Консультация Кузена

Билет 21

① З-н Кулона: $\boxed{\vec F = \frac{q_1 q_2}{r^3}\vec r}$, $\vec E = \frac{Q}{r^2}\vec r$ – Кул. поле точ. зар

② Эл. поле, созд. $\forall$ распр-ем заряда. Th Гаусса

Гаусс-Остр. $\boxed{\begin{aligned}&\oint_S E_n dS = 4\pi q \\ &\operatorname{div}\vec E = 4\pi\rho\end{aligned}}$ q – заряд, охв. внутри пов. ρ – объем. плотность заряда.

$dS_\perp$

поток от точ. зар
$d\Phi = \vec E d\vec S = \frac{q}{r^3}\vec r d\vec S = \frac{q}{r^2}dS_\perp = q\,d\Omega$
$\Rightarrow \Phi = 4\pi \int q\,d\Omega = 4\pi Q$
// $d\Omega = dS_\perp/r^2 = d\vec S\,\vec r/r$

Распр-е поля зар. нити,

$\Phi = E\cdot \underbrace{2\pi r l}_{\text{бок. пов. цил}} = 4\pi \varkappa l \Rightarrow E = 2\varkappa/r$

③ Th о циркуляции эл. поля

$\boxed{\oint E_\tau dl = 0}$ (!) 1) для Кулон. поля – легко, 2) принцип суперпозиции $\vec E = \sum \vec E_{i\,\text{точ}}$

Стяж. $\underbrace{}_{}$ перенос. ед. зар → работа

$\boxed{\operatorname{rot}\vec E = 0}$

эл. поле точ. зар.
перем. q ↳ сов. $\delta A = \vec F d\vec l = q\vec E d\vec l$
$\oint(\vec E d\vec l) = 0$. Д-во
$\vec E d\vec l = \frac{q}{r^3}\vec r d\vec l = \frac{q}{r^3} r\,dr = \frac{q}{r^2}dr$
поле т. зар
$\vec E$
$\int_1^2 \vec E d\vec l = q\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

④ Потенциал: $\varphi \overset{\text{def}}{=} \int_{(1)}^{\infty} E_l dl$, $\vec E = -\operatorname{grad}\varphi = -\vec\nabla\varphi$

$\vec E d\vec l \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi = -\operatorname{grad}\varphi\, d\vec l$

работа эл. поля по перемещ. ед. зар. из (1) → ∞.

⑤ Ур-е Пуассона: $\boxed{\Delta\varphi = -4\pi\rho}$ знаем распр. пот-ла $\Rightarrow \vec E$

$\operatorname{div}\vec E = 4\pi\rho$, $\vec E = -\operatorname{grad}\varphi$ → + гр. усл $\Rightarrow$ единств. реш. → метод изобр.

Билет 22. Эл. поле в в-ве

В вакууме дост. $\vec E$ для опис. поля. В в-ве нужна хар-ка сост-я в-ва.

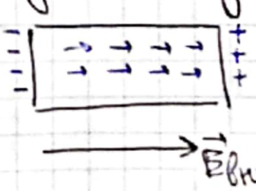
• Дипол. момент:

$-q \xrightarrow{\vec l} +q$ $\boxed{\vec p = q\vec l}$

• Вектор поляризации – дипол. м-т ед. V

$\boxed{\vec P = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V}\vec p_i}$ в ∀ мол-ле – дипол. м-т; опр. сост-е в-ва в данном месте.

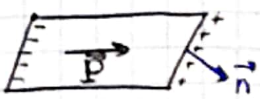
• Заряды → свободные – могут свободно передв. в в-ве ← их нет в диэл.
↳ связанные (в диэлектрике)



мол. диполи ориент. в диэл. во внеш. $\vec E$
$\Rightarrow$ возн. нескомп. заряды на торцах – ~~своб~~ связ. заряды $\Rightarrow$
$\vec E_{\text{внеш}}$ $\Rightarrow$ они созд. поле

// В объеме они тоже м.б. //

Th Гаусса: $\oint E_n dS = 4\pi(q_{своб} + q_{поляриз}) = 4\pi q_{своб} - 4\pi \oint_S P_n dS$



$\boxed{\sigma_{пол} = P_n}$ пов. плотность зар

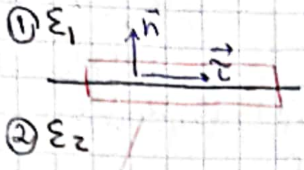
$\boxed{\oint_S P_n dS = -q_{поляриз}}$ Th → Th Гаусса $\boxed{\oint_S (\underbrace{\vec E + 4\pi\vec P}_{\vec D})_n dS = 4\pi q_{своб}}$ внутри S

