team

分析题目要求最大化的值：

$$c = \begin{pmatrix} S & \\ & W \end{pmatrix} \qquad \text{score} = \frac{1}{2}(S - W)$$

$$c = \begin{pmatrix} S & X \\ X & W \end{pmatrix} \qquad \text{score} = \frac{1}{2}(S - W)$$

$$c = \begin{pmatrix} S & X \\ X & W \end{pmatrix} \qquad \text{score} = \frac{1}{2}((S+X)-(W+X))$$

$$c = \begin{pmatrix} S+X \\ W+X \end{pmatrix} \qquad \text{score} = \frac{1}{2}((S+X)-(W+X))$$

做行列变换不会改变行和。

因此把行和最大的 $\frac{n}{2}$ 支队伍放在一队即可。

cargo

题意

计算大小为 n 的排列 p 和 q 的数量，使得 $\sum_{i=1}^{n} \max(p_i, q_i) = k$。

解法

我们按数字递增顺序填数。例如，在放置前 3 个数字后的矩阵如下：

对于该矩阵，设 x 为完整列的数量，y 为仅填充上单元格的列的数量，z 为仅填充下单元格的列的数量。

设 $dp[i][x][s]$ 为将数字从 1 到 i 放入表中，使得有 x 个完整列且当前和为 s 的方案数，则 $y = z = i - x$，并且我们可以进行如下状态转移：

- 可以将 i 的两个数字都放入空列中：

$$dp[i+1][x][s] += dp[i][x][s]; \tag{1}$$

- 可以创建一个完整列，有 $y + z$ 种方式可以做到：

$$dp[i+1][x+1][s+i] += dp[i][x][s] \cdot 2(i-x); \tag{2}$$

- 可以创建两个完整列，有 x^2 种方式可以做到：

$$dp[i+1][x+2][s+2i] += dp[i][x][s] \cdot x^2. \tag{3}$$

最后滚动数组。复杂度 $O(n^2 k)$ 。

sugar

要求的是每个事件发生的概率。事件的依赖关系构成一棵基环树。

如果 $a_i \le a_{b_i}$ ，则事件 i 必然不发生。若 $a_i > a_{b_i} + w_{b_i}$ ，则事件 i 必然发生。否则，事件 i 发生当且仅当事件 b_i 在事件 i 之后发生。

使用任何 $O(n)$ 或者 $O(n \log n)$ 的算法处理出 L_i ，其中 L_i 为基环树上 i 到最近的必定发生的祖先事件的距离（计入两端点）。如果离 i 最近的是一个必定不发生的事件，则事件 i 发生的概率为 1。

否则，列出递推式，通过归纳可得，事件 i 发生的概率为长 L_i 的随机排列不是错排的概率。

qualify

首先我们只讨论最低排名，最高排名可以取反积分净胜球，每轮打平得 2 分。

如果关注队还有比赛，那么可以输 $0:\infty$ ，净胜球规则就失效了。

处理完这些比赛后，无论是否失效，问题都转化为：

- 目前有一些队和每队不超过 2 场比赛剩余，最多有多少队可以越过 x 分（， y 净胜球）的 bar

由于每个点度数不超过 2 ，图上只有孤立点、链和环。

对于孤立点直接判断即可。

对于链。可以分析得到，从链的一端开始，对每条边按照

让自己刚好能够过 bar $\to 0:\infty$ 输给对方

的优先级贪心是正确的。注意已经确保过 bar 的点也应该以 $0:\infty$ 输给对方。

对于环，任意取一个点 x ，枚举两侧的胜平负，判断此时 x 的出线情况：

- x 一定出线或一定不出线，那么两侧都应当对对方最有利（ $1:0$, $0:0$, $0:inf$ ）
- x 的两场有净胜球要求

  此时，如果

- x 选择不出线，那么同上。
- x选择出线

  这种情况下，如果两侧的赛果

  - 有一侧平局，那么另一侧应该是让 x 刚好能过 bar
  - 以上所有情况，在确定赛果后断环为链做即可

最后一种情况，两侧的赛果也都有胜负，那么某一侧的比分会可能在某个区间内。

假设两侧是 a, b，在 x vs a 打成区间内对 a 最有利的比分下，（自然，x vs b 打成区间内对 b 最不利的比分）

- 如果 b 在最不利比分下，链贪心后也能出线，那么就应该打成这个比分
- 如果 a 仍然出局，或者 a 在最不利比分下也能出线，那么自然应当打成对 a 最不利的比分，然后链贪心
- 否则局势会形如：

$a \to \cdots \to y_1 \to y_2 \to y_3 \to \cdots \to b$

$\checkmark \to \cdots \to \checkmark \to \times \to ? \to \cdots$

随着 x vs a 比分对 a 逐渐不利（**但此时不改变 x vs b 赛果**），会变成：

$a \to \cdots \to y_1 \to y_2 \to y_3 \to \cdots \to b$

$\times \to \cdots \to \checkmark \to ? \to ? \to \cdots$

y_1 之前的状态不会变，因为 a 可以放开输，他们的局势只会更好

对于 y_2：

- 如果它仍然无法出线，那么序列就少了一个队能出线
- 有可能 y_1 的形式更好，可以打的对 y_2 更有利，导致 y_2 可能出线，变成：

$a \to \cdots \to y_1 \to y_2 \to \cdots \to b$

$\times \to \cdots \to \checkmark \to ? \to \cdots$

- 如果本来 y_3 不能出线，现在就依然不能，那么影响结束，序列出线队伍数相同
- 本来 y_3 可以出线，现在 y_2 为了出线，打的对 y_3 更不利，导致 y_3 无法出线，如此交替 $\cdots$

因此，每次这样的变动，最终会让出线队伍数少一个队或者不变

而很显然，整个比分变化的过程中，最多只会少一个队

因此二分找到刚好能不少一个队的比分，这时是保持出现队伍数量下对 b 最有利的情况，最可能让 b 出线，判断是否可以 ab 都出线，让出线队伍多一个即可。