Механика

Кинематика точки

$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \qquad |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\mathbf{v} = \dfrac{d\mathbf{r}}{dt} \qquad \mathbf{v} = v\boldsymbol{\tau}$

$\mathbf{w} = \dfrac{d\mathbf{v}}{dt} \qquad \mathbf{w} = w_\tau \boldsymbol{\tau} + w_n \mathbf{n}, \quad w_\tau = \varepsilon = \dfrac{dv}{dt} \qquad w_n = \dfrac{v^2}{r}$

$|\mathbf{w}| = R\sqrt{\varepsilon^2 + w^4}$

$\omega = \dfrac{d\varphi}{dt} \qquad \nu = \dfrac{\omega}{2\pi}$

Кинематика твердого тела

$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'$

$\dfrac{d\mathbf{r}'}{dt} = [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}']$

$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}']$

$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + [\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}'] + [\boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}']], \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \dfrac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$

Сложное движение

$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'$

$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{пер}} + \mathbf{v}_{\text{отн}} = (\mathbf{v}_0 + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}']) + \mathbf{v}'$

$\mathbf{w} = \mathbf{w}_{\text{пер}} + \mathbf{w}_{\text{отн}} + \mathbf{w}_{\text{кор}} = (\mathbf{w}_0 + [\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}'] + [\boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}']]) + \mathbf{w}' + 2[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}']$

Динамика

$\mathbf{P} = \sum\limits_i m_i \mathbf{v}_i = m\mathbf{v}_c$

$\dfrac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{R}_{\text{внеш}} = \sum\limits_i \mathbf{F}_i$

$\mathbf{L} = \sum\limits_{i=1} [\boldsymbol{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i]$

$\mathbf{L} = \mathbf{L}' + m[\mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}'] + m[\mathbf{r}_c' \times \mathbf{v}_0] + m[\mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}_0]$

$\mathbf{L} = \mathbf{L}' + m[\mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}_0]$ - если центр масс

$\mathbf{L} = 2m\dot{\mathbf{S}}$

$\mathbf{L} = I\omega, \quad I = \sum\limits_i m_i \mathbf{r}_i^2$

$\dfrac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}_{\text{внеш}} - m[\mathbf{v}_0 \times \mathbf{v}_c]$

$\dfrac{dL_z}{dt} = \mathbf{M}_z, \quad L_z = [r_\perp \times p_\perp]_z$

$I\dfrac{d\omega}{dt} = \mathbf{M}$

$I_x + I_y + I_z = 2I_0$

$I_l = I_l^c + mr^2$

$dA = (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}) = M \cdot d\varphi$?????

$K = K' + \dfrac{mv_0^2}{2} + m(\mathbf{v}_o \cdot \mathbf{v}_c')$

$K = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I}$

Гироскоп

$M \neq 0: \quad \dot{\mathbf{L}} = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{L}] = \mathbf{M}, \quad \mathbf{\Omega} = -\frac{a}{I_{\parallel}\omega_{\parallel}}\mathbf{F}$

Неинерциальные с.о.

$m\mathbf{w}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{ин}}$

$\mathbf{F}_{\text{ин}} = \mathbf{F}_{\text{пост}} + \mathbf{F}_{\text{ц.б.}} + \mathbf{F}_{\text{кор}} = -m\mathbf{w}_0 - (m[\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}'] + m[\boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}']]) - 2m[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}']$

Гравитация, реактивное движение

$F = G\frac{mM}{r^2}, \quad U = -G\frac{mM}{r}$

$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{u}_{\text{отн}}\frac{dm}{dt} + \mathbf{F}_{\text{внеш}}$

$\mathbf{v} = \mathbf{u}_{\text{отн}} \ln \frac{m_0}{m}$

Колебания

Гармонические колебания

Уравнение: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

Решение: $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$

Механика жидкостей и газов

$\rho S v = const$

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{grad} \rho \boldsymbol{v} = 0$

