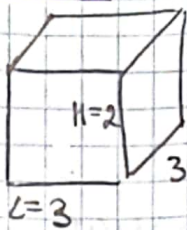


Консультация №3. Задачи без комментариев

1A(2007)



1) Таем \rightarrow и \leftarrow
 когда $L - 2x = H - x$ — неум. (когда
 он становится нулем)
 $x = 1 \text{ см}$

3сз: $\Delta m \cdot \lambda = \Delta T \cdot S$

расм.рег $\frac{dx}{dt} = V$ — скорость течения

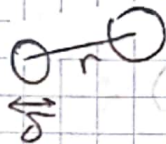
$$\Delta m = \rho S \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

$\sim 130 \text{ м/с}$

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta T}{S_{\text{поверх}} \lambda} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с.}$$

15.2013

потом парную механич. функцию



$$\varphi(r) = \begin{cases} \infty, & r < \delta \\ \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}, & r \geq \delta \end{cases} \leftarrow \text{диск-р иониз}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{3} N_A \delta^3, \quad \frac{A}{k \delta^{12}} - \frac{B}{k \delta^6} = 500 \text{ К}$$

Тип-?

Решение $T_{\text{тип}} = \frac{8a}{27RB}$

ϕ и, отв. за притяжение ион

Распишем энергию функции иониз \rightarrow иониз

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \varphi(r_{ij}) = \frac{1}{2} N_A \int_N \varphi(r) dN \rightarrow \frac{n}{2} N_A \int \varphi(r) 4\pi r^2 dr =$$

функция 1 чат.о.в.в.м

$$= 2\pi \frac{N_A^2}{V} \int_{\delta}^{\infty} \left(\frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6} \right) r^2 dr = -\frac{2\pi}{3} \frac{N_A^2}{V} \left(\frac{B}{\delta^3} - \frac{A}{3\delta^3} \right)$$

$$U_p = \int_V -\frac{a}{V^2} dV = -\frac{a}{V}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2\pi}{3} N_A^2 \left(\frac{B}{\delta^3} - \frac{A}{3\delta^3} \right)$$

$$\rightarrow T_{\text{тип}} = \frac{8}{27} \left(\frac{B}{k\delta^6} - \frac{A}{3k\delta^{12}} \right) \approx 100 \text{ К}$$

Электродинамика

Ур-я Максвелла

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi \int_V \rho dV$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left(\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right)$$

линейн. завис. от поля \leftarrow инт. вращ. магн. поле

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \underbrace{\frac{4\pi}{c} \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}}_{\text{длина тороид.}} + \underbrace{\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left(\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right)}_{\text{токи смещения (регр. индукт.)}}$$

Связи между полями

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} \leftarrow \text{поляризация (дипол. м.т. ед. V)}$$

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{I} \leftarrow \text{магнитизм (магн. м.т. ед. V)}$$

В лн. системах: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$
диэлектрик магнетик

Гранич. ур-я (сп-я ур. Максвелла) для стат. случ //

$$\Delta \varphi_n = 4\pi \rho$$

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$$

$$B_n = B_{n2}$$

$$\Delta H_{\tau} = \frac{4\pi}{c} i \leftarrow \text{ли. плотность тока на повт}$$

Проводник - объект со свобод. зарядом.

наш. в поле \Rightarrow заряд нач. двигаться, пока внеш. поле

не скомп. полем зарядов на повт \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{внутри пр-ка } E_{in} \equiv 0, \varphi_{in} \equiv \text{const}$$

Сверхпроводник -

наш. в МП \Rightarrow по повт. бежит ток, кот.

$$\text{комп. его внутри } \Rightarrow B_{in} = 0$$

Сила, действ. на диполь в эл. поле / в Мн

$$\vec{F} = (\vec{p}, \vec{\nabla}) \vec{E} \quad \vec{F} = (\vec{m}, \vec{\nabla}) \vec{H}$$

Энергия поля: $\omega = \frac{1}{8\pi} (\vec{E} \vec{D} + \vec{B} \vec{H})$ [сгс]

в $\psi \pm 1/2$.

