

## 题目 蚂蚁

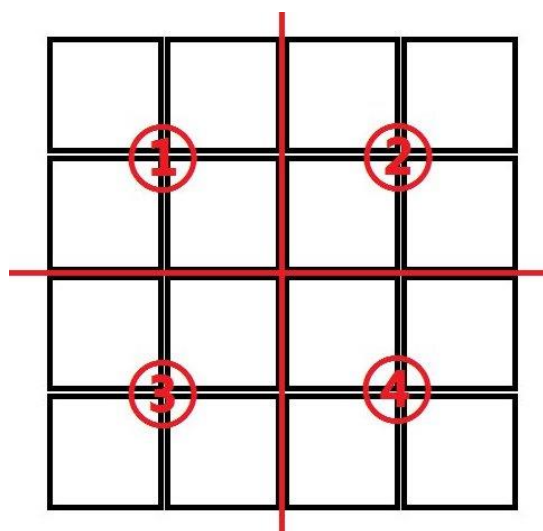
考虑每只蚂蚁较复杂，我们试着转换思想

看成蚂蚁碰头之后不回头，因为每个蚂蚁都是一样的。

设蚂蚁位置为  $pi$ ，最短时间  $= \max(\min(pi, l-pi))$ ，最长时间  $= \max(\max(pi, l-pi))$

## 题目 马农

穷举每个矩形的交点，每个交点会把整个区域划分成四块，如下图



- ① 区域对应④区域，③区域对应②区域。分别穷举每个区域里的矩形，注意矩形的一个顶点一定为交点。然后用哈希记录收益值，找出对应区域相等收益的个数（不写哈希也可以直接用 map）

## 题目 单元格

题解：

设  $X = \text{calc}(\max T)$ ，表示代价在  $[1, \max T]$  的“合法”方案数，设  $Y = \text{calc}(\min T - 1)$  表示  $[1, \min T - 1]$  的“合法”方案数。那么我们的输出答案就是  $X - Y$ 。如何求  $\text{calc}(T)$  呢？枚举选中的三个格子的高度差是  $h$ ，那么根据代价的定义，那么这三个被选中的格子的宽度差  $w$  一定不能超过  $(T - 2 * h) / 2$ ，当确定了高度差  $h$  后，由于三个单元格不能同行也不能同列

