0-11-1. Для получения тепловых нейтронов (с максвелловским распределением скоростей, отвечающим температуре $T = 300$ К) поток нейтронов из реактора направляют в сосуд с тяжёлой водой (модератор), размер которого много больше длины пробега нейтрона в воде. Избавляясь от избытка энергии в столкновениях с ядрами дейтерия, нейтроны термализуются после нескольких десятков столкновений. Найти, чему будет равна относительная разность чисел тепловых нейтронов, магнитные моменты которых направлены по полю или против поля, если модератор поместить в магнитное поле индукцией $B = 10$ Тл. g-фактор нейтрона равен –3,8.

$T = 300\ K$

$B = 10$ Тл

$g = -3{,}8$

$\frac{N_1 - N_2}{N_1}$

Потенциальная энергия нейтрона (по полю): $U_1 = -(\vec{\mu}\vec{B}) = -\mu B$

против поля: $U_2 = -(\vec{\mu}\vec{B}) = \mu B$

$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\Delta U}{kT}} = e^{-\frac{2\mu B}{kT}}$

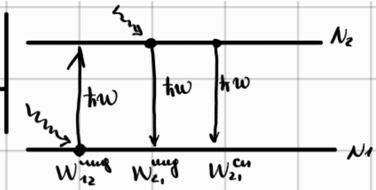
$\mu = -g\mu_Б J = -g\mu_Б \overset{1}{\overset{\parallel}{m_j}} = -g\mu_Б$

$$\frac{N_1 - N_2}{N_2} = 1 - e^{-\frac{2\mu B}{kT}} = 1 - e^{\frac{2g\mu_Б B}{kT}} = 1 - \exp\left(-\frac{2\cdot3{,}8\cdot0{,}93\cdot10^{-20}\cdot10\cdot10^4}{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot10^7\cdot300}\right) = 1 - e^{-0{,}017} \approx 0{,}017$$

0-11-2. При какой температуре абсолютно черного тела вероятность индуцированного излучения в видимой области превосходит вероятность спонтанного излучения?

$\frac{W_{21}^{инд}}{W_{21}^{сп}} > 1$ (АЧТ)

$T - ?$



Термодинамическое равновесие ↳ N_1 и N_2 − const

$N_{21} = N_{12}$ (число переходов $2 \to 1$ и $1 \to 2$ соответств)

$N_{21} = N_{21}^{инд} + N_{21}^{сп} = W_{21}^{инд} N_2 + W_{21}^{сп} N_2$

$N_{12} = W_{12}^{инд} N_1$

$W_{12}^{инд} = W_{21}^{инд}$ (один механизм возникновение)

$W_{21}^{инд} N_2 + W_{21}^{сп} N_2 = W_{21}^{инд} N_1$

$W_{21}^{инд}(N_2 - N_1) = -W_{21}^{сп} N_2$

$N_2 - N_1 > -N_2$

$\frac{N_1 - N_2}{N_2} < 1$ ↳ $\frac{N_1}{N_2} - 1 < 1$ ↳ $\frac{1}{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} - 1 < 1$

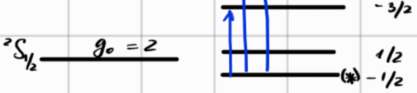
$e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} < 2$ ↳ $\frac{\hbar\omega}{kT} < \ln 2$ ↳ $\boxed{T > \frac{\hbar\omega}{k\ln 2}}$ ← Ответ

6.21*. При переходе $P \to S$ из возбужденного состояния атома в основное испускается дублет $\lambda_1 = 455{,}1$ нм и $\lambda_2 = 458{,}9$ нм. Какие линии, соответствующие переходу ${}^2S_{1/2} \to {}^2P_{3/2}$, будут наблюдаться в спектре поглощения газа, состоящего из таких атомов, при наложении магнитного поля 50 кГс при температуре $T = 0{,}5$ К?

