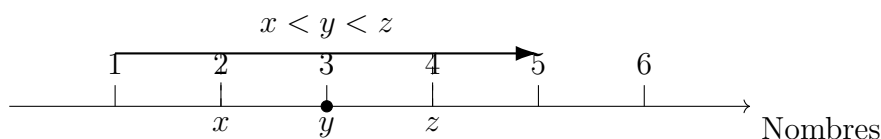
$4 < 6 < 8$ Cela signifie que le nombre **6** est **compris entre 4 et 8**.



Intercaler un nombre, c'est le positionner précisément entre deux autres, afin de mieux percevoir l'ordre des valeurs.

Exemple

$x = 2, y = 3, z = 4$ Ainsi, **3** est **intercalé entre 2 et 4**.



Exercices d'application

1. Écris tous les entiers naturels compris entre 10 et 20.
2. Écris en toutes lettres : 13, 25, 37, 48, 59.
3. Représente sur une demi-droite graduée les nombres : 0, 1, 2, 3, 4 et 5.
4. Compare les paires suivantes : 7 et 9 ; 12 et 12 ; 15 et 8.
5. Classe ces nombres dans l'ordre décroissant : 45, 23, 89, 12, 67.
6. Encadre le nombre 6 entre deux entiers naturels.
7. Intercale le nombre 5 entre 3 et 7.

Récapitulatif

- Les **entiers naturels** sont les nombres utilisés pour compter : 0, 1, 2, 3, ...
- Chaque chiffre dans un nombre occupe un **rang** : unités, dizaines, centaines...
- La **demi-droite graduée** permet de représenter visuellement les entiers.
- **Comparer** deux nombres revient à déterminer lequel est plus grand, plus petit ou égal.
- **Ranger** des nombres consiste à les classer par ordre croissant ou décroissant.
- **Encadrer** un nombre, c'est identifier deux bornes entre lesquelles il se trouve.
- **Intercaler** un nombre, c'est le situer précisément entre deux autres.

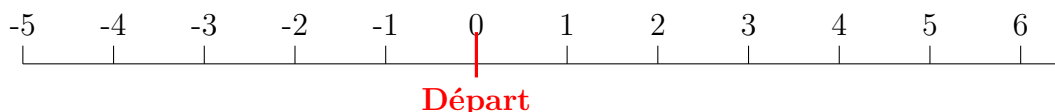
Les Entiers Relatifs

Un jeu ludique pour explorer les déplacements sur une droite graduée.

Chaque joueur place son pion sur la graduation marquée « **Départ** » au centre d'une droite numérique. À tour de rôle, les joueurs piochent une carte numérotée de 1 à 6, tenue par un arbitre. Les cartes sont mélangées et replacées après chaque tirage.

- Si le numéro tiré est **pair**, le joueur **avance vers la droite** du nombre de graduations indiqué.
- Si le numéro est **impair**, il **recule vers la gauche**.

Après un nombre de tours défini (par exemple 4), le joueur dont le pion est le plus avancé vers la droite remporte la partie.



	1 ^{er} tour	2 ^e tour	3 ^e tour	4 ^e tour
Laura				
Raphael				
Samir				
Clara				

Activité : Avance ou recule ?

À partir du tableau ci-dessus, réalise l'activité suivante :

Questions :

1. Qui était en tête après le premier tour ? Et après le deuxième tour ?
2. Reproduis la droite graduée et place une croix représentant le pion de **Arthur** à l'issue du jeu. Fais de même pour **Luna**, **Clara** et **Noé**.
3. Décris la position de ces pions. Propose une manière simple de coder ces positions.
4. Les pions d'**Arthur** et de **Luna** sont à la même distance du départ mais pas du même côté. Quel élément, dans le codage retenu, permet de les distinguer ?



Carte utilisée dans le jeu (1 à 6)

Définition

Les **entiers relatifs** sont l'ensemble des entiers naturels $(0, 1, 2, 3, \dots)$ ainsi que leurs opposés négatifs $(-1, -2, -3, \dots)$. Ils permettent de représenter des situations de la vie courante où l'on dépasse ou descend en dessous de zéro : comme les températures hivernales, les dettes, ou les déplacements en arrière sur une droite graduée.

