

Отчёт по лабораторной работе №4.4.1
Амплитудная дифракционная решётка.

Плюскова Н.А. Б04-004

17 января 2024 г.

1. Аннотация

В работе требовалось отъюстировать гониометр, исследовать спектр ртутной лампы, определить период и спектральные характеристики решётки.

2. Теоретические сведения

Амплитудную решётку можно представить в виде непрозрачного экрана, в котором прорезано большое число N параллельных щелей — штрихов. Постоянство расстояний между штрихами d (период решётки, или шаг решётки) и шириной штриха b должно выдерживаться с большой точностью.

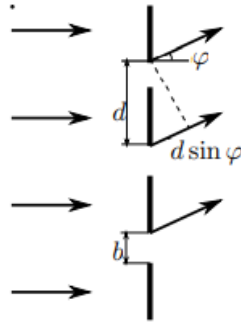


Рис. 1: Дифракция световой волны на амплитудной решётке

Наблюдение изображения спектра проводится с помощью зрительной трубы, настроенной на бесконечность (дифракции Фраунгофера на штрихах решётки). В этом случае амплитуда и интенсивность поля световой волны определяются углом φ между нормалью к решётке и направлением дифрагировавших лучей. Будем считать, что амплитуды всех интерферирующих волн одинаковы, т.е. фиксирована амплитуда падающей волны и постоянна площадь всех штрихов. Интенсивность дифрагированного света максимальна для углов φ_m , при которых волны, приходящие в точку наблюдения от всех щелей, оказываются в фазе:

$$d \sin \varphi_m = m\lambda. \quad (1)$$

Рассмотрим пример с двумя спектральными линиями красной и фиолетовой ($\lambda_{red} > \lambda_{purp}$). Для малых углов дифракции угловое расстояние между порядками $\varphi_{m+1} - \varphi \approx \lambda/d$ пропорционально длине волны, поэтому фиолетовые линии следуют чаще чем красные. При $m = 5$ для красной и $m = 6$ для фиолетовой они совпадут.

Некоторые формулы:

- Разрешающая способность характеризует возможность прибора различать две близкие спектральные линии с длинами волн λ и $\lambda + \delta\lambda$.

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (2)$$

- Угловая дисперсия - производная зависимости угла отклонения $\varphi(\lambda)$ волны диспергирующим элементом по λ . По величине угловой дисперсии можно определить угловое расстояние между двумя близкими спектральными линиями: $\delta\varphi \approx D\delta\lambda$:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi_m} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2\lambda^2}} \quad (3)$$

- Угловое расстояние между линиями определяется:

$$\Delta\varphi \approx D\delta\lambda \quad (4)$$

- Полуширина линии:

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi_m} \quad (5)$$

- Дисперсионная область – предельная ширина спектального интервала $\Delta\lambda$ прибора, для которой дифракционные максимумы соседних порядков не перекрываются. Она определяет диапазон длин волн, при которых прибор может быть использован для анализа спектра.

3. Экспериментальная установка

Оптические приборы, в которых осуществляется физическое разложение электромагнитного излучения на монохроматические составляющие, называются спектральными. По характеру распределения интенсивности в спектральном разложении спектры могут быть разделены на линейчатые и непрерывные. Принципиальная установка изображена на рис.???. Свет от источника S попадает на экран с щелью. Коллиматор формирует близкие к параллельному пучок лучей. После, свет попадает на диспергирующий элемент. Наблюдение производится через трубу, установленную на ∞

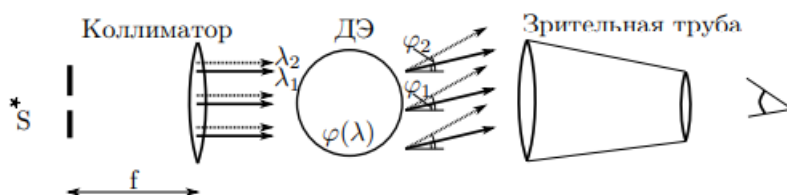


Рис. 2: Схема прибора: источник-коллиматор – диспергирующий элемент – зрительная труба

Каждой монохроматической компоненте с λ соответствует один или несколько углов $\varphi(\lambda)$ на выходе из прибора, в направлении которых интенсивность прибора максимальна. При известной зависимости $\varphi(\lambda)$ по измеряемому углу поворота φ зрительной трубы можно определить длину волны спектральной линии.

Наиболее важными характеристиками спектральных приборов являются угловая дисперсия, разрешающая способность и дисперсионная область.

