

A

从小到大枚举最小值 X ，使用并查集将所有小于 X 的位置都并起来。

对于 X ，利用并查集往左往右找到前两个大于 X 的位置，讨论一下可以计算出以 X 为第三大的区间的情况。

时间复杂度 $O(n \log n)$

B

发现机器人相遇的次数只和一开始它们的相对位置有关（和绝对位置无关）。我们先假设一开始第一个机器人的 x 坐标和第二个机器人的 x 坐标的差为 D 。

对于某个时刻，如果第一个机器人的速度为 v ，第二个机器人的速度为 w ，那么 D 就会增加 $v - w$ 。并且，总相遇次数就是 D 为0的时刻数。

思考发现，对于所有不同的 D ，相遇次数的最大值可以变成下面这个问题：

- 0时刻有变量 $k = 0$ 。
- 每个 ≥ 1 的时刻， k 都会增加对应的 $v - w$ 。
- 每个时刻，位置 k 的计数器增加1。
- 答案为所有位置上计数器的最大值。

于是，我们可以把时刻分成 $O(n)$ 段（假设 n, m 同阶），对于每一段， D 增加的值都是固定的常数 c 。由于 $c \in [-2, 2]$ ，我们可以按位置的奇偶性分开考虑。对于每一段时刻，都相当于给一个线段加了1，所以用扫描线即可。时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

C

考虑根号分治

定义一个值 x 出现次数为 $size[x]$ ，如果没有修改操作，则预处理所有 $size$ 大于 \sqrt{n} 的值到所有其他值的答案，以及每个值出现位置的一个排序后的数组。查询的时候如果 x 和 y 中有一个是 $size$ 大于 \sqrt{n} 的，则可以直接查询预处理的信息，否则进行归并 $O(n\sqrt{n} + m\sqrt{n})$ 。有修改操作即在这个做法上改良，因为发现这个做法的根号平衡并没有卡满，所以有改良余地 假设把所有 x 变成 y 由于可以用一些技巧使得 x 变成 y 等价于 y 变成 x ，所以不妨设 $size[x] < size[y]$ 定义 $size$ 大于 \sqrt{n} 为大， $size$ 小于等于 \sqrt{n} 为小 定义 $ans[x][y]$ 为 x 到 y 去除附属集合的部分的答案（附属集合是什么下面有说） x 取遍所有值， y 只有所有大的值，总 $O(\sqrt{n})$ 个

修改：

如果 x 和 y 均为大，则可以暴力重构， $O(n)$ 处理出 y 这个值对每个其他值的答案，因为这样的重构最多进行 $O(\sqrt{n})$ 次，所以这部分复杂度为 $O(n\sqrt{n})$ 如果 x 和 y 均为小，则可以直接归并两个值的位置的排序后的数组，单次 $O(\sqrt{n})$ ，所以这部分复杂度为 $O(m\sqrt{n})$ 如果 x 为小， y 为大，发现小合并进大的均摊位置数为 $O(n)$ ，对这个再次进行根号平衡 对于每个大，维护一个附属的位置集合，这个位置集合的大小不超过 \sqrt{n} 每次把小的 x 合并入大的 y 的时候，即合并入这个附属集合，并且用 x 到所有大的值的答案更新 y 到所有大的值的答案，这样 如果合并后附属集合大小超过 \sqrt{n} ，则 $O(n)$ 重构 y 到所有值的答案，这个过程最多进行 $O(\sqrt{n})$ 次，均摊复杂度 $O(n\sqrt{n})$ 由于大的值个数 $\leq \sqrt{n}$ ，附属集合大小 $\leq \sqrt{n}$ ，这一部分是单次 $O(\sqrt{n})$ 的，所以这部分复杂度为 $O(m\sqrt{n})$

查询：

如果 x 和 y 均为大，则在维护的答案中查询 $\min(ans[x][y], ans[y][x])$ ，然后将 x 的附属集合和 y 的附属集合进行归并，这一部分是单次 $O(\sqrt{n})$ 的，所以这部分复杂度为 $O(m\sqrt{n})$ 如果 x 和 y 均为小，则进行一次归并即可，所以这部分复杂度为 $O(m\sqrt{n})$ 如果 x 为小， y 为大，则在维护的答案中查询 $ans[x][y]$ ，然后将 x 和 y 的附属集合进行归并，这一部分是单次 $O(\sqrt{n})$ 的，所以这部分复杂度为 $O(m\sqrt{n})$

总复杂度 $O(n\sqrt{n} + m\sqrt{n})$ 由于维护了所有可能的贡献，而且更新是取 \min ，正确性也得到了保障