

I Что будем изучать?

Квантару изучает явления на микроуровне.

Явления на макроуровне, одна часть, случайная

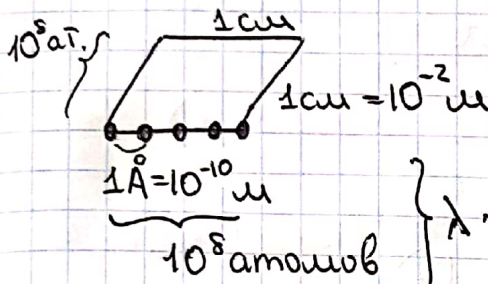
II Не думайте, что будет легко и ясно

Квантариз - ровесница 20 столетия, исп. и в квант. мех.

Нет осознанных моделей.

Рем фотоэффект - свет, падая на Me , выбивает из него e .

Засвечиваем катод



$10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^4$ атомов в катоде

$\lambda \sim 10^{-6}$ м
проникает волна внутрь

ЭМ волна, взаимодействуя с таким большим числом атомов, сможет выбить только ~ 300 эВ (напом. доп. энергии)

\Downarrow

не объясн. класс. физ.

(у волны есть возм-ть сорвать всю E на 1 атом - квант)

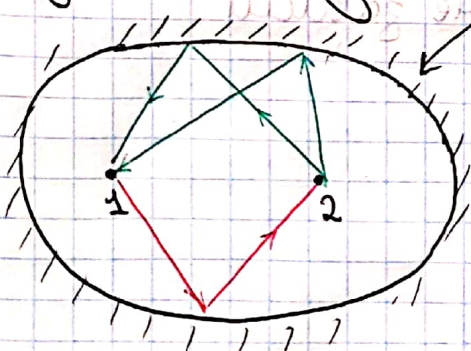
Таких примеров оч. много.

III Планк

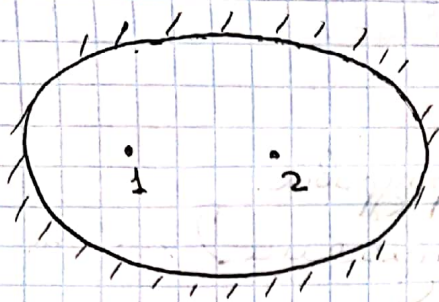
ф-ла, опис. спектр. хар-ки равновесного излучения.

2 тела, обмен ЭМ излучением и имеющие

одинак. темп-ру T



эллипсоид, абс. отражающая пов-ть



• Пусть $W_1^{изл}$ и $W_2^{изл}$ —
—излучаемая калдрийтелом
энергия (эрг/с)

• Есть еще $W_1^{отр}$ и $W_2^{отр}$ —
—отраженные телами потоки

$W_1^{ухог} = W_1^{изл} + W_1^{отр}$ — полный поток, ухог. от 1 тела

• A — поглощат. способность тела:

$$A = \frac{W_{погл}}{W_{пад}} ; \quad 1-A — \text{отражательная способность.}$$

$$W_1^{отр} = (1-A_1) \cdot W_2^{ухог}$$

↑
весь поток от 2 тела
падает на 1.

Тогда $W_1^{ухог} = W_1^{изл} + (1-A_1) W_2^{ухог}$ (*)

Аналог. $W_2^{ухог} = W_2^{изл} + (1-A_2) W_1^{ухог}$

Равновесие: $W_1^{изл} = A_1 W_2^{ухог}$ (**)
 излученный поток поглощенный поток

$$W_2^{изл} = A_2 W_1^{ухог}$$

(**) → в (*)

$$W_1^{ухог} = A_1 W_2^{ухог} + (1-A_1) W_2^{ухог} = W_2^{ухог}$$

$$W_1^{ухог} = W_2^{ухог} \leftarrow \text{в 2 тел с одним } T$$

Вывод: уходящая от тела энергия не зависит
от конкретных св-в тела

⇒ \nexists равновесное излучение

Разделим (***) с учетом $W_1^{учог} = W_2^{учог}$

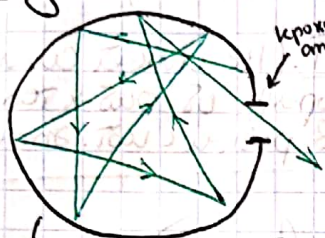
$$\frac{W_1^{учог}}{W_2^{учог}} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \text{кол-во энергии, излучаемой телом} \sim \text{коэф-ту поглощения. } T_h \text{ Кирхгофа}$$

Тело с $A=1$ — абс. черное тело

↓
ничего не отражает

↖ Солнце
дает макс возм. излучение при $T = \text{const.}$

Модель АЧТ:



