Консультация Овчинкина.

1. Механика.

Космич. тема + тепл.изл-е, дифр реш, эффект Доплера

1Б 2015 За $\tau = 10^6$ лет, $T_c = 6000\,K$, $R_c = 7\cdot10^5$ км, $M_c = 2\cdot10^{33}$ г

период обращения $\Delta T_{\text{Земли}}$ – ? из-за тепл изл.

Решение 1) $M_З\omega^2R = \gamma\frac{M_З M_c}{R^2}$ – 2ЗН.

$\omega^2R^3 = \gamma M_c$ ← по сути 3 З. Кеплера для круг. орбиты

$$R^3 = \frac{\gamma M_c}{4\pi^2}T^2$$

$$\boxed{\frac{3\Delta R}{R} = \frac{\Delta M_c}{M_c} + 2\frac{\Delta T}{T}}$$

2) Интегралы движения (сохр. вел-ны) → E – полная энергия сист. → L – м-т импульса

$$L = m\omega R^2 = m\frac{2\pi}{T}R^2 = const$$

$$\boxed{\frac{2\Delta R}{R} = \frac{\Delta T}{T}} \Rightarrow \frac{3}{2}\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta M_c}{M_c} + 2\frac{\Delta T}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta M_c}{M_c} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T} = -\frac{\Delta R}{R}}$$

3) Потери энергии Солнца на излучение за время τ:

$$\Delta E = \underbrace{\sigma T_c^4}_{j}\cdot\underbrace{4\pi R_c^2}_{S_{пов.}}\cdot\tau \Rightarrow \Delta M_c = \underset{\text{ф. Эйнштейна}}{\frac{\Delta E}{c^2}} = \frac{\sigma T_c^4\cdot 4\pi R_c^2\tau}{c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta M_c}{M_c} = \frac{\sigma T_c^4\cdot 4\pi R_c^2\cdot\tau}{M_c c^2} = \frac{5{,}67\cdot10^{-5}\cdot6^4\cdot10^{12}\cdot4\pi\cdot7^2\cdot10^{20}\cdot3{,}16\cdot10^7}{2\cdot10^{33}\cdot9\cdot10^{20}} \approx -8\cdot10^{8}.$$

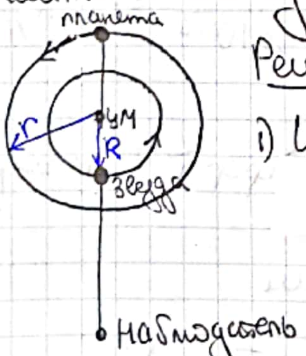
Тогда $\Delta T = 2T|\Delta M_c/M_c| = 2\cdot3{,}16\cdot10^7\cdot8\cdot10^{-8} = 6\,c$ //

2002 Пегас – двойник Солнца

Скорость Пегаса: $u = u_0\sin 2\pi\frac{t}{T}$, T – период обращ-я, T = 4,23 сут

$u_0 = 56$ м/с

Счит, что вариации ск-ти объясн. ∃ более легкой планеты. Найти ее массу и траекторию.



Решение M – масса звезды, m – масса планеты

1) ЦМ: $MR + mr = 0$
$\Downarrow$
$Mu + mV = 0$ | $u = -\frac{m}{M}V$

2) 3 З. Кеплера $\frac{R^3}{T^2} = \frac{\gamma(M+\cancel{m})}{4\pi^2}$ → 0 $\Rightarrow R^3\cdot\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \gamma M$

3) $\frac{\cancel{m}V^2}{R} = \frac{\gamma M\cancel{m}}{R^2} \Rightarrow V^2 = \frac{\gamma M}{R} = \gamma M\frac{(2\pi/T)^{2/3}}{(\gamma M)^{1/3}} = \left(\frac{2\pi\gamma M}{T}\right)^{2/3}$

$$u = -\frac{m}{M}\left(\frac{2\pi\gamma M}{T}\right)^{1/3} = u_0 \Rightarrow \frac{m}{M} = u_0\sqrt[3]{\frac{T}{2\pi\gamma M}} = .. = 0{,}425\cdot10^{-3}$$

$m = 0{,}425\cdot10^{-3}\cdot M_c = 8{,}5\cdot10^{26}\,\overset{''M_c}{\text{кг}}.$ //

Rem другой вариант $T = 4$ сут — период обр. планеты в-г ЦМ

Темп-ра $T_{планет}$ — ?

