Семинар 1

07.09.20

Законы излучения АЧТ.

Уд

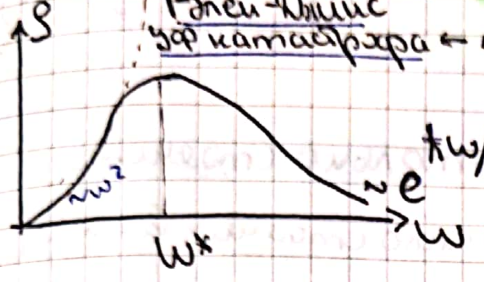
модель АЧТ

равновес. излучение АЧТ

спектр. объемная плотность энергии — $\rho\ \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3\cdot\text{с}^{-1}}\right]$

Рэлей-Джинс

УФ катастрофа ← ∞ площадь под гр.



$\sim e^{-\hbar\omega/kT}$ → Планк: $\hbar\omega$ — min энергия кванта излучения

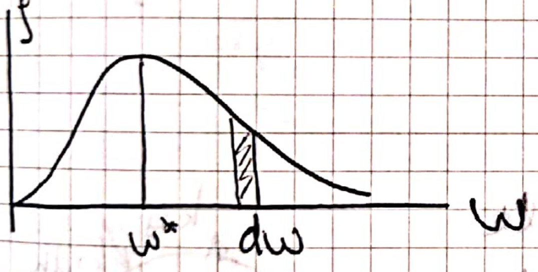
↑ ~500 нм — Солнце

⇒ фотон. газ: $\varepsilon = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ — фотоны.

сфера $4\pi R^2$, видим πR^2 ⇒ 4.

Изм. спектр. поток $j = \frac{\rho c}{4}$ ← т.к. двиг. в разных направлениях

аналог. $j = n\bar{v}/4$ во 2 семестре при уд. на стенку



$\rho d\omega$ — изм. прибор

Внутр. энергия фотон. газа

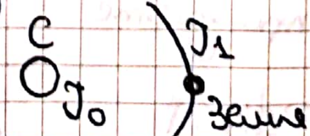
$U = \int_0^\infty \rho d\omega = \alpha T^4$ — з. Стефана-Больцмана

Изм. полный поток ⇒ $\sigma = \frac{\alpha c}{4} \approx 6{,}7\cdot10^{-8}\ \frac{\text{Дж}}{\text{с}\cdot\text{м}^2\cdot\text{К}^4}$

$j = \sigma T^4$

$J_1 = \sigma T^4$, $J_0 \approx 1\ \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$ (от Солнца $T = 6000$ К)

поток в ед. площади от Солнца. С учетом



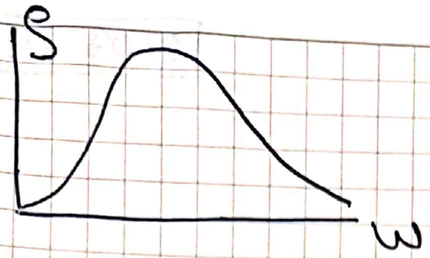
$\lambda^* = \frac{b}{T}$ — пост. Вина — з-н смещения Вина

Давление фотонного газа: $p = \frac{U}{3}$ (для ид. газа $p = \frac{2}{3}U$)

ε и p разл. в ω/c раз

BE DIFFERENT
Сканировано с CamScanner

(Хор)



$$\boxed{\rho(\omega,T)=\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3(e^{\hbar\omega/k_БT}-1)}}$$

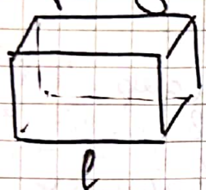
энергия фотона; Бозе-Эйнштейна ф-я распр

Откуда берется: $\rho d\omega = \underbrace{dN}_{\text{диф. плотность сост (число состояний)}}\cdot \underbrace{\varepsilon_{ф}}_{=\hbar\omega}\cdot f(\omega,T)$ $\rightarrow \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}-1}=f(\omega,T)$

$$dN=\frac{\omega^2}{\pi^2c^3}d\omega$$

<u>Вывод</u>: поместим изл-е в ящик, в нем-только стоячие волны, уклад. в этот ящик. число стоячих волн в ящ.

