

3. 漫絮散板

30pts:

暴力哈希, SAM 或 SA 的分, 可以做到 $O(n^2q)$ 。

45pts:

随机串前提下, 本部分的最长公共子串长度都不超过 50。枚举答案暴力哈希即可。

60pts:

留给有正解思路但是只会 $2 \log$ 或者根号的选手。

100pts:

本题的 SA 做法:

首先对整个串进行后缀排序, 维护出排名序列。假设要求的是 $[l, p]$ 到 $[p, r]$ 的最长公共子串, 考虑枚举一个 ans , 检查这次询问的答案是否 $\geq ans$ 。

而这个判据等价于判断从原区间 $[l, p - ans + 1]$ 和 $[p, r - ans + 1]$ 对应的后缀点集上能否分别选出一个后缀能否满足它们的 $\text{lcp} \geq ans$, 我们只需要检查相邻两个元素在 height 数组上的区间 \min 就行了。

首先考虑证明一个引理, 每次 p 移动一位, 答案的变化量不超过 1。可以用反证法证明, 例如指针移动到 p 之后答案增量大于 1, 不妨设这两个串分别为 $[l', p] = [q, r']$, 那么原来必然有 $[l', p - 1] = [q, r' - 1]$, 原来存在一对长度仅比当前小 1 的公共子串, 这两个串的长度大于原来的答案, 矛盾。

于是考虑对 p 扫描线, 维护答案指针 ans 。动态维护点集 $[l, p - ans + 1]$ 和 $[p, r - ans + 1]$, 每次先推进一步对其做单点增删, 如果最优的 lcp 减少则 ans 也降低, 如果增加则试探性地将 ans 增加, 如果增加失败则撤销。与原结果相同则不动。同时维护点集增删, 这里的移动次数是 $O(n)$ 的。

时间复杂度 $O(nq \log n)$ 。

本题的 SAM 做法:

建出 SAM 然后跑线段树合并求出 endpos 集合, 找出所有前缀节点位置, 记作关键点。

对于一次询问 k , 考虑枚举后缀自动机上状态 u , 记 x_u 为 endpos_u 中最大的满足 $x_u \leq k$ 的数, y_u 为 endpos_u 中最大的数, 答案就是 $\max_u \{ \min \{ \maxlen_u, x_u - l + 1, \min \{ y_u, r \} - k + 1 \} \}$ 。拆开外面的 \min 的贡献方式。

- 设 \maxlen_u 最小, 可以得到一个静态偏序与一个极值偏序, 对于每个状态求出大于等于 \maxlen_u 的最小数, 满足这两个偏序的询问分别是一段前缀与后缀, 相当于对询问的答案做区间 chkmax 。

- 钦定 $y_u - k + 1$ 最小。可以得到一个静态偏序和一个动态偏序，将后者看作即一个区间内存在数，对于每个状态，满足条件的限制越来越松。考虑从静态偏序处得到对于答案的上下界，若 $L \leq R$ 且 $[L, R]$ 内无数，则查询 $\leq L$ 的最大数与 $\geq R$ 的最小数；否则先令 L, R 一直移动直到相遇转化为之前的情况。可以对询问区间的后缀贡献答案。
- 钦定 x_u 最小，我们注意到一个关键点 $p = x_u$ 能做贡献是一段祖先链上的后缀，注意到祖先链有集合的包含关系，我们可以倍增找到其祖先链上最浅的满足 $p \leq \maxlen_u$ 的点 u 。得到点 u 的 y 值之后，数 p 可以为一段区间的询问做贡献。

时间复杂度 $O(nq \log n)$ 。