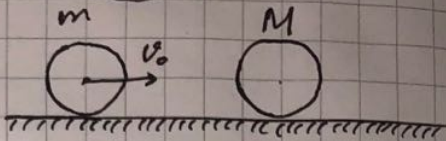
Овчинкин **Механика**

9.78. Шар массой m катится без скольжения и сталкивается с покоящимся шаром массой M. Удар центральный, упругий, трение между шарами отсутствует. При каком отношении масс $x = M/m$ шар массой m в конечном итоге остановится? Какая часть энергии шаров перейдет в тепло? Трение качения отсутствует.

$\boxed{x = \frac{M}{m}}$



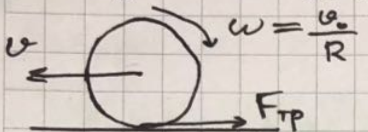
т.к. чтобы остановиться он должен поехать влево

1) По ЗСИ и ЗСЭ: $mv_0 = -mv + Mu \quad |:M \quad (1)$

$$\frac{mv_0^2}{2} + E_{вр} = \frac{mv^2}{2} + E_{вр} + \frac{Mu^2}{2} \quad (2)$$

$$\begin{matrix}(1): \\ (2):\end{matrix}\begin{cases} v_0 + v = xu \\ v_0^2 - v^2 = xu^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = v_0 - v = \dfrac{2v_0}{x+1} & (3) \\ v = -v_0 + xu = \dfrac{x-1}{x+1}v_0 & (4) \end{cases}$$

2) Сразу после удара левый шар:

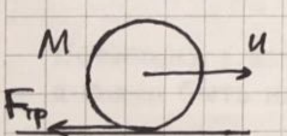


$$\begin{cases} m\dfrac{dv}{dt} = -F_{тр} \\ J\dfrac{d\omega}{dt} = -F_{тр}R \end{cases} \Longleftrightarrow \frac{2}{5}R\int_{v_0/R}^{0} d\omega = \int_{v}^{0} dv$$

$$-\frac{2}{5}v_0 = -v = -\frac{x-1}{x+1}v_0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1}\cancel{v_0} - \frac{2}{5}\cancel{v_0} = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{7}{3}}$$

3) Тогда скорости после удара: $u \overset{(3)}{=} \frac{2v_0}{x+1} = \frac{3}{5}v_0$; $\quad v \overset{(4)}{=} \frac{2}{5}v_0$

4) Второй шар:



$$\begin{cases} M\dfrac{du}{dt} = -F_{тр} \\ \dfrac{2}{5}MR^2\dfrac{d\omega}{dt} = F_{тр}R \end{cases} \Rightarrow -\frac{2}{5}R\int_{0}^{u'/R} d\omega = \int_{u}^{u'} du$$

$$u - u' = \frac{2}{5}u'$$

$$u' = \frac{5}{7}u = \frac{5}{7}\cdot\frac{3}{5}v_0 = \frac{3}{7}v_0$$

5) Начальная энергия: $E_0 = \frac{7}{5}MR^2\omega_0^2\cdot\frac{1}{2} = \frac{7}{10}MR^2\omega_0^2$

Конечная энергия: $E_{кон} = \frac{7}{10}Mu'^2 = \frac{3}{10}Mv_0^2$

$$\Delta E = E_0 - E_{кон} = \frac{4}{10}Mv_0^2 = Q$$

$$\frac{\Delta E = Q}{E_0} = \frac{4}{10} : \frac{7}{10} = \frac{4}{7}$$

9.49. Сплошной шар массой M катится по горизонтальной плоскости слева направо со скоростью v_0 и попадает на ленту горизонтального транспортера, перемещающуюся ему навстречу с той же скоростью v_0 (рис. 188). Определить направление и значение абсолютной скорости шара после того, как проскальзывание прекратится. Определить также количество тепла Q, выделившегося за время проскальзывания. Трением качения пренебречь.

