

枚举—数三角

这是一个数三角的游戏。长度为1或 $\sqrt{2}$ 的小木棍放在一个网络上。如图1-1-1所示，有水平的、垂直的或对角的。对角放置的木棍可以交叉。将木棒随意地放在网格上得到的图案可能不含三角形，也可能含一个或多个三角形。如图1-1-2所示，(a)，(b)，(c)，(d)和(e)分别含有2，5，12，0，0个三角形。

你的任务是写一个程序数出一个图案中的三角形个数（网格大小 10×10 ）。

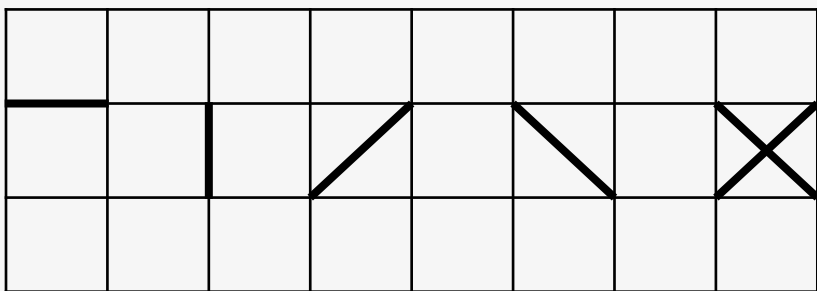


图1-1-1

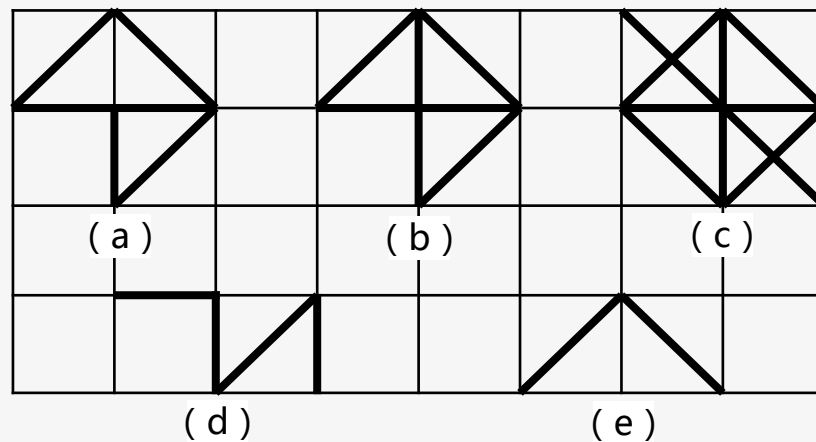


图1-1-2

枚举——数三角

参考输入格式：

先输入图案中木棍的个数N。下面输入这N根木棍的位置，用两个网格坐标表示，这两个坐标分别为木棍两端的位置。网格大小不超过 10×10 ，因此网格左下和右上的坐标分别为(0, 0)和(9, 9)。

