

# Q19

IQ: 90

目标时间: 25分钟

## 朋友的朋友也是朋友吗

“六度空间理论”非常有名。大概的意思是1个人只需要通过6个中间人就可以和世界上任何1个人产生间接联系。本题将试着找出数字的好友（这里并不考虑亲密指数）。

假设拥有同样约数（不包括1）的数字互为“好友”，也就是说，如果两个数字的最大公约数不是1，那么称这两个数互为好友。

从1~ $N$ 中任意选取一个“合数”，求从它开始，要经历几层好友，才能和其他所有的数产生联系（所谓的“合数”是指“有除1以及自身以外的约数的自然数”）。

举个例子， $N = 10$ 时，1~10的合数是4、6、8、9、10这5个。

如果选取的是10，那么10的好友数字就是公约数为2的4、6、8这3个。而9是6的好友数字（公约数为3），所以10只需要经过2层就可以和9产生联系（图5）。如果选取的是6，则只需经过1层就可以联系到4、8、9、10这些数字。因此 $N = 10$ 时，无论最初选取的合数是什么，最多经过2层就可以与其他所有数产生联系。

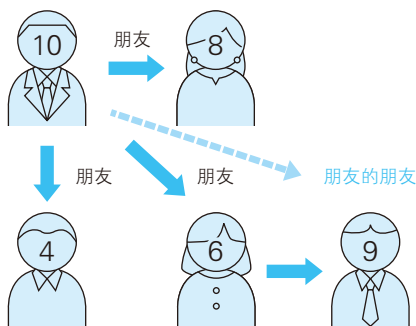


图5  $N = 10$  的时候

### 问题

求从1~ $N$ 中选取7个合数时，最多经过6层就可以与其他所有数产生联系的最小的 $N$ 。