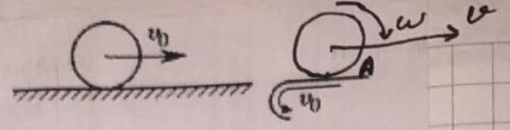


Рис. 188

1) По ЗСМИ в ПСО связанной с транспортёром отн. точки A $(\vec{v}_A \| \vec{p})$

$$m\underbrace{(v+v_0)}_{v_{отн}}R + I\omega_0 = (I + mR^2)\omega$$

$$2mv_0R + \frac{2}{5}mRv_0 = \frac{7}{5}mRv_{отн}$$

$$\frac{12}{5}v_0 = \frac{7}{5}v_{отн} \Rightarrow v_{отн} = \frac{12}{7}v_0$$

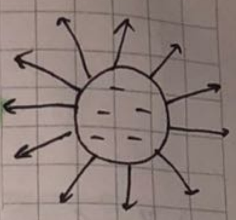
$$v_{абс} = v_{отн} - v_{пер} = \frac{12}{7}v_0 - v_0 = \frac{5}{7}v_0$$

2) Теплоту можно найти по th об изменении кинет. энергии

$$Q = \frac{1}{2}m(2v_0)^2 + \frac{I\omega_0^2}{2} - (I + mR^2)\cdot\frac{\omega^2}{2} = \frac{1}{7}Mv_0^2$$

Термодинамика

10.103: Найти стационарный поток пара от сферической капли жидкости радиусом a в процессе ее испарения (или конденсации пара на капле). Коэффициент диффузии паров жидкости в воздухе равен D, плотность пара на большом расстоянии от капли ρ_∞, плотность насыщенного пара $\rho_н$. Найти также плотность пара ρ в зависимости от расстояния r от центра капли. Зависимость давления насыщенного пара от кривизны поверхности жидкости не учитывать.



1) Запишем ур-ие диффузии в сферич. координатах

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D \frac{\partial n}{\partial r}\right)$$

2) В силу стационарности: $r^2 D \frac{\partial n}{\partial r} = \text{const}$

$$n = A - \frac{B}{rD}$$

3) Граничные условия $\begin{cases} n(\infty) = n_\infty \\ n(a) = n_{н.п.} \end{cases} \Longrightarrow n = n_\infty + \frac{a}{r}(n_{н.п.} - n_\infty)$

Учитывая, что $n \sim \rho$ $\left(\rho = \frac{m}{V};\ n = \frac{N}{V}\right)$

$$\rho = \rho_\infty + \frac{a}{r}(\rho_{н.п.} - \rho_\infty)$$

Решение. Стационарный поток пара через любую сферическую поверхность радиусом r, концентрическую относительно поверхности капли, равен

$$j = -D \cdot 4\pi r^2 \frac{d\rho}{dr} = \text{const}$$

$$\Longrightarrow \quad \rho = \frac{j}{4\pi D r} + \rho_\infty$$

Величину j можно найти из условия, что на поверхности капли ($r = a$) пар должен быть насыщенным, т. е.

$$j = 4\pi D a(\rho_н - \rho_\infty)$$

$$\Longrightarrow$$

$$\rho = \frac{a}{r}(\rho_н - \rho_\infty) + \rho_\infty$$

10.149. В объеме сферического сосуда радиусом $R = 2$ см протекает реакция с образованием атомов водорода. Скорость реакции $W_0 = 6{,}0 \cdot 10^{19}$ атомов/(см^3 · с). При столкновении со стенкой сосуда атомы водорода захватываются с вероятностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Определить среднюю концентрацию атомов водорода в сосуде, если температура в сосуде $T = 788$ К, а коэффициент диффузии $D = 60$ см^2/с.

1) Уравнение диффузии для сферич. симметрии

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D \frac{\partial n}{\partial r}\right) + W_0$$

В стацион. режиме $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$

$$-W_0 r^2 = \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D \frac{\partial n}{\partial r}\right) \quad \Big| \cdot \int$$

$$-W_0 \frac{r^3}{3} + C_1 = r^2 D \frac{\partial n}{\partial r}$$

При $r = 0$ диффр. поток $= 0 \Rightarrow D\frac{\partial n}{\partial t} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

$$-W_0 \frac{r}{3} = D \frac{\partial n}{\partial r} \qquad (1)$$

$$n = -\frac{W_0}{D}\frac{r^2}{6} + C_2$$

Пусть $n = n_0$ при $r = R$, тогда $n = n_0 + \frac{W_0}{6D}(R^2 - r^2)$

2) Найдём кол-во частиц, прилипающих к стенке в ед. времени:

$$N = \frac{1}{4} n_0 \langle v \rangle \cdot 4\pi R^2 \varepsilon$$

3) Найдём N, используя диффуз. поток (1):

