

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа биологической и медицинской физики



## Лабораторная работа 1.2

### Эффект Комптона

Авторы:  
Ирина Веретененко  
Б06-804

# 1 Введение

## Цели работы:

- исследовать энергию рассеянных  $\gamma$  - квантов в зависимости от угла рассеяния, проверить выполнение уравнения комптоновского рассеяния
- определить энергию покоя электронов, на которых происходит комптоновское рассеяние.

**В работе используются:** источник  $\gamma$ -излучения (Cs), помещенный в толстостенный свинцовый контейнер с коллиматором; графитная мишень (цилиндр диаметром 40 мм и высотой 100 мм), сцинтилляционный счётчик, амплитудный анализатор, компьютер

## 1.1 Теория

- Рассеяние  $\gamma$ -лучей в веществе относится к числу явлений, в которых особенно ясно проявляется двойственная природа излучения.

Волновая теория, хорошо объясняющая рассеяние длинноволнового излучения, испытывает трудности при описании рассеяния рентгеновских и  $\gamma$ -лучей. Эта теория, в частности, не может объяснить, почему в составе рассеянного излучения, измеренного Комптоном, кроме исходной волны с частотой  $\omega_0$  появляется дополнительная длинноволновая компонента, отсутствующая в спектре первичного излучения.

- Появление этой компоненты легко объяснимо, если считать, что  $\gamma$ -излучение представляет собой поток квантов (фотонов), имеющих энергию  $\hbar\omega$  и импульс  $p = \hbar\omega/c$ .

**Эффект Комптона** - увеличение длины волны рассеянного излучения по сравнению с падающим - интерпретируется как результат упругого соударения двух частиц:  $\gamma$ -кванта (фотона) и свободного электрона.

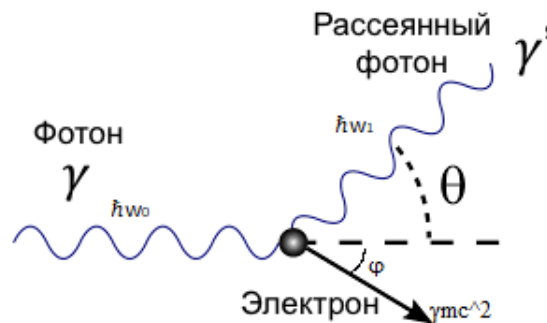


Рис. 1: рассеяние кванта на электроне

- Вывод уравнения эффекта Комптона (см. рис.1):
  - До соударения: электрон покоился (его энергия равна энергии покоя  $mc^2$ ),  $\gamma$  - квант имел начальную энергию  $\hbar\omega_0$  и импульс  $\hbar\omega_0/c$
  - После соударения: электрон приобретает энергию  $\gamma mc^2$  и импульс  $\gamma mv$ , где  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $\beta = v/c$ , а  $\gamma$  -квант рассеивается на некоторый угол  $\theta$  по отношению к первоначальному направлению движения. Энергия и импульс  $\gamma$  -кванта становятся соответственно равными  $\hbar\omega_1$  и  $\hbar\omega_1/c$ .
  - Закон сохранения энергии

$$mc^2 + \hbar\omega_0 = \gamma mc^2 + \hbar\omega_1$$

– Закон сохранения импульса

$$x : \frac{\hbar\omega_0}{c} = \gamma m v \cos \varphi + \frac{\hbar\omega_1}{c} \cos \theta$$

$$y : \gamma m v \sin \varphi = \frac{\hbar\omega_1}{c} \sin \theta$$

– Решая совместно эти уравнения и переходя от частот  $\omega_0$  и  $\omega_1$  к длинам волн  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$  получим

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) = \Lambda_K(1 - \cos \theta)$$

где  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$  - длины волн  $\gamma$  -кванта до и после рассеяния,  $\Lambda_K = \frac{h}{mc} = 2,42 \cdot 10^{-10}$  см - комптоновская длина волны электрона.

– Таким образом комптоновское смещение не зависит ни от длины волны первичного излучения, ни от рода вещества, в котором наблюдается рассеяние.

– В приведенном выводе электрон в атоме считается свободным. Для  $\gamma$  -квантов с энергией  $\sim 10^1 - 10^2$  КэВ связь электронов в атоме пренебрежимо мала, так как энергия их связи в легких атомах  $< 10^0$  КэВ. (при квантах с энергией  $\sim 10$ кэВ часть электронов ведет себя как связанные, и наблюдается релеевское рассеяние - процесс, при котором связанные электроны приходят в резонансное колебание под действием падающего излучения и излучают фотоны той же частоты).