$\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz + U = const$

$\tau_x = \frac{F_x}{S} = \frac{dv_x}{dz}\eta$

$v(r) = \frac{\Delta P}{4\pi L}(R^2 - r^2), \quad Q = \frac{\pi\rho\Delta P}{8\eta L}R^4$

$Re = \frac{\rho v l}{\eta} = \frac{E_{\text{кин}}}{A_{\text{тр}}}$

Механика упругих тел

$\sigma = \frac{F}{S}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ - продольная деформация

$\varepsilon_{\perp} = -\mu\frac{\sigma_{\parallel}}{E}$ - поперечная деформация

$\sigma_{x,y,z} = -P, \quad \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = -\frac{P}{K}, \quad K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ - всестороннее сжатие

$A = \frac{E\varepsilon^2}{2}V, \quad U = \frac{A}{V} = \frac{1}{2}(\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_z\varepsilon_z)$

Эффект Допплера

$$\omega = \omega_0 \frac{\left(1+\frac{u}{c}\right)}{\left(1-\frac{v}{c}\right)}, \quad \omega = \frac{\omega_0}{1-\frac{v}{c}\cos\theta} \simeq \omega_0(1+\frac{v}{c}\cos\theta)$$

<u>CTO</u>

$x' = \gamma x - \gamma vt, \quad t' = \gamma t - \gamma\beta t, \quad l' = \gamma l, \quad t = \gamma t'$
$dS^2 = c^2dt^2 - d\mathbf{r}^2$

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1-\dfrac{v_xV}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1-\dfrac{v_xV}{c^2}}$$

$\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}, \quad E = \gamma mc^2, \quad \mathbf{p} = \dfrac{E\mathbf{v}}{c^2}$
$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$

Термодинамика, статистическая и молекулярная физика

МКТ

$P = nkT = \frac{2}{3} n\bar{\varepsilon}_{\text{кин}}$

$PV = \nu RT, \quad \nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} = \frac{V}{V_m}$

$f(P,V,T) = 0, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$

$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \quad \gamma = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \quad \beta_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T, \quad \alpha_L = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_p \approx \frac{\Delta L}{L\Delta T}$

1-е начало термодинамики

$\delta A = PdV$

$\delta Q^{\swarrow} = dU + \delta A^{\nearrow}$

$dU = \frac{3}{2}\nu RdT$ - для одноатомного газа

$\delta Q = CdT, \quad dU = C_{\text{v}} dT$

$C_{\text{p}} - C_{\text{v}} = \nu R, \quad C_{\text{v}} = \frac{\nu R}{\gamma - 1}, \quad C_{\text{p}} = \frac{\gamma \nu R}{\gamma - 1}, \quad \gamma = \frac{C_{\text{p}}}{C_{\text{v}}}$

$Q = 0: \quad PV^{\gamma} = const$

$C = const: \quad PV^{\frac{C - C_{\text{p}}}{C - C_{\text{v}}}} = const$

$c_{\text{зв}} = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{\text{адиаб}}} = \sqrt{\frac{\nu RT}{\mu}}$

2-е начало термодинамики

$\nu = \frac{A^{\nearrow}}{Q^{\swarrow}} = 1 - \frac{Q^{\nearrow}}{Q^{\swarrow}}$

$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$

$\int\limits_{1\to 2} \frac{\delta Q}{T} = S_2 - S_1, \quad \delta Q = TdS$

$S = S_0 + \nu C_{\text{v}} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \nu C_{\text{v}} \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$

Функции состояния

Внутренняя энергия А при $\delta Q = 0$	$U(S,V)$	$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV + \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS$	$dU = tdS - PdV$
Энтальпия А при P = const	$I = U + PV$ $I(S,P)$	$dI = \left(\frac{\partial I}{\partial S}\right)_P dS + \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_S dP$	$dI = TdS + VdP$
Свободная энергия А при T = const	$\Psi = U - TS$ $\Psi(T,V)$	$d\Psi = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial V}\right)_T dV$	$d\Psi = -SdT - PdV$
Термодинамический потенциал Гиббса	$\Phi = U + PV - TS$ $\Phi(T,P)$	$d\Phi = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P}\right)_T dP$	$d\Phi = -SdT + VdP$