$$-D\frac{\partial n}{\partial r}(R) = \frac{W_0 R}{3}$$

Тогда из опред. дифф. потока

$$4\pi R^2 \frac{W_0 R}{3} = \frac{1}{4} n_0 \langle v \rangle 4\pi R^2 \varepsilon$$

$$\boxed{n_0 = \frac{4}{3}\frac{W_0 R}{\varepsilon \langle v \rangle}}$$

4) Найдём полное кол-во частиц: $N = \int_0^R \left[\frac{4}{3}\frac{W_0 R}{\varepsilon\langle v \rangle} + \frac{W_0}{6D}(R^2 - r^2)\right] 4\pi r^2 dr =$

$$= \frac{4\pi W_0 R^4}{9}\left(\frac{4}{\varepsilon\langle v \rangle} + \frac{R}{2D}\right) - \frac{4\pi R^5}{30D} W_0$$

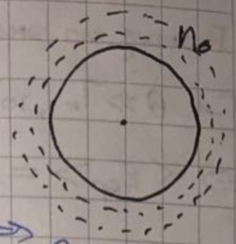
5) Средняя концентрация: $\langle n \rangle = \frac{N}{V} = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{WR}{3}\left(\frac{4}{\varepsilon\langle v \rangle} + \frac{R}{2D}\right) -$

$$-\frac{R^2}{10D} W_0 = \frac{W_0 R}{3}\left(\frac{4}{\varepsilon\langle v \rangle} + \frac{R}{5D}\right); \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$\langle n \rangle = 6{,}6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$$

10.154. В большом объеме находится шарообразная частица с начальным радиусом $R_0 = 1$ мм. Частица разрушается по поверхности (при этом шарообразная форма частицы сохраняется) так, что вблизи ее поверхности непрерывно образуется «газ» из малых частиц сферической формы с радиусами $a = 10^{-5}$ см и концентрацией $n_0 = 10^{13}$ см$^{-3}$. Малые частицы диффундируют с коэффициентом диффузии $D = 9\cdot 10^{-6}$ см^2/с в окружающий объем, и вдали от большой частицы их концентрация равна нулю. Определить время τ за

за которое объём разрушающейся частицы умен. в 2 раза.



1) В стацион. режиме: $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D\frac{\partial n}{\partial r}\right) = 0$

Гран. условия
$\begin{cases} n(R) = n_0 = -\frac{C_1}{DR} + C_2 \\ n(\infty) = C_2 = 0 \end{cases}$

$D\frac{\partial n}{\partial r} = \frac{C_1}{r^2}$ (1) $\Rightarrow n = -\frac{C_1}{Dr} + C_2$ $\Rightarrow C_1 = -n_0 DR$

Учитывая граничные условия: $n = \frac{n_0 DR}{Dr} = \frac{n_0 R}{r}$

2) Из (1) диффуз. поток: $j(r) = -D\frac{\partial n}{\partial r} = \frac{n_0 DR}{r^2} = +D\frac{n_0 R}{r^2}$ Закон Фика

$j(R) = \frac{n_0 D}{R} = \frac{D n_0 R}{R^2}$

Кол-во частиц, улетающих в ед. времени с $4\pi R^2$

$J = j(R)\cdot 4\pi R^2 = 4\pi n_0 DR$

Они уносят объём $\frac{4}{3}\pi a^3$. Тогда:

$$\frac{dV}{dt} = \underbrace{\frac{4}{3}\pi a^3 \cdot 4\pi n_0 DR}_{} = \frac{d\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{dt} = \underbrace{\frac{4}{3}\pi\cdot 3R^2\cdot\frac{dR}{dt}}_{} \quad \Big|\cdot dt$$

$$R^2 dR = \frac{a^3}{3}4\pi n_0 DR\, dt$$

$$\int_{R_0}^{R_1} R\,dR = \frac{a^3}{3}\cdot 4\pi n_0 D\int_0^\tau dt$$, где R_1 - радиус шара, когда $\frac{V}{V_0} = \frac{1}{2}$, т.е.

$$\frac{V}{V_0} = \frac{4/3\,\pi R_1^3}{4/3\,\pi R_0^3} = \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1^3 = \frac{1}{2}R_0^3$$

$$R_1^3 = \frac{V}{V_0}R_0^3$$

$$\frac{1}{2}\left(R_1^2 - R_0^2\right) = \frac{4}{3}a^3\pi n_0 D\tau$$

$$\tau = \frac{3R_0^2\left(1 - \left(\frac{V}{V_0} = \frac{1}{2}\right)^{2/3}\right)}{8a^3\pi n_0 D} \simeq 1{,}4 \text{ час (?)}$$

8.70. Определить вращательную теплоемкость паров HD вблизи температуры конденсации $T_к = 22$ К. Для дейтероводорода характеристическая вращательная температура $\theta = \frac{\hbar^2}{2Ik_Б} = 64$ К.

