

Отчёт по лабораторной работе №3.2.4  
Свободные колебания в электрическом контуре.

Плюскова Н.А. Б04-004

17 января 2024 г.

# Описание работы

**Цель работы:** исследования свободных колебаний в колебательном контуре.  
**В работе используются:** генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, индуктивность, электронный осциллограф, универсальный мост.

## Теория

### Свободные колебания

Рассмотрим электрический контур, состоящий из последовательно соединённых конденсатора  $C$ , катушки индуктивности  $L$  и резистора  $R$ . Обозначим разность потенциалов на конденсаторе  $U_C$ , а ток, текущий в контуре, через  $I$ . Второе правило Кирхгофа:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0. \quad (1)$$

Вводя обозначения  $\gamma = \frac{R}{2L}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ , получим уравнение

$$\ddot{I} + 2\gamma \dot{I} + \omega_0^2 I = 0. \quad (2)$$

Его решение в общем виде:

$$I = -\frac{U_0}{L\kappa} e^{-\gamma t} \text{sh}(\kappa t), \quad (3)$$

где  $\kappa = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ ,  $U_0 = U_C$  – начальное напряжение на конденсаторе.

### Затухающие колебания

В случае, когда  $\gamma < \omega_0$ , имеем  $\kappa = i\omega$ , где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$  – частоты свободных (собственных) колебаний. Тогда ток

$$I = -\frac{U_0}{L\omega} e^{-\gamma t} \sin(\omega t) \quad (4)$$

затухает и имеет колебательный характер. Величина  $\gamma$  определяет затухание колебаний:  $\gamma = \frac{1}{\tau}$ , где  $\tau$

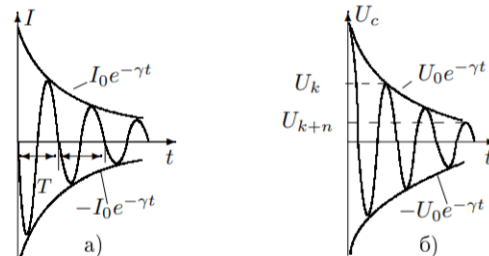
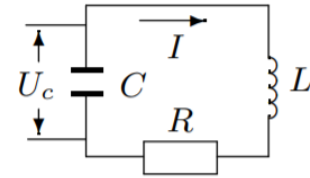


Рис. 1: Затухающие колебания.

– время затухание амплитуды в  $e$  раз. Формулы для нарядение на конденсаторе и тока в цепи можно переписать иначе:

$$\begin{aligned} U_C &= U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta), \\ I &= -\frac{U_0}{I_\omega} e^{-\gamma t} \cos(\omega t - \theta). \end{aligned} \quad (5)$$

## Апериодические колебания

В случае  $\gamma > \omega_0$ , формулы для тока и напряжения на конденсаторе имеют следующий вид:

$$I = -\frac{U_0}{L\kappa} e^{-\gamma t} \operatorname{sh}(\kappa t),$$

$$U_C = U_0 e^{-\gamma t} \left( \frac{\gamma}{\kappa} \operatorname{sh}(\kappa t) + \operatorname{ch}(\kappa t) \right).$$

Процесс в этом случае не является колебательным, его называют апериодическим. Режим, соответствующий  $\gamma = \omega_0$ , называют переходом  $\omega \rightarrow 0$  в (5) даст

Рис. 2: Критический режим.

$$I = -\frac{U_0}{L}te^{-\gamma t},$$

$$U_G = U_0 e^{-\gamma t} (1 + \gamma t).$$

Сопротивление в этом случае

$$R_{\text{kp}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

называется *критическим сопротивлением* контура.

*Добротность* контура по определению

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Lambda W},$$

где  $W$  – запасённая энергия,  $\Delta W$  – потери за период. Тогда

$$Q = 2\pi \frac{CU_0^2/2 \cdot e^{-2\gamma t}}{CU_0^2/2 \cdot (e^{-2\gamma t} - e^{-2\gamma(T+t)})} = \frac{\pi}{\gamma T} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (7)$$

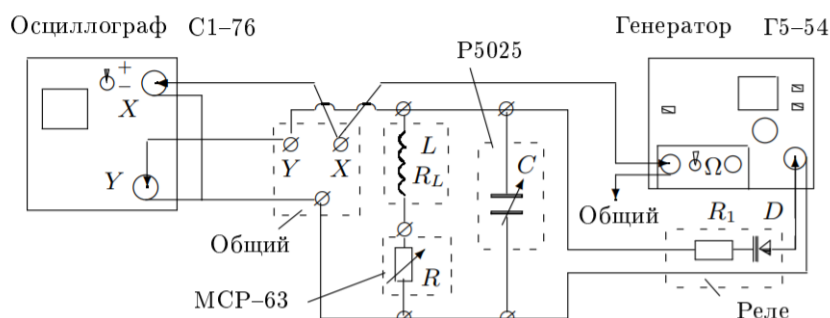
Логарифмическим декрементом затухания называются число

$$\Theta = \ln \frac{U_k}{U_{k+1}} = \ln e^{\gamma T} = \gamma T. \quad (8)$$

ИЛИ

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}. \quad (9)$$

## Описание установки



На рисунке приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре, содержащем постоянную индуктивность  $L$  и переменные ёмкость  $C$  и сопротивление  $R$ . Колебания наблюдаются на экране осциллографа.

Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю импульсы поступают на колебательный контур через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке (или на выходе генератора). Реле содержит тиристор  $D$  и ограничительный резистор  $R_1$ .