сил. хар; хар. сост-я пол. в-ва; вектор эл. индукции

Линейный диэлектрик: $\vec P = \alpha \vec E$ (как з-н Гука)

$$\Rightarrow \vec D = \vec E \underbrace{(1+4\pi\alpha)}_{\varepsilon \text{ - эл. проницаемость}}$$

Гранич. условия (м/у 2 диэлектриками)



Граница свободна от зарядов ($q_{своб} = 0$)

$$\boxed{\begin{aligned} D_{1n} &= D_{2n} \\ \varepsilon_1 E_{1n} &= \varepsilon_2 E_{2n} \end{aligned}} \qquad \boxed{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$$

↑ Т-ма Гаусса

$$\oint_S D_n dS = 4\pi q_{св} = 0$$

↑ Т-ма о циркуляции

$$\oint E_l dl = 0$$

не зав. от диэл, т.к. Σ поле в диэл. не сов. раб. (как и св. зар.)

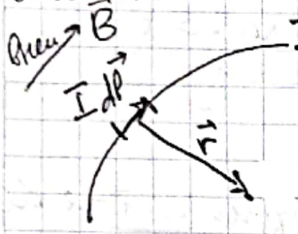
проекции по контуру ... $4A = 0$

$$\boxed{D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\sigma_{св.}}$$

Билет 23 Магнитное поле пост. токов в вакууме

$\vec B$ - силовая хар-ка МП //тут какая-то путаница обозн//

Элемент тока $I = \frac{dq}{dt}$



Сила, действ. на эл-т тока во внеш МП $\vec B$

$$\boxed{d\vec F = \frac{I}{c}[d\vec l \times \vec B]}$$ - сила Ампера

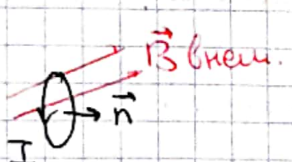
Магнитное поле, созд. эл. тока:

$$\boxed{d\vec B = \frac{I}{c}\frac{[d\vec l \times \vec r]}{r^3}}$$ - з. Био-Савара-Лапласа

можно & как def $\vec B$

На движ. заряд действ

$$\boxed{\vec F_л = \frac{q}{c}[\vec v \times \vec B]}$$



Виток во внеш. МП

$$\boxed{\vec M = [\vec p_m \times \vec B]}, \quad \boxed{\vec p_m \overset{def}{=} \frac{I}{c} S \vec n}$$ - магн. момент

мех. м-т, действ. на виток во внеш МП $\vec B$

⇓

виток хочет $\vec n \uparrow\uparrow \vec B$ - равновесие

Билет 24 Магнитное поле в веществе

• Молекулярные токи – в атомах/мол-х (токи намагничивания)

$\exists$ в-во с магн. мом-ми атомов, помест. в МП ⇒ они ориент. по полю

у соед. мол-л токи ⇒ компенс. ⇒ внутри они скомп., на пов-ти – ток намагничивания

• Вод. в-р намагничивания

$$\boxed{\vec{I} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V}\vec{p}_{mi}}$$ – сост-е намагн. в-ва в точке.

Тогда $\vec{B} = \vec{B}_{пров-ти} + \vec{B}_{намагнич-я}$

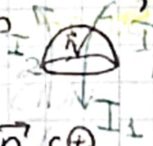
Th $$\boxed{\oint_{(l)} I_l\, dl = \frac{I_{намагн}}{c}}$$ – ток намагн., пронизыв. контур, $\forall l$.

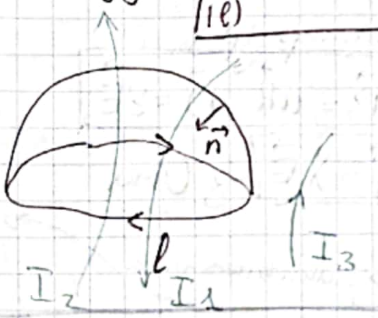
возник в р-те ориентации $\vec{p}_m$ по внешн. МП

• В вакууме: $$\boxed{\oint_{(l)} B_l\, dl = \frac{4\pi}{c} I}$$

ток пр-ти, пронизыв. контур. (l) – произв.

– нек. пов-ть произв. пов-ти, натян. на контур. Выбир. правовинт. нормаль.





I_1 – ∩ пов. в напр-и $\vec{n}$, с ⊕

I_2 – с ⊖

I_3 – с 0.