1) Вращат. уровни энергии $\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2}{2J} l(l+1) = \theta k l(l+1)$ (вырождение $2l+1$)

2) Распред. по энергиям (Гиббса): $\omega(\mathcal{E}) = (2l+1)\frac{1}{Z} e^{-\frac{\mathcal{E}_l}{kT}}$

3) Т.к. $\theta \gg T_к$, то будет рассм. лишь уровни $\mathcal{E}_0$ и $\mathcal{E}_1$: $Z = 1+3e^{-2\frac{\theta}{T}}$

$$\Rightarrow \langle \mathcal{E}_{вр}\rangle = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial(\frac{1}{kT})} = \frac{kT^2}{Z}\frac{\partial Z}{\partial T} = \frac{kT^2}{1+3e^{-2\theta/T}}\, 6\frac{\theta}{T^2} e^{-\frac{2\theta}{T}} = \frac{6k\theta}{1+3e^{-2\theta/T}} e^{-\frac{2\theta}{T}} = \frac{6k\theta}{3+e^{2\theta/T}}$$

4) Теплоёмкость (на 1 молекулу):

$$C_{вр} = \frac{\partial\langle\mathcal{E}_{вр}\rangle}{\partial T} = \frac{6k\theta}{(3+e^{2\frac{\theta}{T}})^2}\cdot\frac{2\theta}{T^2}e^{2\frac{\theta}{T}} = 3k\frac{\left(\frac{2\theta}{T}\right)^2 e^{\frac{2\theta}{T}}}{(3+e^{2\frac{\theta}{T}})^2} = 0,3k$$

8.71. Вращательному энергетическому уровню двухатомной молекулы HCl (межъядерное расстояние $d = 1{,}27 \cdot 10^{10}$ м) с номером l соответствует $2l+1$ состояний с энергией $\frac{\hbar^2}{2I}l(l+1)$, где $\hbar$ — постоянная Планка, I — момент инерции молекулы относительно оси, проходящей через ее центр масс перпендикулярно к линии, соединяющей ядра H и Cl. Найти номер l_{max} уровня вращательной энергии молекулы HCl, который имеет наибольшую заселенность при 620 К.

N_0 – заселённость 0-го уровня энергии

Между вращат. ур. энергии частицы распр. по Больцману

1) Распределение по энергиям: $N = N_0(2l+1)e^{-\frac{\mathcal{E}_l}{kT}}$. Рассмотрим $\mathcal{E}_l = \underbrace{\frac{\hbar^2}{2J}}_{\theta k} l(l+1)$

$$\theta = \frac{\hbar^2}{2Jk} = \frac{\hbar^2}{2\mu d^2 k} = 15,48K \ (\ll T)$$

2) $$\frac{dN}{dl} = 0 = 2e^{-\frac{\theta}{T}l(l+1)} + (2l+1)(-2l-1)e^{-\frac{\theta}{T}l(l+1)} \Rightarrow l = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2T}{\theta}}-1\right)$$

8.72. Вращательному энергетическому уровню двухатомной молекулы NO с номером l соответствует $2l+1$ состояний с энергией $\frac{\hbar^2}{2I}l(l+1)$, где $\hbar$ — постоянная Планка, I — момент инерции молекулы относительно оси, проходящей через ее центр масс перпендикулярно к линии, соединяющей ядра N и O. При температуре 276 К наибольшую заселенность в молекуле NO имеет вращательный уровень с номером $l_m = 7$. Определить межъядерное расстояние d в молекуле NO.