$$\Delta U_{ls} = h\Delta\nu = h\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{6{,}6\cdot10^{-27}\cdot3\cdot10^{10}\cdot(458{,}9-455{,}1)\cdot10^{-7}}{1{,}6\cdot10^{-12}\,(458{,}9\cdot10^{-7})^2} \approx 2\cdot10^{-2}\ эВ$$

$$\mu_Б B = \frac{0{,}93\cdot10^{-20}\cdot50\cdot10^3}{1{,}6\cdot10^{-12}} = 2{,}9\cdot10^{-4}\ эВ$$

$U_{SB}; U_{LB} \approx \mu_Б B$ ↳ $U_{ls} \gg U_{SB}, U_{LB}$ ↳ поле слабое (сложный эффект Зеемана)



$$g_1 = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} - 1\cdot 2}{2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$g_0 = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} - 0}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}} = 2$$

Т.к. температура низкая $\left(kT = \frac{1{,}38\cdot 10^{-16}\cdot 0{,}5}{1{,}6\cdot 10^{-12}} = 4\cdot 10^{-5}\,эВ \ll \mu_Б B\right)$, тогда заселен только нижний уровень (*) и возможны три перехода:

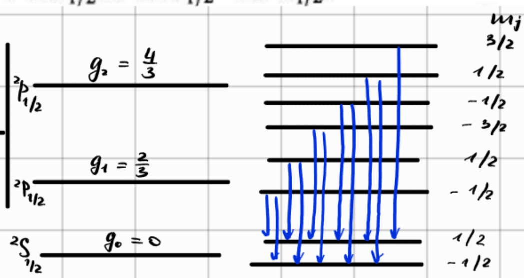
$$\Delta U_B = \mu_Б B\,(g_{нач}\, m_{j\,нач} - g_{кон}\, m_{j\,кон})$$

$$\boxed{\begin{aligned}
\Delta U_{B_1} &= \frac{0{,}93\cdot 10^{-20}\cdot 50\cdot 10^{3}}{1{,}6\cdot 10^{-12}}(-2+1) = -29{,}5\cdot 10^{-5}\,эВ\\
\Delta U_{B_2} &= \frac{0{,}93\cdot 10^{-20}\cdot 50\cdot 10^{3}}{1{,}6\cdot 10^{-12}}\left(-\frac{2}{3}+1\right) = 9{,}7\cdot 10^{-5}\,эВ\\
\Delta U_{B_3} &= \frac{0{,}93\cdot 10^{-20}\cdot 50\cdot 10^{3}}{1{,}6\cdot 10^{-12}}\left(\frac{2}{3}+1\right) = 48{,}5\cdot 10^{-5}\,эВ
\end{aligned}}$$

← Ответ

6.34. С помощью эшелона Майкельсона наблюдается зеемановское расщепление D-линии натрия в магнитном поле $B = 5000$ Гс (сложный эффект). Какова должна быть максимальная толщина d пластины, чтобы эшелон был пригоден для исследования расщепления? Показатель преломления материала пластины $n = 1{,}5$. Под D-линиями Na понимают две линии нерасщепленного полем дублета $3^2P_{3/2} \to 3^2S_{1/2}$ и $3^2P_{1/2} \to 3^2S_{1/2}$.

$B = 5000$ Гс
$n = 1{,}5$
d_{max} – ?



$g_0 = 2$, $g_2 = \frac{4}{3}$

$$g_1 = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} - 1\cdot 2}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

Для эшелона Майкельсона разрешающая способность: $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm = \frac{Nd(n-1)}{\lambda}$

дисперсионная область: $\Delta\lambda_м = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda}{d(n-1)}$

$\Delta\lambda_м \geq \Delta\lambda$

$^2P_{1/2} \to {}^2S_{1/2}$: $-\frac{1}{2} \to \frac{1}{2}$: $\Delta U_B = \mu_Б B\left(-\frac{4}{3}\right)$

$-\frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}$: $\Delta U_B = \mu_Б B\cdot\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2} \to \frac{1}{2}$: $\Delta U_B = \mu_Б B\left(-\frac{2}{3}\right)$