输入与输出样例：

输入文件名：triangle.in

输出文件名：triangle.out

输入	输出
6 3 2 2 2 2 2 1 2 3 2 2 3 2 3 1 2 2 2 2 1 2 1 3 2	2
2 1 1 2 2 2 2 3 1	0

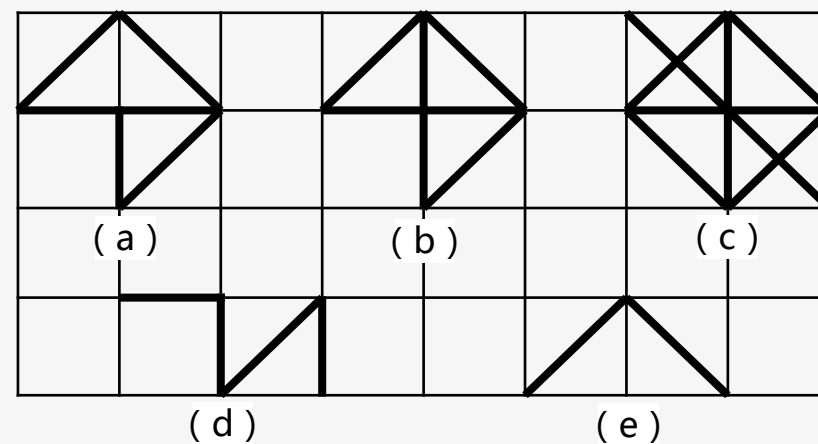


图1-1-2

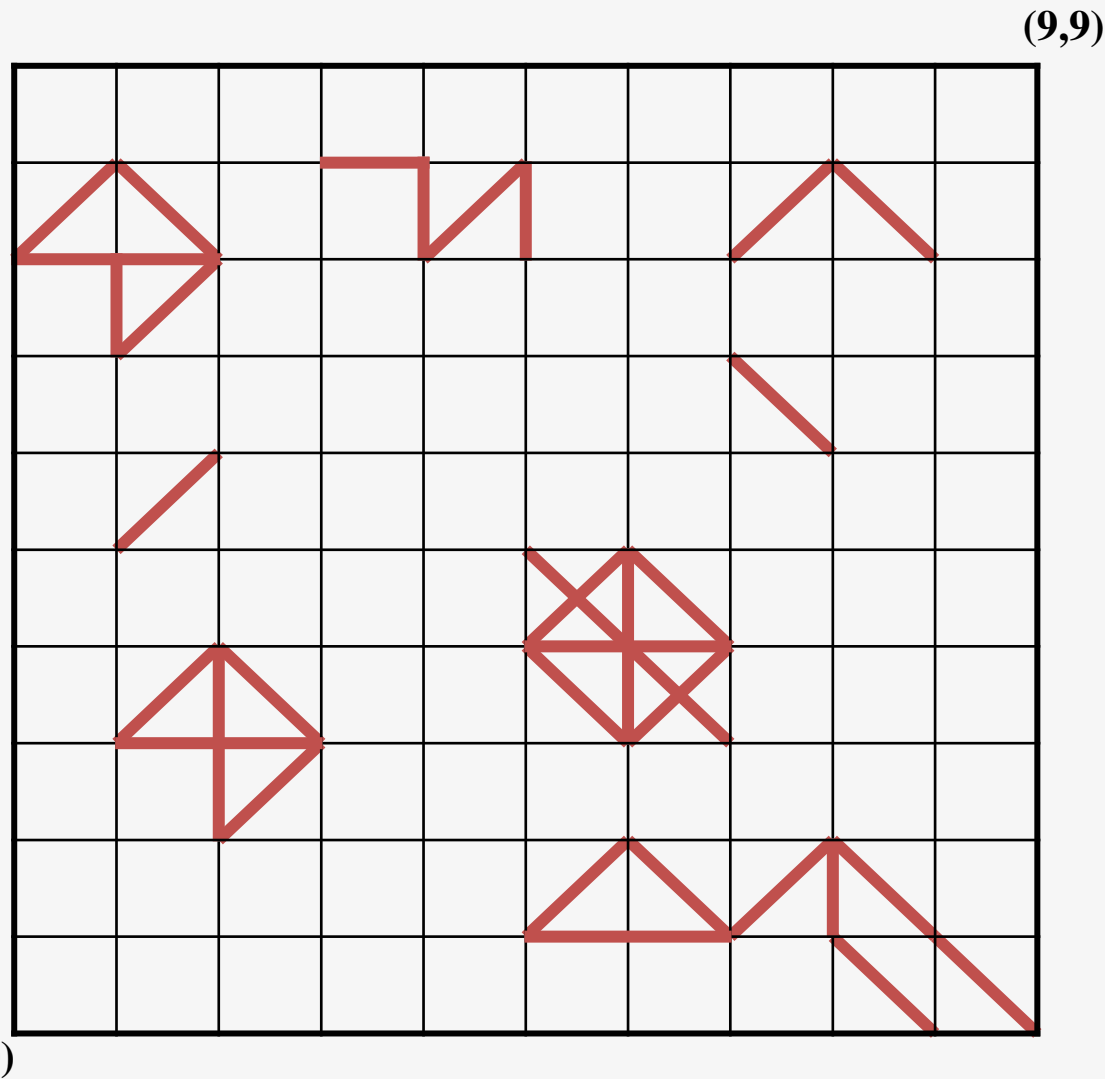
注：两个样例分别对应图1-1-2 (a) 和图1-1-2 (e)