крошечное отверстие

Вильгельм Карл Вернер Отто Фриш Франц Вил (13 янв 1864 - 30 авг 1928)

$$\text{ЗСЭ: } dU = TdS - PdV$$

(***)

Нагретая полость (нагретые стенки излучают ЭМ изл-е, кот. многократно отраж. и пот. стенками в устан. излучение в равновесии со стенками)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - P$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} = T \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} + \frac{\partial S}{\partial V} - \frac{\partial P}{\partial T} \quad \left. \begin{array}{l} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - P \\ \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V}$$

$$\Downarrow \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

$$g = \frac{dU}{dV} = T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) - P = g/3$$

общем. плотность энергии

$$\frac{4}{3}g = \frac{1}{3}T \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)$$

$$4 \int \frac{dT}{T} = \int \frac{dg}{g}$$

$$4 \ln T = \ln g + \ln c$$

$$\ln T^4/g = \ln c$$

$$\Rightarrow g = G_{\text{сб}} T^4$$

постоянная Стефана-Больцмана

3-я Стефана-Больцмана

Посмотрим на $\sigma_{сб}$ в термине спектр. плотности:

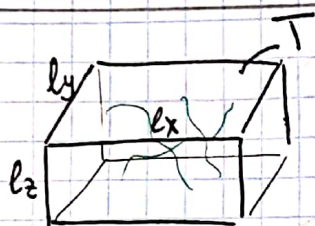
$$\sigma_{сб} = \frac{P}{T^4} = \int_0^\infty \frac{dP}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{T^4} - \text{не зависит ни от } T, \text{ ни от } \omega! \quad (\text{она постоянная})$$

Введем $x = \frac{\omega}{T}$ "F(x) - некая ф-я"

$$\sigma_{сб} = \int_0^\infty \frac{dP}{d\omega} \cdot \frac{1}{\omega^3} \cdot \frac{d\omega}{x^3} - \text{не зависит от } \omega$$

спектр. плотность $\rightarrow \frac{dP}{d\omega} = \omega^3 \cdot F\left(\frac{\omega}{T}\right)$ - **закон Вина** - не устан. вид F из дан. сообр. \rightarrow з-н симм. Вина/Ст-б.

Спектр. плотность из-д - универс. ф-я ω и T . (не имеет смысла говорить об олд-х-те, в равн-с-х-х. это из-д)



Внутри, $T_{стенок} = const$
внутри - ЭМ поле (стоячие волны)

целое число полуволн $\rightarrow k_x = \frac{\pi}{l_x} n_x, k_y = \frac{\pi}{l_y} n_y, k_z = \frac{2\pi}{l_z} n_z, n_{x,y,z} \in \mathbb{Z}$

Из стоячих волн - осциллятор.

Энергия в инт-ле частот $[\omega, \omega + d\omega]$:

$$U_{\omega} d\omega$$

спектр. плотность

определяется: dN_{ω} - число осцил-ов в $(\omega, \omega + d\omega)$

$\langle E \rangle$ - ср. E 1 осцил.

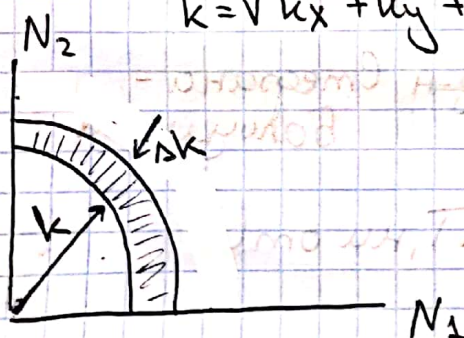
$$U_{\omega} d\omega = \frac{\langle E \rangle \cdot dN_{\omega}}{V \text{ объем.}}$$

• Метод Рэлея: найдем dN_{ω}

$$k = \frac{\omega}{c}, \text{ } \Delta x \Delta y \Delta z - \text{куб}$$

$$k_x = \frac{2\pi}{L} N_x, k_y = \frac{2\pi}{L} N_y, k_z = \frac{2\pi}{L} N_z, N_{x,y,z} \in \mathbb{Z}$$

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$



$$k = N \cdot \frac{2\pi}{L}$$

$$N, N + dN$$

$$g(N) dN = 4\pi N^2 dN$$

$$g(k) dk = 4\pi \left(\frac{kL}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{L}{2\pi} dk = \frac{k^2 dk}{2\pi^2} \cdot L^3$$

$$\Rightarrow \frac{dNw}{V} = \frac{k^2 dk}{\pi^2} = \frac{\omega^2 d\omega}{c^3 \pi^2} \Rightarrow \boxed{\frac{dNw}{V} = \frac{\omega^2}{c^3 \pi^2} d\omega}$$