‖ период звезды (они вращ. в-г общего ц.м)

$E_c = j = \frac{L_c}{4\pi R_З^2}$ — энергия „Солнца" — плотность потока энергии

←Земля

$$\left.\begin{array}{l} \frac{L_c}{4\pi R_З^2} \\ \frac{L_c}{4\pi R_{пл}^2} = \sigma T_{пл}^4 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\cancel{L_c}}{4\pi R_З^2} \cdot \frac{4\pi R_{пл}^2}{\cancel{L_c}} = \frac{\cancel{\sigma} T_З^4}{\cancel{\sigma} T_{пл}^4}$$

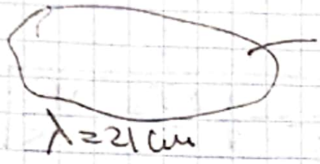
τ — период обращения

$\omega^2 R^3 = const$ $\quad R^3/\tau^2 = const$, $\quad \frac{R_З^3}{R_{пл}^3} = \frac{\tau_З^2}{\tau_{пл}^2}$

$$T_{пл} = T_З \sqrt[3]{\frac{\tau_З}{\tau_{пл}}} = 300\sqrt{\frac{365}{4,23}} = 1350 K$$

---

③ 7.51



газ. облако в межзвёзд. пр-ве

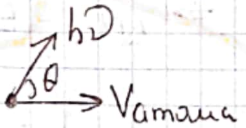
T — ? по Допп. ушир. спектр. линии

полуширина $\Delta f = 5$ кГц.

Атомы двиг ⇒ кроме естеств. линии возн. Доппл. ушир.

эффект Доплера

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cos\theta}$$



Продол. эффект Доплера ($\theta = 0$) $\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$

Нерел: $\beta \ll 1 \Rightarrow \frac{\nu}{\nu_0} \approx 1+\beta \Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \beta = \frac{V}{c}$

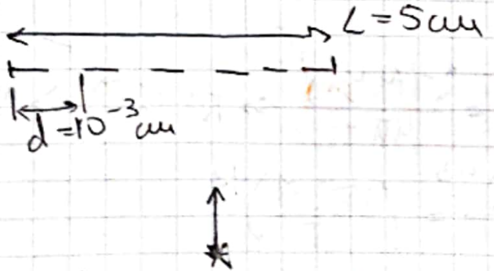
В задаче $V = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \Rightarrow T = \frac{V^2 M}{3k}$ (оценка)

$$V = c\frac{\Delta f}{f_0} = \lambda\Delta f \Rightarrow T \approx \frac{\lambda^2(\Delta f)^2 M}{3k} = \frac{21^2 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 10^{-24}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-16}} \approx 40K$$ //

//грубая ошибка — когда ответ неадекв//

---

④



$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{V}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$ эффект Доплера

разр. способ. реш.

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \underset{\overset{\|}{1}}{m}\underset{\text{число штрихов}}{N} = \frac{L}{d} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$$

min V ист. можно обн., набл. дифр-ю 1 пор.?

$$\Delta\lambda = \lambda_0 \frac{d}{L}$$

$$\frac{V}{c} \geq \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{d}{L} = \frac{10^{-3}}{5} = 2\cdot10^{-4}$$

2. Термодинамика

⑤ $V_1 = 3л \rightarrow \nu_1 = 0,5 моль\ O_2$ | $T = 300K$
$V_2 = 2л \rightarrow \nu_2 = 0,5 моль\ N_2$

2ат. газ.

A_{max} за счет адиабат. смешивания −?

Решение равное давление. $A_{max} = U_1 - U_2$, $C_{V_1} = C_{V_2} = \frac{5}{2}R$

$\delta Q = 0 \Rightarrow S = const$ (обр. процесс).

$$S_I = (\nu_1+\nu_2) c_v \ln T_1 + R\left(\nu_1 \ln\frac{V_1}{\nu_1} + \nu_2 \ln\frac{V_2}{\nu_2}\right)$$ − до смеш.

