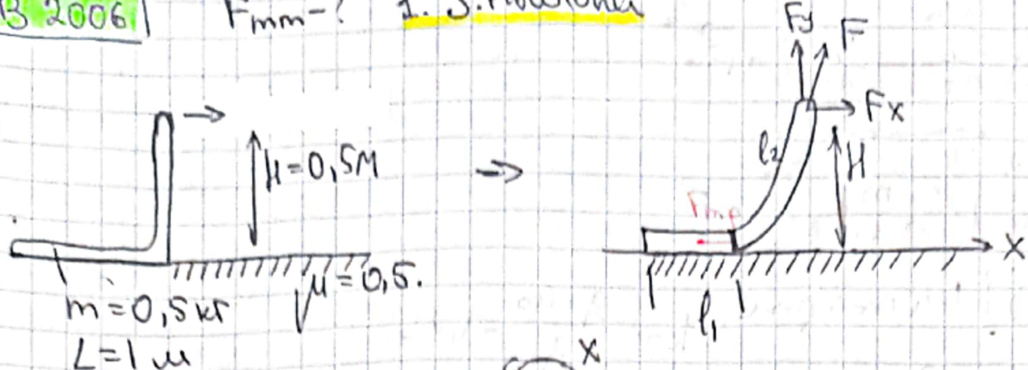
Консультация №1. Механика

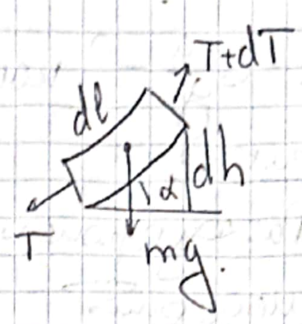
1В 2006 $F_{тяг} - ?$ 1. 3. Ньютона



1) $x: F_x = F_{тр} = \mu N = \mu mg \, l_1/L = \mu mg x$

2) $y: F_y = mg \, l_2/L = mg(1-x)$

3) Напровисающей веревки:



$$dT = dm \cdot g \sin\alpha = \frac{mg}{L} dl \sin\alpha = \frac{mg\,dh}{L}$$

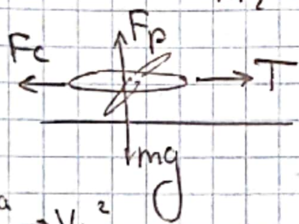
$$\int_{F_{тр}}^{F} dT = \frac{mg}{L}\int_0^H dh \Rightarrow F = F_{тр} + mg\frac{H}{L} = \mu mg x + mg\frac{H}{L}$$

4) $F_x^2 + F_y^2 = F^2$

$$(\mu x)^2 + (1-x)^2 = \left(\mu x + \frac{H}{L}\right)^2 \Rightarrow x = 0,35.$$

$$F = \frac{1}{2} mg(1+0,35) = 3,3H$$ //

1А 2009 $m_1 = 22,4т$, $L_{01} = 195м$ сила тяги $T = 171кН$
$m_2 = 17,7т$, $L_{02} - ?$ сопр-е $F_c = \alpha V^2$, $\alpha = 46 Нс^2/м^2$
под. сила $F_p = \beta V^2$



1) $m\frac{dV}{dt} = T - \alpha V^2$

$$dV/dt = \frac{dV}{dL}\cdot\frac{dL}{dt} = \frac{dV}{dL}V = \frac{d(V^2)}{2dL}$$

отрыва $\to V_k^2$

$$\frac{m}{2}\int_0^{V_k^2}\frac{d(V^2)}{T-\alpha V^2} = \int_0^L dL \Rightarrow L = \frac{m}{2\alpha}\cdot\ln\frac{1}{1-\frac{\alpha V_k^2}{T}}$$

$$V_k^2 = \frac{T}{\alpha}\left[1 - \exp\left(-2\frac{\alpha L}{m}\right)\right] \Rightarrow (V_{k1})^2 = \left(2050\frac{м}{с}\right)^2$$

2) Усл. отрыва: $mg = \beta V_k^2$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(V_{k1})^2}{(V_{k2})^2} \Rightarrow (V_{k2})^2 = (1600\,м/с)^2 \Rightarrow L_2 = 110м$$ //

2. Движение с переменной массой

Мещерский

$$M(t)\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{dM}{dt}\vec{u} + \vec{F}$$

Циолковский $F = 0$

$$\Delta V = u \ln\frac{m_0}{m}$$

1A (2006) На старте $k_0 = \frac{g+a_0}{g} = 1{,}25.$

$k = \frac{g+a}{g}$ — ? когда $V = u$

Решение

1) Расход горючего пост. $M(t) = M_0 - \underset{\text{расход}}{\mu} t$

2) Мещерский

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{M(t)}\mu u - g$$

$$V(M) = u\ln(M_0/M) - g\frac{M_0 - M}{\mu}$$

3) Перегрузка

$$k = \frac{g+a}{g} = \frac{\mu u}{M(t) g}$$

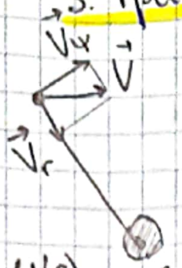
4) $M_0 \gg M$ (по усл. почти все топливо закончилось)

$$u = u\ln\frac{M_0}{M} - g\frac{M_0 - M}{\mu} \approx u\ln\frac{M_0}{M} - \frac{u}{k_0}$$