枚举——数三角

◆ 如果竞赛时遇到的题目让你感觉“无从下手”怎么办？

◆ 试一试万能解法——枚举法，或许运气好你还能搞到10分,20分.....

◆ 也许，你在暴力枚举的时候突然脑洞大开，进入飙车模式..... 于是，NOI江湖从此就有了一个传说——实外xxx牛人.....

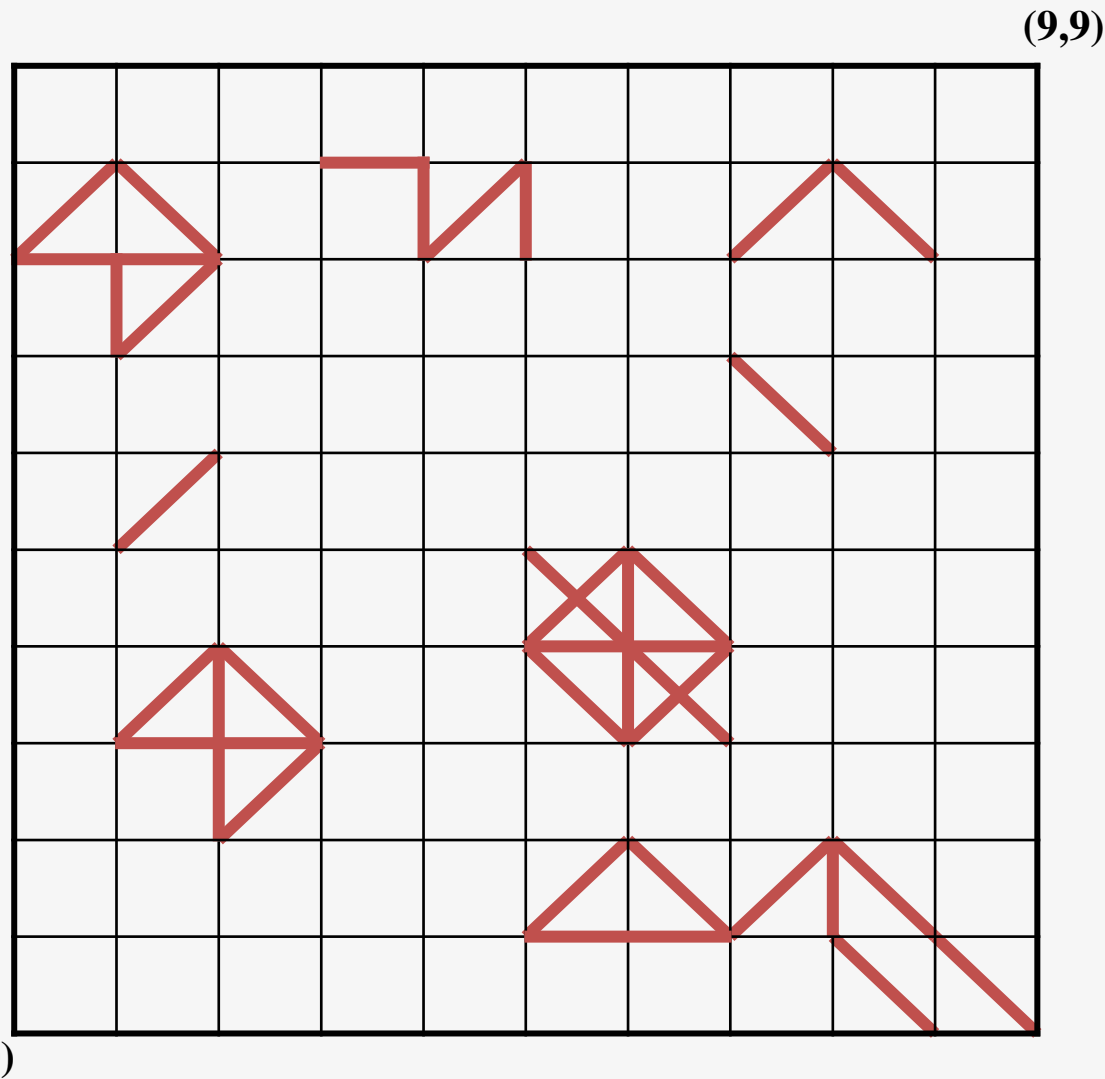


枚举—数三角

重定义问题描述：

在网格中按一定方向找出所有可能的三角形，
