

Лекция №12 (26.11.20)

IX. Оболочечная модель ядра.

Есть (A, Z) сод. нерасп. ядра, не объясн. ф-и Вайцзекера: ↙ просто убит.

Измерения: повн. энерг. уровни ядра.

Матч. ядра: $Z, N = 2, 8, 20, 50, 82, 126, \dots$

Примеры 2-х "матч. ядер": ${}^4_2\text{He} (Z=2, N=2)$

\uparrow
 $Z_{\text{мат}}, N_{\text{мат}}$

${}^{16}_8\text{O} (Z=8, N=8)$

${}^{208}_{82}\text{Pb} (Z=82, N=126)$

Суть оболочечной модели:

1) Все нуклоны формируют единое эффективное
самосогласованное поле

↑
точность этого приближения
зависит от "удачной"
выбора эфф. пот-ла

2) Нуклоны наход. в ядре на опр. оболочках
(ядра с повн. ур-н - заполн. оболочки)

Отличия от теории атома:

1) e^- - в кулон. поле ядра и др. e^-

Нуклоны - в НЕ кулон. поле короткодейств. ядерных сил
(производ. др. нуклонов)

2) 2 вида нуклонов.

При дви-и 2 нуклона самосог. поле ~ не мен!

3) поле сферич. симм.

$$U(x, y, z) = -U_0 + \frac{m\omega^2}{2} r^2, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

УШ $\Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x, y, z)] \Psi = 0.$ Решим методом разд. переменных

$$\Psi(x, y, z) = \Psi_1(x) \Psi_2(y) \Psi_3(z) \quad | \Psi.$$

$$\left[\frac{\Psi_1''}{\Psi_1} - \frac{2m}{\hbar^2} \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right] + \left[\frac{\Psi_2''}{\Psi_2} - \frac{2m}{\hbar^2} \frac{m\omega^2 y^2}{2} \right] + \left[\frac{\Psi_3''}{\Psi_3} - \frac{2m}{\hbar^2} \frac{m\omega^2 z^2}{2} \right] + (E + U_0) \frac{2m}{\hbar^2} = 0. \quad (*)$$

завис. от 1 коорд. \Rightarrow
 $\Rightarrow \equiv \text{const. (для } \Psi_{\text{нн}} = 0)$

$$\frac{\Psi_1''}{\Psi_1} - \frac{2m}{\hbar^2} \frac{m\omega^2 x^2}{2} = - \frac{2m}{\hbar^2} E_1 \quad \leftarrow \text{нек. константа}$$

$$(1) \Psi_1'' + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E_1 - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right] \Psi_1 = 0$$

$$(2) \Psi_2'' + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E_2 - \frac{m\omega^2 y^2}{2} \right] \Psi_2 = 0 \quad \leftarrow \text{1мер. гарм. осц-р}$$

$$(3) \Psi_3'' + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E_3 - \frac{m\omega^2 z^2}{2} \right] \Psi_3 = 0.$$

U₃ (*): $E_1 + E_2 + E_3 = E + U_0$

Для 1 мер. гарм. осц-в знаем решение:

$$E_1 = \hbar\omega(n_1 + 1/2) \quad n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{Z}^+$$

$$E_2 = \hbar\omega(n_2 + 1/2)$$

$$E_3 = \hbar\omega(n_3 + 1/2)$$

$$\Rightarrow E = E_1 + E_2 + E_3 - U_0 = \hbar\omega(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2}) - U_0$$

$$\hbar\omega(N + \frac{3}{2}) - U_0 = E$$

N - квант. число

$$N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Различные наборы n_1, n_2, n_3 с одной суммой соотв. 1 E - вырождение.

Невр: $N=0, n_1=n_2=n_3=0$.

$E_{n_1 n_2 n_3}$

Осн. сост: $n_1=0, n_2=0, n_3=0, N=0$

$$E_{000} = -U_0 + \frac{3}{2}\hbar\omega$$

На уровне n наход. 2 квантона 1 вида: $\uparrow\downarrow$ (разн. спин)

$$N=1 \quad \left\{ \begin{array}{lll} n_1=1 & n_2=0 & n_3=0 \\ n_1=0 & n_2=1 & n_3=0 \\ n_1=0 & n_2=0 & n_3=1 \end{array} \right\}$$

$$E_{100} = E_{010} = E_{001} = -U_0 + \frac{5}{2}\hbar\omega$$

В \forall состоянии тах по 2 квантона 1 вида \Rightarrow

\Rightarrow 6 квантонов.

Ядро с полностью заполн. об. $N=0, 1$ содержит $6+2=8$ квантов

$N=2 \rightarrow 6$ состояний

$$E_{200} = E_{020} = E_{002} = E_{110} = E_{011} = E_{101} = -U_0 + \frac{7}{2}\hbar\omega$$

12 квантонов

Ядро с 3 заполн. об. $2+6+12=20$ квантонов

\Rightarrow получим первые 3 маг. числа (2, 8, 20) с повн. об.

засял полностью зап. об.

Реш р отт \Rightarrow уровни р ниже, чем у-н.

