### Московский Физико-Технический Институт

(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)



#### Лабораторная работа 5.4.1:

Определение энергии  $\alpha$  - частиц по величине их пробега в воздухе.

Выполнил: Маслюк Руслан группа Б05-871

26 октября 2020 г.

### 1 Цель

Измерить пробег  $\alpha$ -частиц в воздухе двумя способами:

- с помощью сцинтилляционного счетчика
- с помощью ионизационной камеры

и по полученным величинам определить их энергию.

### 2 Теоритическая часть

При  $\alpha$ -распаде исходное материнское ядро испускает ядро гелия ( $\alpha$ -частицу) и превращается в дочернее ядро, число протонов и число нейтронов которого уменьшается на две единицы. Диапазон изменения энергии вылетающих  $\alpha$ -частиц значительно меньше - от 4 до 9 МэВ, причем чем меньше их энергия тем больше период полураспада. Функциональная связь между энергией E  $\alpha$ -частицы и периодом полураспада радиоактивного ядра  $T_{\frac{1}{2}}$  хорошо описывается формулой

$$\lg T_{\frac{1}{2}} = \frac{a}{\sqrt{E}} + b$$

полученной на основе экспериментальных данных X. Гейгером и Дж. Нэттолом в 1911 г.

Согласно формуле:  $a \simeq 1, 6Z; b \simeq -1, 6Z^{\frac{2}{3}} - 21, 4$ , вероятность вылета  $\alpha$ -частицы из ядра определяется вероятностью ее проникновения сквозь кулоновский барьер. Экспоненциальный характер этого процесса возникает вследствие экспоненциального затухания волновой функции в области под барьером, где потенциальная энергия больше энергии частицы.

Экспериментально энергию  $\alpha$ -частиц удобно определять по величине их пробега в веществе. Тяжелые заряженные частицы с малым зарядом (z-1,2), т.е. протоны и  $\alpha$ -частицы) при прохождении в веществе теряют свою энергию главным образом в результате неупругих столкновений с атомами вещества. Эти неупругие столкновения вызывают ионизацию и воздбуждение атомов, и поэтому такие потери называются ионизационными. Этот процесс можно рассматривать практически как непрерывный процесс замедления заряженных частиц, поскольку в каждом соударении теряется малая энергия. Энергия, которую можно передать электрону, не превышает  $\frac{4mE}{M}$ , где m - масса электрона, M - масса заряженный частицы, E - её кинетическая энергия, поэтому частица в результате одного акта такого взаимодействия отклоняется на

очень малый угол, максимальное значение которого равно  $\frac{m}{M}$ , так что практически вся ее траектория в веществе является прямолинейной.

Ядерные взаимодействия в процессах потери энергии заряженной частицей начинают вносить заметный вклад при достаточно высоких энергиях, когда энергия заряженной частицы выше кулоновского барьера. Энергия вылетающих из радиоактивных ядер α-частиц принципиально ниже кулоновского барьера, так что для них вероятность ядерных реакций ничтожна. Таким образом, действительно для нерялитивистских тяжелых заряженных частиц основной причиной потери жнергии являются неупругие кулоновские взаимодействия с атомами вещества.

# 2.1 Расчет удельных потерь энергии заряжений частицы в результате взаимодействия с электронами

Был впервые проведен Н.Бором. Предположим, что частица с зарядом z, движущаяся в направлении x, проходит на расстоянии y (прицельный параметр) от покоящегося свободного электрона. Атомные электроны можно считать свободными в силу того, что энергия налетающей частицы, согласно нашим предположениям, значительно превышает энергию связи электронов в атомах. В этих условиях электрону передается только импульс в перпендикулярном к движению частицы направлении, который по порядку величины равен произведению электростатической силы  $(\frac{ze^2}{y^2})$  на время ее действия  $(\sim \frac{2y}{v})$ . Следовательно, приобретенная электроном при столкновении энергия  $E_e$  будет определяться выражением

$$E_e = \frac{p^2}{2m} = \left(\frac{ze^2}{y^2} \frac{2y}{v}\right)^2 \frac{1}{2m} = \frac{2e^4z^2}{mv^2y^2}$$

