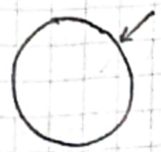
Консультация составителей

① Радиоуглеродный метод датирования



$10^5 - 10^6$ эВ

O N C

$n + {}^{14}_{7}N \to \boxed{{}^{14}_{6}C} + p.$

нестабил., $\tau = 8267$ лет

$${}^{14}_{6}C \to {}^{14}_{7}N + e^- + \tilde{\nu}_e + 160 \text{ кэВ}$$

$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau}$ В живых орг. добавл. равновес. доля ${}^{14}_{6}C$. $\left(\delta = \frac{1}{8\cdot 10^{11}}\right)$ в момент смерти.

$N(0) = N_0$. $N = N_0 e^{-t/\tau}$, $A = \frac{N}{\tau}$ – активность $= \frac{N_0}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$

Измерев A, можно опр. время с мом. смерти орг-ма, когда было A_0.

A_0 – равновес. активность

$$A_0 = \frac{N_0}{\tau} = \frac{N_A \cdot \delta}{12\tau} = 0{,}24 \ \frac{1}{c}$$

$$\boxed{t = \tau \ln \frac{A_0}{A}}$$

1 год $= 3{,}1557 \cdot 10^7$ с $\approx \pi \cdot 10^7$ с

Изм. A – счетчик Гейгера-Мюллера считает прилетевш. эл-ны (число реакций)

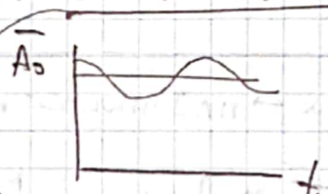
$N_{измер} = A \cdot t_{измер}$

Пуассон: $p(N) = \frac{\bar{N}^N}{N!} \cdot e^{-\bar{N}} \Rightarrow \overline{(\Delta N)^2} = \overline{(N - \bar{N})^2} = \bar{N}$

$N_{измер} = \bar{N} \pm \sqrt{\bar{N}}$

$\Delta t / \tau = \cancel{\Delta A_0 / A_0} - \frac{\Delta A}{A}$

0 $A_0 = const$



флуктуации от места, времени → не $\nexists$. сравн. с ист. событием...

$$\frac{\Delta t}{\tau} = \left|\frac{\Delta A}{A}\right| = \frac{\Delta N_{изм}}{N_{изм}} = \frac{1}{\sqrt{N_{изм}}}$$

$N_{изм} = \tau^2 / (\Delta t)^2 \ominus$

Т.о. если надо изм. дату смерти с точн. до Δt, то надо ждать, пока набежит $N_{изм}$ измерений.

$\ominus \ \frac{\tau^2}{(\Delta t/t)^2} \cdot \frac{1}{\tau^2 \ln^2 \frac{A_0}{A}} =$

$\frac{\Delta t}{t} = 1\% \Rightarrow N_{изм} = \frac{10^4}{\ln^2 \frac{A_0}{A}} = 1{,}3 \cdot 10^4$ акт. ($A = 0{,}1$) $t_{изм} = \frac{N_{изм}}{0{,}1} = 1{,}3 \cdot 10^5$ с $= 36$ ч.

$t = 7237$ лет $\pm 72{,}4$ г

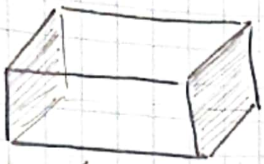
скорость образования (ядер/ед. вр.) $W = (G \cdot N_A)/\mu$ масса 1 ядра $\frac{N\mu}{N_A}$

Rem $G = 8 \ \frac{кг}{год} \ {}^{14}_{6}C$ образуется за год

$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau} \Rightarrow N = W\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

$N = W\tau = \frac{G \cdot N_A}{\mu}\tau \Rightarrow P = G\tau = 66$ тонн

② 2001 год. лазер. резонатор Фабри-Перо.