//ид. газ $\Delta S = \nu c_v \ln(T/T_0) + \nu R \ln(V/V_0)$//

$$S_{II} = (\nu_1+\nu_2) c_v \ln T_2 + R\nu_1 \ln\frac{V_1+V_2}{\nu_1} + R\nu_2 \ln\frac{V_1+V_2}{\nu_2}$$ − после смеш.

$S_{II} - S_I = 0$.

$$(\nu_1+\nu_2) \underset{\frac{5}{2}R}{c_v} \ln\frac{T_2}{T_1} + R\nu_1 \ln\frac{V_1+V_2}{V_1} + \nu_2 R \ln\frac{V_1+V_2}{V_2} = 0$$

$$\frac{5}{2}\ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{1}{2}\ln(V_1+V_2) + \frac{1}{2}\ln(V_1+V_2) = \frac{1}{2}\ln V_1 + \frac{1}{2}\ln V_2$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{5/2} = \ln\frac{\sqrt{V_1V_2}}{V_1+V_2} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{V_1V_2}{(V_1+V_2)^2}\right)^{1/5} = 225K$$

$$A_{max} = U_1 - U_2 = (\nu_1+\nu_2)\underset{\frac{5}{2}R}{c_v}(T_1 - T_2) =$$

$= 1,546 Дж$ //

$\delta Q = c dT = dU + p dV$
$dU = \underset{\frac{i}{2}R}{C_v} dT$)

---

⑥ при $T < 5K$ тепл-ть Me $C = \underbrace{\gamma T}_{} + \alpha T^3$) − решет. теплоемкость

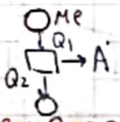
эл-нн проводимости (вырожд. газ в ванн-я)

$\alpha = \frac{1944}{\Theta^3} \frac{Дж}{моль \cdot K^4}$

$\gamma = 6,9 \cdot 10^{-4} \frac{Дж}{моль \cdot K^2}$ (медь), $\Theta = 347K$ − Дебая

1 моль Cu: в термостате при $T_1 = 4K$. A_{min} −? чтобы охл. до $T_2 = 1K$ за счет передачи тепла термостату

Решение



мин. работа − в системе, где $S = const$ (в обратим. процессе)

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{c(T)dT}{T} = \gamma dT + \alpha T^2 dT$$

Q_1 − тепло, получ. термостатом

$$\Delta S = \gamma(T_2 - T_1) + \frac{\alpha}{3}(T_2^3 - T_1^3) + \frac{Q_1}{T} = 0 \Rightarrow Q_1 = T_1\left(\gamma(T_2-T_1) + \frac{\alpha}{3}(T_2^3 - T_1^3)\right)$$

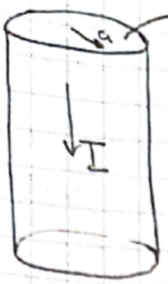
Q_2 − тепло, отд. Me, $Q_2 = \int_{T_1}^{T_2} c(T)dT = \frac{\gamma}{2}(T_2^2 - T_1^2) + \frac{\alpha}{4}(T_2^2 - T_1^2)$

$A_{min} = |Q_1| - |Q_2| = 12,2 - 8,145 = 4,1 мДж$ //

3. Электричество

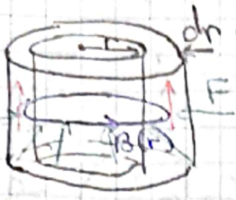
(СГС) куда давит-ся пр-ка с током

⑦



жидкий проводник. Найти: $p(r)$ – ?

// как много ‖ проводов ⇒ притяг ⇒ цилиндр сжим.



dr 1) Th о циркуляции:

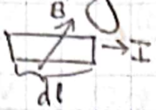
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = 2\pi r B(r) = \frac{4\pi}{c} j \pi r^2$$