Аналогично 8.71: $$\theta = \frac{2T}{(2l+1)^2} = \frac{\hbar}{2Jk} = \frac{\hbar^2}{2\mu d^2 k} = 2,45K$$

$$d = \sqrt{\frac{J}{\mu}} = 1,15 Å.$$

Аналогично 8.71: $l_m = \frac{1}{\hbar}\sqrt{JkT} - \frac{1}{2}$

$$J = \mu_{NO} d^2 = \frac{(\hbar(l_m+\frac{1}{2}))^2}{kT}$$

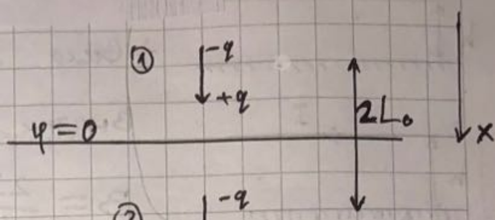
$$d = \hbar\left(l_m+\frac{1}{2}\right)\cdot\sqrt{\frac{1}{kT\mu_{NO}}} = 1,15Å$$

$$\mu_{NO} = \frac{m_N\cdot m_O}{m_N+m_O}$$

Электричество и магнетизм.

2.15. Найти силу притяжения точечного электрического диполя с дипольным моментом $p = 4 \cdot 10^{-10}$ Кл · см к бесконечной металлической пластине, ближайшая точка которой находится от диполя на расстоянии $L_0 = 1$ см. Ось диполя перпендикулярна к пластине. Определить также работу, которую надо затратить, чтобы отодвинуть диполь от поверхности пластины с расстояния $L_0 = 1$ см до расстояния $L = 2$ см.

Воспользуемся методом изображений:



1) Поле ①-го диполя: $\vec{E} = \dfrac{3(\bar{p}\cdot\bar{r})\bar{r}}{r^5} - \dfrac{\bar{p}}{r^3}$

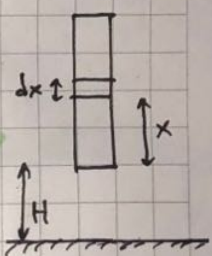
На ② действует сила: $\vec{F} = (\bar{p}\,\bar{\nabla})\bar{E} = \vec{p}\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial x}$

$$F = p\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2p}{x^3}\right)\Big|_{x=2L_0} = -\frac{3p^2}{8L_0^4} = \frac{-3}{8}\frac{p^2}{L_0^4}$$

2) Работа по перемещению: $A = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{2L_0}^{2L}\left(\frac{-6p^2}{x^4}\right)dx = \frac{1}{8}p^2\left(\frac{1}{L_0^3} - \frac{1}{L^3}\right)$

т.к. перемещ. 2 диполя

2.17. Над горизонтальным листом металла вертикально расположен равномерно заряженный тонкий стержень длиной $l = 1$ см с полным зарядом $Q = 10^{-8}$ Кл. Нижняя точка стержня удалена от листа на расстояние $H = 1$ см. Найти плотность σ индуцированного заряда в точке, расположенной на поверхности листа непосредственно под стержнем.



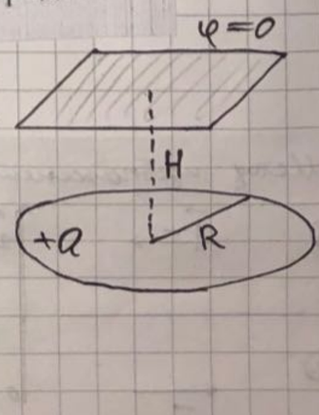
σ – ?

1) Выделим элемент dx на расст. x от конца стержня, его изображение – элемент dx с зарядом $-dq$, тогда ЭП на пов-ти проводника

$$E = 2\frac{Q}{l}\int_0^l \frac{dx}{(H+x)^2} = 2\frac{Q}{l}\left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H+l}\right) = \frac{2Q}{H(H+l)}$$

2) По th Гаусса: $E = 4\pi\sigma \Rightarrow \sigma = -\dfrac{Q}{2\pi H(H+l)}$ т.к. поле напр-но к пластине

2.18. На высоте $H = 1$ см над плоскостью горизонтально лежащего металлического листа расположен равномерно заряженный диск радиусом $R = 1$ см с полным зарядом $Q = 10^{-9}$ Кл. Плоскость диска параллельна плоскости листа. Найти плотность σ индуцированного заряда в точке, расположенной на поверхности листа непосредственно под центром диска.