$L = 6\cdot10^{-2}$ см

$n = 3{,}1$, $\lambda = 1$ мкм

$dn/d\lambda = -1{,}2\cdot10^{4}$ см$^{-1}$ — дисперсия

на длине резонатора — целое число полуволн

резонанс усл. от. волны не вылезут

1) набег фазы за $\rightleftarrows$

$k_{ср}\cdot L = \pi m$

$\omega = c_p k_{ср} = \frac{c}{n}k_{ср} \Rightarrow \frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda} = k_{ср}$.

//пот. энергия — роль пои не препали//

2) Сдвинем длину волны $(\lambda + \Delta\lambda)$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda} = \pi m \\ &\underbrace{\frac{2\pi\, n(\lambda+\Delta\lambda)}{\lambda+\Delta\lambda}}_{} = \pi(m-1) \end{aligned}\right\} \rightarrow 1 = -2\frac{L}{\lambda}\Delta\lambda\left(\frac{dn}{d\lambda} - \frac{n}{\lambda}\right)$$

$n(\lambda+\Delta\lambda) = n(\lambda) + \frac{dn}{d\lambda}\cdot\Delta\lambda$

$\lambda\uparrow\uparrow \Rightarrow n\downarrow\downarrow \Rightarrow ?\downarrow\downarrow \Rightarrow \uparrow$ соотв. ур-е.

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda^2}{2L}\,\frac{1}{n - \lambda\, dn/d\lambda} =$$

в см

$$= \frac{\cancel{2}\cdot10^{-8}}{\cancel{2}\cdot6\cdot10^{-2}}\cdot\frac{1}{3{,}1 + \cancel{10^{-4}}\cdot1{,}2\cdot\cancel{10^{4}}} = \approx 2\cdot10^{-8}\text{ см} = 2\,\text{Å}. //$$

---

③ ЭМ поле ↳ энергия ↳ плотность потока импульса

$w_E = \frac{E^2}{8\pi}\ \left[\frac{Дж}{м^3} = Па\right]$, $w_B = \frac{B^2}{8\pi}$, $w = w_E + w_B$.

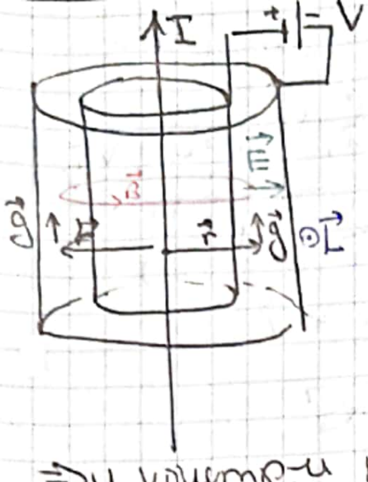
ЗСЭ в дифф. форме:

ЗСЗ: $\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j}_e = 0}$ //Аналог. $\frac{\partial|\psi|^2}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j}_{вер} = 0$.// плотность потока вероятности

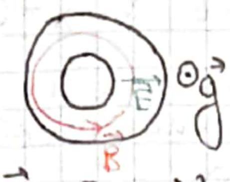
ЗСЭ: $\boxed{\frac{\partial\rho_\varepsilon}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j}_\varepsilon = 0}$ $\xRightarrow{\text{ур. Максвелла}}$ $\boxed{\vec{j}_\varepsilon = \vec{S} = \frac{c}{4\pi}[\vec{E}\times\vec{B}]}$ плотность потока энергии

Плотность потока импульса: $\boxed{\vec{g} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \frac{1}{4\pi c}[\vec{E}\times\vec{B}]}$

есть ли у поля МИ? Да



цилиндр. конд-р, по центру-провод.



$$\vec{g} = \frac{1}{4\pi c}[\vec{E}\times\vec{B}]$$

$$\vec{L} = [\vec{r}\times\vec{p}], \quad \vec{p} \sim \vec{g}$$

имп. поля в-диэл.

$\Rightarrow$ у конд-ра нет L_Σ, т.к. если подв. на нитку, то не будет вращ.