4. Результаты измерений и обработка данных

4.1 Определение периода решетки

Были измерены угловые координаты спектральных линий для $+1$ и -1 порядков. Результаты измерений сведем в таблицу 1:

Цвет	Координата		σ_{φ_m}	$\sin \varphi_m$		$\sigma_{\sin \varphi_m}$	Длина волны λ , нм
	-1 порядок	+1 порядок					
Фиолетовый	191° 38' 56"	168° 18' 38"	2,5"	-0,2019	0,2026	0,0007	404,7
Синий	192° 33' 09"	167° 21' 53"		-0,2173	0,2187		435,8
Голубой	194° 10' 45"	165° 41' 53"		-0,2450	0,2470		491,6
Зеленый	195° 46' 30"	164° 03' 51"		-0,2719	0,2746		546,1
Желтый 1	196° 41' 11"	163° 07' 49"		-0,2871	0,2902		577
Желтый 2	196° 44' 55"	163° 03' 59"		-0,2882	0,2913		579,1
Красный 1	197° 44' 02"	162° 03' 06"		-0,3046	0,3082		623,4
Красный 2	198° 03' 42"	161° 42' 50"		-0,3100	0,3138		690,7

Таблица 1: Координаты спектральных линий для ± 1 порядков

Здесь погрешность измерений гониометра φ_m бралось из таблицы ГОСТ, погрешность же $\sin \varphi_m$ определялась следующей формулой:

$$\sigma_{\sin \varphi_m} = |\cos \varphi_m \cdot \sigma_{\varphi_m}|$$

Построим график зависимости $\sin \varphi_m$ от длины волны:

