全概率公式

1.条件概率公式

$$\mathrm{P(A|B)} = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

要理解这个公式，就要先知道**P(A|B)**代表什么意思，它表示在事件B已经发生的条件下，A事件发生的概率，所以叫条件概率。不妨想一想，既然是事件B已经发生，那么肯定以B事件发生的概率为基啊，B事件发生的概率**P(B)**必然是分母, 我们要求的是在B事件发生的条件下，事件A发生的概率，那事件A和事件B肯定是同时发生了，所以分子为**P(AB)**。

2.全概率公式

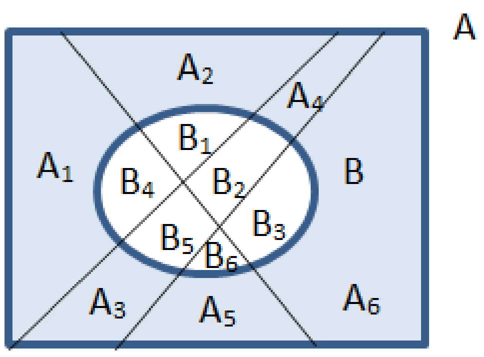
$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)$$

全概率公式的核心思想：**把一个复杂的大问题转换成多个简单的小问题，分而治之！**

那么这个思想是如何体现在公式中呢？首先，我们要求事件B发生的概率，可是B事件很复杂很庞大，一下子根本没办法求出来呀！那怎么办？很简单，我们把事件B分成很多小事件Bi，把所有的小事件Bi加起来不就是大事件B的概率吗？

$$\mathrm{P(B)} = P(\textstyle\sum_i^n B_i)$$

可是又出现一个问题，张三这么分，李四那样分，根本没有一个统一的标准。这时候就轮到A出场了，你可以把A理解成一个面积或者一种标准，B也是一个面积。因为大家分B的规则不一样，所以我们这时候不再分B了，而是把B放进A空间里，按照一个统一的标准来对A进行划分，所以A就出现很多小块Ai，那么必然就会有B与Ai相交的部分，我们把这些相交的部分加起来，不就是事件B发生的概率吗？如图所示：



所以相应的公式过程为：

$$\mathrm{P(B)} = P\left(\sum_{i}^{n} B_i\right) = P\left(B \cap \left(\sum_{i}^{n} A_i\right)\right) = P\left(\sum_{i}^{n} A_i B\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)$$

以上就是全概率公式的核心思想和推导过程，要牢记**分而治之**的思想。就这个知识点来说，比如我们生活中，在很多时候都会遇到抽奖，你有没有想过抽签的顺序会不会影响抽签的结果呢？你第一个抽和最后一个抽概率一样吗？如果是你设计了一个抽签规则，落选者不服气说我最后一个抽肯定抽中的概率小，前面的抽中概率大啊，凭什么我最后一个抽啊，你该怎么解释啊？

现在你要解释的问题是到底第一个同学，或者前面的同学抽奖和你抽奖，抽中的概率是一样的吗？答案取决于一个前提，即当你抽签时知不知道前面人抽签的结果，如果知道结果，这个问题就属于一个条件概率问题，你抽中的概率计算方法就得用条件概率公式，那抽的先后顺序当然对结果有影响啊，假设前面总共10个人抽奖，前面5个人都没抽中，那你先抽的话，抽中的概率是不是很大？但是如果大家都不知道结果，大家抽中的概率都是根据全概率公式计算，抽签的结果和顺序是无关的，谁先谁后都一样。