Семинар 3 (21.09.20)

Волны де Бройля. Соотношение неопределенностей.

1923 $\forall$ частице с имп. p всоотв. ставится волна с $\lambda = h/p$

по аналогии с фотонами ($\vec{p} = \hbar\vec{k}$)

• критер. отд. квант. сист. от не квант.:

совр. физики: пр-во разрывно на таких малых расст.

1) $m = 90$ кг
$V = 1$ м/с

чел-к

$\lambda = \frac{h}{mV} = \frac{10^{-33}}{10^{2} \cdot 10^{0}} = 10^{-35}$ м $\Rightarrow$

оч. мало. не измер.

$\Rightarrow$ нет квант. эфф-в.

2) эл-н в атоме H

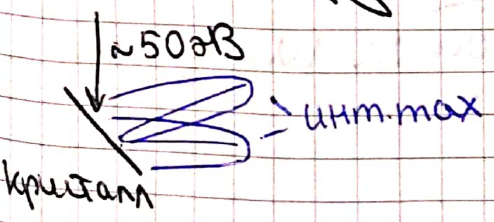
$m = 10^{-30}$ кг
$V = \omega r = 10^{6} \cdot 10^{-10} \Rightarrow \lambda = \frac{10^{-33}}{10^{-30} \cdot 10^{6}} = 10^{-10}$ м $\sim$ р-р атома

рад. атома

спектр. изл. H

$\Rightarrow$ атом H - квант. система.

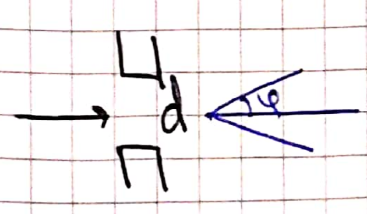
•1927 Эксп. обнаруж. волны де Бройля - опыты Гермера-Дэвиссона



прилаг. МП $\Rightarrow$ max смещ. $\Rightarrow$

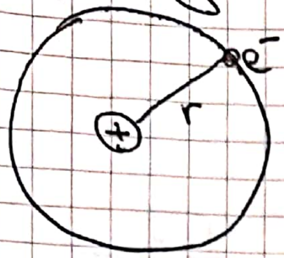
$\Rightarrow$ это волны эл-в

Томсон:



$\varphi \sim \frac{\lambda}{D}$ ← де Бройля

• **Резерфорд:** масс. ядро. – планетар. модель атома



Но движ. заряд излучает, когда движ. с ускорением:

$$P = \frac{3}{2}\frac{(ea)^2}{c^3}$$

мощность излучения эл-на, движ. с уск. $a = \omega^2 r$

ЛЛ (поле диполя лит. по фаш)

из размерности

Время жизни эл-на в атоме в планет. м.:

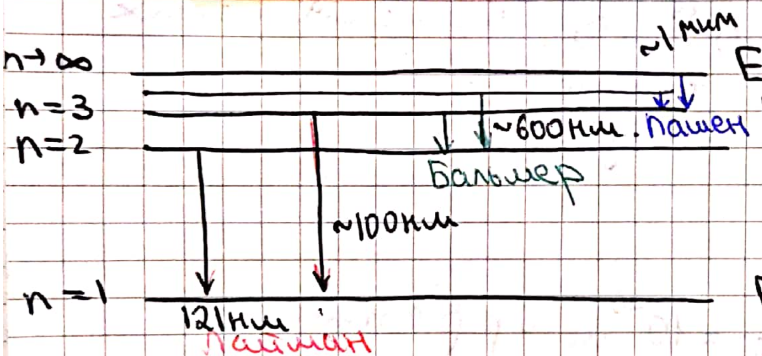
энергия эл-на в атоме e^2/r – запас в атоме

$$\tau = \frac{W}{P} = \frac{c^3}{(\omega^2 r)^2 r} = \frac{(3\cdot 10^8)^3}{(10^{22})^2 \cdot 10^{-10}} = 10^{-8}\ c$$ – после падает на ядро

