# 草莓(guiltiness)

要变成  $1 \times 1$  的话,每行每列都要掰一次。 所以我们相当于需要给  $x_i$  和  $y_i$  一起安排一个顺序,使费用最小。 在最终的操作序列中,要使得费用最小, $x_i$  内部显然应该单调递减, $y_i$  也是。 对于一个在操作序列中相邻的  $x_i$  和  $y_j$ ,不妨假设目前  $x_i$  恰好在  $y_j$  的前一位。 考虑把  $x_i$  和  $y_j$  交换,发现交换后更优的条件是  $y_i > x_i$ 。 所以最优的操作序列就是把  $x_i$  和  $y_i$  放在一起从大到小排序。

# 三色(color)

## $\mathcal{O}(n^4)$

记  $f_{i,j,k,l}$  表示填到第 i 位,上一个红色/蓝色/紫色在 j/k/l 的方案数。

## $\mathcal{O}(n^3)$

发现 j, k, l 中必有一个是 i, 所以可以少记一维, 记  $f_{i,i,k}$  即可。

## $\mathcal{O}(n^2)$

状态应该没有优化空间了, 考虑优化转移。

把 j,k 两维看成一个矩阵,当 i 转移到 i+1 时,如果 i+1 位和第 i 位的颜色一样,对应的操作是把 i 的矩阵复制到 i+1 处;如果 i+1 位是第一种不一样的颜色,则是把矩阵的每列累加到 i+1 行的位置;如果 i+1 位是第二种不一样的颜色,则是把矩阵的每行累加到 i+1 列的位置。

通过维护矩阵每一行和每一列的和,这些操作可以 $\mathcal{O}(n)$ 处理。

考虑怎么处理限制,当  $x_i=1$ ,对应的操作是把除了左上角的一个子矩阵外都清空(令左上角为第一行第一列);当  $x_i=2$ ,是除了两个子矩阵外都情况;当  $x_i=3$ ,是除了右下角的一个子矩阵外都清空。

发现清空之后每一行保留下来的都是一个区间,可以每一行用 deque 维护还没被清空的位置,只要每个点只会被清空一次时间就是正确的。

注意到行和列是对称的,所以只维护一个也可以。

# 博弈 (game)

#### $a_i$ 互不相同

当  $a_i$  互异时,保留的三个数也一定不同,我们来研究一下必胜条件:

显然剩下的三个数的绝对大小没有意义,不妨把三个数 a,b,c 排序之后,对相邻的数做差分,得到 x,y ,因为  $a_i$  互不相同,所以 x,y>0。

如果我们操作 a,b,对 x,y 的影响是进行若干次的 x-2, y+=1 ,操作 b,c 同理,限制是不能小于 0。

如果我们操作 a,c,则是若干次的 x-=1,y-=1,并且当其中一个数减到 0 的时候,接下来就会变成 x-=2,y+=1。

可以注意到,只要 x,y>0,必然存在必胜策略:操作 a,c 直到 x,y 出现 0,如果目前这个状态是必败状态,那么在此停止即可;如果是必胜状态,我们继续模仿必胜策略的操作即可(因为当 x,y 存在 0 时,接下来只有一种操作方法)。

所以答案为  $\binom{n}{3}$  。

$$\sum n \le 400, a_i \le 10^5$$

接下来研究三个数是 a,a,b 的情况: 要想胜利,我们只能把 a,b 操作成  $\frac{a+b}{2}$  (做不到的话必败),不然出现三个不同的数对手就必胜了。可以发现我们只关注 |a-b|,令 f(n) 为 |a-b|=n 时的胜负情况,f(n) 只能由 f(n/2) 转移过来。

先计算出 f(n), 再枚举保留的三个数计数即可。

$$\sum n \leq 3 \times 10^5$$

结果分析可以知道,f(n) 为必胜当且仅当 n 最低位的 1 是第偶数位。

所以枚举 a, 枚举 a-b 的最低位的 1, 用 map 查找 b, 时间两个老哥。

$$\sum n \leq 3 \times 10^6$$

可以在 trie 上 dp 来计数, 时间一个老哥。

实现的好的话说不定 map 或者 unordered\_map 也可以卡过去(

# 后缀数组 (sa)

 $n, m \le 1000$ 

先处理出最终的序列, 考虑怎么计数。

首先一定有 s[sa[i]]<=s[sa[i+1]],进一步可以发现 s[sa[i]]=s[sa[i+1]] 或者 s[sa[i]]+1=s[sa[i+1]],要不然就不是合法的字符串。如果不相等的话这里的限制就已经满足了,如果相等的话还要比较下一位。但是可以发现比较下一位其实很简单,因为我们知道每个后缀的排名,只要满足 rk[sa[i]+1]<rk[sa[i+1]+1] 即可。

所以每一个位置都会有一种或者两种可能,那么答案就是 $2^k$ 。

$$n < 10^{5}$$

用平衡树处理出操作过后的序列,再进行计数。

$$n < 10^9$$

可以注意到满足  $|sa_i - sa_{i+1}| = 1$  的一长段是可以快速处理的,因为如果这一位相等要比较下一位的话,下一位除了边界情况都在附近,可以快速统计。

我们仍然使用平衡树维护,平衡树的节点是上述的一个连续段,题目中的两种操作每次最多产生两个新的连续段,所以最终连续段的数量是  $\mathcal{O}(m)$  的。

得到这些连续段后,先统计段内的答案,再把段的边界的贡献处理一下即可。

复杂度一个老哥。这题题解说的比较笼统,具体的处理细节留给选手自己考虑(