- Les nombres comportant un signe - sont appelés **les nombres négatifs**.
- Les nombres comportant un signe + sont appelés **les nombres positifs**.

Dans cette section, nous apprendrons à lire et écrire correctement ces nombres.

Lecture des entiers relatifs

Voici comment lire les entiers relatifs les plus courants :

- -3 se lit « moins trois »
- -2 se lit « moins deux »
- -1 se lit « moins un »
- 0 se lit « zéro »
- 1 se lit « un »
- 2 se lit « deux »
- 3 se lit « trois »

Comparer des nombres relatifs

Nombres opposés et comparaison

Nombres opposés : Deux nombres relatifs sont dits **opposés** lorsqu'ils ont la même distance à zéro mais des signes contraires.

Exemple : -5 et $+5$ sont opposés. On peut dire que -5 est l'opposé de $+5$, ou inversement.

Comparer des nombres relatifs :

- **Règle 1 — Même signe positif :** On compare les valeurs comme pour des nombres naturels. **Exemple :** $+2,3 < +2,8$ car $2,3 < 2,8$
- **Règle 2 — Même signe négatif :** Plus un nombre est proche de zéro, plus il est grand. **Exemple :** $-2,4 > -3,2$ car $2,4 < 3,2$

Récapitulatif

Dans cette leçon, nous avons appris à écrire et à représenter les entiers relatifs. N'oubliez pas que les nombres négatifs sont simplement des entiers avec un signe moins devant, et ils se trouvent à gauche de zéro sur une droite graduée.

Opérations sur les Nombres Entiers

Notation importante :

Pour éviter la confusion entre les signes des nombres et les signes d'opération, on utilise des **parenthèses** autour des nombres relatifs.

Exemple

Soit A la somme de $+3$ et -1 . On écrit correctement :

$$A = (+3) + (-1) = +2$$

Et non pas : $A = +3 + -1$, ce qui prête à confusion.

Additions et Soustractions

Règle n°1 : Addition de nombres de même signe

Propriété : Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

- On garde ce signe pour le résultat.
- On additionne leurs distances à zéro (valeurs absolues).

Addition de nombres de même signe

Interprétation :

- Gagner plusieurs fois \rightarrow on additionne les gains.
- Perdre plusieurs fois \rightarrow on additionne les pertes.

Exemples :

- $(+2) + (+4) = +6$ (2 billes gagnées puis 4 billes gagnées = 6 billes gagnées)
- $(-3) + (-1) = -4$ (3 billes perdues puis 1 bille perdue = 4 billes perdues)

Règle n°2 : Addition de nombres de signe contraire

Propriété : Pour additionner deux nombres relatifs de signe contraire :

- On garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro (valeur absolue).
- On soustrait les distances à zéro.

Addition de nombres de signe contraire

Interprétation :

- Gagner puis perdre, ou perdre puis gagner \rightarrow on fait la différence.
- Le résultat prend le signe de la quantité la plus « forte ».

Exemples :

- $(-5) + (+3) = -2$ (Perdre 5 billes puis gagner 3 billes = perte de 2 billes)
- $(-2) + (+7) = +5$ (Perdre 2 billes puis gagner 7 billes = gain de 5 billes)

Multiplications

Définition

La multiplication est une opération qui consiste à ajouter un même nombre plusieurs fois. Nous allons voir comment multiplier des entiers relatifs.

Règle des signes : Lorsqu'on multiplie ou divise des nombres relatifs :

- **Même signe** (positif avec positif ou négatif avec négatif) \Rightarrow **résultat positif**.
- **Signe contraire** (positif avec négatif) \Rightarrow **résultat négatif**.

Règle des signes — Multiplication / Division

Opération	Signe du Résultat	Exemple
$(+) \times (+)$ ou $(-) \times (-)$	Positif	$(+3) \times (+4) = +12$
$(+) \times (-)$ ou $(-) \times (+)$	Négatif	$(-3) \times (+4) = -12$

Exemples

Multiplication de 10 avec 5

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array}$$

Multiplication de 12 avec 11

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 11 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 132 \end{array}$$

Explication des Exemples

Multiplication de 10 par 5 :

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array}$$

(La multiplication de 10 par 5 est directe : 10 multiplié par 5 donne 50.)