// Для электронов: $n: 2n^2$ э-в (если попу. затопн. все об.) \leftarrow

Заполн. маг. чисел: $1^2 \cdot 2 = 2$

$$(1^2 + 2^2) \cdot 2 = 2 + 8 = 10$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \cdot 2 = 28$$

} по-гр. т.к.

разные попу. //

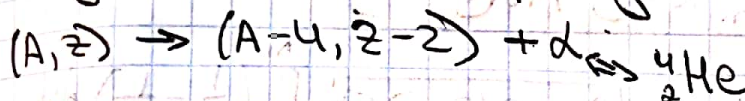
Маг. числа с $N \geq 4$ не совп. с эсп., т.к. нач. влиять

спин-орб. влиять-е \leftrightarrow взаимодействие спин-орб. \leftrightarrow

\hookrightarrow для нач. маг. чисел надо уточнить модель \leftarrow ВНВ

Х Альфа-распад

В ядре - неопт. набор нуклонов ($E_{об} \neq \text{max}$) \leftrightarrow радиоакт-ть



$${}^A_Z\text{X}: M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - m_\alpha c^2 > 0 \quad \text{необх. усл. } \alpha \text{ распада.}$$

Q - энергия α распада

- Q - энергия делит. α част. с материи. ядром.

Соотн-е м-л E_α и E_γ :

$t=0$: ядро покоится (в СЦМ)

$$\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} + \frac{p_\gamma^2}{2m_\gamma} = Q \quad \leftarrow \text{(ЦМ)}$$

$$p_\gamma = p_\alpha = p$$

$$\frac{p^2}{2} \left(\frac{1}{m_\alpha} + \frac{1}{m_\gamma} \right) = Q$$

отсюда ядра.

$$E_\alpha = Q \frac{m_\gamma}{m_\gamma + m_\alpha}, \quad E_\gamma = Q \frac{m_\alpha}{m_\gamma + m_\alpha} \Rightarrow \boxed{\frac{E_\alpha}{E_\gamma} = \frac{m_\gamma}{m_\alpha}}$$

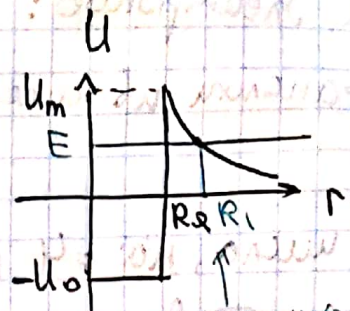
Качеств. теория α -распада:

- 1) Обр-е в ядре кластера из 2р и 2н. - энергии не мен ($E_{\text{связ}} 2 \text{ нук. об.}$)
- 2) Выход кластера за пределы ядра
 \Rightarrow туннел. эффе́кт. пот. яма для кластера

Качеств. теория α -распада

1) $2p+2n$ 2) Выход нуклона из ядра.

Ядро-пот. яма $U(r) = \begin{cases} -U_0, & r < R_0 \\ \frac{2(z-2)e^2}{r}, & r > R_0 \end{cases}$



Коэф. прох-а α и β барьер (наблюдается)

$D \approx D_0 \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_{R_0}^{R_1} \sqrt{2m_\alpha (U(r) - E)} dr \right\}$, где $R_1 = \frac{2(z-2)e^2}{E}$

Оценка: $\frac{E}{U_m} \ll 1$ или $\frac{R_0}{r} \ll 1$.

$Z=100, R_0 \sim 10^{-12} \text{ см} \Rightarrow U_m \sim 30 \text{ МэВ}$.

Тогда $\int_{R_0}^{R_1} \sqrt{2m_\alpha \left(\frac{2(z-2)e^2}{r} - E \right)} dr = \sqrt{2m_\alpha \cdot 2(z-2)e^2} \int_{R_0}^{R_1} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right) dr =$
 $= |r = R_1 \cdot x^2| = 2\sqrt{2m_\alpha \cdot 2(z-2)e^2} R_1 \int_{R_0/R_1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \approx$
 $\approx \pi \sqrt{2m_\alpha \cdot 2(z-2)e^2} R_1$

$\Rightarrow D \approx D_0 \exp \left(-\frac{C}{\sqrt{E}} \right), C = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot 2(z-2)e^2 \sqrt{2m_\alpha}$

Верть распада = $D \cdot$ число ударов частицы о стенку или
 $(\sim v_\alpha / 2R_0)$

Верть распада в ед. времени: число нерасп. ядер

$\beta = \beta_0 \cdot e^{-C/\sqrt{E}} \Rightarrow \frac{dN}{dt} = -\beta N \Rightarrow N = N_0 e^{-\beta t}$

Период полураспада ($N \downarrow$ в 2р) $T_{1/2}$ слабо зал. от E_α

$N = N_0 e^{-t/T_{1/2}}, \ln T_{1/2} = B + \frac{C}{\sqrt{E}}$

З-н Гейтлера-Нейтмана (1913)

хорошо впр. для чет-цет,
хуже для з-неч.

Демонстрация α -риспад - камера Вильсона
переносит. пар ионд. на α частицах \Rightarrow треки-следы α частиц