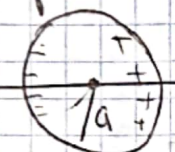
В р. дипольная напр. куда утек. эл-е эл. поле

- Задания: 1) ур-е Максвелла и н-е уравн
2) эл. цепи
3) резонаторы

1. Ур-е Максвелла и н-е уравн

2А (2006)

Резонатор-циммер, внутри эл-пост. эл.
Шарик помещен в эл. диполь



$$\rightarrow E_z = E_0 \cos \frac{\pi z}{2l} \cos \omega t, \quad 2l = 20 \text{ см}$$

Дипол. м-т провод. шара $\vec{p} = a^3 \vec{E}$ (1.26)

$p = a^3 E_0 \cos \frac{\pi z_0}{2l} \cos \omega t$, $a \ll 2l$ \hookrightarrow шарик-диполь

~~$p = \frac{1}{2} a^3 E_0 \cos \frac{\pi z_0}{2l}$~~

$F = p \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\pi a^3}{8l} E_0^2 \sin \frac{\pi z}{l} \cos^2 \omega t$

Сила, действ. на диполь

$\langle F \rangle = \frac{\pi a^3}{16l} E_0^2 \sin \frac{\pi z}{l}$

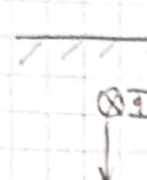
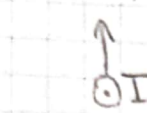
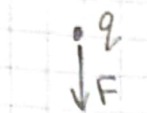
$\cos^2 \omega t = \frac{1 + \cos 2\omega t}{2}$

$\langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \langle \cos 2\omega t \rangle$
 $\circ (-1, 1)$

$\bullet \langle F \rangle h = m g \Delta$

2A(2007)

Метод образов



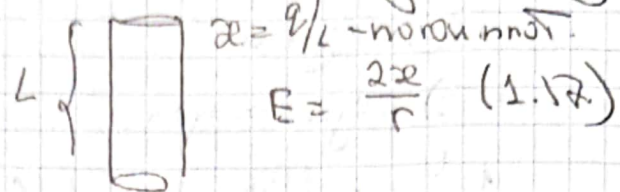
- заряды
плот

сверхпровод.
плот

тут заряды перераспределяются,
чтобы создали поле внутри проводника

т.е. образ, дающий такое же поле

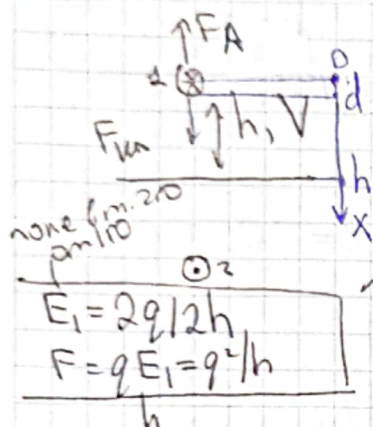
поле зарядов. проводника (цилиндра)



$\alpha = \frac{q}{L}$ - плотн. н.д.т.

$$E = \frac{2\alpha}{r} \quad (1.17)$$

по напр. оттока плоти \Rightarrow на ней дается
 \Rightarrow есть $F_{\text{пл}}$ и F_A .



$$E_1 = 2q/2h$$

$$F = qE_1 = q^2/h$$

$$F_{\text{пл}} = \frac{q^2}{h} \quad \text{навед. заряд}$$

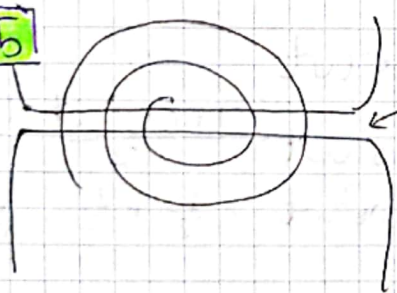
$$F_A = \frac{1}{c} I B = \frac{I^2}{hc^2}$$

поле провода $\frac{2I}{c \cdot 2h}$

$$V = \int_d E(x) dx = 2q \ln \frac{4h}{d} \Rightarrow q = \frac{V}{2} \frac{1}{\ln \frac{4h}{d}}$$

$$F_z = F_{\text{пл}} - F_A = \frac{1}{h} \left[\frac{V^2}{4 \left(\ln \frac{4h}{d} \right)^2} - \frac{I^2}{c^2} \right] \approx 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ гм/см}$$

2014 35



поднимаешь ион или \Rightarrow
 \Rightarrow нач. вращ. по вращ. осям.