Explication : Nous multiplions 10 par 5. Comme 10 est un nombre entier, nous multiplions simplement les chiffres 10 et 5. Le résultat est 50.**Multiplication de 12 par 11 :**

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 11 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 132 \end{array}$$

(Pour multiplier 12 par 11, nous utilisons la méthode distributive : $(10 + 2) \times (10 + 1)$. On obtient $120 + 12 = 132$.)**Explication :** Nous multiplions 12 par 11 en utilisant la méthode distributive :

- Décomposez 11 en $10 + 1$.
- Multipliez 12 par 10 pour obtenir 120.
- Multipliez 12 par 1 pour obtenir 12.
- Additionnez les deux résultats : $120 + 12 = 132$.

Division Euclidienne

Activité : Division Euclidienne en Course à Relais

Contexte : Lors d'une grande course à relais, 53 coureurs participent à une épreuve. Chaque équipe doit être composée de **4 coureurs**. L'objectif est de former le maximum d'équipes complètes.

Questions :

1. Combien d'équipes complètes peut-on former ?
2. Combien restera-t-il de coureurs sans équipe ?
3. Écris la division euclidienne de 53 par 4.
4. Quelle interprétation peut-on donner du quotient et du reste dans ce contexte ?



Une course à relais passionnante !

Définition

La division euclidienne consiste à diviser un nombre, appelé **dividende**, par un autre nombre, appelé **diviseur**, pour obtenir un **quotient** et un **reste**. Cette division est utile pour déterminer combien de fois un nombre peut être réparti en parts égales, et ce qui reste.

Les termes de la Division Euclidienne

Voici les termes importants :

- **Dividende** : Le nombre que l'on souhaite diviser.
- **Diviseur** : Le nombre par lequel on divise.
- **Quotient** : Le résultat entier de la division.
- **Reste** : Ce qui reste après la division.

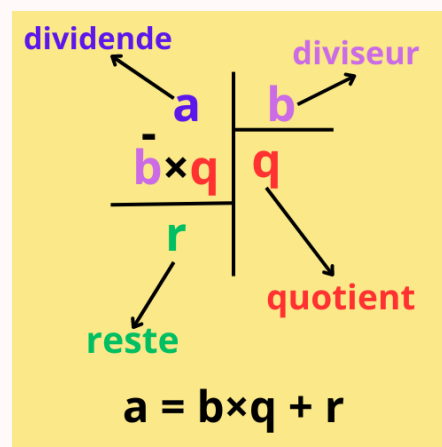


Illustration de la division euclidienne

Les deux types de divisions euclidiennes

1. Division avec reste non nul : Lorsqu'un nombre entier ne peut pas être divisé exactement par un autre, il reste une partie appelée **reste**.

$$\text{Exemple : } 27 = 4 \times 6 + 3$$

2. Division exacte (reste nul) : Le diviseur se divise parfaitement dans le dividende, sans reste.

$$\text{Exemple : } 24 = 6 \times 4$$

Ces deux formes nous aident à mieux comprendre la structure des entiers et les notions de multiple et diviseur.

Division euclidienne de 27 par 4 (avec reste non nul)

$$\begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ - 24 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Explication détaillée :

- 1. Division :** On cherche combien de fois 4 peut entrer dans 27 sans le dépasser. La réponse est 6, car $4 \times 6 = 24$.
- 2. Soustraction :** $27 - 24 = 3$. Il reste 3.
- 3. Conclusion :** Le quotient est 6, le reste est 3.

Résultat :

$$27 = 4 \times 6 + 3$$

Division euclidienne de 27 par 3 (division exacte)

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ - 27 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Explication détaillée :

- 1. Division :** 3 entre exactement 9 fois dans 27, car $3 \times 9 = 27$.
- 2. Soustraction :** $27 - 27 = 0$. Le reste est nul.

3. **Conclusion** : Le quotient est 9, le reste est 0.

Résultat :

$$27 = 3 \times 9 + 0$$

Remarque importante sur les priorités

Lorsqu'une expression contient plusieurs opérations :

- Les **multiplications** et **divisions** sont effectuées avant les **additions** et **soustractions**.
- L'utilisation de **parenthèses** permet de clarifier l'ordre des calculs.