- В общем случае  $\gamma$ -квант может взаимодействовать с веществом 4 путями: Рэлеевское рассеяние, фотоэффект, эффект Комптона и образование  $e^+e^-$  пар.
- В данной работе рассматривается рассеяние  $\gamma$ -квантов с энергией  $\sim 600$ КэВ на углероде ( $Z=6$ ). На рис.2 можно увидеть зависимость сечений различных типов взаимодействий кванта с углеродом в зависимости от его энергии (образование  $e^+e^-$  пар на нем нет, потому что этот процесс имеет пороговый характер:  $E_\gamma \geq 2mc^2 \approx 1$ ) При энергии фотонов

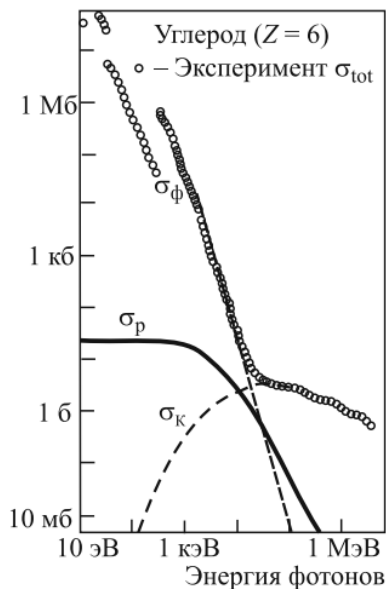


Рис. 2: Сечения взаимодействия кванта с различной энергией с С ( $Z=6$ )

Сечения: ф - фотоэффект, р - рэлей, к - комптон, tot - полное

$\sim 600$ КэВ полное сечение совпадает с сечением Комптоновского рассеяния, поэтому в ходе работы мы будем наблюдать только эффект Комптона.

- Целью данной работы является проверка соотношения  $\Delta\lambda = \lambda_{\kappa}(1 - \cos \theta)$ . Перепишем эту формулу в виде энергии  $\gamma$ -квантов:

$$\frac{1}{E(\theta)} = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{mc^2}(1 - \cos \theta) \quad (1)$$

где  $E_0$  - энергия  $\gamma$  -квантов, падающих на рассеиватель,  $E(\theta)$  - энергия квантов, испытавших комптоновское рассеяние на угол  $\theta$ ,  $m$  - масса электрона.

В ходе работы будет измерена зависимость энергии рассеянных квантов и по формуле (1) определена энергия покоя электрона.

## 1.2 Экспериментальная установка

В данной работе для измерения энергии рассеянных квантов используется следующая установка:

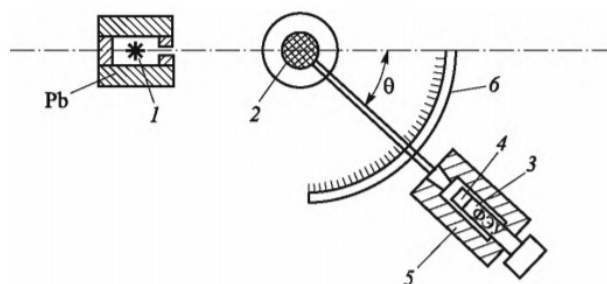


Рис. 3: Экспериментальная установка

- 1 - Источник излучения:  $^{137}\text{Cs}$ , испускающий  $\gamma$ -кванты с

$$E_0 = 662 \text{ КэВ} \quad (2)$$

Источник помещен в толстостенный свинцовый контейнер с коллиматором.

- 2 - Графитовая мишень (цилиндр диаметром 40 мм и высотой 100 мм). На атомах мишени кванты испытывают комптоновское рассеяние.
- Кванты, испытавшие комптоновское рассеяние в мишени, сцинтилляционным счетчиком (3-5) и передаются на амплитудный анализатор. (устройство сцинтилляционного счетчика рассматривается ниже).
- Штанга вместе с блоком может вращаться относительно мишени, угол поворота отсчитывается по лимбу 6.

### 1.2.1 Принцип работы сцинтилляционного счетчика

Схема сцинтилляционного счетчика представлена на рис. 4.