принцип неопр: $\Delta k_x\cdot\Delta x \geqslant 2\pi$



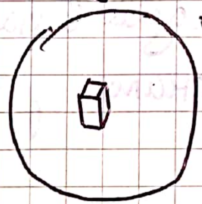
ящик l ↳ есть k_{min}

⇒ k пр-во дискретно - зерна

$\Delta k_x\cdot\Delta x\geqslant 2\pi$

$\Delta k_y\cdot\Delta y\geqslant 2\pi$

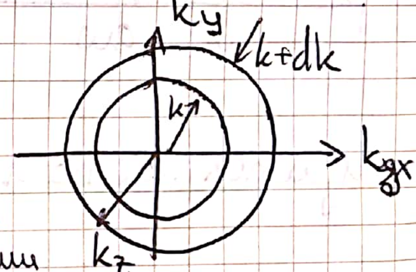
$\Delta k_z\cdot\Delta z\geqslant 2\pi$



Хотим наполнить k прво кубиками

$V_{k\,min}=\frac{(2\pi)^3}{V}$ — объем в обычном прве

в k-пр-ве (импульсов)



$dN=\frac{d^3k\cdot V}{(2\pi)^3}\cdot 2=\frac{2V}{(2\pi)^3}\cdot\underbrace{4\pi^2kdk}_{\text{м/у сферами в k пр-ве}} \ominus$

сколько кубиков в объеме V при частоте ω

2 — попереч ЭМ волна м. иметь 2 поляризации / спиновое 2кратное вырождение

Спин - момент импульса фотона.

$\omega\uparrow\uparrow \Rightarrow dN\uparrow\uparrow$

$\omega=kc$

$\ominus \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2c^3}$ //

на ∀ ст. свободы ↳ $k_БT$ ⇒ Рэлей-Джинс

Сканировано с CamScanner

Опт

• (!) З-н Стефана-Больцмана $\rho(\omega) \to u = \int \rho(\omega)\,d\omega$

$$J = \frac{c}{4}\int_0^\infty \rho(\omega,T)\,d\omega = \qquad \int_0^\infty \frac{x^3\,dx}{e^x-1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$= \frac{c}{4}\int_0^\infty \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3\left(e^{\hbar\omega/kT}-1\right)}\,d\omega =$$

$$= \frac{\hbar}{4\pi^2c^2}\cdot\frac{k_Б^4T^4}{\hbar^4}\cdot\frac{\pi^4}{15} = \underbrace{\left(\frac{\pi^2}{60}\cdot\frac{k_Б^4}{c^2\hbar^3}\right)}_{=\sigma}T^4$$

• Найти пост. Вина

$\frac{d\rho}{d\omega} = 0 \to \omega^*$ трансц. ур-е.

Rem функции имеют $\rho(\omega)\,d\omega = \rho(\lambda)\,d\lambda$

$$\left(\lambda^* = \frac{b}{T},\quad \omega^* \neq \frac{2\pi c}{\lambda^*}\right)$$

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2}\,d\omega$$

1.30 $W = 10^{12}$ Вт, $\tilde{W} = 10^{17}$ Вт

$\Delta T - ?$ → $W_{max} - ?$ катастрофа: $\Delta T^* = 1K$.