1) Если разбить диск на точечные заряды dh, то изображения такого заряда будет симметричный заряд $-dq \Rightarrow$ изобр. диска – диска с зарядом $-q$

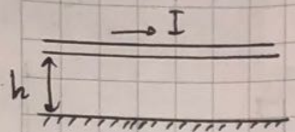
2) Аналогично 1.10 $\quad E = \dfrac{4Q}{R^2}\left(1 - \dfrac{H}{\sqrt{H^2+R^2}}\right)$

$E = 4\pi\sigma$

$\sigma = \dfrac{E}{4\pi}$

$$\sigma = -\frac{Q}{\pi R^2}\left(1 - \frac{H}{\sqrt{H^2+R^2}}\right)$$

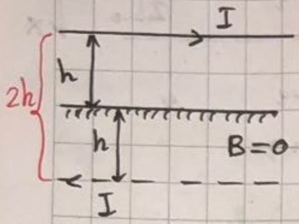
6.36. Над сверхпроводящей плоскостью расположен тонкий прямой проводник, по которому течет постоянный ток. Полагая линейную плотность проводника $\rho_l = 2$ г/м, найти, на какой высоте h над плоскостью будет свободно висеть проводник, по которому течет ток $\mathcal{I} = 20$ А.



1) $F_{тяж} = \rho_e l g$ для ед. длины $F_{тяж} = \rho_e g$

2) Сила Лоренца $F_л = [d\bar{l} \times \bar{B}]\frac{I}{c}$

Внутри сверхпроводника поле равно 0 $(B = 0)$



$B = \frac{2I}{ch\,\cancel{2}}$; $F_л = \frac{I dl}{c} \cdot \underbrace{\frac{I}{ch}}_{B} = \frac{I^2}{c^2 h} \cdot dl$

поле провода

$\cancel{l}\rho_e g = \frac{I^2 \cancel{l}}{c^2 h} \Longrightarrow \boxed{h = \frac{I^2}{c^2 \rho_e g}}$

dl – единица длины

Ответ: $h = \frac{I^2}{c^2 \rho_e g}$

7.27. Сверхпроводящее плоское кольцо, по которому течет ток $\mathcal{I} = 1$ А, переносится из удаленной области в область однородного магнитного поля $B_0 = 100$ Гс. Площадь кольца $S = 10$ см^2, нормаль к плоскости кольца составляет с направлением магнитного поля угол $\theta_0 = 60°$. Чему равен коэффициент самоиндукции кольца, если в результате переноса ток в кольце обратился в ноль?

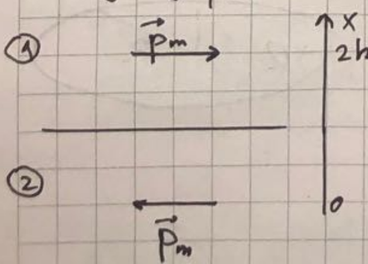
1) Т.к. кольцо сверхпроводящее, то $R = 0 \Longrightarrow J_{инд} R = 0 = \mathcal{E}_{инд} = -\frac{1}{c}\dot{\Phi}$

2) Запишем сохранение магнитного потока через кольцо: $\Longrightarrow \Phi = const$

$\frac{1}{c} L J = B_0 S \cdot \cos\theta \Longrightarrow L = \frac{c B_0 S \cdot \cos\theta_0}{J}$

7.83. На какой высоте h постоянный магнитик с магнитным моментом $\mathfrak{M} = 10^3$ Гс · см^3 и массой $m = 10$ г будет парить в горизонтальном положении над плоской горизонтальной поверхностью сверхпроводника I рода? Магнитик считать точечным диполем.

Метод изображений:



1) Поле от диполя-изображения: $\vec{B} = \frac{3(\vec{p}_m \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{\vec{p}_m}{r^3}$

2) Сила, действ. на диполь ①:

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x} = p_m \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{p_m}{x^3}\right)\Bigg|_{x=2h} = \frac{3p_m^2}{x^4}\Bigg|_{x=2h} = \frac{3p_m^2}{16h^4}$$

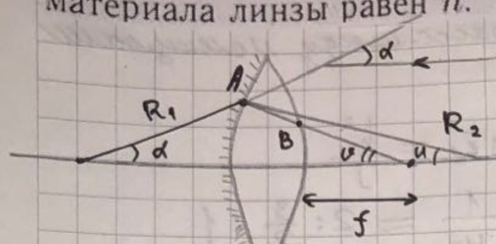
3) Условие левитации:

$$\frac{3p_m^2}{16h^4} = mg \Longrightarrow h = \sqrt[4]{\frac{3p_m^2}{16mg}}$$

Взаимная потенц. энергия 2-х точечных диполей

Оптика

1.29. У двояковыпуклой тонкой линзы серебрится одна из поверхностей. Найти фокусное расстояние f полученного таким образом зеркала. Радиус кривизны чистой поверхности равен R_1, радиус кривизны посеребрённой поверхности — R_2, показатель преломления материала линзы равен n.



