

Государственный экзамен по физике

1	2	3	4	5	Σ

III курс

18 января 2015 года

ВАРИАНТ А

1А. Какой вклад вносит в величину расстояния от Земли до Солнца радиационное давление излучения Солнца? Температура поверхности Солнца $T_c = 6000$ К, его радиус $R_c = 7 \cdot 10^5$ км, масса $M_c = 2 \cdot 10^{33}$ г. Масса Земли $M_z = 6 \cdot 10^{27}$ г, радиус Земли $R_z = 6,4 \cdot 10^3$ км. Орбиту Земли считать круговой, поверхность Земли — абсолютно поглощающей.

2А. Как изменится частота малых колебаний поршня в вертикальном цилиндре с водородом после его изобарического охлаждения, в результате которого объем газа уменьшился в 7 раз. Начальная температура газа $T = 280$ К. Частота колебаний атомов в молекуле водорода $\nu_H = 1,28 \cdot 10^{14}$ Гц, среднее расстояние между ними $a = 0,75$ Å. Теплообменом с окружающей средой и трением в процессе колебаний пренебречь. Газ считать идеальным.

3А. В рамках американской программы СОИ рассматривалась космическая пушка, представляющая собой короткий и широкий соленоид, в центр которого помещают небольшие сверхпроводящие шарики, выталкиваемые полем вдоль его оси. Оцените максимальное ускорение шарика плотности $\rho = 1$ г/см³ в процессе разгона, полагая, что в центре соленоида длиной $L = 1$ см и диаметром $2R = 1$ м создано и поддерживается постоянным поле $H_0 = 10^4$ Э.

4А. Под действием облучения алюминиевой пластины происходит выбивание электрона с K -оболочки, а затем происходит электронный переход с L -оболочки на K -оболочку и последующее испускание другого электрона с L -оболочки в вакуум (KLL -переход) — Оже-эффект. Энергия этого электрона $E_1 = 1400$ эВ. При аналогичном LMM -переходе энергия электрона $E_2 = 80$ эВ. Энергия ионизации K -электрона в алюминии $I_K = 1960$ эВ. Оценить по водородоподобной модели эффективный заряд ядра для M -оболочки. Работой выхода пренебречь.

5А. Источником энергии Солнца являются термоядерные реакции pp -цикла, в результате которого происходит слияние четырех протонов с образованием альфа-частицы. При этом выделяется энергия 26,73 МэВ. Определите плотность потока нейтрино на Земле, если поток солнечного излучения у ее поверхности составляет 0,136 Вт/см². Энергией нейтрино можно пренебречь.

Государственный экзамен по физике

1	2	3	4	5	Σ

III курс

18 января 2015 года

ВАРИАНТ Б

1Б. Насколько изменится из-за теплового излучения Солнца период обращения Земли вокруг Солнца за $\tau = 10^6$ лет? Температуру поверхности Солнца $T_c = 6000$ К и его радиус $R_c = 7 \cdot 10^5$ км считать постоянными, а массу $M_c = 2 \cdot 10^{33}$ г — мало меняющейся за указанное время. Орбиту Земли считать круговой.

2Б. После откачки внешнего атмосферного давления P_a частота малых колебаний поршня площадью $S = 10$ см² в вертикальном цилиндре с водородом уменьшилась от $\nu_0 = 1,8$ до $\nu_1 = 0,4$ Гц. Найти массу поршня и количество молей газа в цилиндре. Температуру газа в процессе откачки считать неизменной и равной $T_0 = 300$ К. Частота колебаний атомов в молекуле водорода $\nu_H = 1,28 \cdot 10^{14}$ Гц, среднее расстояние между ними $a = 0,75$ Å. Теплообменом с окружающей средой и трением в процессе колебаний пренебречь. Газ считать идеальным. Как изменится исходная частота колебаний, если температуру газа понизить до $T'_0 = 200$ К?

3Б. Во сколько раз можно увеличить жесткость пружины, поместив на ее концах два одинаковых заряда?

4Б. Под действием облучения кремниевой пластины происходит выбивание K -электрона, а затем происходит электронный переход с L -оболочки на K -оболочку и последующее испускание другого электрона с L -оболочки в вакуум (KLL -переход) — Оже-эффект. Энергия этого электрона $E_1 = 1600$ эВ. Энергия ионизации K -электрона в кремнии $I_K = 2300$ эВ. Найти энергию электрона при LMM -переходе, если эффективный заряд ядра для M -оболочки в водородоподобной модели равен 9. Работой выхода пренебречь.

5Б. В 2014 г. детектор BOREXINO впервые зарегистрировал солнечные нейтрино, образующиеся в pp -цикле при слиянии двух протонов в дейтрон. Какова максимальная кинетическая энергия образующихся нейтрино? Энергия покоя протона 938,272 МэВ, дейтрона 1875,612 МэВ, электрона 0,511 МэВ.