Газ Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{a\nu^2}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right]$$ - эффект Джоуля-Томсона

Фазовые переходы

$$q = T(s_2 - s_1)$$
$$\frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(v_2 - v_1)}$$

Поверхностные явления

$$W_{\text{пов}} = \sigma S, \quad f = \sigma l$$
$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$
$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}$$

Статистическая физика

$$p = \frac{n!}{m!(n-m)!}p^m q^{n-m}$$ - биномиальное распределение

$$P(m) = \frac{(\langle m\rangle)^m}{m!}e^{-\langle m\rangle}$$ - распределение Пуассона

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$ - нормальное распределение

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$ - распределение Больцмана

$$\overline{n}_i = \frac{1}{e^{E/kT} - 1}$$ - Бозе-Эйнштейна

$$f(V_z) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}e^{-\frac{mV_z}{kT}}$$ - распределение Максвелла

$$\overline{|V_x|} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m}}, \quad \overline{V_x} = 0$$

$$f(V) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} V^2 e^{-\frac{mV^2}{2kT}}$$

$$V_{\text{н}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}; \quad \langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}; \quad \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$S = k \ln \Gamma$$

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE}$$

Флуктуации

$$\sigma = \sqrt{\overline{(\Delta f)^2}}, \quad \delta_f = \frac{\sqrt{\overline{(\Delta f)^2}}}{\bar{f}}$$

$$\sigma = \sqrt{\bar{n}}, \quad \delta_n = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}, \quad \overline{\Delta V^2} = -kT \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

$$\overline{\Delta E^2} = -kT^2 \frac{\partial \bar{E}}{\partial T}, \quad \overline{\Delta T_V^2} = \frac{kT^2}{C_V}$$

$$\langle r^2 \rangle = 6BkTt = 6Dt, \quad B = \frac{1}{6\pi R\eta}$$

Явления переноса

$$l = \frac{1}{(\sqrt{2})\sigma n}, \quad \tau = \frac{1}{(\sqrt{2})n\bar{v}\sigma}$$

$j(x) = j_0 \exp(-\frac{x}{l})$ - ослабление потока частиц в газе

$$j = -Dn\frac{dc_1}{dx} + nc_1 u, \quad c_1 = \frac{n_1}{n}, \quad D = \frac{1}{3}\bar{v}l, \quad D \sim \frac{T^{3/2}}{P\sqrt{m}}$$

$$q = -\kappa\frac{dT}{dx}, \quad \kappa = \frac{1}{3}n\bar{v}lc_V = C_V D, \quad a = \frac{\kappa}{C_v} = D, \quad \kappa \sim \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$F_z = -\eta S\frac{dv}{dx}, \quad \eta = \frac{1}{3}mn\bar{v}l = \rho D, \quad \nu = \frac{\eta}{\rho} = D$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}\mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = n\mathbf{u}$$

$$N = \frac{1}{4}n < v >$$

Электричество и магнетизм.

Уравнения Максвелла

$$\begin{cases} \oint (\mathbf{D}\cdot d\mathbf{S}) = 4\pi \int \rho\ dV = 4\pi Q \\ \oint (\mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}) = 0 \\ \oint (\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}) = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\oint (\mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}) \\ \oint (\mathbf{H}\cdot d\mathbf{l}) = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\oint (\mathbf{D}\cdot d\mathbf{S}) + \frac{4\pi}{c}\oint (\mathbf{j}\cdot d\mathbf{S}) \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi\rho \\ \operatorname{div}\mathbf{B} = 0 \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}\ \text{пров} \end{cases}$$