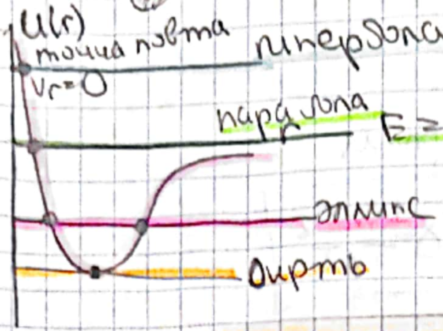
$$1 = \ln\frac{M_0}{M} - \frac{1}{k_0} \Rightarrow \frac{M_0}{M} = \exp\left(1 + \frac{1}{k_0}\right)$$

$$k = k_0\exp(1 + 1/k_0) \approx 7{,}5.$$

3. Гравитация



$$\frac{mV_r^2}{2} + \underbrace{\frac{mr^2}{2}\frac{L^2}{m^2r^4} - \gamma\frac{Mm}{r}}_{U(r)} = E_{total}$$



гипербола. $E>0$ на ∞ ск-ть >0

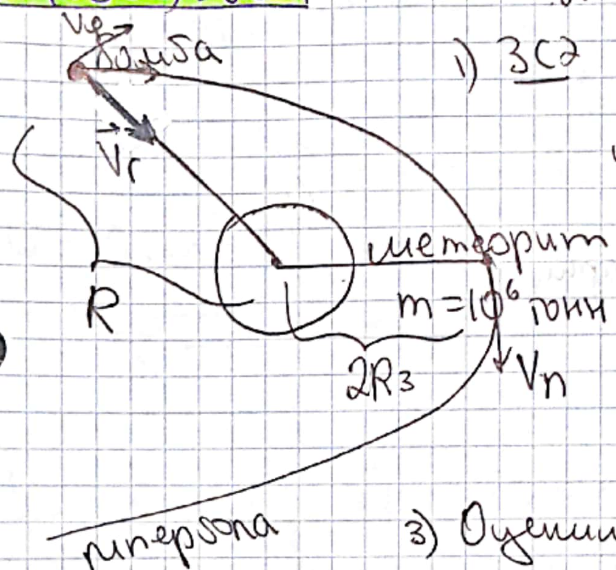
парабола $E=0$ на ∞ ск-ть 0

3. З. Кеплера: $T^2/a^3 = const$

1 косм. ск-ть: $\frac{mV^2}{R} = mg \Rightarrow V_I = \sqrt{g_0R}$ (8 км/с на пов.) (летим над пов-ю Земли)

2 косм. ск-ть: хотим улететь на ∞ $\quad \frac{mV^2}{2} - mgR = 0 \Rightarrow V_{II} = \sqrt{2g_0R} \approx 11,2$ км/с

1. (1995) ≈6.35.



$\alpha = 10^{-3}$

1) ЗСЭ $\quad \frac{\alpha m V_{осколка}^2}{2} = W\lambda$

масса осколка; W — 10 Мт; $\lambda \approx 4,2$ МДж — энергия взрыва

2) ЗСИ:

$\alpha m V_{оск} = \underbrace{(1-\alpha)}_{\approx 1} m V_\varphi$

$V_\varphi = \sqrt{\frac{2\alpha W\lambda}{m}} \approx 300\ \frac{м}{с}$

3) Оценим V_r (на ∞ $V_\infty = 0$)

$\frac{mV_r^2}{2} = \gamma\frac{M_3 m}{R} \Rightarrow V_R = \sqrt{2\gamma\frac{M_3}{R}}$

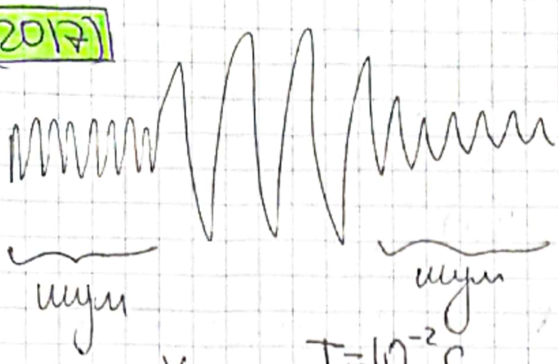
4) ЗСМИ: $mV_\varphi R = mV_n 2R_3$

ЗСЭ: $\frac{\cancel{m}(V_r^2+V_\varphi^2)}{2} - \cancel{\gamma\frac{M_3 m}{R}} = \frac{\cancel{m}V_n^2}{2} - \gamma\frac{M_3 \cancel{m}}{2R_3}$