---

④ 1) Показатель преломления – из ВУ – из ур. Максвелла

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n} \Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon}$$

$\mu = 1$ в немагн. средах

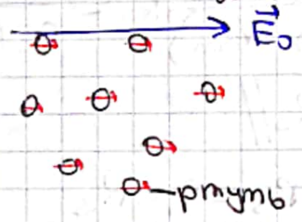
2) $\nexists$ показ. преломления газов. (!) $\boxed{(n-1)\sim N}$ конц-я газов

Вспомним, что такое ε:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = \overbrace{(1+4\pi\chi)}^{\varepsilon}\vec{E}$$

$\vec{P}$ – дипол. м-т ед. V. Среда линейна, если $\vec{P} = \chi\vec{E}$ (восприимчивость)

• Задача ε эл. пара (взвесь в вакууме капельки ртути) металл.



N – конц-я пара. Шарики в паре – диполи

$$\boxed{\vec{p}_i = R^3\vec{E}_0}$$

из условия зад: $R^3 N \ll 1$. $\nexists$ эл. взаим. самими диполей ($E_p \ll E_0$)

$E_p \sim \frac{1}{r^3}$

$$\frac{p_i}{r^3} \ll E_0$$

$$\boxed{R^3/r^3 \ll 1}$$

r – м/у капл. ртути

$$\vec{P} = N\vec{p}_i = NR^3\vec{E}_0$$

$$\vec{D} = \vec{E}_0 + 4\pi\vec{P} = \vec{E}_0 + 4\pi NR^3\vec{E}_0 = \underbrace{(1+4\pi NR^3)}_{\varepsilon}\vec{E}_0$$

• В газе $\vec{p} = \alpha\vec{E}$ поляризуемость молекулы $[\alpha] = см^3$

$$n = \sqrt{1+4\pi NR^3} \approx 1 + 2\pi NR^3$$

$$n - 1 \approx 2\pi NR^3 \Rightarrow \boxed{n-1 \sim N}$$

⑤ Механика – планеты, спутники

Спутник на околоземн. орбите. $V_{max} = 0{,}8 V_I$, $V_{min} = 0{,}6 V_I$. ← 1 косм. с-ть

// 1 косм. с-ть – с-ть движения на круговой орбит. – околопланетной ($r \approx R_З$)

плохо

2 косм. с-ть – с-ть, необх. для улет. на ∞. //

V_I: 23Н $\quad \frac{\cancel{m} V_I^2}{\cancel{R_З}} = G\frac{M\cancel{m}}{R_З^{\cancel{2}}} \Rightarrow V_I = \sqrt{\frac{GM}{R_З}} = \sqrt{g_0 R_З}$

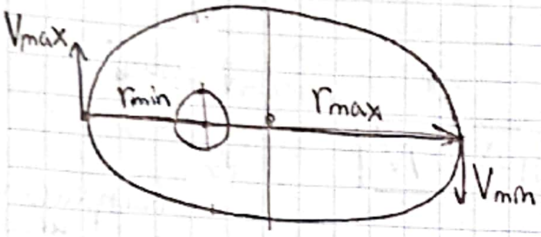
$\boxed{GM_З = V_I^2 R}$ ← спутник на орб. Земли

1 ае = 150 млн. км.

С-ть движ. З. в/г Солнца: 30 км/с $\boxed{GM_\odot = V_З^2 r}$

$r_{min} - ?$ //см. семестр кр I курса// $T - ?$ $r_{max} - ?$, $2a - ?$,

$\varepsilon = \frac{E}{m} - ?$ полная эн-е спут. на 1 кг



Решение

$$\begin{cases} \text{ЗСМИ: } V_{max} r_{min} = V_{min} r_{max} \\ \text{ЗСЭ: } \frac{V_{max}^2}{2} - \frac{GM_З}{r_{min}} = \frac{V_{min}^2}{2} - \frac{GM_З}{r_{max}} \end{cases}$$