- $\gamma$ -кванты от источника коллимируются свинцовым коллиматором и попадают в сцинтиллятор.
- Сцинтиллятор - кристалл NaI, активированный Tl. Попавшие на атомы I  $\gamma$ -кванты выбивают из атомов электроны. Эти электроны называются **конверсионными**

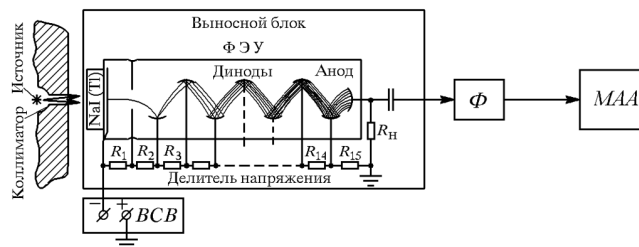


Рис. 4: Блок-схема сцинтилляционного спектрометра

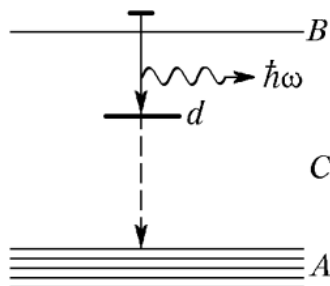


Рис. 5: Схема уровней неорганического кристалла NaI

- Конверсионные электроны тормозятся в веществе кристалла, возбуждая атомы. Возбужденные атомы испускают ЭМ излучение (в видимом/УФ, близком к видимому диапазонах). Таким образом из сцинтиллятора выходят световые фотоны

Рассмотрим принцип работы сцинтиллятора NaI(Tl) подробнее. На рис.5 можно увидеть схему уровней энергии NaI.

- В основном состоянии электроны атомов кристалла расположены в валентной зоне А
- Конверсионные электроны возбуждают электроны кристалла, переводя их в зону проводимости В.
- С - запрещенная зона кристалла
- Возбужденные электроны могут рекомбинировать с дыркой - свободным уровнем валентной зоны. Тогда происходит переход  $B \rightarrow A$ , излучаются кванты с энергией, определяемой шириной запрещенной зоны С. Эти кванты интенсивно поглощаются, поэтому из кристалла они не выходят
- В кристалл вводится небольшое количество активатора Тl (0.1%). Образуются энергетические уровни активатора d - центры люминесценции, на которые могут попадать электроны из В. Тогда излучаются кванты с меньшей энергией, причем поглотить такие кванты может только сам активатор. Но его концентрация мала, поэтому такие кванты выходят из сцинтиллятора.
- Экситон - связанное состояние электрона и дырки в В. Экситоны перемещаются по кристаллу, захватываются центрами люминесценции и высвечиваются.
- Так как диффузия электронов / миграция дырок происходят не мгновенно, то время высвечивания NaI(Tl) сцинтиллятора велико (0.25мкс).
- Таким образом из сцинтиллятора выходят световые фотоны. Они попадают на катод фотоэлектронного умножителя ФЭУ, выбивая из него медленные электроны в результате фотоэффекта.

- Выбитые из катода электроны ускоряются в поле ФЭУ в направлении первого динода. Далее они выбивают из первого динода вторичные электроны, которые ускоряются в направлении второго динода и выбивают из него третичные электроны. Такой процесс повторяется, пока электроны не достигнут анода. Этот процесс позволяет получить большой коэффициент умножения ( $\sim 10^6 - 10^7$ )
- Попавшие на анод электроны формируют импульсы, анализируемые многоканальным амплитудным анализатором.
- Типичная кривая амплитудного распределения импульсов, получаемая от анализатора, представлена на рис.6. Номер канала на анализаторе  $N$  пропорционален энергии электрона, попавшего на анод ФЭУ, а число отсчетов в канале показывает количество электронов с такой энергией.

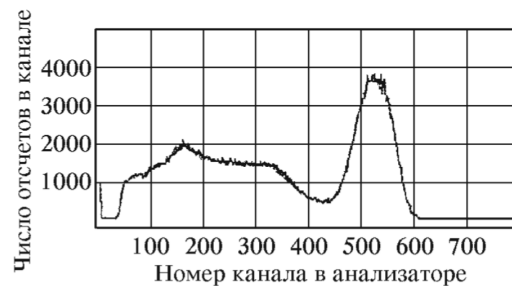


Рис. 6: Амплитудное распределение импульсов, возникающих под действием  $\gamma$ -квантов в сцинтилляторе NaI(Tl)

- Как связана кривая анализатора и энергия рассеянных на мишени 2  $\gamma$ -квантов?
  - Число импульсов на аноде равно числу фотоэлектронов с данной энергией, попавших на анод. Это число пропорционально числу фотоэлектронов, выбитых с катода (с большим коэффициентом умножения, вызванным многократными выбиваниями вторичных фотоэлектронов внутри ФЭУ). Число фотоэлектронов, вылетевших с катода, пропорционально числу фотонов, образовавшихся в сцинтилляторе в результате взаимодействия конверсионных электронов и атомов среды  
Число образовавшихся в среде фотонов пропорционально энергии, потерянной конверсионными электронами
  - Начальные  $\gamma$ -кванты могут образовывать конверсионные электроны двух типов: образованные в результате фотоэффекта и в результате комптоновского рассеяния. Конверсионные электроны, образованные в результате фотоэффекта, имеют энергии, практически равные энергии исходного кванта (пренебрегая работой выхода).