Синхр. частиц, когда
разогнали до рел.
скорости

$$\text{Рел-и: } p = mV \rightarrow \delta mV$$

$$K = \frac{mV^2}{2} \rightarrow E_{\text{пол}} = \delta mc^2 = mc^2 + \frac{(\delta - 1)mc^2}{K}$$

1) Перенос энергии
 $m \frac{V^2}{R} = \frac{eVB}{c}$

$\omega_u = \frac{eB}{mc}$ - циклотронная частота

2) Рел. энергия

$\omega_{\text{рен}} = \frac{eB}{\gamma mc} = \frac{eBc}{\gamma mc^2}$
 норм. Е.

3) Окончание синхронизма: когда част. примет. в фазу, когда там 0 напря-е \Rightarrow Т упр. на $\frac{1}{4} T$.

$\frac{T}{2\pi} = \frac{\gamma mc^2}{eBc} = \underbrace{\frac{mc^2}{eBc}}_{\frac{T_{\text{унас}}}{2\pi}} + \underbrace{\frac{W}{eBc}}_{\frac{1}{4} \frac{T_{\text{унас}}}{2\pi}} \leftarrow \text{кин.}$

$T = \frac{2\pi}{eBc} mc^2 \left(\frac{W}{mc^2} + 1 \right) = T_0 \left(\frac{W}{mc^2} + 1 \right) \Rightarrow \frac{W}{mc^2} = \frac{1}{4}$
 $W = \frac{mc^2}{4} = 250 \text{ МэВ}$

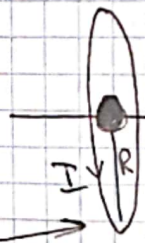
3A 2015

Сверхпровод. шар в МН



Сверхпровод. шар. в МН (внеш) одн. дипол. м.м $\vec{p} = -\frac{R^3 \vec{H}_0}{2}$ (6.17)

max упр-е шарика?



1) Поле линии с током:

$H(x) = H_0 \cdot \frac{R^3}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \Rightarrow H_0 = \frac{2\pi I}{cR}$

по сути виток с током 2) Дипол. м.м шарика с током

$p = -\frac{1}{2} R^3 H$

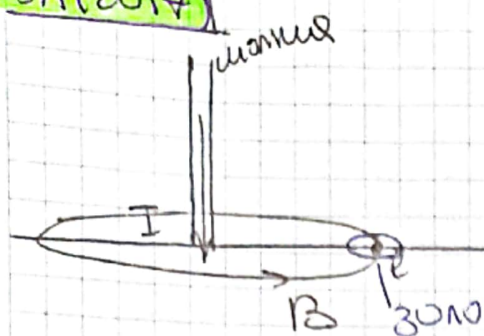
3) Сила, действ. на дипол. м.м

$F = -\frac{1}{2} p^3 H \frac{\partial H}{\partial x} = m \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} = \frac{9 H_0^2 R^2 \cdot x}{8 \pi^2 (x^2 + R^2)^{5/2}} \rightarrow \text{max}$

$x = R/\sqrt{2} \Rightarrow \ddot{x} \rightarrow \text{max}, \ddot{x}_{\text{max}} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ см/с}^2$

Пушка Гаусса д.с. ионотупельная

3A(2017)

штанна \equiv провод с током

$$l = 1 \text{ м}$$

$$I = I_0 (e^{-t/T} - e^{-t/\tau}), \text{ штанна}$$

$$T = 10^{-4} \text{ с}, \tau = 8 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

$$D = 20 \text{ мкм}$$

$$\delta = 0,5 \text{ мкм} - \text{толщина}$$

$$\Delta T = 20 \text{ К}$$

$$C_{Au} = 2600 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$$\text{мемтбег. } V_{\text{жонд}}$$

$$\rho = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Решение

1) Поле провода с током

$$B = \frac{2I}{cl} \rightarrow \frac{\mu_0 I}{2\pi l}, \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}$$

2) Напря-е, кот. созд. поле в проводе

$$U = -s \frac{dB}{dt} = -\frac{\pi D^2}{4} \frac{\mu_0}{2\pi l} I_0 \left[\frac{1}{T} e^{-t/T} - \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \right]$$

3) Сопр. провода

$$R = \rho \frac{4\pi D}{\pi \delta^2}$$

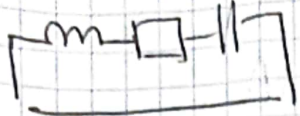
4) Тепло

$$Q = \int_0^\infty \frac{U^2}{R} dt = \frac{\rho^2 D}{8\rho} \left(\frac{\mu_0 I_0}{8e} \right)^2 \cdot \frac{(T-\tau)}{\tau(T+\tau)}$$

$$\parallel C m \Delta T = C \rho \pi D \frac{\pi \delta^2}{4} \Delta T$$

$$I_0 = 10^5 \sqrt{\Delta T} = 4,6 \cdot 10^5 \text{ А}$$

2. Цепи



1. Дифф. урн.