设  $a, b, c$  是三个被选中的单元格，那么形状有如下 6 大类：

情况一：

h	a		
		b	
			c

情况二：

h			a
		b	
	c		

情况三：

h			a
	b		
		c	

情况四：

h	a		
			b
		c	

情况五：

h		a	
			b
	c		

情况六：

h		a	
	b		
			c

如果能求出上面的任意一类，其它情况则同理计算，而且这 6 大类的方案数是相等的。

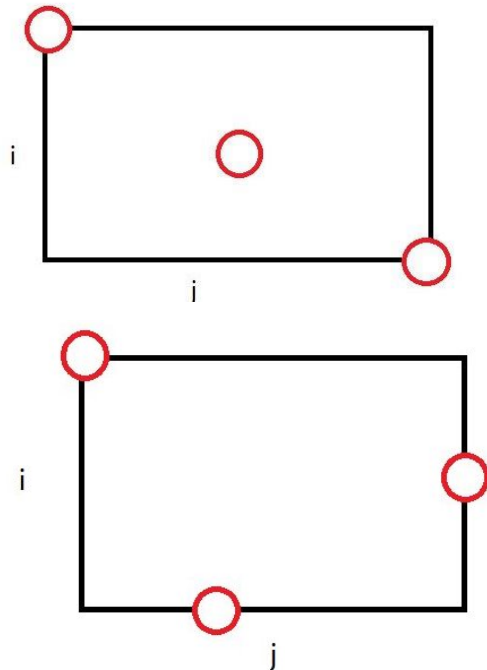
下面来分析“情况一”：

枚举的  $h$  是高度差，没必要枚举上边界和下边界，因为只要高度差相同，那么合法方案数肯定就相同，算出高度差是  $h$  的方案数后，再乘以  $(r-h)$  即可。当  $h$  通过枚举确定后， $w$  的最大值也确定了，最简单的方法是枚举格子  $a$  和格子  $c$ ，然后统计格子  $b$  的可能性，但是这种枚举是低效的。我们不妨设格子  $a$  目前在第 1 列，由于  $w$  的最大值是确定的，那么  $c$  格子的列编号最大值是等于  $w+1$ ，最小值是 3。当  $c$  的列编号等于  $1+w$  时，格子  $b$  的选择有  $(h-1)w$  种，当格子  $c$  的列编号等于  $w$  时，格子  $b$  的选择有  $(h-1)(w-1)$  种，格子  $c$  的列编号等于  $w-1$  时，格子  $b$  的选择有  $(h-1)(w-2)$  种....直到格子  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是连续的三列，此时格子  $b$  的选择有  $(h-1)*1$  种，于是当格子  $a$  的位置确定后，合法的方案数是： $(h-1) (w + (w-1)+(w-2)+(w-3)+...1)$ 。记  $\text{sum}[w] = w + (w-1)+(w-2)+(w-3)+...1$ ，这个部分和是可以预处理的。同理，当格子  $a$  的列编号等于 2 时，那么  $c$  格子所在列的最

大编号是  $w+2$ ，只要  $w+2$  不大于题目给出的列数，那么答案还是和之前算的相同，这样的话，可以直接用乘法算了，即  $\text{sum}[w]*(c-w)$ 。当然，会有一些边界需要特殊计算，请读者自行推理一遍。

时间复杂度是：  $O(r)$ 。

其实上面六种情况，其本质只有两种



第一种，两个点在矩阵角上，第二种，一个在角上，两个在边上。

每一种的点的情况有  $(i-2)(j-2)(i-2)(j-2)$  种，第一大种有两种对角，第二大种有四小种（四个角）

每个矩阵在原图中有  $(R-i+1)(C-j+1)(R-i+1)(C-j+1)$  种

总共就是  $6(i-2)(j-2)(R-i+1)(C-j+1)6(i-2)(j-2)(R-i+1)(C-j+1)$

考虑费用。

我们可以发现，费用就是矩阵的周长-4

为什么减 4？因为是求差，两行两列求差，总共减 4

所以直接枚举  $i, j, j$ ，用费用判断合法，直接累加答案

## 题目 围攻

这是一道数学题，可以用 DP 推导。设  $f[i][0]$  表示进行到第  $i$  位，且第  $i$  位放士兵的总方案数；再设  $f[i][1]$  表示表示进行到第  $i$  位，且第  $i$  位放战车的总方案数。那么根据题意，易得转移式如下：

$$f[i][0] = f[i-1][0] + f[i-1][1]$$

$$f[i][1] = f[i-1][0]$$

设第  $i$  位总方案数为  $g[i]$ ，所以整理得：

$$g[i] = f[i][0] + f[i][1]$$

$$= f[i-1][0] * 2 + f[i-1][1]$$

$$= g[i-1] + f[i-2][0] + f[i-2][1]$$

$$= g[i-1] + g[i-2]$$

所以长度为  $i$  的方案数就等于 长度为  $i-1$  的方案数 + 长度为  $i-2$  的方案数

于是推导就相当于斐波拉契数列！

可是  $O(N)$  也只能过 70% 的数据点，100% 则矩阵乘法， $O(\log N)$  Ac

下面我画了个推演图：

$$\begin{vmatrix} x & y \\ z & w \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} g[i-1] \\ g[i-2] \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g[i] \\ g[i-1] \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} x * g[i-1] + y * g[i-2] &= g[i] \\ z * g[i-1] + w * g[i-2] &= g[i-1] \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 1, y = 1, z = 1, w = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}^{N-2} \begin{vmatrix} g[2] \\ g[1] \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g[n] \\ g[n-1] \end{vmatrix}$$