На разд. орбите так и происх. Эл-н падает на стат. орбиты

Бор: $\exists$ стац. орбиты, на кот. эл-н не излучает

$$2\pi r = n\lambda$$



атом H – спектроскопия

Rem орбиты нет, $\Delta x \sim$ р-ра атома

$\exists$ стац. состояния, м/у кот. происх. переходы

$$E_2 - E_1 = \hbar\omega$$

Гос: покоящ. атом H исп. фотон в головной линии серии Лаймана

$$\boxed{\omega = R_\infty\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)}$$ – эксп-т

R_∞ – пост. Ридберга

• Предп-е Бора о $2\pi r = n\lambda$ хорошо впис. в эксп. Ридберга

$$\begin{cases} r = \dfrac{\hbar n}{mV} \\ \dfrac{mV^2}{r} = \underbrace{\dfrac{e^2}{r^2}}_{\text{школа}} \end{cases} \quad V^2 = \frac{e^2}{mr} = \frac{\hbar^2 n^2}{m^2 r^2}$$

квант. эл-дин.

$$r = \frac{\hbar^2}{me^2}\cdot n^2$$

$a_б$ – радиус Бора – 1я боровская орбита.
$a_б = 0{,}5$ Å

• Энергия атома H

$$E = \frac{mV^2}{2} = \frac{e^2}{2r} = \frac{me^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}$$

по Th Вириала
$\langle E_к \rangle = 2\langle U \rangle$

Rh – пот-л ионизации H
$I = 13{,}6$ эВ.

• Постоянная тонкой стр-ры (насколько нерел. атом H)

$$\alpha = \frac{V}{c} \underset{n=1}{=} \frac{\hbar}{mrc} = \frac{me^2}{m\hbar c} = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

вер-ть пот. кванта

в соотв. с напр. вращ. эл-на линия расщепится
(с точн. α ~1%)

• Соотн-е неопр-й: неопр-ть в пол-и е ~ р-ра атома ($\Delta x \sim x$, $\Delta p \sim p$)

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta p_x \cdot \Delta x &\geq \hbar \\ \Delta p_y \cdot \Delta y &\geq \hbar \\ \Delta p_z \cdot \Delta z &\geq \hbar \\ \Delta E \cdot \Delta \tau &\geq \hbar \end{aligned}}$$

$\Delta\omega \cdot \Delta\tau \approx 2\pi$

Вейль: $\boxed{\langle \Delta p_x^2 \rangle \cdot \langle \Delta x^2 \rangle \geq \hbar^2/4}$

ВлВ – Цыпенюк (вывод)

• Совр. предст-е об атоме H

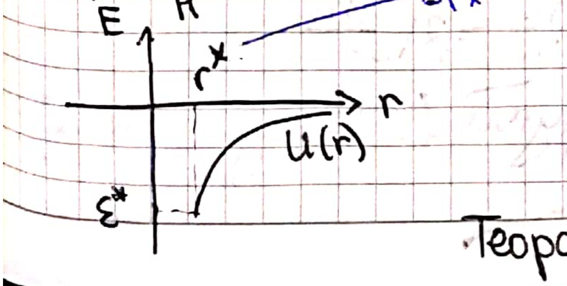
$$E = K + U = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$$

полная энергия атома H

$\alpha = 1/137 \Rightarrow$ нерел.