Nous approfondirons cette règle très bientôt.

Priorités Opératoires

Définition

Les priorités opératoires sont des règles qui nous indiquent dans quel ordre faire les calculs pour obtenir le bon résultat.

Voici les règles à suivre dans un calcul :

1. **D'abord les parenthèses** : on commence toujours par les calculs à l'intérieur des parenthèses.
2. **Ensuite les multiplications et les divisions** : on les fait de gauche à droite.
3. **Enfin les additions et les soustractions** : elles aussi de gauche à droite.

Exemples illustrés

- **Exemple 1** : $4 + 3 \times 2$
 - On fait la multiplication en premier : $3 \times 2 = 6$
 - Puis l'addition : $4 + 6 = 10$
- **Exemple 2** : $(8 - 3) \times 2$
 - On commence par la parenthèse : $8 - 3 = 5$
 - Puis on multiplie : $5 \times 2 = 10$
- **Exemple 3** : $6 \div 2 + 1$
 - On commence par la division : $6 \div 2 = 3$
 - Puis on ajoute : $3 + 1 = 4$

Retiens bien : Suivre l'ordre des opérations permet de faire les bons calculs et d'éviter les erreurs.

Exercices et Correction

Exercices

1 Addition de nombres :

- $45 + 27$
- $76 + 89$
- $123 + 54$
- $35 + 48$
- $67 + 29$
- $88 + 32$
- $56 + 44$

2 Soustraction de nombres :

- $92 - 38$
- $150 - 77$
- $84 - 29$
- $100 - 42$
- $60 - 15$
- $70 - 28$
- $45 - 18$

3 Multiplication :

- 7×6
- 9×8
- 12×5
- 4×7
- 15×3
- 6×9
- 8×7

4 Division :

- $37 \div 5$
- $55 \div 8$
- $72 \div 10$
- $50 \div 6$
- $83 \div 7$
- $99 \div 9$
- $63 \div 4$

5 Problème de multiplication : Léo a 5 paquets de crayons. Chaque paquet contient 9 crayons. Combien en a-t-il en tout ?

6 Problème de soustraction : Julie a 50 billes. Elle en donne 23. Combien lui reste-t-il ?

7 Problème de partage : Une pizza a 8 parts. Si on en mange 3, combien en reste-t-il ?

8 Problème de division : Une boîte contient 54 bonbons. Si on les partage entre 6 amis, combien chacun reçoit-il ?

9 Poursuis les séries de nombres suivantes.

- a. 28 ; 30 ; 32 ; ... ; ... ; ...
- b. 15 ; 10 ; 5 ; ... ; ... ; ...
- c. 100 ; 95 ; 90 ; ... ; ... ; ...

10 Complète chaque expression avec l'entier qui suit ou précède.

- a. $3 \rightarrow \underline{\quad} < 3$
- b. $\underline{\quad} > -8$
- c. $-17 < \underline{\quad}$
- d. $\underline{\quad} < -25$

11 Compare les nombres suivants.

- a. -6 et -1
- b. -2 et 4
- c. -8 et -3
- d. 0 et -9
- e. 7 et -7
- f. -25 et -25

12 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants :

- a. -13 ; 4 ; -2 ; -9 ; 11 ; 0 ; -6
- b. -1 003 ; -1 500 ; -998 ; -1 000 ; -2 004
- c. 305 ; 208 ; -204 ; 0 ; -99

Exercices

13 Complète les séries numériques.

- a. 5 ; 10 ; 15 ; ... ; ... ; ...
- b. 12 ; 8 ; 4 ; ... ; ... ; ...
- c. 3.3 ; 3.6 ; 3.9 ; ... ; ... ; ...

14 Trouve l'entier relatif qui suit ou précède.

- a. < -10
- b. > 6

- c. > -14
- d. < -2

15 Compare les nombres suivants.

- a. -4.2 et -4.3
- b. -3.6 et -3.61
- c. 5.4 et 5.40
- d. -99.2 et -99.19
- e. $1\,234,6$ et $1\,234,60$