• В веществе: $\oint_{(l)} B_l\, dl = \oint_{(l)} B_{l\,пров-ти}\, dl + \oint_{l} B_{l\,намагн}\, dl = \frac{4\pi}{c}(I_{пров-ти} + I_{намагн})$

$= \frac{4\pi}{c} I_{пров-ти} + 4\pi \oint_{(l)} I_l\, dl$

пронизыв.

$$\boxed{\oint_{l} (\underbrace{\vec{B} - 4\pi\vec{I}}_{\vec{H}})_l\, dl = \frac{4\pi}{c} I_{пров}} \Leftrightarrow \boxed{\oint H_l\, dl = \frac{4\pi}{c} I_{пров}}$$

хар. среды

сил. хар.

$\vec{H}$ – напр-ть МП

• Магнит. зар. $\nexists$ ⇒ $$\boxed{\oint_S B_n\, dS = 0}$$

• $\vec{I} = \varkappa \vec{H}$ // хотелось написать $\vec{B}$, но по ист. причинам пишем $\vec{H}$ //

$\varkappa$ – магн. восприимчивость

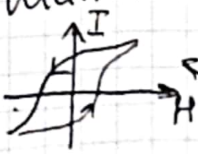
$\vec{B} = \vec{H}(\underbrace{1 + 4\pi\varkappa}_{\mu})$ μ – магнит. восприимчивость

Магнетики:

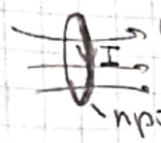
→ пара – слабо намагн. по полю ($\varkappa \sim 10^{-5}$), $\mu \gtrsim 1$

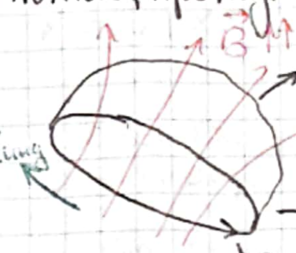
→ диа – намагн. против поля, $\varkappa < 0$, $|\varkappa| \sim 10^{-4} - 10^{-5}$, $\mu \lesssim 1$

→ ферро – намагн. по полю, нелин., наличие гистерезиса, $\langle\mu\rangle \sim 10^3 - 10^5$. Fe, Ni



Билет 26. Мен. магн. поток, прониз. контур ⇒ возн. индукц. ток





Поток МП $\vec{B}$

$\boxed{\Phi = \int_{(S)} B_n dS}$ – изм: → $B = B(t)$
→ мен. контур.

Ф-ла Фарадея $\boxed{\mathcal{E}^{инд} = -\frac{1}{c} d\Phi/dt}$ ← эмпирич.

∃ контур. неподв, $\vec{B}$ ↑↑ ⇒ $d\Phi/dt > 0$
⇒ инд. ток потечет ⊖, чтобы компенс. внеш. поле

Лоренц: • ∄ заморож. МП, изм. контур (движ. проводник) ⇒
⇒ $\mathcal{E}^{инд}$ – ц/га работы $F_{Лоренца}$

• Неподв. контур, B (t). Заряды неподв ⇒ нельзя свести заряды к действию $F_Л$.

Билет 27. Система ур-й Максвелла: Матер. ур-я

$$\boxed{\begin{aligned} \operatorname{div}\vec{D} &= 4\pi\rho \\ \operatorname{div}\vec{B} &= 0 \end{aligned}} \Leftarrow \text{Th Гаусса}$$

$$\boxed{\vec{B} = \mu\vec{H},\ \vec{D} = \varepsilon\vec{E}}$$

$$\boxed{\vec{j} = \lambda\vec{E}} \text{ – з. Ома}$$

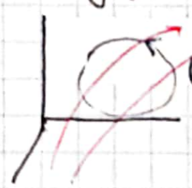
$$\boxed{\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

$$\boxed{\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}_{пров. тки} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}} \Leftarrow \text{Th о цирк.}$$

– при-за Максвелла.
?! в теории: пост. ток ⇒ замкн ⇒ нет члена

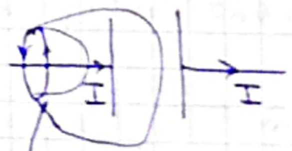
В чем отличие Максвелла и Фарадея? условный контур

• У Максвелла нет проводников, только поле. $\operatorname{rot}\vec{E} \neq 0$



По этому контуру возн. циркулярное (непот.) (не эл. стат) ЭП ∥
↖ в эл. стат. $\operatorname{rot}\vec{E} = 0$

Rem если бы по L был проводник, то это ЭП разгоняло бы е ⇒ возн. ток.