$GM_З = V_I^2 R_З$, $\quad GM_З = V_I^2 R_З$

$$\frac{V_{max}^2 - V_{min}^2}{2} = \frac{V_I^2 R_З}{r_{min}}\left(1 - \frac{r_{min}}{r_{max}}\right) = \frac{V_I^2 R_З}{r_{min}}\left(1 - \frac{V_{min}}{V_{max}}\right)$$

$$r_{min} = \frac{2V_I^2 R(V_{max} - V_{min})}{(V_{max}^2 - V_{min}^2)V_{max}} = \frac{2V_I^2}{V_{max}(V_{max}+V_{min})}R_З = \frac{2 \quad R_З}{0{,}8(0{,}8+0{,}6)} =$$

$$= 1{,}8 R_З //$$

$$r_{max} = \frac{2V_I^2}{V_{min}(V_{max}+V_{min})}R_З = \frac{2}{0{,}6(0{,}8+0{,}6)}R_З = 2{,}4 R_З$$

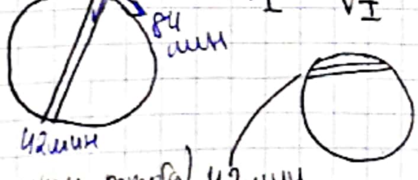
$$2a = r_{min} + r_{max} = 4{,}2 R_З.$$

Период обращения:

Кеплер: $\left(\frac{T}{T_I}\right)^2 = \left(\frac{2a}{2R_З}\right)^3 \Rightarrow T = T_I \cdot \left(\frac{4{,}2R_З}{2R_З}\right)^{3/2} = 4$ ч 15 мин.

на круговой околоземн. орб.

$T_I = \frac{C}{V_I} = 84$ мин



(вакуум. труба) 42 мин по хорде

Важная ф-ла: $\boxed{2a = -\frac{GM}{\varepsilon}}$ — полная энергия спутника на 1 кг

спутник на своей орбите (эллипс) $\Rightarrow \varepsilon < 0$.

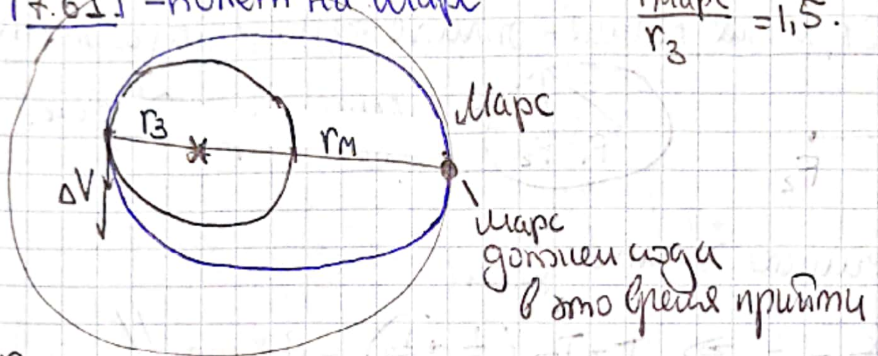
$\Rightarrow$ на круг. орб. $2R_3 = -\frac{GMm}{m\varepsilon} \leftarrow \frac{V^2}{2} \Leftrightarrow \frac{mV^2}{R_3} = -\frac{GMm}{2R_3^2}$

$$\boxed{2a = r_{max} + r_{min} = \frac{2V_I^2 R_3}{V_{max}+V_{min}}\left(\frac{1}{V_{max}} + \frac{1}{V_{min}}\right) = \frac{2V_I^2}{V_{max}V_{min}} R_3}$$

$GM_3 = V_I^2 R_3$

$\varepsilon = -\frac{V_I^2 R_3}{2V_I^2 R_3} \cdot V_{max}V_{min} = \boxed{\frac{V_{max}V_{min}}{2} = \varepsilon}$ — на 1 кг.

⑥ $\boxed{7.61}$ — полет на Марс $\quad \frac{r_{марс}}{r_3} = 1{,}5$. $\quad$ Время полета τ — ? ΔV — ?