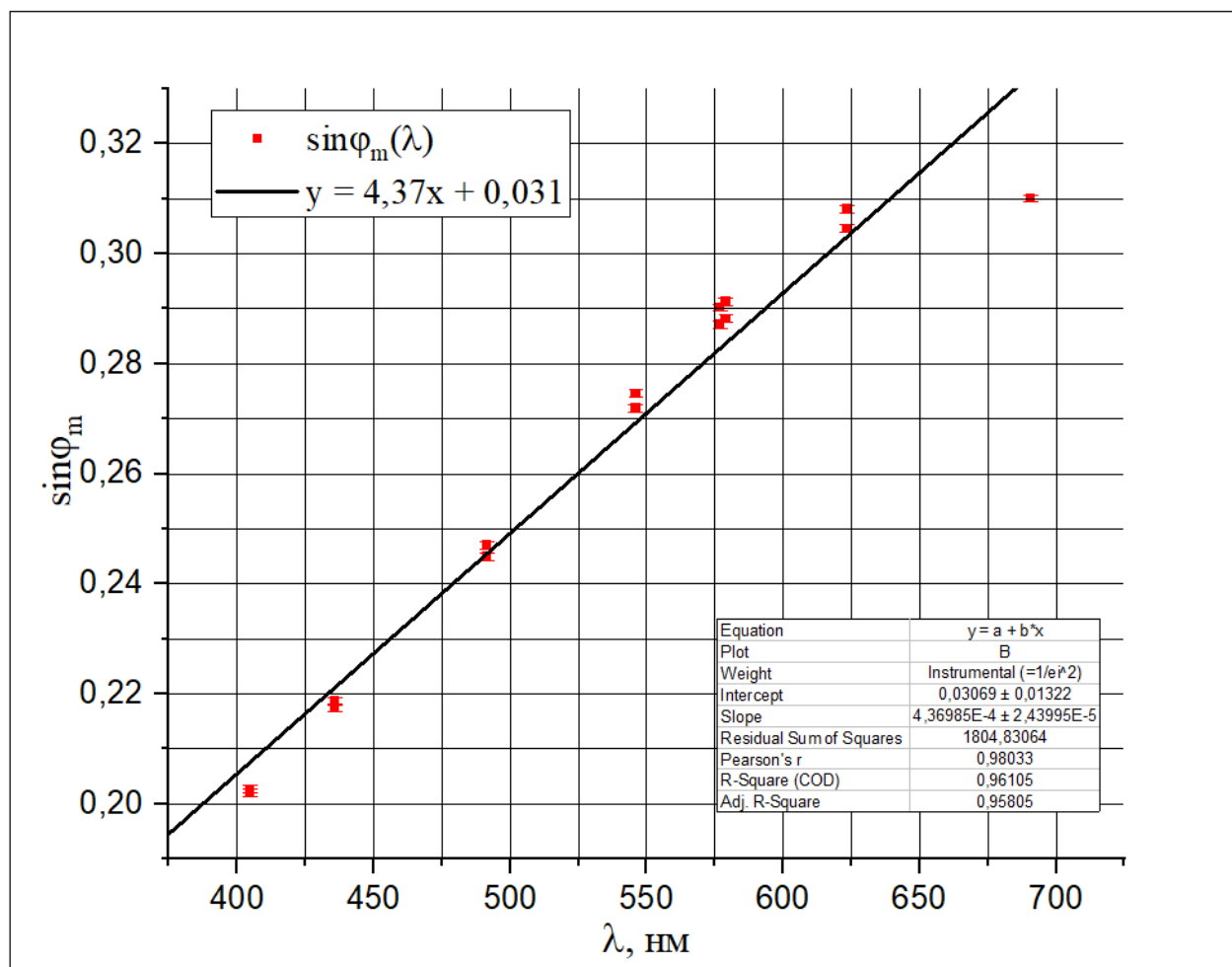


Рис. 3: Зависимость $\sin \varphi_m$ от длины волны

Найдем коэффициент наклона касательной:

$$k = \sqrt{\frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}}$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2 \right)}$$

$$k = (4,23 \pm 0,38) \cdot 10^{-4} \text{ нм}^{-1}$$

Найдем период дифракционной решетки по формуле (1). Здесь $\varepsilon_d = \varepsilon_k \approx 9\%$:

$$d = \frac{\lambda}{\sin \varphi_m} = \frac{1}{k} = (2,364 \pm 0,213) \text{ мкм}$$

4.2 Определение угловой дисперсии

Рассчитаем по линиям жёлтого дублета угловую дисперсию в спектрах разного порядка (формула (3.1)). Построим график зависимости угловой дисперсии от порядка спектра и сравните эту зависимость с расчётной по формуле (3.3) для средней длины волны жёлтого дублета.

Результаты для наглядности представим в таблице:

Порядок	Координата		$\Delta\varphi_m$	$\sigma_{\Delta\varphi_m}$	$\Delta\lambda, \text{ А}$	D, рад/А · 10 ⁻⁵	σ_D , рад/А · 10 ⁻⁵
	1 линия	2 линия					
3	117° 13' 31"	116° 47' 44"	0,430°	5"	2,1	37,1	0,5
2	144° 11' 13"	144° 01' 51"	0,156°			12,9	0,5
1	163° 07' 49"	163° 03' 59"	0,064°			5,3	0,5
-1	196° 41' 11"	196° 44' 55"	0,062°			5,2	0,5
-2	214° 44' 09"	214° 52' 45"	0,143°			11,9	0,5
-3	237° 46' 52"	238° 05' 59"	0,319°			26,5	0,5

Таблица 2: Значения для желтых дуплетов разных порядков

Отсюда находим средние значения угловой дисперсии для разных порядков:

Порядок	1	2	3
$\langle D \rangle$, рад/А · 10 ⁻⁵	5,24 ± 0,50	12,45 ± 0,50	31,79 ± 0,50

Построим график зависимости угловой дисперсии от порядка спектра:

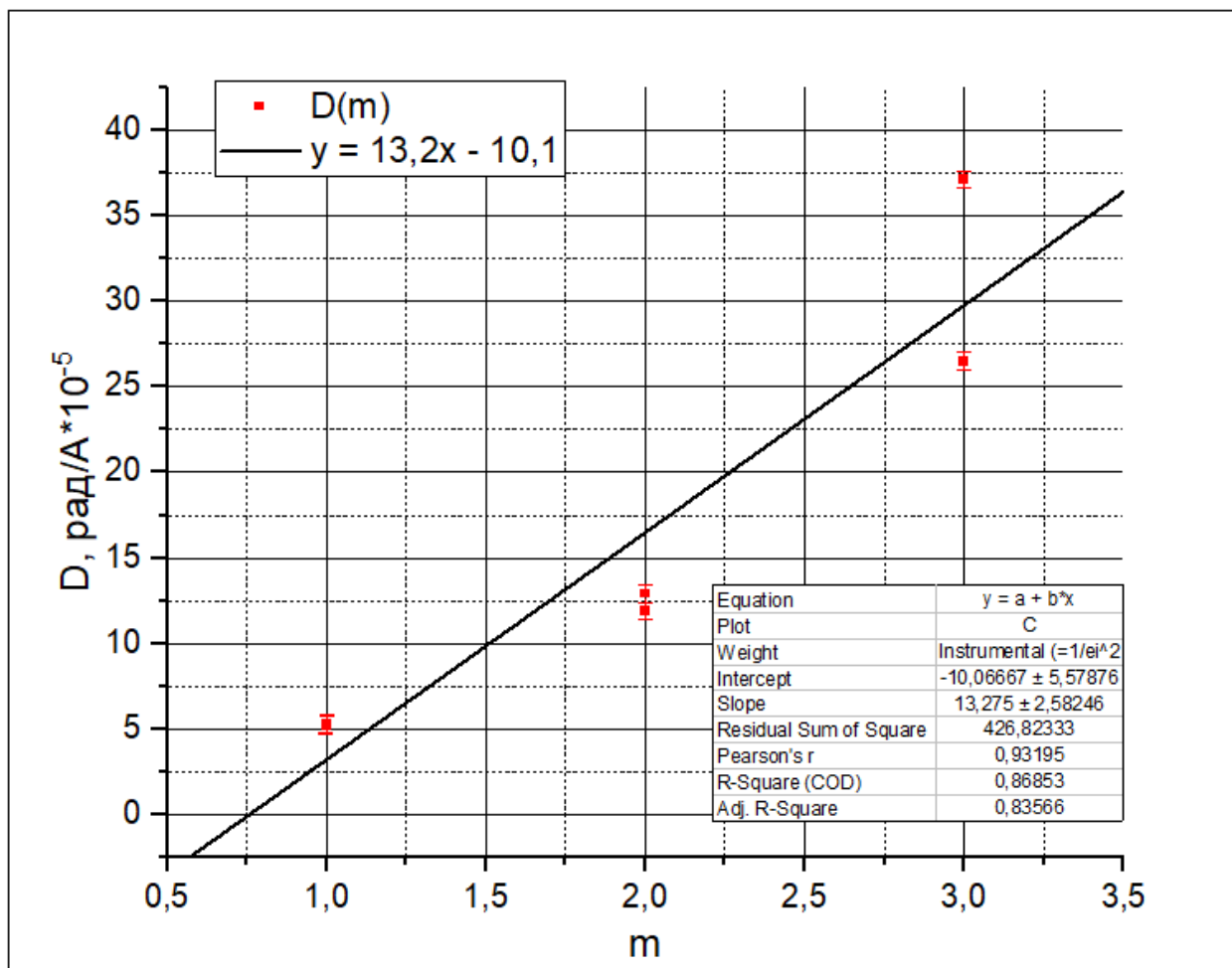


Рис. 4: Зависимость угловой дисперсии от порядка спектра, найденная экспериментально

Рассчитаем угловую дисперсию по формуле (3.3)

$$D = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}}$$

Значения угловой дисперсии для разных порядков:

Порядок	1	2	3
$\langle D \rangle$, рад/А · 10 ⁻⁵	5,03 ± 0,048	11,71 ± 0,011	27,51 ± 0,6

Важно отметить, что экспериментальное и теоретическое значения сходятся в пределах погрешности.

4.3 Оценка разрешающей способности

В этом пункте мы измеряли ширину желтых спектральных линий, ниже представим результаты измерений:

Порядок	Координаты концов		$\delta\varphi$	$\sigma_{\delta\varphi}$	Длина волны λ ,	D	σ_D	R	σ_R
	начало	конец							
3	116 15' 04"	116 17' 20"	0,0211	5"	578	0,2046	0,0007	5601,7	0,7
2	144 05' 20"	144 04' 30"	0,0139			0,0743	0,0007	3092,1	0,6
1	164 04' 01"	164 03' 28"	0,0092			0,0304	0,0007	1916,9	0,6
-1	196 45' 21"	196 44' 41"	0,0111			0,0296	0,0007	1539,8	0,4
-2	214 53' 22"	214 52' 44"	0,0106			0,0683	0,0007	3740,0	0,9
-3	238 06' 32"	238 05' 33"	0,0164			0,1517	0,0007	5350,1	0,8

Порядок	1	2	3
$< R >$	$1728,3 \pm 0,5$	$3416,0 \pm 0,8$	$5475,9 \pm 0,8$

По формуле $R = m \cdot N$ найдем количество эффективно работающих штрихов:

- $N_1 = 1728$
- $N_2 = 1708$
- $N_3 = 2738$

5. Вывод

В этой работе мы исследовали спектр ртутной лампы, поработали с амплитудной дифракционной решеткой. Был определен период самой решетки, найденное значение $(2,364 \pm 0,213)$ мкм. Также, двумя способами мы рассчитали экспериментальную и теоретическую угловые дисперсии, которые совпадают в пределах погрешности, сведем эти результаты в таблицу ниже для наглядности. Также была оценена разрешающая способность спектрального прибора.

Порядок	1	2	3
$< D_{\text{эксп}} >$, град/нм	$5,24 \pm 0,50$	$12,45 \pm 0,50$	$31,79 \pm 0,50$
$< D_{\text{теор}} >$, град/нм	$5,03 \pm 0,048$	$11,71 \pm 0,11$	$27,51 \pm 0,26$