№10.149 ТЕРМА

В объёме сферического сосуда радиусом $R = 2$ см протекает реакция с образованием атомов H. Скорость реакции $W_0 = 6 \cdot 10^{19}\ \frac{\text{атомов}}{\text{см}^3 \cdot c}$. При столкновении со стенкой сосуда атомы H захватываются с вероятностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Определить среднюю концентрацию атомов H в сосуде, если температура в сосуде $T = 788$ K, а коэффициент диффузии $D = 60$ см²/с.

1) $-D\frac{dn}{dr}4\pi r^2 = W_0\frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow \frac{dn}{dr} = -\frac{W_0}{3D}r \rightarrow n = \frac{-W_0 r^2}{6D} + C$

Граничное условие: $-D\frac{dn}{dr}\Big|_{r=R} = \frac{1}{4}n\bar{V}\varepsilon$, $\bar{V} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – ср. тепл. ск-ть

$$\frac{W_0 R}{3} = \frac{\varepsilon\bar{V}}{4}\left(-\frac{W_0R^2}{6D} + C\right) \Rightarrow C = \frac{4W_0R}{3\varepsilon\bar{V}} + \frac{W_0R^2}{6D}$$

$$n = -\frac{W_0 r^2}{6D} + \frac{4W_0R}{3\varepsilon\bar{V}} + \frac{W_0R^2}{6D}$$

$$\langle n\rangle = \frac{\int_0^R n\cdot 4\pi r^2 dr}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{W_0R}{3}\left(\frac{R}{5D} + \frac{4}{\varepsilon\bar{V}}\right)$$

№9.49 МЕХАНИКА

Сплошной шар массой M катится по горизонтальной плоскости слева направо со скоростью v_0 и попадает на ленту горизонтального транспортёра, перемещающуюся ему навстречу с той же скоростью v_0. Определить направление и значение абсолютной скорости шара после того, как проскальзывание прекратится. Определить также количество тепла Q, выделившееся за время проскальзывания. Трением качения пренебречь.

1) В С.О., связанной с движущейся поверхностью:

ЗСМИ: $m(v_0 + v_0)R + I\omega_0 = (I + mR^2)\omega$; $\omega = \frac{v}{R}$, $\omega_0 = \frac{v_0}{R}$

шар – доп. лента

тогда $2mv_0R + \frac{2}{5}mR^2\frac{v_0}{R} = \frac{2}{5}mR^2\frac{v}{R} + mR^2\frac{v}{R}$

$$\frac{12}{5}mv_0R = \frac{7}{5}mvR \Rightarrow v = \frac{12}{7}v_0 \text{ – отн. движ. ленты}$$

По з-ну сложения скоростей $v_{абс} = v - v_0 = \frac{5}{7}v_0$

2) В тепло переходит энергия (ЗСЭ в СО ленты)

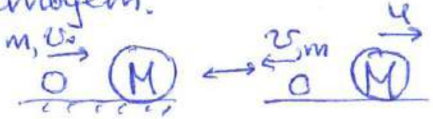
$$Q = \frac{m}{2}(v_0 + v_0)^2 + \frac{2}{5}mR^2\frac{\omega_0^2}{2} - \left(\frac{2}{5}mR^2 + mR^2\right)\frac{\omega^2}{2} \quad \left(\text{в } \omega \text{ ставим } v = \frac{12}{7}v_0\right)$$

от ленты, у шара

(д.б. ответ $\frac{8}{7}mv_0^2$)

№9.78 МЕХАНИКА

Шар массой m катится без скольжения и сталкивается с покоящимся шаром массой M. Удар центральный, упругий, трение между шарами отсутствует. При каком отношении масс $x = M/m$ шар массой m в конечном счёте остановится? Какая часть энергии шаров перейдет в тепло? Трение качения отсутствует.