Решение

1) $\left(\frac{T}{T_{год}}\right)^2 = \left(\frac{2a}{2r_3}\right)^3 = \left(\frac{r_M + r_3}{2r_3}\right)^3 \Rightarrow T = \frac{T_{год}}{2\sqrt{2}}\left(1 + \frac{r_M}{r_3}\right)^{3/2} = 260$ сут

2) Доп. скорость — ?

$$2a = -\frac{GM}{\varepsilon}$$

$\varepsilon = -\frac{V_3^2 r_3}{(r_3 + r_M)}$ — новая $\quad$ (пот. энергия до и после импульса одна)

$\varepsilon_0 = -V_3^2/2$ — старая

$$\frac{V^2}{2} - \frac{V_3^2}{2} = -\frac{V_3^2 r_3}{r_3 + r_M} + \frac{V_3^2}{2}$$

$$V^2 = 2V_3^2\left(1 - \frac{r_3}{r_3 + r_M}\right) = V_3^2 \cdot \frac{2r_M}{r_3 + r_M}$$

$$V = V_3\sqrt{\frac{2r_M}{r_3 + r_M}} = V_3\sqrt{\frac{2r_M/r_3}{1 + r_M/r_3}} = V_3\sqrt{\frac{3}{1 + 3/2}} = 1{,}1V_3.$$

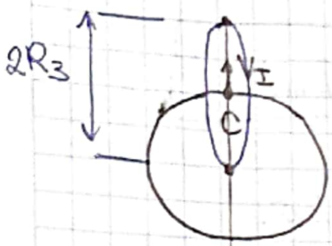
$\Rightarrow \Delta V = 0{,}1V_3 \approx 3$ км/с

⑦ На какую высоту подн. тело, если его бросить верт. вверх с 1 косм. скоростью (V) — ?

$V = V_{II} \Rightarrow$ улетит и не вернется

$V = V_I$ — ?

h — ?, τ — ? — когда вернется



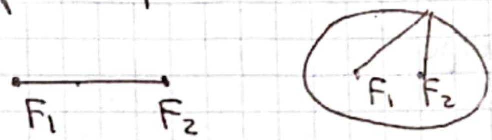
1) ЗСЭ: $\frac{V_I^2}{2} - g_0 R = -g_0 \frac{R^2}{r} \Rightarrow r = 2R_З \Rightarrow$

$\Rightarrow h = R_З$ //

$g_0 R$

2) Время на полет ↑↓.

З. Кеплера: кривая линия — эллипс ⇒ по нему и летает



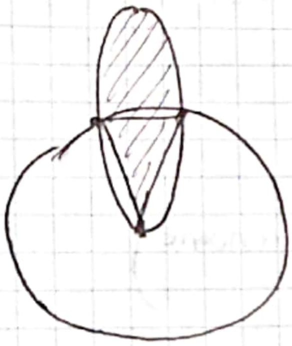
сумма расст. фикс.

развинем немного эллипс

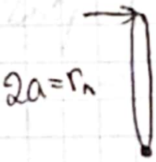
$$\frac{T}{T_I} = \frac{S}{S_0} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \Rightarrow T = T_I\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\right) = 69\text{ мин}$$ //

84 мин

$S_0 = \pi a b$, $S = \frac{\pi a b}{2} + 2ba = \pi a b\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\right)$



// сколько времени Луна будет падать на Землю, если останов. в орб. движении //



$2a = r_Л$

$$\left(\frac{T}{T_Л}\right)^2 = \left(\frac{2a}{2r_Л}\right)^3 = \frac{1}{2^3}$$

$T = \frac{T_Л}{2\sqrt{2}}$ — период

$\tau = \frac{T_Л}{4\sqrt{2}} = \frac{28}{4\sqrt{2}} = 5$ дней //

упала на З

Rem Бор — все орб. кругл.

Зоммерфельд: $n = 1$ — круг

$n = 2$ ⇄ $2r_Б$

$l = 1$, $l = 0$ — какой что соотв?

энергия опр. большой полуос. в кругл. орб. → $l_{max} = n - 1$