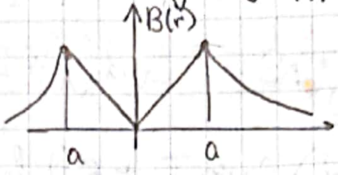
$$B(r) = \frac{2\pi}{c} r j, \quad j = I/\pi a^2$$

j – плот. тока

2) На пр-к во внеш. МП действ. сила

$$\vec{F}_A = \frac{I}{c}[d\vec{l} \times \vec{B}]$$





Объем. плот. сил

$$f\left[\frac{эрг}{см^3}\right] = \frac{1}{c} j B = \frac{2\pi r}{c^2} j^2$$

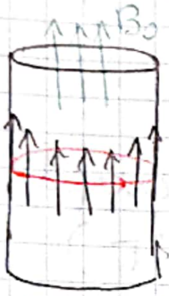
Давление $dp = -f dr = -\frac{2\pi r j^2}{c^2} dr \Rightarrow p(r) = \int_a^r \frac{2\pi r j^2}{c^2} dr = \frac{\pi^2 j^2 a^2}{c^2}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) =$

Магнитное давление

$$= \frac{I^2}{c^2 \pi a^2}\left(1 - r^2/a^2\right) //$$

---

⑧



- тонкая цилиндр. об-ка плазмы

  $I = 5A$ – по пов-ти.

- внутри об. создано поле $B_0 = 1кГс$
- $R_0 = 2см$ – нач. радиус

Оболочка нач. сжиматься, магн. поток д. сохр. Пока не выравнит конеч. радиус – ? (От B_0 сила расшир, от I сжим.)

1) $B = \frac{2I}{cR_0}$ – поле прямого тока вблизи радиуса, $F_A = \frac{I}{c}[d\vec{l} \times \vec{B}]$ – ужимает

2) $Ф_0 = const$. ∃ сжали до R_x

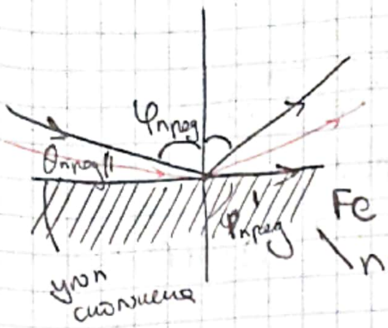
поток B_0

$B_0 \pi R_0^2 = B \pi R_x^2$. Когда давление сравн. $B = 2I/cR_x$

$$\Rightarrow B = \frac{2I}{cR_x} = B_0 \frac{R_0^2}{R_x^2} \Rightarrow R_x = \frac{B_0 R_0^2 c}{2I} = \frac{10^3 Гс \cdot 2^2 см^2 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 5 \cdot 10^6} \approx$$

$\boxed{1A = 3 \cdot 10^9 \text{ ед СГС}}$ $\approx 0{,}04 см$ //

⑨



Рентген пад.на Fe пластину

$\rho = 7{,}8\,\frac{г}{см^3}$, $\underset{вакууме}{\lambda} = 8{,}6\cdot10^{-2}$нм (жестк.рентген)

Найти: Θ при полном внеш. отраж.

$n<1$ — Ме менее опт.плот.среда.

при $\varphi \geq \varphi_{пред}$ – полное отр. $\quad \frac{\sin\varphi_{пред}}{\underset{\equiv 1}{\sin\psi_{пред}}} = n/1$

$\sin\varphi = n = \cos\Theta$

$\varepsilon = n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2}$

число e в ат.

свобод. е. движ

$n = \sqrt{\varepsilon\underset{\approx 1}{\mu}} = \sqrt{\varepsilon}$, конц-я эл-в $N = \frac{Z N_A \rho}{A} = \frac{26\cdot 6\cdot10^{23}\cdot 7{,}8}{56} = 2{,}2\cdot10^{24}\,см^{-3}$

$\omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m} = \frac{4\pi\cdot 2{,}2\cdot10^{24}\cdot 4{,}8^2\cdot10^{-20}}{9{,}1\cdot10^{-28}} = 7\cdot10^{33}\,c^{-2}$

$\omega = 2\pi c/\lambda = 2{,}19\cdot10^{19}\,c^{-1} \Rightarrow \omega^2 = 4{,}8\cdot10^{38}\,c^{-2} \gg \omega_p^2$

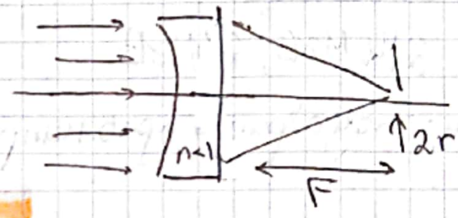
$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} = n \Rightarrow \theta^2/2 = 1 - n = \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \Rightarrow \theta = \frac{\omega_p}{\omega} = 3{,}8\cdot10^{-3}$ рад //

---

⑩ $\rho = 2{,}25$ г/см³ графит $^{12}_{6}C$

$\lambda = 2$нм, $R = 60$см, $D = 5$см

F – ? $r_{пятна}$ – ?