1) ЗСИ: $mv_0 = -mv + MU \;|:m$

$v_0 + v = xU$

2) ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} + I\frac{\omega_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MU^2}{2} + E_{вр}$

из ЗСИ: $v_0 + v = xU^2 \Rightarrow v_0^2 = (-v + xU)^2$

$x^2U^2 - 2vxU = xU^2 \longrightarrow U(x-1) = 2v \longrightarrow U = \frac{2v}{x-1}$

тогда $v_0 + v = \frac{2vx}{x-1}$

Проскальзование отсутствует $\Rightarrow -v_0 = v - \omega R$

$\left.\begin{matrix} m\frac{dv}{dt} = F \\ \frac{2}{5}mR^2\frac{d\omega}{dt} = FR \end{matrix}\right| \Rightarrow -\frac{2}{5}R\omega\Big|_{\omega_0}^{\omega} = v\Big|_{-v}^{v_k}$

$-\frac{2}{5}R(\omega - \omega_0) - v - v_k = 0, \quad \omega_0 = \frac{v_0}{R}$

далее происходит магия и мы говорим $\frac{2}{5}R\omega_0 = \frac{7}{5}v$

$\Rightarrow \frac{2x}{x-1}\cdot\frac{2}{5} = \frac{7}{5} \Rightarrow x = \frac{7}{3}$ //

3) $Q = \underbrace{\frac{mv_0^2}{2} + \frac{I_1\omega_0^2}{2}}_{K_0} - \frac{MU_k^2}{2} - \frac{I_2\omega^2}{2} = \frac{4}{10}mv_0$

$(m_k \quad -\frac{2}{5}(u_k - 0) = U_k - U) \Rightarrow \frac{Q}{K_0} = \frac{\frac{4}{10}mv_0}{\frac{7}{10}mv_0} = \frac{4}{7}$

№10.103 ТЕРМА

Найти стационарный поток пара от сферической капли жидкости радиусом a в процессе её испарения. Коэффициент диффузии паров жидкости в воздухе равен D, плотность пара на большом расстоянии от капли ρ_∞, плотность насыщенного пара $\rho_н$. Найти также плотность пара ρ в зависимости от расстояния r от центра капли. Зависимость давления насыщенного пара от кривизны не учитывать.

1) Стационарный поток пара ч/з любую сферическую пов-ть r (концентрич. отн. капли)

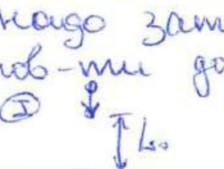
$j = -D\cdot 4\pi r^2\frac{d\rho}{dr} = const \Rightarrow \rho = \frac{j}{4\pi D r} + \rho_\infty$

На пов-ти капли $(r = a)$ пар должен быть насыщенным $\Rightarrow \rho_н = \frac{j}{4\pi D a} + \rho_\infty \rightarrow j = 4\pi D a(\rho_н - \rho_\infty)$

тогда $\rho = \frac{a}{r}(\rho_н - \rho_\infty) + \rho_\infty$

№2.15 ЭЛ-ВО

Найти силу притяжения точечного эл. диполя с дипольным моментом $p = 4\cdot10^{-10}$ Кл·см к бесконечной металлической пластине, ближайшая точка которой находится от диполя на расстоянии $L_0 = 1$ см. Ось диполя перпендикулярна к пластине. Определите также работу, которую надо затратить, чтобы отодвинуть диполь от пов-ти до расстояния $L = 2$см.



$$E = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} = \frac{2\vec{p}}{r^3}$$ – поле диполя

Тогда $W = q(\varphi - \varphi') = q\left(\varphi' + \frac{\partial\varphi}{\partial l}l(-\varphi')\right) =$

потенциалы в полюсах диполя

$= -qlE \Rightarrow W = (-\vec{p}\cdot\vec{E}) = -\frac{2\vec{p}^2}{r^3}$

$\Rightarrow A = \frac{2p^2}{2}\left(\frac{1}{(2L_0)^3} - \frac{1}{(2L)^3}\right) = \frac{p^2}{8L_0^3}\left(1 - \left(\frac{L_0}{L}\right)^3\right)$ проинтегрировали силу

$F = (\vec{p}\nabla)\vec{E} = -\frac{6\vec{p}p}{r^4} \Rightarrow F = \frac{6p^2}{(2L_0)^4} = \frac{3p^2}{8L_0^4}$

№10.154 ТЕРМА

В большом объеме находится шарообразная частица с начальным радиусом $R_0 = 1$мм. Частица разрушается по поверхности с сохранением формы так, что вблизи её поверхности непрерывно образуется "газ" из малых частиц сферической формы с радиусами $a = 10^{-5}$см и концентрацией $n_0 = 10^{13}$ см$^{-3}$. Малые частицы диффундируют с к-том диффузии $D = 9\cdot10^{-6}$ $\frac{см^2}{с}$ в окружающий объем, и $n_\infty = 0$. Определить время τ, за которое объем разрушающейся частицы уменьшится в 2 раза.