Граничные условия

$D_{1n} - D_{2n} = 4\pi\sigma, \quad E_{1\tau} = E_{2\tau}$

$B_{1n} = B_{2n}, \quad H_{1\tau} - H_{2\tau} = \frac{4\pi}{c} i_N, \quad [\mathbf{n}\times(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2)] = \frac{4\pi}{c}\mathbf{i}, \quad i = \frac{dJ}{dl} \quad (J \perp l)$

Электростатика

$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3}$

$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = \frac{q}{r^2}$

$\mathbf{p} = q\mathbf{l}, \quad \mathbf{E} = \frac{3\mathbf{n}(\mathbf{n},\mathbf{d}) - \mathbf{d}}{R^3}, \quad \mathbf{M} = [\mathbf{p}\times\mathbf{E}] \quad U = -\mathbf{pE}$ - диполь

$E = 2\pi\sigma$ - плоскость

$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad \Delta\varphi = -4\pi\rho, \quad \varphi = -\mathbf{Er}$ - однородное поле

$\mathbf{p} = a^3\mathbf{E}$ - металлический шар во внешнем поле

Диэлектрик

$P_n = \frac{\mathbf{PS}}{S} = \sigma$

$q_{\text{пол}} = -\oint_S \mathbf{P}d\mathbf{S}, \quad \rho_{\text{пол}} = -\operatorname{div}\mathbf{P}$

$\mathbf{P} = \alpha\mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}, \quad \varepsilon = 1 + 4\pi\alpha$

$\operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\frac{\rho}{\varepsilon}, \quad \mathbf{E} = \frac{q}{\varepsilon r^3}\mathbf{r}, \quad \varphi = \frac{q}{\varepsilon r}$

Энергия

$C = \frac{q}{\varphi}$

$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}, \quad U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{1}{2}C\varphi^2$ - конденсатор

$U = \frac{1}{2}\sum q_i\varphi_i, \quad U = \frac{1}{2}\int_V \rho(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r})dV + \frac{1}{2}\int_S \sigma(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r})dS$

$dA = dU = \varphi dq, \quad \delta U = \int \frac{\mathbf{E}d\mathbf{D}}{8\pi}dV, \quad u = \frac{\mathbf{ED}}{8\pi}$

Постоянный ток

$\mathbf{j} = \rho\mathbf{u}, \quad J = \int\limits_S \mathbf{j}d\mathbf{S}$

$\dfrac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\mathbf{j} = 0$

$J = \dfrac{U}{R}, \quad \mathbf{j} = \lambda\mathbf{E}, \quad \rho = \dfrac{1}{\lambda}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} = JR$

$\sum J_k = 0, \quad \sum \mathcal{E}_i = \sum J_k R_k$

$W = J\mathcal{E}, \quad w = \mathbf{jE} = \lambda\mathbf{E}^2$

<u>Магнетизм</u>

$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \dfrac{1}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{B}])$

$d\mathbf{F} = \dfrac{1}{c}[\mathbf{j}\times\mathbf{B}]dV = \dfrac{J}{c}[\mathbf{l}\times\mathbf{B}], \quad F = \dfrac{2J_1J_2}{c^2d}l$ - 2 провода

$\mathbf{B} = \dfrac{1}{c}\int\dfrac{[d\mathbf{J}\times\mathbf{r}]}{r^3}, \quad d\mathbf{B} = \dfrac{j}{c}\dfrac{[d\mathbf{l}\times\mathbf{r}]}{r^3}$

$B = \dfrac{2J}{cR}$ - поле провода $\quad B = \dfrac{2\pi R^2}{c(R^2+z^2)^{3/2}}J$ - поле витка

$B = \dfrac{4\pi nJ}{c}$ - в центре соленоида $\quad B = \dfrac{2\pi nJ}{c}$ - на краю

$\mathbf{B} = \dfrac{1}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{E}]$ - поле равномерно движ. заряда