Если плотность электронов в среде  $n_e = nZ$  (n - плотность атомов среды, Z - их заряд), то потеря энергии заряженной частицей на единице пути в результате ее взаимодействия с электронами в слое  $2\pi dy$  равна

$$dE(y) = \frac{4\pi nZz^2e^4}{mv^2}\frac{dy}{y}$$

Полная потеря энергии на единице пути в результате взаимодействия со всеми электронами, расположенными на любых возможных прицельных расстояниях y, определеяется интегрированием выражения (3)

$$\left(\frac{dE}{dx}\right) \simeq 4\pi \frac{e^4 z^2}{mv^2} nZ \ln \frac{y_{max}}{y_{min}}$$

При интегрировании по всей плоскости, перпендикулярной направлению движения, от 0 до  $\infty$  мы получили бы физически абсурдный результат - частица мгновенно тормозится. Поэтому мы ввели ограниченные пределы.

Предельные значения прицельного параметра в (4), полученного в предположении взаимодействия заряженной частицы со свободными электронами, можно определить из следующих соображений. Заметим, что, как следует из (2), энергия, потерянная заряженной частицей при столкновении со свободным электроном, обратно пропорциональна квадрату прицельного параметра, т.е.

$$2\ln\frac{y_{max}}{y_{min}} = -\ln\frac{E_{max}}{E_{min}}$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$E_{max} = \frac{4mE}{M} = 2mv^2$$

Действительно, в системе покоя частицы электрон в лучшем случае может отскочить от нее, как от абсолютно упругой стенки, т.е. изменить скорость на 2v. Минимальная энергия, передаваемая электрону в случае связанных электронов, определеяется энергией возбуждения или энергией связи электрона, которые отличаются для электронов различных оболочек. Для определенного вида атомов или молекул это минимальное значение потерянной энергии характеризуют так называемым средним ионизационным потенциалом  $\overline{I}$ . Таким образом,

$$\ln \frac{E_{max}}{E_{min}} = \ln \frac{2mv^2}{\overline{I}}$$

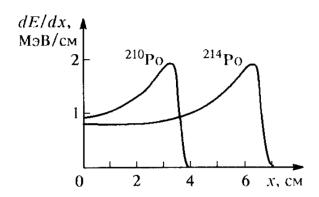
а значит, формула для ионизационных потерь нерелятивистской тяжелой заряженной частицы имеет вид

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) \simeq 2\pi \frac{e^4 z^2}{mv^2} nZ \ln \frac{2mv^2}{\overline{I}}$$

Величину  $\frac{dE}{dx}$  называют тормозной способностью вещества. Мы видим, что из многих параметров, описывающих свойства и движение ионизирующей частицы, в формулу (8) входит только ее заряд и скорость. При данном заряде потери энергии определяются только скоростью частицы, причем с увеличением скорости потери уменьшаются. Быстрее всего теряют энергию медленные частицы.

#### 2.2 Кривые Брэгга

Зависимость  $\frac{dE}{dx}$  от пути, пройденного частицей в веществе, носит название кривой Брэгга. Две такие кривые движения в воздухе  $\alpha$ - на рис.1. Как видно из рисунка, кривые Брэгга имеют в конце пробега характерный подъем, называемый пиком Брэгга.



P и с. 1. Кривые Брэгга для  $\alpha$ -частип, испускаемых  $^{210}$ Po и  $^{214}$ Po

Как отмечалось выше, путь тяжелых заряженных частиц в веществе практически прямолинеен, а разброс длин путей, обусловленный много-кратным кулоновским рассеянием на ядрах, невелик, и поэтому можно говорить о длине пробега зяраженных частиц в веществе.