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2mr^2}$$

неопр-ть в импульсе ⇒ эл-н не уход. на ∞



$$\frac{dE}{dr} = 0 = -\frac{2\hbar^2}{2mr^3} + \frac{e^2}{r^2} \Rightarrow \boxed{r^* = \frac{\hbar^2}{me^2} = a_б}$$

$$\boxed{E^* = \frac{-\hbar^2}{2mr^{*2}} = -\frac{mc^2}{2}\alpha^2}$$

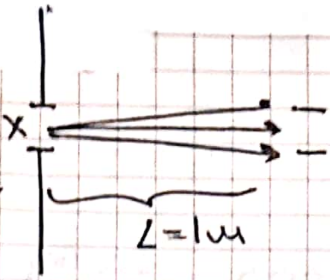
Теорфиз: у атома H нет K и U

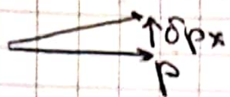
λ — волна де Бройля

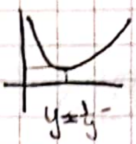
2.30

Ag

$t = 1200°C$







• 1 способ (угол разлёта)

$$d = x + L\left(\frac{\lambda}{x}\right) = x + \frac{Lh}{mVx}$$

d_{min}: $x^* = \frac{Lh}{mVx^*} \Rightarrow x^* = \sqrt{\frac{Lh}{mV}}$

$$\Rightarrow d_{min} = 2x^* = 2\sqrt{\frac{Lh}{mV}} = 2\sqrt{\frac{Lh}{\sqrt{3mkT}}}$$

$\sim 10^{-6}$ м.

• 2 способ принцип неопр.

$$d = x + L\cdot\frac{\delta p_x}{2p} = \dots = 2\sqrt{\frac{Lh}{\sqrt{3mkT}}} \sim 10^{-6} \text{ м.}$$

половина угла разлёта

• 1 зона Френеля: $r_1 = \sqrt{\lambda L}$

$$d_{min} = 2r_1 = 2\sqrt{\frac{Lh}{\sqrt{3mkT}}}$$

2.44 F_{min} — ? τ, m

① 2 погр-ти: • $\langle \Delta x_0^2 \rangle = \frac{\hbar}{4\langle \Delta p_x^2 \rangle}$ — Вейль — фунд. погр-ть

дисперсия

• $\langle \Delta x_\tau^2 \rangle = \frac{\langle \Delta p_x^2 \rangle \tau^2}{m^2}$ — не корр. м/у собой

инструмент. погрешность.

$$\Rightarrow \langle \Delta x^2 \rangle = \langle \Delta x_0^2 \rangle + \langle \Delta x_\tau^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4\langle \Delta p_x^2 \rangle} + \frac{\langle p_x^2 \rangle \tau^2}{m^2}$$

$$\langle \Delta x^2 \rangle \to \min \Rightarrow \frac{\hbar^2}{4\langle \Delta p_x^2 \rangle} = \frac{\langle \Delta p_x^2 \rangle \tau^2}{m^2}$$

$$\langle \Delta p_x^2 \rangle^2 = \frac{\hbar^2 m^2}{4\tau^2}$$

$$\langle \Delta x^2 \rangle_{min} = \frac{\frac{\hbar \cancel{m}}{\cancel{2\tau}}\tau^{\cancel{2}}}{m^{\cancel{2}}}\cdot \cancel{2} = \frac{\hbar\tau}{m}$$

② Измер. величина

$$l = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{F\tau^2}{2m} \geq \sqrt{\frac{\hbar\tau}{m}} \Rightarrow F_{min} = \frac{2m}{\tau^2}\sqrt{\frac{\hbar\tau}{m}} = \sqrt{\frac{4\hbar m}{\tau^3}}$$

Rem если не в ф. Вейля, то коэф. другой (в $\sqrt{2}$ раз меньше)

Rem $\psi^* = Ae^{i(\omega t - kx)} = A^* e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - kx)}$

Ск-ть волны $V_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} = V/2$ ← это фаз. ск-ть (синусоиды)

∀ обычн. частицу

ψ^2 – несёт физ. смысл

Надо ∀ груп. ск-ть, кот. опр. энергию передачи волны ← физ. смысл

$$V_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{d(p^2/2m)}{dp} = V$$

Т.е. ∀ волн. пакет.

В рел. случае: $V_{\phi} = c^2/V$ –?!

$V_{гр} = V$