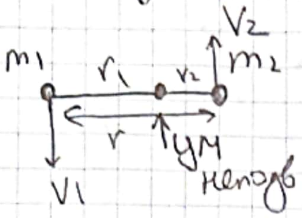
$V_\varphi^2 = V_\varphi^2\frac{R^2}{(2R_3)^2} - 2\gamma M_3\frac{V_I^2}{2R_3}$

$V_\varphi^2\left(\frac{R^2}{(2R_3)^2} - 1\right) = V_I^2 \Rightarrow R \approx 2R_3\frac{V_I}{V_\varphi} \approx 3,4\cdot10^5$ км

1A(2017)



$T=10^{-2}$ с



1) Для сист. в целом

$$\boxed{\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\frac{u^2}{r}=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}}$$

$u=V_1+V_2$ – ск-ть относ. движ-я

Откуда взяли?

$m_1V_1=m_2V_2$ – ЗСИ

$\frac{V_1}{r_1}=\frac{V_2}{r_2}=\frac{u}{r}=\frac{2\pi}{T}$ ← один. частота

$V_2=uV_1$

$m_1V_1=m_2u-m_1V_1$

$V_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}u$

$m_1\frac{V_1^2}{r_1}=\gamma\frac{m_1m_2}{r}$

2) Схлоп, когда r = рад. Шварц.

$\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}=\frac{u^2}{r}=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$

$u^2r=\gamma(m_1+m_2)$

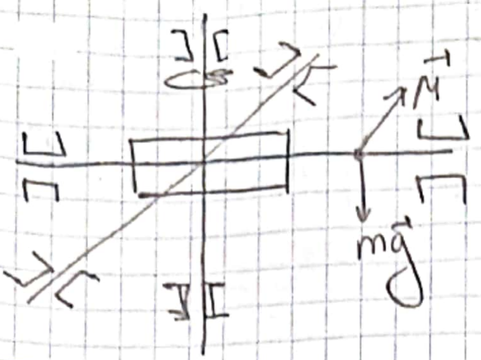
$\omega^2r^3=\gamma(m_1+m_2)$

$\omega=2\pi/T$

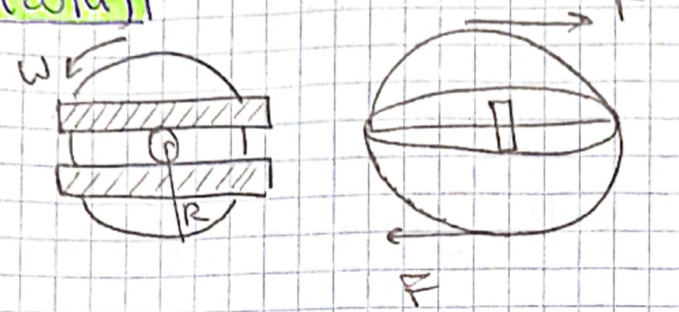
$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\cdot\frac{8}{c^6}\gamma^2(m_1+m_2)^2=1 \Rightarrow (m_1+m_2)=\frac{1}{2^{5/2}\pi}\frac{c^3}{G}T=2\cdot10^{32}$ кг

4. Гироскопы

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{внеш} = [\vec{\Omega} \times \vec{L}]$$



5А (2014)



$V_{прецесс}$ Ось $V_{лин} = \omega r$

$$\underbrace{2F\frac{l}{2}}_{внеш.сил} = \Omega_{пр} \cdot I\omega$$

$$\Omega_{пр} = \frac{V_{пр}}{l/2}$$

$$V_{пр} = \frac{Fl}{I\omega} \cdot l/2$$

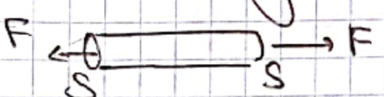
$$\Rightarrow V_{пр} = V_{лин}$$

$$\frac{Fl^2}{2I\omega} = \omega r \Rightarrow \omega^2 = \frac{Fl^2}{2Ir} = \frac{Fl^2}{mR^2r}, \quad \nu \approx 200 \text{ Гц}$$

цилиндр

5. Деформации

σ – силы на ед. площади



$\sigma = F/S$, $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ – отн. удл.

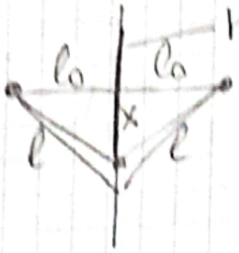
З. Гука $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ ← модуль Юнга

Коэф. Пуассона // насколько сильно ‖ и ⊥ р-ры, если раб. //

$\varepsilon_\perp = -\mu \, \varepsilon_\parallel$, $\mu > 0$ в естеств. усл.

$\mu < 1/2$ из $V = const$.

1.A 2011



$$F = 2\sigma d h \sin\alpha = 2\sigma d h x / l_0$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\sqrt{x^2 + l_0^2} - l_0}{l_0} = \frac{x^2}{2 l_0^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{\Delta l / l} = \frac{F l_0^2}{h d x^3} \approx 1{,}2 \cdot 10^{12}\ \text{Па}$$