① $-D\frac{dn}{dr}4\pi r^2 = A \Rightarrow n(r) = \frac{A}{4\pi Dr} + B$

Граничные условия: $n_\infty = 0 \Rightarrow B = 0$, $n(R) = n_0$ $\Rightarrow n(r) = n_0\frac{R}{r}$

$\frac{dN}{dt} = J = -D\frac{dn}{dr}\cdot4\pi r^2 = 4\pi D n_0 R(t)$

② Условие сохранения в-ва: $\frac{4}{3}\pi R^3 + N\frac{4}{3}\pi a^3 = const$

$\Rightarrow 3R^2 dR = -a^3 dN$ (вроде неверно продиф-вал, но ответ сошелся с задачником)

$4\pi D n_0 R = -\frac{3R^2}{a^3}\frac{dR}{dt}$ (из №1)

$R^2 = -\frac{8\pi D n_0 a^3 t}{3} + R_0^2 \Rightarrow \tau = \frac{3R_0^2}{8\pi D n_0 a^3}\left(1 - \frac{1}{2^{2/3}}\right)$

$\boxed{№ 8.70}$ ТЕРМА

Определить вращательную теплоемкость паров HD вблизи температуры конденсации $T_k = 22K$. Для HD характеристическая вращательная температура $\theta = \frac{\hbar^2}{2I k_Б} = 64K$.

1) Каждому вращательному уровню энергии соответствует $2l+1$ состояние с энергией

$$\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I} \qquad l = 0, 1, \dots$$

Т.к. $T_k \ll \theta$, то учтем только $l = 1$ (т.к. $\mathcal{E}_l \ll kT_k$, $l \le 1$)

$$Z = \sum_{l=0}^{1}(2l+1)e^{-\frac{\mathcal{E}_l}{kT}} = 1 + 3e^{-\frac{\hbar^2}{IkT}} = 1 + 3e^{-\beta\mathcal{E}}, \quad \frac{\hbar^2}{I} = \mathcal{E}$$

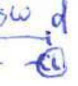
$$\bar{\mathcal{E}}_{вр} = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta} = \frac{3\mathcal{E}}{e^{\beta\mathcal{E}} + 3}$$

$$C_{вр} = N_A \cdot \frac{d\bar{\mathcal{E}}_{вр}}{dT} = -N_A \cdot \frac{3\mathcal{E}}{(e^{\beta\mathcal{E}}+3)^2}e^{\beta\mathcal{E}} \cdot \mathcal{E}\left(-\frac{1}{kT^2}\right) = \frac{3R\left(\frac{\hbar^2}{IkT}\right)^2 e^{-\frac{\hbar}{IkT}}}{1 + 3e^{-\frac{\hbar^2}{IkT}}} =$$

$$= \frac{3\left(\frac{2\theta}{T}\right)^2 e^{-\frac{2\theta}{T}}}{\left(1 + 3e^{-\frac{2\theta}{T}}\right)^2} R = 0{,}3R$$

$\boxed{№ 8.71}$ ТЕРМА

Вращательному энергетическому уровню двухатомной HCl (межъядерное расстояние $d = 1{,}27 \cdot 10^{-10}$ м) с номером l соответствует $2l+1$ состояний с энергией $\frac{\hbar^2}{2I}l(l+1)$. Найти номер l_{max}, который имеет наибольшую заселенность при $T = 620$ K.