并判断该三角形的三边是否被木棒完全覆盖。

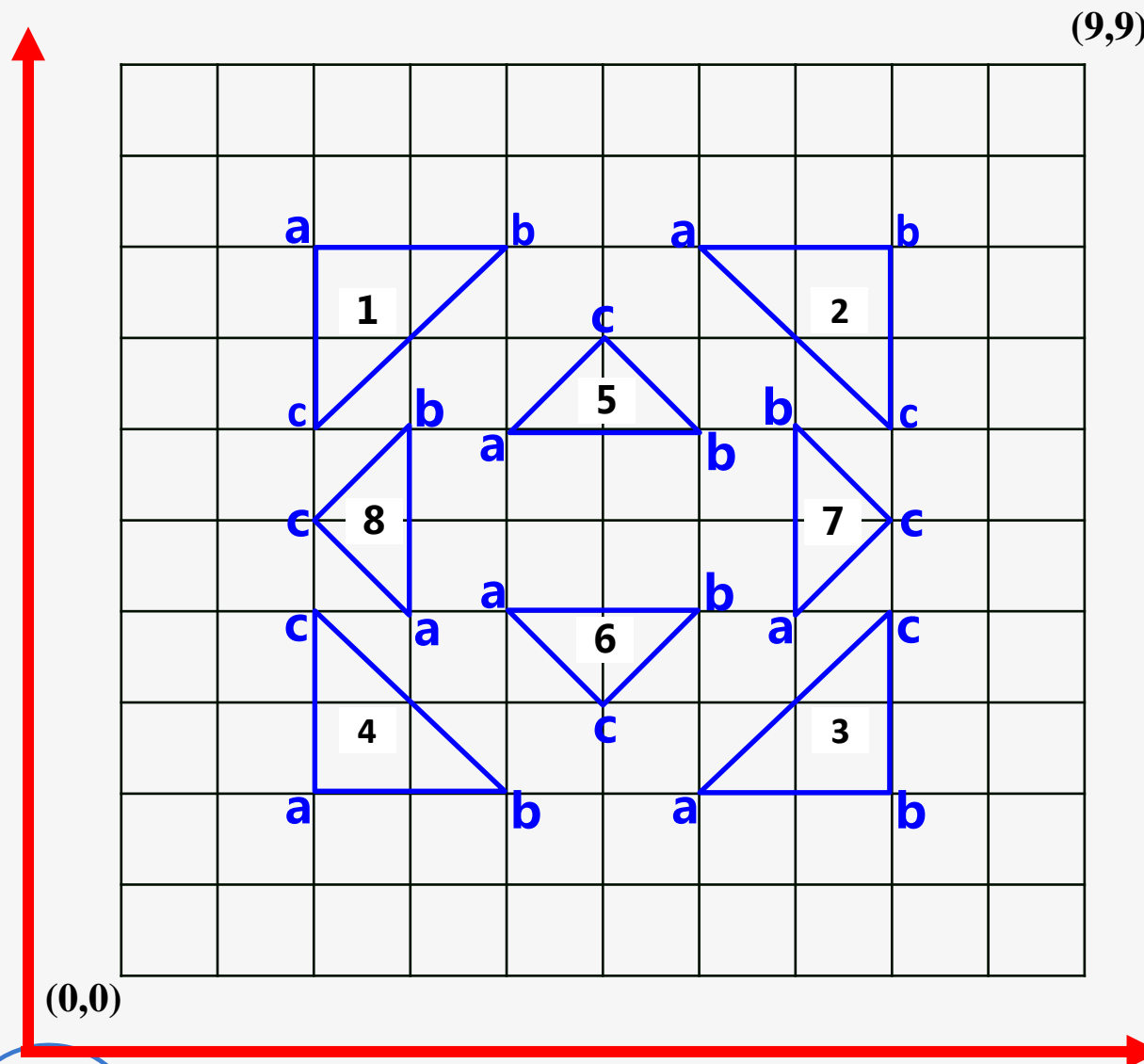
- ◆ 一定方向
- ◆ 可能的三角形
- ◆ 三边被木棒完全覆盖



(0,0)

枚举—数三角

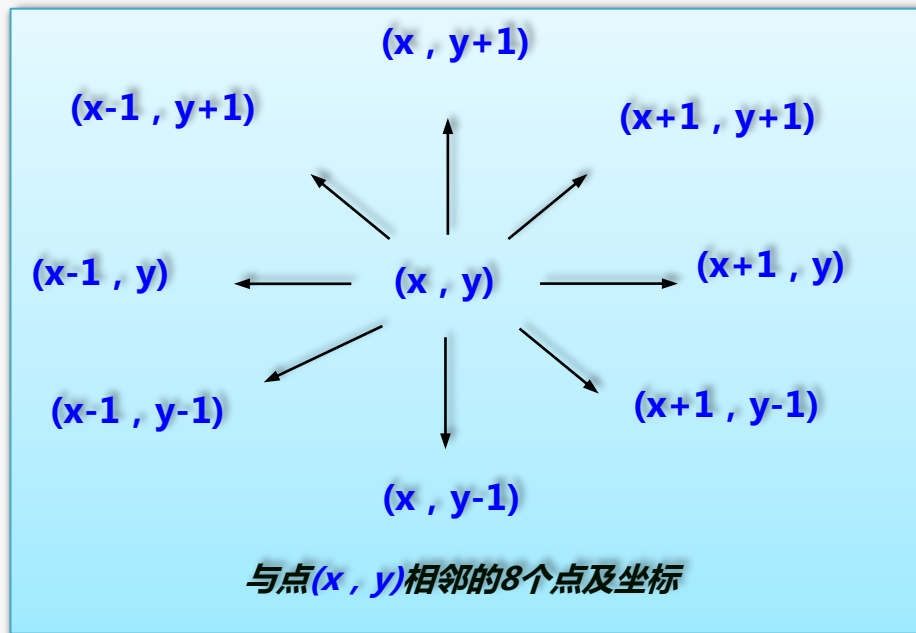
- ◆ 一定方向 (搜索方向)
 - ◆ 可能的三角形 (三角形分类)
 - ◆ 三边被木棒完全覆盖
- ① 顶点a到顶点b有若干木棒连接
 - ② 顶点b到顶点c有若干木棒连接
 - ③ 顶点c到顶点a有若干木棒连接



枚举 — 数三角

◆ **输入数据处理**——即将输入的木棒端点坐标转换为易于判断三角形是否被木棒覆盖的数据结构。

思路：可设计一张 $10 \times 10 \times 8$ 的表 g ， $g[x][y][d]$ 表示网格点 (x, y) 在方向 d 上是否有木棒， $g[x][y][d]=1$ 表示有， $g[x][y][d]=0$ 表示无，表 g 的元素初始化取值均为 0。