Зная зависимость тормозной способности данного вещества от энергии частицы, нетрудно вычислить длину пробега частицы, замедлившейся от начальной энергии  $E_0$  до конечной  $E_1$ . Длину пробега частицы с зарядом z и массой M в веществе с атомным номером Z можно записать в виде:

$$R_{zM} = -\int_{E_1}^{E_0} \frac{dE}{\left(\frac{dE}{dx}\right)} = \frac{m}{2\pi e^4 z^2 nZ} \int_{E_1}^{E_0} \frac{v^2 dE}{\ln\left(\frac{2mv^2}{\bar{I}}\right)}$$

Принимая во внимание, что dE = Mvdv, получаем

$$R_{zM} = \frac{m}{2\pi e^4 z^2 nZ} \int_{v_1}^{v_0} \frac{v^3 dv}{\ln\left(\frac{2mv^2}{\bar{I}}\right)}$$

Существенно, что эта функция для заданной среды одинакова для всех частиц. Если пренебречь слабой логарифмической зависимостью частицы, то

$$R \propto \frac{M}{z^2} v_0^4 \propto E^2$$

Однако эта формула в силу сделанных предположений недостаточно хорошо описывает экспериментальные данные. Получить хорошее ко-

личественное согласие с экспериментальными данными при учете взаимодействия проходящей частицы только с электронами не удается. Поэтому для связи между энергией α-частицы и ее пробегом пользуются эмпирическими соотношениями. В диапазоне энергий α-частиц от 4 до 9 МэВ эта связь хорошо описывается выражением

$$R = 0.32E^{\frac{3}{2}}$$

В этой формуле пробег  $\alpha$ -частиц в воздухе R (при 15 °C и нормальном атмосферном давлении) выражается в сантиметрах, а энергия E - в мегаэлектрон-вольтах. Пробеги  $\alpha$ -частиц в воздухе для всех радиактивных веществ составляют несколько сантиметров.

Формула (8) показывает, что при данной скорости потери энергии пропорциональны произведению плотности электронов на длину пути:  $\Delta E \propto n_e \Delta x$ . В заданной среде плотность электронов пропорциональна обычной плотности:

 $n_e = \rho N_A \frac{Z}{A}$ 

где  $N_A$  - постоянная Авогадро, A - атомная масса вещества, Z - атомный номер ээлемента. Поэтому энергия терямая  $\alpha$ -частицей при прохождении некоторого слоя вещества, определяется произведение  $\rho x$ , где  $\rho$  - плотность вещества, а x - толщина пройденного слоя. Другими словами, энергию частиц удобнее определять не пробегом, выраженным в сантиметрах, а произведением плотности среды на пробег:  $R' = \rho R$ . Легко видеть, что величина R' имееть размерность  $\bar{z}$ . Она равна массе цилиндра с основанием 1  $\bar{z}$  и длиной, равной пробегу  $\alpha$ -частиц. Величину  $\bar{z}$  также принято называть пробегом. Таким образом, пробеги можно выражать в см или  $\bar{z}$ .

Рассеяние  $\alpha$ -частиц в веществе и статистический характер потерь энергии приводят к тому, что даже при одинаковой начальной энергии пробеги разных  $\alpha$ -частиц несколько отличаются друг от друга. Эти различия проявляются в форме кривой, выражающей зависимость числа частиц от расстояния, пройденного ими в поглотителе (рис.2).

При малых глубинах число частиц не меняется с расстоянием. В конце пути это число не сразу обрывается до нуля, а приближается к нему постепенно. Как видно из кривой  $\frac{dN}{dx}$ , большая часть  $\alpha$ -частиц останавливается в узкой области, расположенной около некоторого значения x, которое называется средним пробегом R. В формулу (12) входит именно R. Иногда вместо R измеряют экстраполированный пробег  $R_{\mathfrak{p}}$ . Чтобы его получить, нужно продолжить до пересечения с осью x касательную к кривой N(x), взятую в точке x=R.