При комптоновском рассеянии электрону передается только часть энергии исходного кванта, оставшаяся уносится рассеянным фотоном. Поэтому такие конверсионные электроны имеют непрерывное распределение по энергии от 0 до максимального значения при угле отклонения 0.

Таким образом, на выходе из сцинтиллятора есть фотоны с энергией, равной энергии исходного  $\gamma$ -кванта, и непрерывное распределение фотонов с энергиями, меньшими некоторого порогового значения. Как было сказано выше, номер канала в анализаторе на графике амплитудного распределения импульсов пропорционален энергии фотонов, выходящих из сцинтиллятора. Поэтому все вышесказанное объясняет типичный распределения (правый пик - фотопик от конверсионных фотоэлектронов.

Их энергия равна энергии исходных гамма квантов. Остальное - от комптоновского рассеяния, и оно нам не нужно).

### 1.2.2 Методика измерений

В данной работе будем снимать амплитудное распределение импульсов в зависимости от угла поворота сцинтилляционного счетчика для определения энергии рассеянных  $\gamma$ -квантов. Эта энергия пропорциональна номеру канала на анализаторе, отвечающему фотопику. Поэтому для каждого угла будем фиксировать этот номер  $N_{max}$ .

Таким образом,  $E(\theta) \sim N_{max}$  Тогда уравнение 1 переписывается в виде

$$\frac{1}{N(\theta)} = B + A(1 - \cos(\theta)) \quad (3)$$

, где А, В - некоторые числа, определяемые экспериментально.

## 2 Ход работы и обработка результатов

- Включим все измерительные устройства и компьютер
- Включим режим измерения спектра, снимем спектр (амплитудное распределение импульсов) при угле  $\theta = 10^\circ$ . Его можно увидеть на рис.7.
- При увеличении угла  $\theta$  фотопик ожидаемо смещается влево: как известно из теории, канал анализатора  $N(\theta)$ , соответствующий фотопику, соответствует энергии рассеянных на мишени  $\gamma$ -квантов. Из формул (1) или (3), которые требуется проверить в данной работе, при увеличении  $\theta$   $1 - \cos\theta$  растет, поэтому  $N(\theta)$  уменьшается. При углах, больших  $120^\circ$ , фотопик "сливается" с комптоновским непрерывным распределением, поэтому найти его положение становится очень сложно.

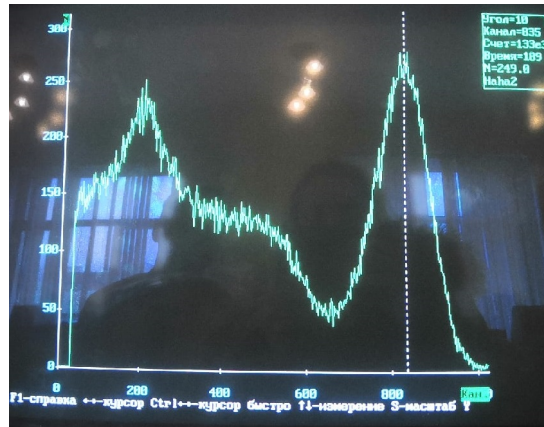


Рис. 7: Типичный график амплитудного распределения импульсов, выдаваемый установкой

- Определим положение фотопика при углах  $\theta = 0^\circ \dots 120^\circ$  с шагом  $10^\circ$  (см.таблицу 1).
- По результатам измерений построим график в координатах  $\frac{1}{N}(1 - \cos\theta)$   
Погрешность измерения угла определяется ценой деления лимба:

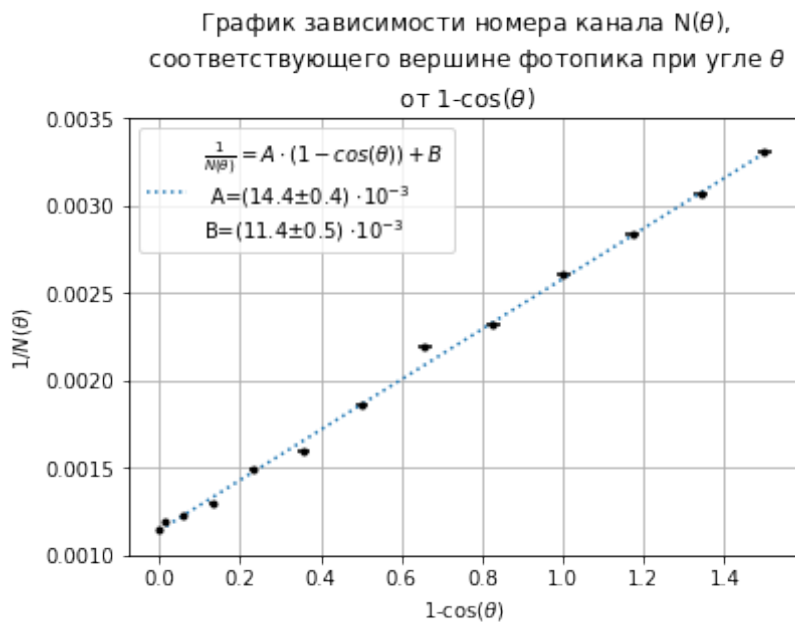
$$\sigma\theta = 1^\circ \Rightarrow \sigma(1 - \cos\theta) = \sin\theta\sigma\theta$$

Погрешность измерения фотопика 1% (согласно описанию установки).

$$\epsilon = \frac{\sigma N}{N} = 0.01 \Rightarrow \sigma\left(\frac{1}{N}\right) = \frac{\epsilon}{N}$$

Таблица 1: Результаты измерений

$\theta^\circ$	N	$1-\cos(\theta)$	$1/N(\theta)$	$(1-\cos\theta)$	$(1/N)$
0	874	0,000	0,00114	0,0000	1,144E-05
10	835	0,015	0,00120	0,0030	1,198E-05
20	817	0,060	0,00122	0,0060	1,224E-05
30	773	0,134	0,00129	0,0087	1,294E-05
45	672	0,293	0,00149	0,0123	1,488E-05
50	625	0,357	0,00160	0,0134	1,600E-05
60	539	0,500	0,00186	0,0151	1,855E-05
70	457	0,658	0,00219	0,0164	2,188E-05
80	432	0,826	0,00231	0,0172	2,315E-05
90	383	1,000	0,00261	0,0175	2,611E-05
100	352	1,174	0,00284	0,0172	2,841E-05
110	326	1,342	0,00307	0,0164	3,067E-05
120	302	1,500	0,00331	0,0151	3,311E-05



- Как видно из графика, экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую. Поэтому можно утверждать, что в работе действительно наблюдался эффект Комптона, и уравнение (1) экспериментально подтверждено. Экспериментальные погрешности малы. Аппроксимируем полученные данные с помощью МНК с учетом погрешностей по оси  $x$  (т.к. относительная погрешность измерения угла больше, чем относительная погрешность нахождения фотопика). Расчитанные коэффициенты прямой:

$$\frac{1}{N(\theta)} = B + A(1 - \cos\theta), A = (14.4 \pm 0.4)10^{-3}, B = (11.4 \pm 0.5)10^{-3}$$

- По результатам измерений определим энергию покоя электрона. По формуле (1)

$$\frac{1}{E(\theta)} = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{mc^2}(1 - \cos\theta)$$

Из описания установки известно, что  $kN(\theta) = E(\theta)$  - энергии рассеянных  $\gamma$ -квантов ( $k$  - некоторое число).

$$\frac{1}{kN(\theta)} = \frac{B}{k} + \frac{A}{k}(1 - \cos\theta)$$



Тогда

$$E_0 = \frac{k}{B}, mc^2 = \frac{k}{A} \Rightarrow mc^2 = \frac{B}{A} E_0, \sigma(mc^2) = mc^2 \sqrt{\left(\frac{\sigma A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma B}{B}\right)^2}$$

По формуле (2)  $E_0 = 662$ КэВ. Получим

$$mc^2 = (520 \pm 30) \text{КэВ}$$

Данное значение хорошо согласуется с теоретическим  $mc^2 \approx 0.511$ МэВ

### 3 Выводы

- В ходе работы наблюдался эффект Комптона. Уравнение  $\Delta\lambda = \lambda_{\kappa}(1 - \cos\theta)$ , описывающее эффект Комптона, экспериментально подтверждено
- Экспериментально определена энергия покоя электрона  $mc^2 = (520 \pm 30)$ КэВ. Данное значение хорошо согласуется с теоретическим в пределах погрешности, обусловленной погрешностью аппроксимации, погрешностью определения угла отклонения квантов, а также неточностью определения фотопика.