

第一题其实建议打表找规律

设 $\gcd(a, b) = \text{xor}(a, b) = c$;

你会发现 $a - b = c$ (实际上, 你到这一步这道题就完了)

那么下面就是数学

1、若 $a \text{ xor } b = c$, 则 $a \text{ xor } c = b$

2、 $a - b \leq a \text{ xor } b = c$ ($a \geq b$)

3、由题意得 $\gcd(a, b) = a \text{ xor } b = c$, ($a \geq b$), 则 $a - b \leq c$ 。那我们令

$a = k_1 \times c$, $b = k_2 \times c$, ($k_1 \geq k_2$)

则有

$a - b = (k_1 - k_2) \times c$

$a - b \geq c$

又因为前面的结论 $a - b \leq c$ 以就有了规律 $a - b = c$

$a - b = (a \text{ xor } b)$

then 枚举 a 和 b 即可

Xor 和这道题真的是最简单的了

$$a^b \leq a+b$$

这里提供下证明：

从每一位上的角度去考虑

枚举 a 和 b 第 i 位的数字是什么，有下面的式子：

当 a 第 i 位为 0， b 第 i 位为 0 时，第 i 位在加/异或下的答案： $0+0=0$ $0^0=0$

当 a 第 i 位为 0， b 第 i 位为 1 时，第 i 位在加/异或下的答案： $0+1=1$ $0^1=1$

当 a 第 i 位为 1， b 第 i 位为 0 时，第 i 位在加/异或下的答案： $1+0=1$ $1^0=1$

当 a 第 i 位为 1， b 第 i 位为 1 时，第 i 位在加/异或下的答案： $1+1=2$ $1^1=0$

可以发现，前 3 种不管是加还是异或答案都相同，只有在第四种情况下，异或的答案小于加的答案

所以得出 $a^b \leq a+b$ 的结论

(异或实际上就是不进位的加法)

本题要求分组并把这些数加起来，使得总和最小

分组越少，异或越多，总和也就越小，所以只要分 1 组就可以

就是把所有的数都异或一下，即可

HDS 的疑惑

还是建议打表找规律，结论就是 $a*b-a-b$

设 $a < b$

假设答案为 x

若 $x \equiv ma \pmod{b} (1 \leq m \leq b-1)$

即 $x = ma + nb (1 \leq m \leq b-1)$

当 $n \geq 0$ 时 x 可以用 a, b 表示出来，不合题意。

因此当 $n = -1$ 时 x 取得最大值，此时 $x = ma - b$ 。

显然当 m 取得最大值 $b-1$ 时 x 最大，此时 $x = (b-1)a - b = ab - a - b$

因此 a, b 所表示不出的最大的数是 $ab - a - b$

真挺难推的，所以退推出来，就马上打表

Multi 这道题会打高精就能拿分。

其实考察的就是高精乘。

这里介绍一种 ($n \log n$) 的算法

FFT (快速傅里叶变换, 下学期我可能会讲个专题)

我们把每一位都看作一个多项式的系数, 然后 FFT 过后进位。这个呢就需要分治的思想, 还要有足够的知识储备, 下学期再完整地讲。