木棒的 8 个放置方向

定义坐标增量如下：

```
int dx[]={1, 1, 0, -1, -1, -1, 0, 1}
int dy[]={0, -1, -1, -1, 0, 1, 1, 1}
```

则 $g[x][y][d]$ 计算如下：

若 $dx[d]=x_2-x_1$ 和 $dy[d]=y_2-y_1$ 都成立，

则有：

```
g[x1][y1][d]=1
g[x2][y2][(d+4)%8]=1
```

枚举—数三角

◆ **枚举所有三角形**——对于某一特定类型三角形，只需确定一条边，就能确定三角形的位置，确定一条边也就是确定三角形的两个顶点。

思路：由于顶点c可能不位于网格点上，所以选择顶点a和b作为枚举对象，枚举出顶点a和b后，就能确定顶点c的位置。

□ 枚举三角形并判断是否被木棒覆盖伪代码算法：

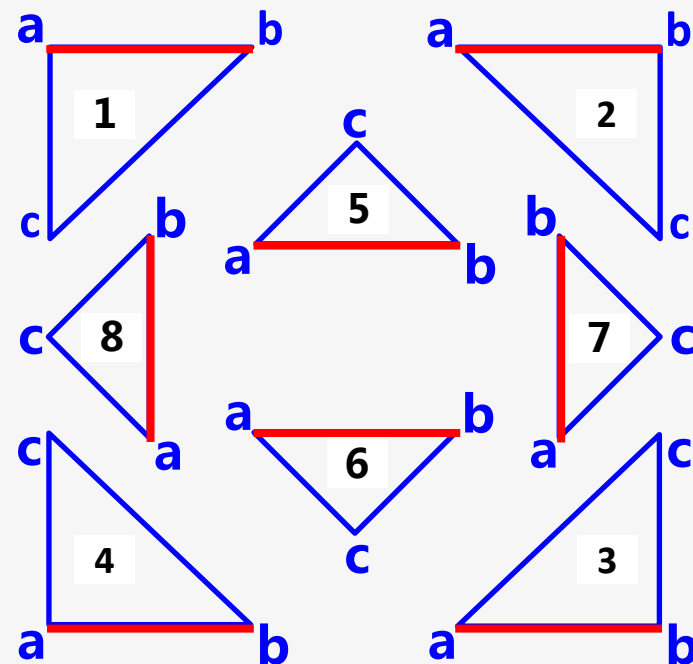
```
for  $x_a=0$  to 9
  for  $y_a=0$  to 9
    for  $i=1$  to 9
      do 确定顶点b的坐标( $x_b, y_b$ )，使 $|ab|=i$ 
          确定顶点c的坐标( $x_c, y_c$ )
          判断 $\triangle abc$ 是否由木棒相连
```

□ 坐标计算——比如对于1类三角形有：

$(x_b, y_b) = (x_a + i \times dx[0], y_a + i \times dy[0])$

$(x_c, y_c) = (x_a + i \times dx[2], y_a + i \times dy[2])$

或 $(x_c, y_c) = (x_b + i \times dx[3], y_b + i \times dy[3])$



枚举——数三角

◆ 检查三角形 $\triangle abc$ 是否由木棒相连

➤ 对于1类三角形有：

$g[(x_a+k \times dx[0])][y_a+k \times dy[0]][0]=1$ (边ab)

$g[(x_b+k \times dx[3])][y_b+k \times dy[3]][3]=1$ (边bc)

$g[(x_a+k \times dx[2])][y_a+k \times dy[2]][2]=1$ (边ac)