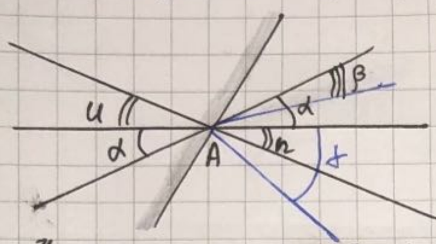
Луч идёт справа || главной оптич. оси, на которой лежат центры окружностей, описыв. сечение поверхностей.

$\frac{\alpha}{\beta} = n$

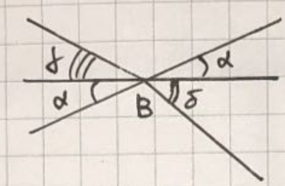
α - угол падения, β - угол преломления

Удаления точек преломл. и отраж. от главной опт. оси в силу парал-ти примерно одинаковы.

$R_2 u = R_1 \alpha$



Углы при отражении в т. A



—//— в т. B

$$\gamma = 2(u+\alpha-\beta)-(\alpha-\beta) = 2u+\alpha-\beta$$

$$\delta+\alpha = n(2u+2\alpha-\beta)+n\alpha =$$

$$= 2nu+2n\alpha-\alpha = 2n\alpha\frac{R_2}{R_1}+2n\alpha-\alpha$$

$$\delta = 2\alpha\left[n\left(\frac{R_1}{R_2}+1\right)-1\right]$$

$$\boxed{f = \frac{1}{2}\frac{R_1R_2}{nR_1+(n-1)R_2}}$$

II Способ Воспользуемся сложением оптич. сил, учитывая, что свет через линзу проходит дважды

$$\begin{cases} f = f_1 = f_2 = \frac{R}{2} & (2) \\ a_1 = f_1 = \frac{-1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)} & (1) \end{cases}$$

Из (1) и $\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1-n_2}{R} = \Phi_л$ - оптич. сила тонкой линзы

Для зеркала из (2) имеем: $\frac{1}{f_2} = \frac{2}{R_2} = \Phi_з$

Для системы: $\frac{1}{f} = \frac{2}{f_1} + \frac{1}{f_2} = 2(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+\frac{2}{R_2} =$

$$= 2\left[\frac{n-1}{R_1}+\frac{n}{R_2}\right]$$

$$\boxed{f = \frac{1}{2}\frac{R_1R_2}{nR_1+(n-1)R_2}}$$

Квантовая физика.

5.15. Найти отношение наименьших энергий переходов между вращательными уровнями газа, состоящего из смеси водорода и дейтерия, в котором присутствуют молекулы H_2, HD и D_2. Считать, что межатомное расстояние не зависит от изотопического состава.

1) Вращат. уровни энергии

$$\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2}{2J} l(l+1) \; ; \quad J = \mu d^2$$

μ – привед. масса; d – расст. между молекулами

2) Наименьший вращат. переход: $\Delta\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2}{J}$

Тогда $\Delta\mathcal{E}_{l_{H_2}} : \Delta\mathcal{E}_{l_{HD}} : \Delta\mathcal{E}_{l_{D_2}} = \frac{1}{\mu_{H_2}} : \frac{1}{\mu_{HD}} : \frac{1}{\mu_{D_2}} = 2 : \frac{3}{2} : 1$

$\frac{1}{2} = \mu_{H_2}$, $\frac{2}{3} = \mu_{HD}$, $1 = \mu_{D_2}$

5.20. Оценить количество вращательных уровней молекулы HCl, возбуждаемых при комнатной температуре. Межъядерное расстояние у этой молекулы равно $d = 1{,}27$ Å.

1) Вращат. энергия $\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2}{2J} l(l+1)$

2) Т.к. есть 2 вращат. степени свободы, то

$$\mathcal{E}_l = \frac{\hbar^2}{2J} l(l+1) = kT$$

$J = \mu d^2 = m_p d^2 =$ число; $\quad l(l+1) \approx 20 \Rightarrow l = 4$