Добавл. этот член, чтобы не зависело от выбора контура

$\frac{1}{4\pi}\dot{\vec{D}}$ – ток смещения

Билет 28 Вектор Пойнтинга

Материальные св-ва ЭМ поля:

1) обладает энергией

$$\boxed{w_э = \frac{ED}{8\pi}, \quad w_м = \frac{HB}{8\pi}}$$ – объем. плот. энергии

Билет 30

2) Волновое уравнение – перем ЭП порожд. МП $\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\partial\vec{B}/\partial t$

перем. МП порожд. ЭП. $\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\partial\vec{D}/\partial t$

$$\boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}}$$ – 1мер ВУ ($\mathbb{R}^3 \Rightarrow \Delta\xi$ в пч.)

ЭМ возмущ-я, распр. с конеч. ск-ю $V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, $\sqrt{\varepsilon\mu} = n$ – пок-ль преломл.

Т.о. ЭМ поле переносит энергию $\Rightarrow$ ЗСЭ.

Вектор Пойнтинга $\boxed{\vec{S} = \frac{c}{4\pi}[\vec{E}\times\vec{H}]}$ – поток энергии, прох. за ед. вр. ч/ ед. площадку, ориент. ⊥ $\vec{V}$ – ск-ть распростр-е возмущ.

ЗСЭ: Th Пойнтинга

$$\boxed{\underbrace{\underbrace{-\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{(V)} w_э\, dV}_{\text{ск-ть умен-я энергии в } V}}_{\text{убыль энергии за } dt} = \oint\limits_S S_n\, dS - (P - Q)}$$

$\boxed{Q = \int\limits_V j^2/\lambda\, dV}$ потери Джоуля-Ленца.

$\boxed{P = \int\limits_V (\vec{j}\,\vec{E}^{стор})dV}$ выдел. мощность источников в объеме V; не эл, сов. работу при прот. тока

Ур-е Гельмгольца – нигде его не прим. особо.

$\vec{E}(\vec{r},t) = \underbrace{\vec{A}(\vec{r})}_{\text{компл. ампл.}} e^{iwt}$ – гарм. поле.

$\vec{A}(\vec{r}) = \underbrace{\vec{a}(\vec{r})}_{\text{амплитуда}} e^{i\overbrace{\varphi(\vec{r})}^{\text{фаза колебаний}}}$

} должно удовл ВУ

$\boxed{\nabla^2 A + k^2 A = 0}$ – для компл. ампл. гарм. поля.

$\nabla^2\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\Psi = 0$ – УШ (стац.)

(Возникло при класс. опис. монохром. полей УШ – аналог. вывод)

$k\in\mathbb{C} \Rightarrow k^2$ м.б. <0.

Билет 30

1) Линейная система – опис. лин. ДУ. При проходе ч/з лин. сист. со гарм. сигнал не мен.

$a\cos\omega t \to$ [лин. сист.] $\to B\cos(\omega t+\varphi)$

$\hat{A}e^{-i\omega t} \to \underbrace{\hat{A}\hat{K}(\omega)}_{\hat{B}}e^{i\omega t}$ – комплн. передат. функция

не важно, + или –

$a\cos(\omega t+\varphi) \Rightarrow ae^{i(\omega t+\varphi)} = ae^{i\varphi}e^{i\omega t}$

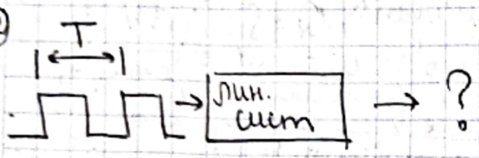
// ф-и вида sin/cos – с.ф. лин. оператора //

в теории перем. т. +

$ae^{i(\omega t+\varphi)} = a\cos(\omega t+\varphi) + i\sin(\omega t+\varphi)$

в лин. сист. преобр. нез. др. от др. ⇒ можно решать в эксп. виде, в конце взять Re

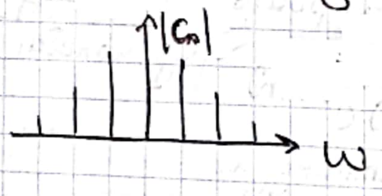
2)



Th Фурье

1) Период. ф-я (T): $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}$, ∀ член ряда преобр. лин. сист. нез. (по гарм. ф-ии)

$\in \mathbb{R}$ ⇓ $c_n = c_n^*$



спектр сигнала.

3)