$\mathbf{B} = \mathrm{rot}\mathbf{A}$

$\mathbf{m} = \dfrac{J}{c}\mathbf{S}. \quad \mathbf{M} = [\mathbf{m}\times\mathbf{B}], \quad U = -\mathbf{mB}$

$\mathbf{m} = \gamma\mathbf{L}, \quad \gamma = \dfrac{q}{2mc}, \quad \mathbf{B} = \dfrac{3\mathbf{r}(\mathbf{m},\mathbf{r}) - \mathbf{m}r^2}{r^5}$

В веществе

$\mathbf{I} = \dfrac{d\mathbf{m}}{dV}, \quad \mathbf{m} = V\mathbf{I}$

$J = c\oint\limits_L \mathbf{I}d\mathbf{l}, \quad \mathbf{j}_m = c\,\mathrm{rot}\mathbf{I}$

$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{I}$

$\mathbf{B} = \kappa\mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}, \quad \mu = 1 + 4\pi\kappa, \quad \mu > 1$ - парамагнетик

$\sum\Phi_i = 0, \quad \sum\Phi_i R_m = \sum F_k, \quad F = \dfrac{4\pi}{c}NJ, \quad R_m = \dfrac{l}{\mu S} + \dfrac{a}{S}$ - магнитная цепь

<u>Электромагнитное поле</u>

Электромагнитная индукция

$F = \dfrac{J}{c}lB, \quad \mathcal{E}_{\text{инд}} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = \dfrac{1}{c}LJ$

$\Phi = \Phi_e + \Phi_i = const$ - для витка с $R \to 0$

$\mathbf{E} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \mathrm{grad}\,\varphi$

$L = \dfrac{4\pi\mu N^2 S}{l}$ - идеальный соленоид

$L = 2\mu N^2 b\ln(1 + \dfrac{a}{R})$

$U = \dfrac{LJ^2}{2c} = \dfrac{\Phi^2}{2L}$

$U = \dfrac{BH}{8\pi}V$ - энергия соленоида

Преобразование полей

$\mathbf{E} = \mathbf{E}' - \dfrac{1}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}'], \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}' + \dfrac{1}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{E}']$

$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = \dfrac{E'_y + (V/c)H'_z}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ E_z = \dfrac{E'_z - (V/c)H'_y}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} H_x = H'_x \\ H_y = \dfrac{H'_y - (V/c)E'_z}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ H_z = \dfrac{H'_z + (V/c)E'_y}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \end{cases}$$

$\mathbf{M} = [\mathbf{m} \times \mathbf{H}'] = -\dfrac{1}{c}[\mathbf{m} \times [\mathbf{v} \times \mathbf{E}]]$

<u>Энергия</u>

$u = \dfrac{\mathbf{BH}}{8\pi}$

$\dfrac{\partial w}{\partial t} = -\mathbf{iE} - \mathrm{div}\mathbf{S}, \quad \mathbf{S} = \dfrac{c}{4\pi}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$

$\dfrac{\partial}{\partial t}\int_V u \; dV + \oint_{\partial V} \mathbf{S} \; d\mathbf{A} = -\int_V \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \; dV$

<u>ЭМ волны, волноводы</u>

$\nabla^2\mathbf{E} = \mu_0\epsilon_0 \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{E}, \quad \nabla^2\mathbf{B} = \mu_0\epsilon_0 \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{B}, \quad c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$

$\mathbf{H} = \dfrac{c}{\mu\omega}\mathbf{k} \times \mathbf{E}, \quad \sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$

$P_{ligth} = (1 + R)\dfrac{I}{c}$

<u>Колебательный контур</u>

$f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ - последовательный контур

$Q = R_e\sqrt{\dfrac{C}{L}}, \quad R_e = \dfrac{L}{CR_{L+C}}$ - параллельный

$Q = \dfrac{2\pi W}{\Delta W} = \dfrac{\omega}{2\gamma}$

<u>Плазма</u>

$r_D = \sqrt{\dfrac{kT}{8\pi ne^2}}$

$\omega_p = \sqrt{\dfrac{4\pi Ne^2}{m}}, \quad \varepsilon = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}$