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$q(t) = q_0 \exp[-t/\tau] \cos(\omega t + \varphi_0)$$

хар. время затух.

$$\tau = 1/\delta.$$

Лог. децибел затух. $\lambda = \delta T$ (затух. в е раз)

Добротность $Q = \frac{\pi}{\delta T} = \frac{\omega}{2\delta} = \frac{\omega L}{2R} = 2\pi \frac{W}{\Delta W}$

↑
энерг. конт.
катушки

↑
потери в
резисторе

2. Выход. импеданс

Метод конт. амплитуд

Для перем. тока: Z - импеданс - конт. сопр-е

$Z_L = i\omega L$ ($Z_L = \infty \Rightarrow \omega = \infty$ - короткое замыкание \Rightarrow конт. не пропускает)

$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$ ($Z_C = \infty \Rightarrow \omega = 0$ - разомкнутая цепь \Rightarrow конт. не пропускает)

для вых. конт. амплит. напр-я и сил тока

$$\hat{U}_L = Z_L \hat{I}, \quad \hat{U}_C = Z_C \hat{I}$$

если край $\pi/2$ (чужа i) \Rightarrow если $U \leftrightarrow I$

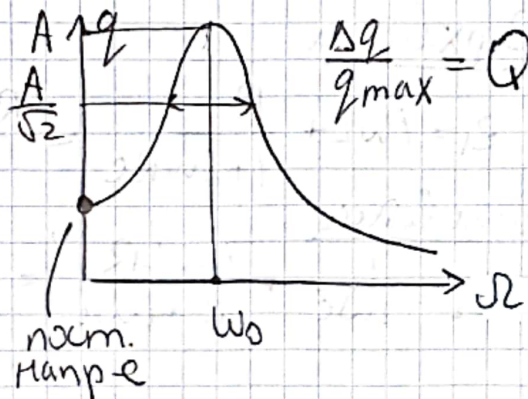
АЧХ - как ведет себя амплит. под действием внеш. синус. напр-я ($U = X_0 \cos \omega t$)

$$q(\omega) = \frac{X_0}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2)^{1/2}}$$

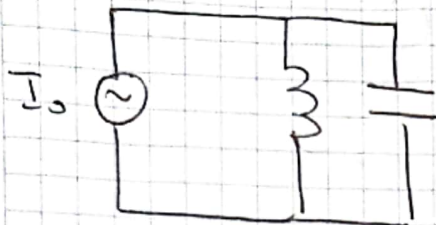
внеш.

$$q(\omega_0) = \frac{X_0}{2\delta\omega_0}$$

$$\frac{q}{X_0} = \frac{1}{2\delta\omega_0}$$



2B. (2010)



$$L = 23,3 \text{ мГн}, C = 290 \text{ мкФ},$$

$$Q = 1000$$

$$T = 5 \text{ мс}, I_0 = 0,1 \text{ А}$$

$$\frac{I_L}{I_C}(\tau) - ?$$

$$1) \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 380 \text{ рад/с} = 60 \text{ Гц} - \text{собств. частота}$$

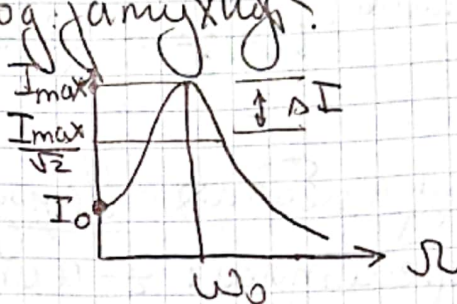
$$2) \text{Хар. время затух. } \tau = 2Q/\omega_0 \approx 6 \text{ с} \ll T = 300 \text{ с} \Rightarrow$$

\Rightarrow \neq вынужд. ток, следов. затухающий.