Импульсы заряжают конденсатор  $C$ . После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ( $\approx 1$  МОм), так что его влиянием на контур можно пренебречь. Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развёртки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода «синхроимпульсы» генератора.

## Ход работы

На генераторе устанавливаем длительность импульсов 5 мкс, частоту повторения  $\nu_0 = 100$  Гц. На магазине сопротивлений устанавливаем величину  $R = 0$  Ом, на магазине ёмкостей –  $C = 0.02$  мкФ. По картине на осциллографе проведём измерение зависимости периода свободных колебаний от ёмкости.

$C$ , мкФ	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
$T$ , мкс	0.33	0.43	0.48	0.50	0.57	0.62	0.64	0.73

Таблица 1: Зависимость  $T = T(C)$ .

Считая  $L \approx 200$  мГн, рассчитаем  $C$ , при которой  $\nu_0 = 1/2\pi\sqrt{LC} = 5$  кГц:  $C \approx 5$  нФ. Критическое сопротивление в этом случае  $R_{кр} \approx 12500$  Ом. Измерим зависимость  $\Theta(R)$  декремента затухания от сопротивления в диапазоне  $0.1R_{кр} \div 0.3R_{кр}$ , пользуясь формулой (9):

$R$ , Ом	1200	1300	1700	2100	2500	2900	3400	3700
$\Theta$	0.7	0.8	1.0	1.3	1.5	1.7	2.1	2.2

Таблица 2: Зависимость  $\Theta = \Theta(R)$ .

Получив изображение колебаний на фазовой плоскости (в координатах  $(U_C, \frac{dU_C}{dt})$ , убеждаемся, что декремент затухания вычисленный по тем же способом абсолютно совпадает с вычисленным в координатах  $(U_C, t)$ . С помощью универсального моста измеряем индуктивность  $L$  и  $R_L$  катушки для трёх значений частоты:

$\nu$ , Гц	50	1000	5000
$R_L$ , Ом	10.39	11.40	13.50
$L$ , мГн	147.0	143.0	143.5

Таблица 3: Значения  $R_L$  и  $L$  катушки при разных частотах.

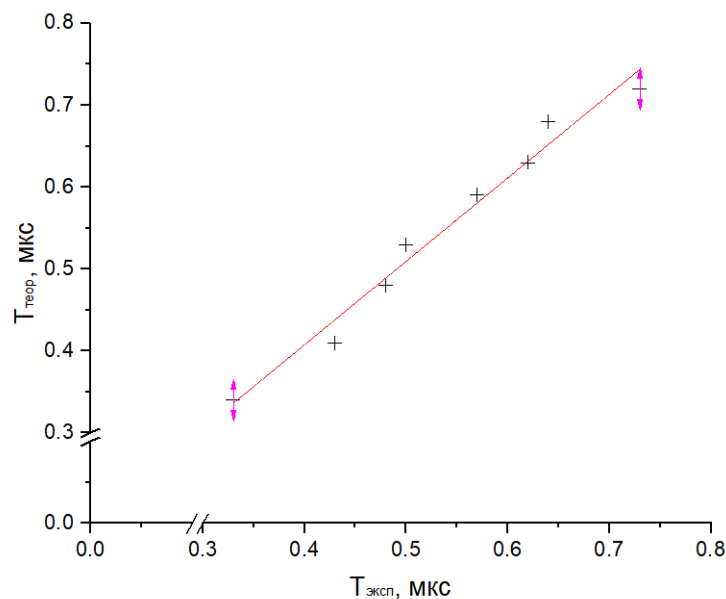
## Обработка результатов

Рассчитаем теоретически периоды свободных колебаний и сравним с полученными экспериментально:

$T_{\text{эксп}}$ , мкс	0.33	0.43	0.48	0.50	0.57	0.62	0.64	0.73
$T_{\text{теор}}$ , мкс	0.34	0.41	0.48	0.53	0.59	0.63	0.68	0.72

Таблица 4: Сравнение теоретических и экспериментальных периодов.

Результат представим на графике:



Для данных Таблицы 2 рассчитаем критическое сопротивление по формуле

$$R_{\text{кр}} = R \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\Theta}\right)^2 + 1}$$

и усредним:  $R_{\text{кр}} = 10800 \pm 500 \text{ Ом}$

Теоретическое значение  $R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 10700 \pm 200 \text{ Ом}$  – совпадает в пределах погрешности.

Для контуров с максимальным и минимальным декрементом  $\Theta$  рассчитаем добротность  $Q$  экспериментальную –  $Q = \frac{\pi}{\Theta}$  – и теоретическую –  $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ :

	$\Theta$	$R$	$Q_{\text{теор}}$	$Q_{\text{эксп}}$
Макс	$2.2 \pm 0.2$	3700	$1.443 \pm 0.012$	$1.41 \pm 0.13$
Мин	$0.7 \pm 0.2$	1200	$4.45 \pm 0.04$	$4.5 \pm 1.3$

Таблица 5: Добротности для контуров с наибольшим и наименьшим затуханием.

### Вывод:

Итак, в этой работе мы изучили свободные колебания в электрическом контуре: сначала измеряли периоды при  $\gamma \approx 0$ , затем находили критическое сопротивление и изучали колебательный контур при сопротивлениях порядка  $0,1 - 0,3R$ . Мы исследовали зависимость логарифмического декремента затухания от сопротивления контура, а также добротности от параметров контура и от декремента.