Сверхпроводник

$\mathbf{B} = 0$

Скин-эффект

$l = \dfrac{c}{\sqrt{2\pi\lambda\mu\omega}}$

Оптика

Волны

$$\nabla^2 u - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \Delta\varphi = k\Delta z$$
$$\nabla^2 f + k^2 f = 0$$
$E(\mathbf{r},t) = a(\mathbf{r})e^{-i(\omega t - \varphi(\mathbf{r}))} = f(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ - плоская волна

$E(\mathbf{r},t) = \frac{a_0}{r}e^{-i(\omega t - kr)}$ - сферическая волна

$\tau_0 \sim 10^{-8}, \quad T \sim 10^{-15}$

$$I = \frac{1}{\Delta T}\int\limits_{t-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} E^2(t)dt$$
$$\Gamma(\tau) = e^{i\omega\tau}\frac{1}{\Delta T}\int\limits_{t-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} f(t)f^*(t+\tau)dt, \quad \Gamma(0) = I, \quad \gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)}$$
$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = |\gamma(\tau)|$$

Интерференция

Точечные монохроматические источники

$$I(\mathbf{r}) = I_1(\mathbf{r}) + I_2(\mathbf{r}) + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi(\mathbf{r})$$
$I = 2I_0(1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\right)\Delta)$ - сферические волны

$I = 2I_0(1 + \cos(2kx\sin\alpha))$ - плоские волны

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d} = \frac{\lambda}{\beta}, \quad \beta = 2\alpha$$
$$m_{max} = \frac{d}{\lambda}$$

Точечные квазимонохроматические источники

$$dI = 2J(\omega)d\omega\cos\frac{\omega}{c}\Delta$$
$$I = 2J_0\Delta\omega(1 + \frac{\sin\frac{\Delta\omega}{2c}\Delta}{\frac{\Delta\omega}{2c}\Delta})\cos(\frac{\omega_0}{c}\Delta)$$
$$\Delta_{max} = \frac{2\pi c}{\Delta\omega} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = c\tau_0$$
$$m_{max} = \frac{\Delta_{max}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$$

Неточечный монохроматический источник

$$dI = 2J_0 d\xi\cos\frac{2\pi}{l}x, \quad l = \frac{\lambda}{d}z, \quad x = \xi\frac{z}{z_0}, \quad \beta = \frac{d}{z}$$
$$I = 2I_0(1 + \frac{\sin\frac{\pi db}{\lambda z_0}}{\frac{\pi db}{\lambda z_0}})\cos(\frac{2\pi d}{\lambda z})$$
$$b \le \frac{\lambda}{d}z_0 = \frac{\lambda}{\Omega}$$

Дифракция

$p = \frac{\sqrt{\lambda z}}{b}$

Дифракция Френеля: $p \sim 1$

$R = \sqrt{z^2 + \rho^2} \simeq z + \frac{\rho^2}{2z}$

$r_m = \sqrt{\lambda m \frac{z_0 z}{z + z_0}} = \sqrt{\lambda m z}$

$z_m = \frac{2md^2}{\lambda}$ - эффект Талбота

Дифракция Фраунгофера: $p \gg 1$

$|\sin\theta| \leq \frac{\lambda}{b}(\cdot 1.22)$

$I(\theta) \sim \frac{\sin(\frac{kb}{2}\sin\theta)}{\frac{kb}{2}\sin\theta}$

$\Delta x = \frac{\lambda f}{D}$ - с линзой

Спектральные приборы

Дифракционная решетка

$I(\theta) = |f(\theta)|^2 (\frac{\sin(\frac{Nkd}{2}\sin\theta)}{\sin(\frac{kd}{2}\sin\theta)})^2$