$$\text{Тогда } \frac{I_{\max}}{I_0} \approx Q$$

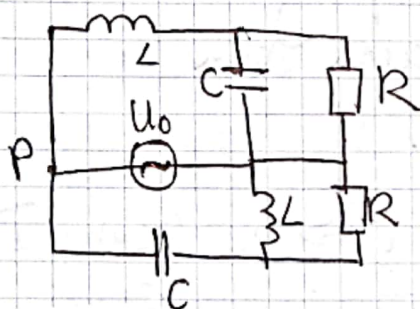
рез-с

$$\Rightarrow I_{\max} \approx 100 \text{ А.}$$



$$Q = \frac{I_{\max}}{I_0} = \frac{\Delta I}{I_{\max}}$$

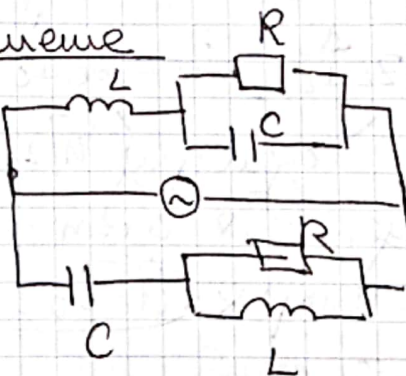
2A. (2014)



$$\omega_0 - ? : Z_{\text{вex}} = Z_{\text{вхл.}}$$

$$\hat{I}(P) - ?$$

Решение



1) Вых. ветвь

$$Z_1 = i\omega L + \frac{R}{1 + i\omega RC} = \frac{R + i[\omega L + (\omega RC)^2(\omega L - 1/\omega C)]}{1 + (\omega RC)^2}$$

Вхл. ветвь

$$Z_2 = \frac{1}{i\omega C} + \frac{i\omega LR}{R + i\omega L} = \frac{R - i[\frac{1}{\omega C} - \frac{R}{\omega L}(\omega L - \frac{1}{\omega C})]}{1 + (R/\omega L)^2}$$

Надо $\bar{z}_1 = z_2$

Проверим, подх. ли результат $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - подх

$$2) z_{total} = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} = \frac{a^2 + b^2}{2a} \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{м/у II и I сгнут граф 0.}$$

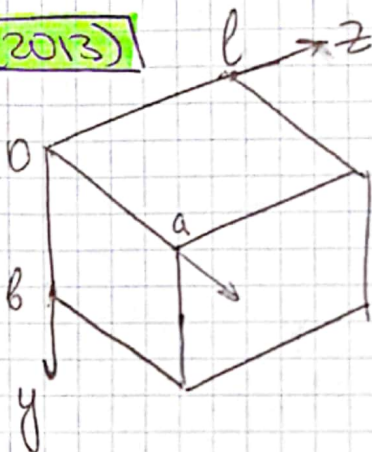
$$z_1 = a + ib, z_2 = a - ib \quad (\hat{u} = z \hat{I} \in \mathbb{R})$$

3. Разное (ред-пр)

Резонатор: металл. коробка, в кот ЭМ волна (не в, т.к. при рез. Волн. ур. волн. гранич. усл. Коробка Me \Rightarrow на торцах $E=0$)

$$\Rightarrow \frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, k_x = \frac{\pi n}{a}$$

25(2013)



$$a = 23 \text{ мм}, b = 10 \text{ мм.}$$

$$f = 7,5 \text{ ГГц}$$

$$E_{probe} = 30 \text{ В/см}, Q = 200$$

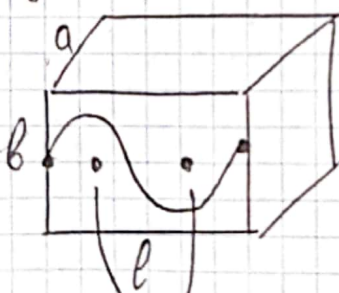
Мощность ген-ра.?

Решение m, p $\in \mathbb{Z}$.

$$1) f \rightarrow \frac{\omega^2}{c^2} = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 m^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 k^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 p^2$$

$$4,41 = 1,87 m^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \cdot 4 + 9,67 p^2$$

$$\Rightarrow l = 4 \text{ см.}$$



м. провод $\Rightarrow \} \Rightarrow 2 \text{ нули}$
 $\Rightarrow \max E$

$$2) E = E_0 \sin k_x x \sin k_z z$$

$$W = \frac{1}{2} \int (W_{em} + W_{mam}) dV = \int W_{em} dV = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} a b l \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$Q = 2\pi \frac{W}{P \cdot T} = 2\pi W \cdot f / P = 200 \Rightarrow P = \dots$$

мощность периодич