

## 2. 涨工资

在 dfs 树上考虑这个问题。

先考虑  $k = 0$  怎么做，可以把路径分为两部分：链和环。

根据经典结论，所有环都可以通过基本环（即由一条非树边以及其端点在树上的路径组成的环）异或得出，因此环的部分可以直接对基本环做线性基。

链的部分不难发现一定是 dfs 树上的链异或上一些环得到的，可以直接用 dfs 树上的链。设  $x$  到根路径上边权异或和为  $p_x$ ，则路径异或和为  $p_s \oplus p_t$ 。

因此直接把  $p_s \oplus p_t \oplus d$  放线性基里跑一下即可。

考虑  $k$  更大的情况，本质上是选择了一些断点  $v_1, v_2 \dots v_k (v_0 = s, v_{k+1} = t)$ ，那么此时链的部分为：

$$\bigoplus_{i=0}^k 2^{k-i} (p_{v_i} \oplus p_{v_{i+1}})$$

可以拆贡献变成：

$$2^k p_s \oplus p_t \oplus \bigoplus_{i=1}^k 2^{k-i} (2p_{v_i} \oplus p_{v_i})$$

而环的部分是  $\bigoplus_{i=0}^k 2^{k-i} x_i$ ，其中  $x_i$  是任意一个在环的线性基里的数。

直接把  $2p_{v_i} \oplus p_{v_i} \oplus x_i$  看作一个整体，设其组成的集合为  $S$ （可以用 fwt 求出），答案可以写作：

$$\max 2^k p_s \oplus 2^k d \oplus p_t \oplus \bigoplus_{i=0}^k 2^{k-i} s_i$$

其中  $s_1, s_2 \dots, s_k$  是  $S$  集合中的任意元素， $s_0$  是任意在环的线性基里的数。

考虑从高位到低位贪心，设所有元素的最高位为  $z$ ，那么维护一个数组  $f_{i,j}$  表示考虑完大异或式的前  $i$  项，大于等于  $i + z$  的位取到全局最大（考虑  $2^k p_s \oplus 2^k d \oplus p_t$ ），第  $i$  位到第  $i + z - 1$  位组成  $j$  是否可行，转移可以 fwt。

总复杂度  $O(m \log V + qkV \log V)$ ，可以获得 76pts。（这是原做法，下面是 zak 提供的更优做法）

我们发现每一轮都要先 fwt 过去再 fwt 回来很浪费，能不能直接维护 fwt 数组呢？事实上是可以的。

考虑每一轮里我们对  $f_{i,j}$  都做了什么，不难发现有这样三步：

1. 令  $f_{i,j}$  中的奇数项或者偶数项设为  $f_{i-1, \frac{j}{2}}$ ，其余项为 0。

2. 让  $f_i$  卷上一个已知的数组  $g$ 。

3. 若存在  $f_{i,j} = 1$  满足最高位 (第  $v$  位) 为 1, 则令  $f_{i,j} = f_{i,j+2^v}, f_{i,j+2^v} = 0 (j < 2^v)$ 。

我们发现第一步和第三步都可以通过撤销 fwt 在最高位处的合并得到只对  $j < 2^v$  进行 fwt 的结果, 进行一点分讨即可得到新  $f$ 。

于是只需在开头和结尾分别做两次 fwt 即可, 总复杂度降为  $O(m \log V + qV(k + \log V))$ , 可以通过。