$\Delta_m = \lambda m = d\sin\theta_m$

$m_{max} = \frac{d}{b}$

Фурье преобразование, голограммы

Волновой пакет, дисперсия

Поляризация

$$r_\parallel = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \quad , \quad r_\perp = \frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)}$$

$$t_\parallel = \frac{2\sin(\theta_t)\cos(\theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)\cos(\theta_t - \theta_i)} \quad , \quad t_\perp = \frac{2\sin(\theta_t)\cos(\theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)}$$

Геометрическая оптика

Квантовая физика

<u>Корпускулярно-волновой дуализм</u>

$E = \hbar\omega, \quad \hbar = \dfrac{h}{2\pi}$
$\hbar\omega = A_{\text{вых}} + T_{\text{кин}}^{max}$
$\lambda' - \lambda = \dfrac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$

$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq h, \quad \overline{\Delta x^2} \cdot \overline{\Delta p_x^2} \geq \dfrac{\hbar}{4}$

$\Lambda_{\text{дБ}} = \dfrac{h}{p} \quad \mathbf{k} = \dfrac{\mathbf{p}}{\hbar}$

$\psi = A\exp[-\mathrm{i}(\omega \mathrm{t} - \mathbf{kr})] = \mathrm{A}\exp\left[-\dfrac{\mathrm{i}}{\hbar}(\mathrm{Et} - \mathbf{pr})\right], \quad \psi = \mathrm{A}\exp\left[\dfrac{\mathrm{i}}{\hbar}(\mathrm{px} - \mathrm{Et})\right]$

$\int\limits_{\infty} |\psi|^2 dV = 1$
волновые пакеты

<u>Операторы</u>

$\langle\xi\rangle = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \xi p(\xi) d\xi = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \xi |\psi(\xi)|^2 d\xi = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi)^* \xi \psi(\xi) d\xi$

$\hat{x} = x, \quad \hat{p}_x = -i\hbar\dfrac{d}{dx}, \quad \hat{T} = -\dfrac{\hbar^2}{2m}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$

<u>Уравнение Шредингера</u>

$i\hbar\dfrac{\partial\psi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \hat{H}\psi, \quad \hat{H} = \dfrac{\hat{p}}{2m} + U$
$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) f(t), \quad i\hbar\dfrac{\partial f}{\partial t} = Ef, \quad \hat{H}(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}), \quad \psi_n(\mathbf{r}, t) = \psi_n(\mathbf{r}) e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}},$

Ступенька

$k_1^2 = \dfrac{2mE}{\hbar^2}, \quad k_2^2 = \dfrac{2mE - U_0}{\hbar^2}$

$E > U_0, \quad D = \dfrac{v_2\rho_2}{v_1\rho_1} = \dfrac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}, \quad R = \left(\dfrac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2$

Барьер

$D = \exp\left(-\dfrac{2}{\hbar}\int\limits_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U - E)}dx\right)$

Потенциальная яма с бесконечными стенками

$E_n = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2, \quad \psi(x) = \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin(n\dfrac{\pi x}{a})$

Трехмерная сферически симметричная яма

$$\mathrm{tg} k_1 a = -\frac{k_1}{k_2}, \quad U_0 a^2 > \frac{\pi^2\hbar^2}{8m}$$

Одномерная яма

$$E = \frac{2mU_0a^2}{\hbar^2}U_0$$

Гармонический осциллятор

$$L(E_n) \simeq n\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi\hbar}{\sqrt{2mE_n}}n$$
$$U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2, \quad E_n = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega$$

Кулоновский потенциал

$$U = -\frac{Ze^2}{r}, \quad E_n = -\frac{1}{2}\frac{Z^2me^4}{\hbar^2}\frac{1}{n^2}$$

<u>Атом Бора</u>

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad R = \frac{me^4}{4\pi c\hbar^3}, \quad \hat{R} = \frac{me^4}{2\hbar^2}$$
$$p_e r = n\hbar. \quad \hbar\omega = E_n - E_m$$
$$r_n = \frac{\hbar^2}{me^2}n^2 = \frac{\Lambda}{2\pi\alpha}n^2$$
$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$$