$1/F = -(n-1)\frac{2}{R}$ – двояковып. линза

Плосковып.: $\frac{1}{F} = -(n-1)\frac{1}{R}$

1) Для $\lambda = 2$нм. Все ли e свобод? $^{12}_{6}C$. для K эл: $\mathcal{E}_{связи} = -Z^2 Ry = -6^2\cdot 13{,}6 = 0{,}49$кэВ

$\lambda \to \varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}6\cdot10^{-27}\cdot 3\cdot10^{10}}{2\cdot10^{-7}} = 618$кэВ $> \underbrace{\mathcal{E}_{иониз}}_{max}$

$\Rightarrow$ все e свободны

2) $n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = \sqrt{1 - \frac{4\pi N e^2 \lambda^2}{m\cdot 4\pi^2 c^2}} = \sqrt{1 - \underbrace{\frac{N r_{кл}\lambda^2}{\pi}}_{\ll 1}} \approx 1 - \frac{N r_{кл}\lambda^2}{2\pi}$

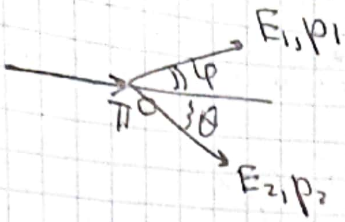
$e^2/mc^2 = r_{кл} = 2{,}8\cdot10^{-13}$ см

$N = \frac{Z N_A \rho}{A} = \frac{6\cdot 6\cdot10^{23}\cdot 2{,}25}{12} = 6{,}75\cdot10^{23}\,см^{-3} \Rightarrow \frac{N r_{кл}\lambda^2}{\pi} = 2{,}4\cdot10^{-3} \ll 1$

$1 - n = \frac{N r_{кл}\lambda^2}{2\pi} = 1{,}2\cdot10^{-3} \Rightarrow F = \frac{R}{n-1} = \frac{60}{1{,}2\cdot10^{-3}} = 5\cdot10^4$ см $= 500$м

3) $r = \frac{\lambda}{D}F = \frac{2\cdot10^{-7}}{5}\cdot 5\cdot10^4 = 2\cdot10^{-3}$ см //

⑪ - $\pi^0 \to 2\gamma$, $T_\pi = 100$ МэВ



$$p_\pi c = \sqrt{(T+mc^2)^2 - m_\pi^2 c^4} \ominus$$

$$\mathcal{E}_{\pi_0} = m_\pi c^2 = 135 \text{ МэВ}$$

$$\ominus \sqrt{(100+135)^2 - 135^2} = 182{,}4 \text{ МэВ}$$

ЗСЭ:

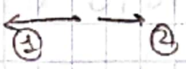
$$E_\pi = T + m_\pi c^2 = E_1 + E_2$$

ЗСИ: $\begin{cases} p_\pi c - E_1 \cos\varphi = E_2 \cos\theta \\ E_1 \sin\varphi = E_2 \sin\theta \end{cases} \xrightarrow[\text{+ склад}]{\text{в квадрат}}$

$$\to E_2^2 = E_1^2 \sin^2\varphi + p_\pi^2 c^2 + E_1^2 \cos^2\varphi - 2 p_\pi c E_1 \cos\varphi = (E_\pi - E_1)^2$$

$$\dots E_1 = \frac{m_\pi^2 c^4}{2(E_\pi - p_\pi c \cos\varphi)} \to E_1^{min} \underset{\cos\varphi = -1}{=} \frac{m_\pi c^4}{2(E_\pi + p_\pi c)} = 21{,}3 \text{ МэВ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_2^{max} = 213{,}9 \text{ МэВ}$$



$$E_1^{max} \underset{\cos\varphi = 1}{=} \frac{m_\pi c^4}{2(E_\pi - p_\pi c)} = 213{,}9 \text{ МэВ}$$

Ответ: 214 МэВ, 21МэВ.

//важно подобрать прав. напр-е//