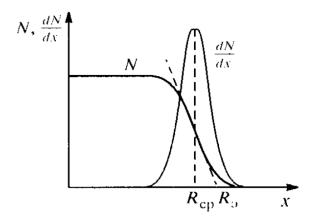


Рис. 2. Зависимость числа α-частиц от глубины их проникновения в вещество

Несмотря на наличие коллиматора, в данной работе мы имеем дело не с узкими параллельными пучками частиц, а с пучками конечных размеров, обладающих заметной угловой расходимостью. Это приводит к тому, что экспериментально наблюдаемые зависимости числа  $\alpha$ -частиц от глубины их проникновения качественно правильно передают появление брэгговского пика и, тем самым, относительную величину пробега частиц с разной энергией. Однако в силу указанных причин брэгговский пик оказывается смещенным и сильно размытым. Поэтому лучшей оценкой пробега оказывается экстраполированный пробег.

При экспериментальном исследовании пробега  $\alpha$ -частиц следует помнить, что источники  $\alpha$ -частиц могут загрязнять близлежащие поверхности. Это происходит из-за отдачи, которую испытывают атомы при испускании  $\alpha$ -частиц. Чтобы избежать такого загрязнения, источники  $\alpha$ -частиц обычно покрывают пленкой. Какой бы тонкой ни была защитная пленка, она вызывает некоторое замедление  $\alpha$ -частиц.

В качестве источника  $\alpha$ -частиц используется  $^{239}Pu$  с периодом полураспада  $T_{\frac{1}{2}}=2,44\cdot 10^4$  лет. Альфа-частицы, испускаемые  $^{239}Pu$ , состоят из трех моноэнергетических групп, различие между которыми лежит в пределах 50 кэВ. При той точности, которая достигается в наших опытах, их можно считать совпадающими по энергии, равной  $\sim 5$  МэВ.

### 3 Определение пробега $\alpha$ -частиц с помощью сцинтилляционного счетчика

Таблица 1: Измерение числа зарегестрированных частиц за определенный период, при измеренном давлении

Период, с	число частиц	При давлении 110 мм. рт. ст.				
При давлении 20 мм. рт. ст.		10	2918			
10	3716	10	2885			
10	3762	10	2863			
10	3613	10	10 2922			
10	3549	Пр	и давлении 130 мм. рт. ст.			
10	3543	10	2858			
10	3627	10	2798			
100	36431	10	2786			
100	37167	10	2720			
При давлении 60 мм. рт. ст.		10	2742			
10	3428	10	2720			
10	3373	10	2768			
10	3475	10	2743			
10	3403	Пр	и давлении 150 мм. рт. ст.			
10	3531	10	2493			
10	3416	10	2473			
При давле	ении 80 мм. рт. ст.	10	2562			
10	3322	10	2504			
10	3235	10	2478			
10	3245	10	2454			
10	3164	10	2511			
10	3171	10	2481			
10	3217	Пр	и давлении 180 мм. рт. ст.			
10	3408	10	1939			
10	3262	10	1985			
10	3398	10	1995			
При давлении 110 мм. рт. ст.		10	2053			
10	2978	10	1993			
10	3049	10	1927			
10	2914	10	1946			
10	2997	10	1883			

Пр	и давлении 210 мм. рт. ст.							
10	1350							
10	1429							
10	1384							
10	1357							
10	1333							
10	1417							
10	1367							
10	1386							
Пр	и давлении 240 мм. рт. ст.							
10	858							
10	823							
10	815							
10	801							
10	878							
10	806							
10	873							
10	823							
Пр	и давлении 280 мм. рт. ст.							
10	286							
10	291							
10	265							
10	277							
10	294							
10	286							
10	299							
10	289							
Пр	и давлении 310 мм. рт. ст.							
10	13							
10	9							
10	10							
10	15							

	0.1.0							
	давлении 310 мм. рт. ст.							
10	14							
10	10							
10	4							
10	11							
При	давлении 340 мм. рт. ст.							
10	2							
10	1							
10	2							
10	4							
10	1							
10	2							
10	1							
30	11							
При	давлении 430 мм. рт. ст.							
100	53							
100	12							
10	2							
10	3							
При	давлении 560 мм. рт. ст.							
100	7							
100	6							
10	1							
10	2							
При	давлении 660 мм. рт. ст.							
100	10							
100	11							
10	1							
10	1							