Решение

1) $\tilde{W} = \alpha T^4$ — Земля в $T = 300K$ расс. всю солн. энергию

2) $\underbrace{\tilde{W} + W}_{\text{промышл-ть.}} = \alpha(T+\Delta T)^4 \approx \alpha T^4 + 4\alpha T^3\Delta T$ $\quad \Delta T \ll T$

3) $W = 4\frac{\tilde{W}}{T}\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{W}{4\tilde{W}}T = 7\cdot 10^{-3}K$ //

4) $W_{max} = 150W \approx 10^{14}$ Вт //

BE DIFFERENT
Сканировано с CamScanner

1.50. $T - ?$, $B_{АЧТ} = B_{ЛИ}$, $E = 1$ Дж

Решение

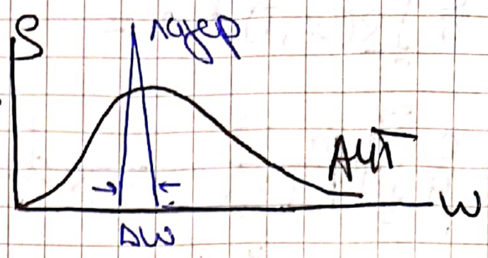
Яркость – поток в ед. тел. угла

$$B_\omega = \frac{I_\omega}{\Phi}$$

спектр. яркость

ожид. большую T

$\hbar\omega \ll kT$



больш. спектр. яркость т.к. точечно.

• АЧТ: $B_{АЧТ} = \frac{\mathcal{E} c}{4 \cdot 4\pi}$ = Рэлей–Джинс

расх. телес. угла

$$= \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot kT \cdot \frac{c}{6\pi}$$

• ЛИ:

$$B_{ЛИ} = \frac{E/t \cdot \cancel{D^2}}{\Delta\omega \cdot \left(\frac{\lambda}{\cancel{D}}\right)^2} =$$

время излучения

в дырку диам. D

ширина спектр. линии лазер.

тел. угол

лучше диф. предела не выйдет $\sim \lambda/D$

оценка (квадрат, т.к. тел. угол)

$$\begin{cases} \lambda = \frac{2\pi}{\omega} c \\ \Delta\omega \cdot t \approx 2\pi \end{cases}$$

длит. импульса

немонохроматичность

$$= \frac{E \omega^2}{2\pi \cdot 4\pi^2 c^2}$$

• $B_{АЧТ} = B_{ЛИ}$

$$\frac{k_Б T}{2} = E \Rightarrow T = \frac{2E}{k_Б} = 10^{23}\ K$$

Rem лазер – поток эквив. квантов со ст. свободы kT

Сканировано с CamScanner

1.44. $A = \begin{cases} 1, & \omega \le \omega_0 \\ 0, & \omega > \omega_0 \end{cases}$ – коэф. поглощения эмуль.

вашуш (полюс)

делаем STELLS

для АЧТ: $T^* = 300K$

$T - ?$

$\Theta = \frac{\hbar\omega_0}{k_Б} = 300k$ – гранич. темп.

Решение

Баланс энергии:

• $W = \frac{\rho c}{4} S \underset{\substack{\uparrow \\ АЧТ}}{=} \frac{cS}{4}\int_0^\infty \rho(\omega)d\omega = S\sigma T^{*4}$, $\sigma = \frac{\pi^2}{60}\cdot\frac{k_Б^4}{\hbar^3 c^2}$

• $\underset{\text{нек. тело}}{W} = \frac{cS}{4}\int_0^{\omega_0}\rho(\omega)d\omega \underset{\substack{\uparrow \\ k_Б T \gg \hbar\omega_0}}{=} \frac{cS}{4}\cdot\frac{k_Б T}{\pi^2 c^3}\int_0^{\omega_0}\omega^2 d\omega =$

$= \frac{S k_Б T}{4\pi^2 c^2}\,\frac{\omega_0^3}{3}$

$\frac{\pi^2}{60}\cdot\frac{\cancel{k_Б^4}}{\hbar^3 \cancel{c^2}}\cdot\left(\frac{\hbar\omega_0}{\cancel{k_Б}}\right)^4 = \frac{k_Б T}{4\pi^2 \cancel{c^2}}\cdot\frac{\omega_0^3}{3}$

$\frac{\pi^4}{5}\cdot\hbar\omega_0 = k_Б T$

$T = \frac{\pi^4}{5}\cdot\frac{\hbar\omega_0}{k_Б} = \frac{\pi^4}{5}\Theta = 6000K$ //

BE DIFFERENT

Сканировано с CamScanner