число волн в объеме

классика (столчение волн)

умножив на число поперечностей = 2

• Ищем сред. эн-ю осц-ра $\langle E \rangle$:

по Th о равнораспр. энергии осц-ра по ст. свободы

$$\boxed{\langle E \rangle = 2 \frac{kT}{2} = kT.}$$

ст. в

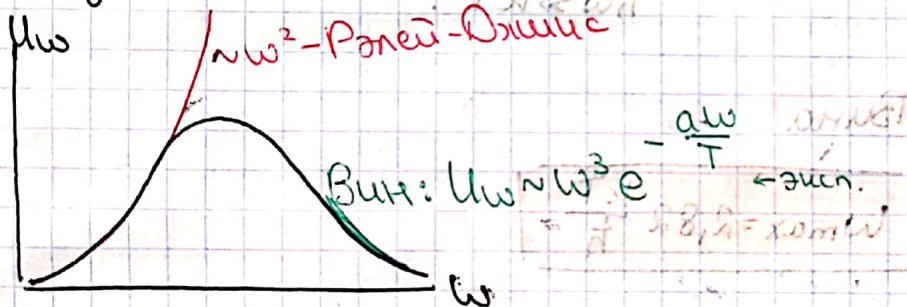
• Значит,

$$\boxed{U_\omega d\omega = \frac{dNw}{V} \cdot \langle E \rangle = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \cdot kT \sim \omega^2 T d\omega}$$

закон Рэлея-Джинса

Проблема исполн. ф-ты:

$\int_0^\infty U_\omega d\omega \rightarrow \infty$ — "УФ катастрофа" \Rightarrow для высоких частот не работ.



Планк — получил всю кривую \leftarrow свет изл./погл. дискр. порциями (квантами)

$$\epsilon_0 = \hbar \omega. \text{ Как доказалось?}$$

1) Ср. энергия стоеч. волны с ω

$$\bar{\epsilon}(\omega) = \epsilon(\omega) \cdot f\left(\frac{\epsilon(\omega)}{kT}\right)$$

$$\text{из зн Вина: } \frac{d\rho}{d\omega} = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\epsilon}(\omega) = \epsilon(\omega) \cdot f\left(\frac{\epsilon(\omega)}{kT}\right) \\ \frac{d\rho}{d\omega} = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) \end{array} \right\} \rightarrow \epsilon(\omega) \sim \omega$$

$$2) f\left(\frac{\varepsilon(\omega)}{kT}\right) = \frac{1}{e^{\varepsilon(\omega)/kT} - 1}$$

$$f\left(\frac{\varepsilon(\omega)}{kT}\right) = \frac{e^{-\varepsilon(\omega)/kT}}{1 - e^{-\varepsilon(\omega)/kT}} = e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \right\}^n = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT}$$

Ср. энергия осум.

$$\bar{\varepsilon}(\omega) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega \left\{ e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}} \right\}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT}} = \hbar\omega \frac{\exp\left(-\frac{\varepsilon(\omega)}{kT}\right)}{\exp\left(-\frac{\varepsilon(\omega)}{kT}\right) - 1}$$

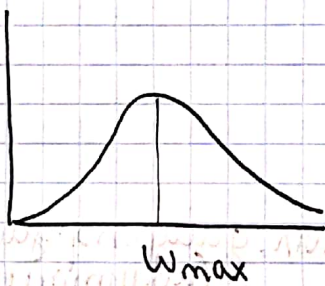
$$\frac{V\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \cdot \frac{1}{V}$$

$$S_T(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3 (e^{\hbar\omega/kT} - 1)} \quad \text{— распр-е Планка}$$

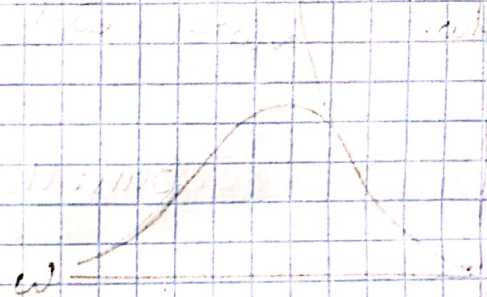
Рэлей-Джинс
при $\hbar\omega \ll kT$

Вин
 $\hbar\omega \gg kT$

Закон смещения Вина



$$\omega_{\max} = 2,82 \frac{kT}{\hbar}$$



$$u(T) = \int_0^{\infty} S_T(\omega) d\omega = \frac{\pi^2 k^4}{15 \hbar^3 c^3} T^4 \Rightarrow j = \sigma T^4$$

полная инт-ва,
излуч. ед. повтм АСТ