Построим график зависимости N=N(P), (число зарегестрированных в секунду частиц от давления) Уравнение прямой: y=-1,5712x+

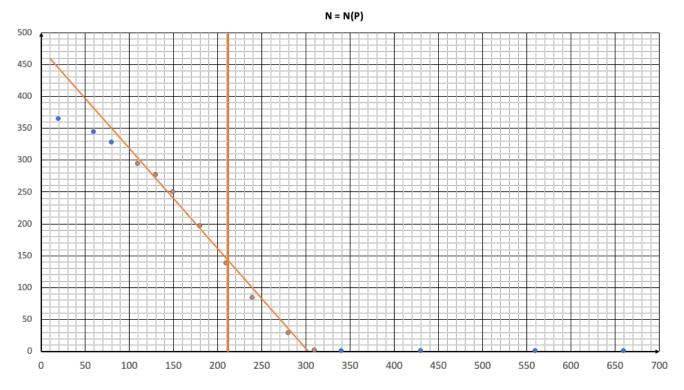


Рис. 1: График зависимости N=N(P)

474,66 По этому уравнению найдем давление  $P_0$  при котором пробег 9 см:

$$P_0 = \frac{474,66}{1,57} = 302,1$$
(мм. рт. ст.)

Тогда при давлении 760 мм. рт. ст. пробег

$$R = \frac{P}{P_0} \cdot R_0 = 3,6cm$$

Тогда по формуле  $R=0,32E^{3/2}$  Найдем энергию lpha-частицы:

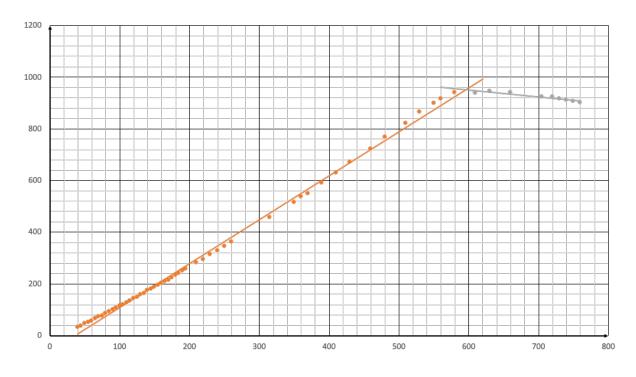
$$E_{\alpha} = (\frac{R}{0.32})^{2/3} = 5,0 \text{(M$\circ}B)$$

## 4 Определение пробега $\alpha$ - частиц с помощью ионизационной камеры

Таблица 2: Измерение тока при разных давлениях

І, пА	P monn	І, пА	Р жорр	І, пА	Р торр	І, пА	Р, торр.
	Р, торр.		Р, торр.		Р, торр.	721	460
76	75	134	115	250	190	768	480
72	70	143	120	257	195	822	510
65	65	149	125	281	210		
57	60	157	130	295	220	865	530
50	55	164	135	313	230	900	550
						917	560
45	50	175	140	327	240	939	580
37	45	179	145	345	250	938	610
32	40	187	150	363	260		630
84	80	194	155	456	315	945	
92	85	201	160	515	350	940	660
99	90	208	165	536	360	924	705
						922	720
107	95	214	170	550	370	917	730
114	100	223	175	590	390	912	740
120	105	233	180	630	410		
126	110	241	185	670	430	906	750
						901	760

Построим график зависимости I = I(P) Уравнения прямых зависи-



мостей I(P) = -0, 3P + 1111, 8 = 1, 7P - 62, 1, тогда

$$P_0 = \frac{1111, 8 - 62, 1}{0, 3 + 1, 7} = 532, 8$$
Topp

При этом давлении пробег - 5см, тогда при атмосферном давлении:

$$R = \frac{532,84 \cdot 5}{760} = 3,5$$
cm

Тогда Энергия  $\alpha$ -частиц равна

$$E = (\frac{R}{0.32})^{2/3} = 4,9$$
MəB

### 5 Подсчет погрешностей

Для уравнения прямой y = ax + b, по MHK:

$$a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \tag{1}$$

$$b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle \tag{2}$$

Погрешность этих коффициентов:

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - a^2}$$
 (3)

$$\sigma_b = \sigma_a \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \tag{4}$$

Сложим независимые погрешности

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots} \tag{5}$$

Для расчета погрешностей воспользуемся формулами (1) - (5) Для Энергии в 1 эксперименте:

$$E = 5,0 \text{M} \Rightarrow \text{B}$$
 
$$\epsilon = \sqrt{\epsilon_b^2 + \epsilon_a^2} = 5\% \implies$$
 
$$\implies \sigma_E = E \cdot \frac{\epsilon\%}{100\%} = 0,3 \implies$$
 
$$\implies E = 5,0 \pm 0,3 \text{M} \Rightarrow \text{B}, \epsilon = 5\%$$

Аналогично для ионизационной камеры:

$$\epsilon = 0, 1 \implies \epsilon\% = 10\% \implies \sigma_E = 0, 6 \implies E = 4, 9 \pm 0, 6 \text{M} \Rightarrow B$$

Тогда графики с ошибками выглядят

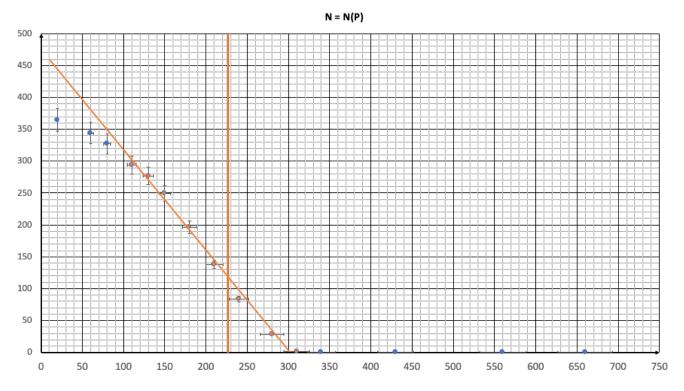


Рис. 2: Зависимость N(P) с погрешностями

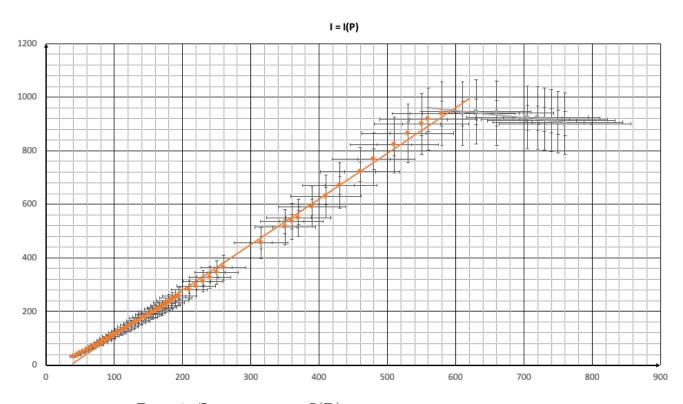


Рис. 3: Зависимость I(P) с погрешностями

### 6 Итоговый результат:

Измерив пробеги и Энергии  $\alpha$  - частиц при нормальных условиях, получили:

- Сцинтилляционным счетчиком:  $E=5,0\pm0,3{
  m M}$ эВ
- Ионизационной камерой:  $E=4,9\pm0,6{
  m M}{
  m 9B}$

Зная, что табличные значения энергии  $E=5,15 \text{M} \Rightarrow \text{B}$ , то получаем, что оба эксперимента дают верный результат в пределах погрешностей.

### 7 Вывод

Я измерил пробег  $\alpha$  - частиц в воздухе 2-я способами, и по полученным измерениям определил их энергию.