① $\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2}{2I}l(l+1)$

$$W = \frac{g(\mathcal{E}_l)e^{-\frac{\mathcal{E}_l}{kT}}}{\sum g(\mathcal{E}_i)e^{-\frac{\mathcal{E}_i}{kT}}}$$

W – max при $\left(e^{-\frac{\mathcal{E}_l}{kT}}\right)'_l = 0 \Rightarrow L_{max} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2T}{\theta}} - 1\right) \approx 5$

$\left(I = \mu d^2;\ \mu = \frac{m_H m_{Cl}}{m_H + m_{Cl}}\right)$, $\theta = \frac{\hbar^2}{2I}$

$\boxed{№ 8.72}$ ТЕРМА

При температуре 276 K наибольшую заселенность в молекуле NO имеет вращательный уровень с $l_m = 7$. Определить межъядерное расстояние d в молекуле NO.

$$\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2}{2I}l(l+1)$$

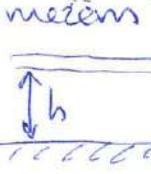
$$W = \frac{g(\mathcal{E}_l)e^{-\frac{\mathcal{E}_l}{kT}}}{\sum g(\mathcal{E}_i)e^{-\frac{\mathcal{E}_i}{kT}}}; \quad W_{max} \text{ при } \left(e^{-\frac{\mathcal{E}_l}{kT}}\right)'_l = 0$$

$$\left((2l+1)e^{\frac{-\mathcal{E}_l}{kT}}\right)' = 0 \rightarrow l_{max} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2T}{\theta}} - 1\right) = 7 \text{ по усл.}$$

$$\theta = \frac{\hbar^2}{2I}, \quad I = \mu d^2, \quad \mu = \frac{m_N m_O}{m_O + m_N}$$

№6.36 ЭЛ-ВО (№6.35/7 разобран в другой распечатке)

Над сверхпроводящей плоскостью расположен тонкий прямой проводник, по которому течет постоянный ток. Полагая линейную плотность проводника $\rho_l = 2\,г/м$, найти, на какой высоте h над плоскостью будет свободно висеть проводник, по которому течёт ток $J = 20\,A$



1) $F_{тяж} = \rho_l g$ для единицы длины

2) $F_{лор} = [d\bar{l} \times \bar{B}]\frac{J}{c}$

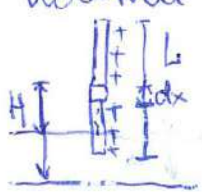
Внутри сверхпроводника поле равно 0 $(B=0)$

$B = \frac{2J}{2ch}$; $F_л = \frac{J}{c}dl \cdot \frac{J}{ch} = \frac{J^2}{c^2 h}dl$

$\Rightarrow \rho_l g l = \frac{J^2 l}{c^2 h} \Rightarrow h = \frac{J^2}{c^2 \rho_l g}$ (dl - единица длины)

№2.17 ЭЛ-ВО

Над горизонтальным листом металла вертикально расположен равномерно заряженный тонкий стержень длиной $l = 1\,см$ с полным зарядом $Q = 10^{-8}\,Кл$. Нижняя точка стержня удалена от листа на расстояние $H = 1\,см$. Найти плотность σ индуцированного заряда в точке, расположенной на пов-ти листа непосредственно под стержнем.



$$E(x) = \int_0^L \frac{2q\,dx}{(H+x)^2} = 2\frac{Q}{l}\left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H+l}\right) = \frac{2Q}{H(H+l)}$$

По th. Гаусса $E = 4\pi\sigma \Rightarrow$

$$\sigma = -\frac{Q}{2\pi H(H+l)}$$, "–" т.к. направлено к пластине

№2.18 Эл-ВО

Условие как в 2.17, только диск с $Q = 10^{-9}\,Кл$

1) Разобьем диск на точечные заряды $dh \rightarrow$ изображение такого заряда это симметричный заряд $-dq$.

2) Ан-но 1.10: $d^2E = q r\,d\varphi \frac{dr}{h^2+r^2}$ } рисунок см. в файле с 1.10

$dE = 2\pi q r\,dr \frac{h}{(h^2+r^2)^{3/2}} \rightarrow E = \frac{4Q}{R^2}\left(1 - \frac{H}{\sqrt{H^2+R^2}}\right)$

$E = 4\pi\sigma \Rightarrow \sigma = -\frac{Q}{\pi R^2}\left(1 - \frac{H}{\sqrt{H^2+R^2}}\right)$