$\frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}$: $\Delta U_B = \mu_Б B\cdot\frac{4}{3}$

$^2P_{3/2} \to {}^2S_{1/2}$: $-\frac{3}{2} \to -\frac{1}{2}$: $\Delta U_B = \mu_Б B\,(-1)$

$-\frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}$: $\Delta U_B = \mu_Б B\,\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{2} \to \frac{1}{2}$: $\Delta U_B = \mu_Б B\left(-\frac{5}{3}\right)$

$\frac{1}{2} \to -\frac{1}{2}$: $\Delta U = \mu_Б B\,\frac{5}{3}$

$\frac{1}{2} \to \frac{1}{2}$: $\Delta U = \mu_Б B\left(-\frac{1}{3}\right)$

$\frac{3}{2} \to \frac{1}{2}$: $\Delta U = \mu_Б B\cdot 1$

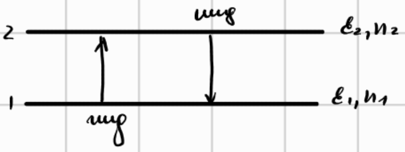
$$\Delta U = \left(\frac{5}{3} - \left(-\frac{5}{3}\right)\right)\mu_Б B = \frac{10}{3}\mu_Б B = \hbar\Delta\omega$$

$$\Delta\omega = \frac{10}{3}\Omega, \text{ где } \Omega = \frac{eB}{2m_e c}$$

$$\Delta\lambda_M \gtrsim \Delta\lambda = \frac{10}{3}\frac{\Omega\lambda^2}{2\pi c}$$

$$\boxed{d \le \frac{6\pi m_e c}{5eB(n-1)} \approx 2{,}6 \text{ см}}$$ ← Ответ

1.57. Система, состоящая из атомов, имеющих два невырожденных уровня энергии $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2 > \mathscr{E}_1$, находится в тепловом равновесии. Выразить коэффициент поглощения света $\varkappa(T, \omega)$ этой системой на частоте $\omega = (\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)/\hbar$ через его значение $\varkappa_0$ при $T = 0$. Рассмотреть два предельных случая: 1) $k_Б T \gg \hbar\omega$ и 2) $k_Б T \ll \hbar\omega$.



Плотность потока фотонов: $j = \frac{cg}{4}\frac{1}{\hbar\omega} = \frac{c}{4\hbar\omega}\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3(e^{\hbar\omega/kT}-1)} = \frac{\omega^2}{4\pi^2c^2(e^{\hbar\omega/kT}-1)}$

$$dj_{погл.} = -j\,\underbrace{dx\,\overset{\text{эффект. сеч.}}{\sigma_{12}}\,\overset{\text{концентрация}}{n_1}}_{\text{вероятность поглощения}}$$

$$dj_{погл} = -j\frac{dx}{\lambda}$$

$$\lambda\sigma n = 1$$

$$dj_{изл} = j\,dx\,\sigma_{21}n_2 = j\,dx\,\sigma_{12}n_2$$

$$dj = j\,dx\,(n_2 - n_1)\sigma$$

$$\text{æ}(T) = -\frac{dj}{j\,dx} = \sigma(n_1 - n_2) = \sigma n_1\left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right)$$

$$n_0 = n_1 + n_2$$

При $T = 0\,K$, $n_2 = 0$: $\text{æ}(0) = \sigma n_0 = \sigma(n_1 + n_2) = \sigma n_1\left(1 + e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right)$

$$\text{æ}(T) = \text{æ}(0)\frac{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} = \text{æ}(0)\,\mathrm{Th}\frac{\hbar\omega}{2kT}$$

1) $kT \gg \hbar\omega$: $\text{æ}(T) = \text{æ}_0\frac{\hbar\omega}{2kT}$

2) $kT \ll \hbar\omega$: $\text{æ}(T) = \text{æ}_0$

– Ответ