其中 $k=0, 1, 2, \dots, i-1$, i 是边ab的长度。

2、3、4类三角形检验类似1类三角形。

➤ 对于8类三角形有：

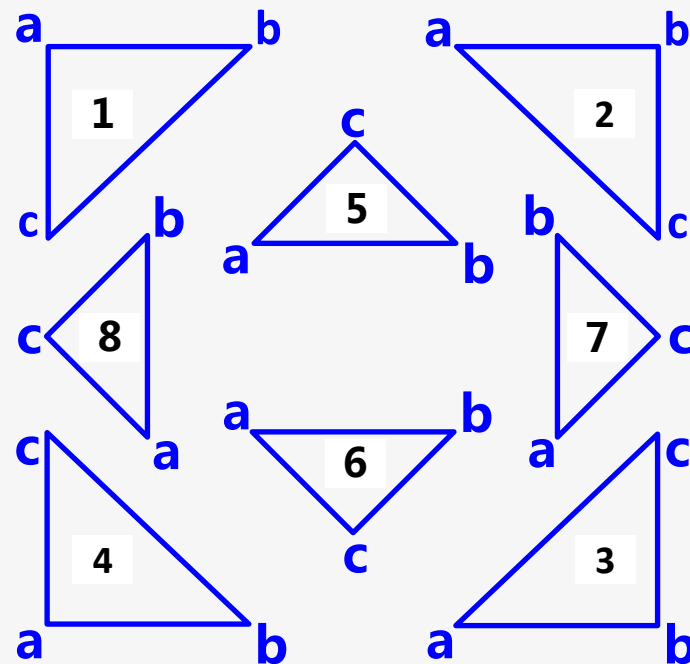
$g[(x_a+k \times dx[6])][y_a+k \times dy[6]][6]=1$ (边ab)

$g[(x_b+j \times dx[3])][y_b+j \times dy[3]][3]=1$ (边bc)

$g[(x_a+j \times dx[5])][y_a+j \times dy[5]][5]=1$ (边ac)

