概率论的定义

1.古典概率

什么是古典概率？官方这样描述：是指当随机事件中各种可能发生的结果及其出现的次数都可以由演绎或外推法得知，而无需经过任何统计试验即可计算各种可能发生结果的概率。用我们平民的话来说，就是有限等可能事件发生的概率。比如m(A)表示事件A发生的次数，m(Ω)表示一个事件空间，即所有事件发生的次数，那么m(A) / m(Ω)即古典概率。用投硬币来说，m(A)是正面朝上的次数，当m(Ω)即投币次数趋向于无穷大时，这个比值接近0.5，所以0.5就是硬币正面朝上的概率。

2.几何概率

古典概率解决了有限的问题，那无限的问题怎么办呢？举个好吃的栗子，从0-1的区间中，选择一段长度为C的区域(C∈[0,1]),所以就有无数次选择的方法，那这个事件的概率是多少呢？数学家总是有办法，所以出现了几何概率，即无限等可能事件的概率。

概率论发展到这里，大家都以为概率已经发展的很完美了，想想也是呀，我有限的问题能解决，无限的问题也能解决，还有谁？直到法国有一个叫贝特朗的人提出了一个问题。他说，一个内接于圆的等边三角形，若随机选方圆上的个弦，则此弦的长度比三角形的边较长的机率为何？（详细可百度）他发现按照以前的理论，这就导致同一事件有不同概率，“不对呀，哎，这不对呀，你们说是不是不对呀，你是数学家，你来解释解释..........”，这就是著名的贝特朗悖论。在贝特朗提出这个问题以后，概率论的发展有很长一段时间很低迷，甚至停滞不前。但是前面说了，数学家们总是有办法，他们提出了概率的公理化定义。

3.公理化概率

有了前面贝特朗悖论，如何定义概率，如何把概率论建立在严格的逻辑基础上，是概率理论发展的困难所在，经过数学家们不断的发展，公理化方法成为现代概率论的基础，使概率论成为严谨的数学分支，对概率论的迅速发展起了积极的作用。那什么是公理化的方法呢？以下是公理化定义：

设随机实验E的样本空间为Ω。若按照某种方法，对E的每一事件A赋于一个实数P(A)，且满足以下公理：

(1)非负性：P(A)≥0；

(2)规范性：P(Ω)=1；

(3)可列（完全）可加性：对于两两互不相容的可列无穷多个事件A1，A2，……，An，……，有P(A1∪A2∪A3∪.....∪An) = P(A1) + P(A2) + P(A3) + ...P(An)，则称实数P(A)为事件A的概率。