<u>Пространственное квантование</u>

$$L_z = m_l\hbar, \quad m_l : -l..l$$
$$L^2 = \hbar^2 l(l+1), \quad l : 0..n-1$$

<u>Молекулярные спектры</u>

$$\hat{H}_{\text{вр}} = \frac{\hat{L}^2}{2I}, \quad E_l = \frac{\hbar^2}{2I}l(l+1), \quad \Delta E = \frac{\hbar^2}{2I}2l, \quad \omega_{\text{вр}} = \frac{R}{\hbar}\frac{m_e}{M}$$
$$\omega_{\text{кол}} = 2\frac{R}{\hbar}\sqrt{\frac{m_e}{M}}$$
$$\omega_{\text{э}} : \omega_{\text{кол}} : \omega_{\text{вр}} \simeq 1 : \sqrt{m/M} : m/M$$

<u>Магнетизм атомов</u>

$$\boldsymbol{\mu} = -g\frac{e}{2mc}\mathbf{L}, \quad \mu_z = -\mu_{\text{б}} m_l, \quad \mu_{\text{б}} = \frac{\hbar e}{2mc}, \quad g_{\text{эл. орб}} = 1$$
$$m_s = \pm\frac{1}{2}, \quad \mu_{s_z} = -\mu_{\text{б}} = g\mu_{\text{б}} s_z, \quad g_{\text{эл. сп}} = 2$$

$n : 2n^2$ - значений

<u>Сложение моментов</u>

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}, \quad |J| = \hbar\sqrt{j(j+1)}, \quad J_z = \hbar m_j$$
$$\boldsymbol{\mu}_j = g_{\text{л}}\mu_{\text{б}}\mathbf{J}, \quad g_{\text{л}} = 1 + \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}$$

Законы сохранения

$\hat{P}\psi(\mathbf{r}) = \pi\psi(\mathbf{r}), \quad \pi = \pm 1, \quad \pi_1\pi_2(-1)^{l1+l1} = const$
Бозоны: s - целый, ψ - симметричная
Фермионы: s - полуцелый, ψ - антисимметричная
$\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2) - \psi_\alpha(2)\psi_\beta(1))$

Сложные атомы

$\mathbf{J} = \sum \mathbf{L}_i + \mathbf{S}_i$
Правило Хунда: $J = |L - S|$ - если заполнено не более половины оболочки, $J = L + S$ - иначе
$\sqrt{\nu} = aZ + b$ - характеристическое излучение

Электромагнитные переходы

Е-фотон $(-1)^j$ - четность, М-фотон $(-1)^{j+1}$ - четность, $j = 1$ - диполь
$\frac{\tau_{MJ}}{\tau_{EJ}} \simeq \left(\frac{\lambda}{2\pi a}\right)^2$
$\Delta J = \pm 1, 0, \quad \Delta S = 0$ - правило отбора

Эффект Зеемана

$B \ll B_0 : U = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{B}, \quad E = E_0 + g\mu_{\text{б}} m_j B$, расщепление на $2j+1$ уровня
$B \gg B_0 : E = E_0 + \mu_{\text{б}}(m_l + 2m_s)B$, расщепление на $m_l + 2m_s$ уровня

ЭПР и ЯМР

$\omega = \frac{g\mu_{\text{б}} B}{\hbar}$
$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p c}$

Радиоактивный распад

$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$
$\ln T_{\frac{1}{2}} = B + \frac{C}{\sqrt{\varepsilon}}$
$\sigma = \frac{1}{v}$

АЧТ

$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$
$\omega_{\max} = \frac{2.8}{\hbar} kT$
$u = \sigma T^4, \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} = \frac{\pi^2 k^4}{60\hbar^3 c^2}, \quad R = \frac{uc}{4}$