其中 $k=0, 1, 2, \dots, i-1$, $j=0, 1, 2, \dots, (i+1)/2$
 i 是边ab的长度。

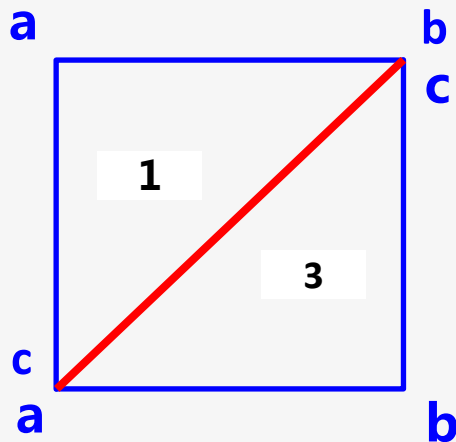
5、6、7类三角形检验类似8类三角形。



枚举——数三角

题目：数三角——*问题分析（六）*

◆ 检查三角形 $\triangle abc$ 是否由木棒相连——优化算法（减少重复检查）



1类和3类三角形的斜边被重复检查

枚举——数三角

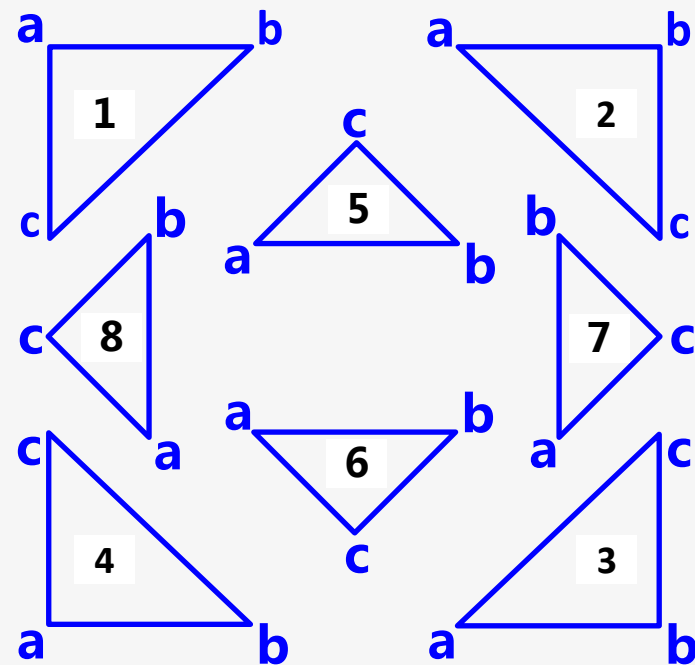
题目：数三角——*问题分析（五）*

◆ 检查三角形 $\triangle abc$ 是否由木棒相连——优化算法（减少重复检查）

定义 $|ac|$ 、 $|ab|$ 和 $|bc|$ 为 $\triangle abc$ 两端点之间连接的木棒数目。

1、2、3、4类三角形被覆盖：
 $|ac| \geq |ab| \text{ AND } |bc| \geq |ab|$

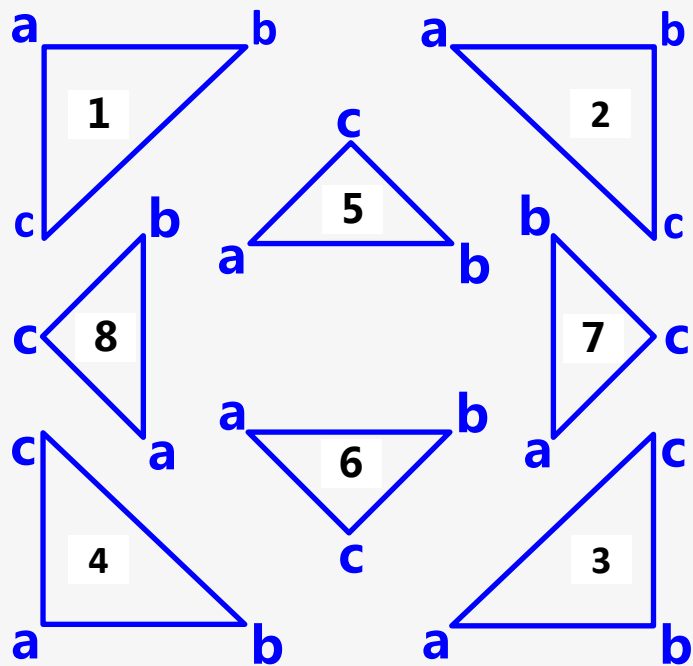
5、6、7、8类三角形被覆盖：
 $|ac| \geq (|ab|+1)/2 \text{ AND } |bc| \geq (|ab|+1)/2$



枚举——数三角

◆ 检查三角形 $\triangle abc$ 是否由木棒相连——优化算法（减少重复检查）

思路：可设计一张 $10 \times 10 \times 8$ 的表 f ， $f[x][y][d]$ 表示网格点 (x,y) 沿方向 d 可达到的最大距离（即木棒数目）。



1类三角形被覆盖：

$$f[x_a][y_a][2] \geq x_b - x_a \text{ AND } f[x_b][y_b][3] \geq x_b - x_a$$

8类三角形被覆盖：

$$f[x_a][y_a][5] \geq (y_b - y_a)/2 \text{ AND } f[x_b][y_b][3] \geq (y_b - y_a)/2$$

枚举 — 数三角

Counting_Triangles(N)

```
1  dx[]={1,1,0,-1,-1,-1,0,1}
2  dy[]={0,-1,-1,-1,0,1,1,1}
3  g[10][10][8]={0}
4  for i=1 to N
5  do 计算输入的N个木棒对应的g表元素值
6  for x1=0 to 9
7      for y1=0 to 9
8          for d=0 to 7
9              do i=0;x2=x1;y2=y1
10                 while(x2>=0 and x2<10 and y2>=0 and y2<10 and g[x2][y2][d]=1)
11                     do i++; x2=x2+dx[d]; y2=y2+dy[d]
12                 f[x1][y1][d]=i
13  total=0
14 统计八种类型的三角形被木棒覆盖的数目(尝试自己写出代码)
15  return total
```

triangle.cpp