Государственный экзамен по физике

1	2	3	4	5	Σ

III курс

18 января 2015 года

ВАРИАНТ В

1В. Насколько изменится из-за теплового излучения Солнца радиус орбиты обращения Земли вокруг Солнца за $\tau = 10^6$ лет? Температуру поверхности Солнца $T_c = 6000$ К и его радиус $R_c = 7 \cdot 10^5$ км считать постоянными, а массу $M_c = 2 \cdot 10^{33}$ г — мало меняющейся за указанное время. Орбиту Земли считать круговой радиусом $R = 150 \cdot 10^6$ км.

2В. После откачки внешнего атмосферного давления P_a частота малых колебаний поршня площадью $S = 10$ см² в вертикальном цилиндре с водородом уменьшилась от $\nu_0 = 1,8$ до $\nu_1 = 0,5$ Гц. Найти массу поршня и количество молей газа в цилиндре. Начальная температура газа $T_0 = 300$ К. Частота колебаний атомов в молекуле водорода $\nu_H = 1,28 \cdot 10^{14}$ Гц, среднее расстояние между ними $a = 0,75$ Å. Теплообменом с окружающей средой при откачке и колебаниях, а также трением пренебречь. Как изменится исходная частота колебаний, если начальную температуру понизить до $T'_0 = 40$ К?

3В. В рамках американской программы СОИ рассматривалась космическая пушка, представляющая собой длинный и узкий соленоид, в центр которого помещают небольшие сверхпроводящие шарики, выталкиваемые полем вдоль его оси. Оцените максимальную скорость шарика плотности $\rho = 1$ г/см³ в процессе разгона, полагая что в центре соленоида длиной $L = 1$ м и диаметром $2R = 1$ см создано и поддерживается постоянным поле $H_0 = 10^5$ Э.

4В. Под действием облучения магниевой пластины происходит выбивание K -электрона, а затем происходит электронный переход с L -оболочки на K -оболочку и последующее испускание другого электрона с L -оболочки в вакуум (KLL -переход) — Оже-эффект. Найти энергию этого электрона, если энергия ионизации K -электрона в магнии $I_K = 1600$ эВ. Эффективный заряд ядра для L -оболочки магния в водородоподобной модели равен 8,5. Работой выхода пренебречь.

5В. В 2014 г. детектор BOREXINO впервые зарегистрировал солнечные нейтрино, образующиеся в pp -цикле при слиянии двух протонов в дейтрон. В 100 т сверхчистого сцинтиллятора, у которого $A/Z = 2$, где A, Z — атомное число и заряд ядра, регистрируется за день в среднем 145 актов рассеяния нейтрино на электронах. Оцените сечение рассеяния, если поток нейтрино на поверхности Земли составляет $f = 6,6 \cdot 10^{10}$ с⁻¹ · см⁻². Энергия нейтрино много больше энергии связи электронов сцинтиллятора.

ВАРИАНТ А

1А. (Ципенюк, Раевский) Сила притяжения Земли к Солнцу является центростремительной силой при круговом движении Земли по орбите:

$$M_3\omega^2 R = \gamma \frac{M_c M_3}{R^2}.$$

При учете давления излучения из правой части надо будет вычесть создаваемую им силу. Оценим ее. Мощность, излучаемая с поверхности Солнца $W_c = \sigma T_c^4 4\pi R_c^2$, на Землю попадает часть этой мощности, равная

$$W_3 = \sigma T_c^4 4\pi R_c^2 \frac{\pi R_3^2}{4\pi R^2} = \sigma T_c^4 \pi R_c^2 \frac{R_3^2}{R^2}.$$

Поскольку все поглощаемые фотоны передают не только энергию, но и импульс, то получаем силу давления излучения

$$F = \frac{W_3}{c} = \frac{\sigma T_c^4 \pi R_c^2 R_3^2}{c} \frac{1}{R^2}.$$

Откуда получаем третий закон Кеплера

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{\gamma}{4\pi^2} M_c \left(1 - \frac{\sigma T_c^4 \pi R_c^2 R_3^2}{\gamma M_3 c M_c} \right).$$

Видно, что этот эффект сводится к эффективному уменьшению массы Солнца ΔM_c . Оценим относительное изменение

$$\frac{\Delta M_c}{M_c} = \frac{\sigma T_c^4 \pi R_c^2 R_3^2}{\gamma M_3 c M_c} = 1,9 \cdot 10^{-14}.$$

Переходя к малым приращениям, получим

$$\frac{3\Delta R}{R} - 2\frac{\Delta T}{T} = -\frac{\Delta M_c}{M_c}.$$

Поскольку сила давления излучения в силу симметрии является центральной, то сохраняется момент количества движения Земли: $L = m\omega R^2 = 2\pi m R^2/T = \text{const}$, откуда

$$\frac{2\Delta R}{R} = \frac{\Delta T}{T}.$$

Комбинируя эти два соотношения, получим, что увеличение радиуса орбиты составляет

$$\Delta R = \frac{\Delta M_c}{M_c} R \approx 0,3 \text{ см.}$$

Отметим, что $\Delta R \approx 10^{-12} |\Delta R_{\text{орб}}|$, где $\Delta R_{\text{орб}}$ — изменения R за счёт эллиптичности орбиты Земли.

2А. (Гелиев) Для адиабатического процесса $PV^\gamma = \text{const}$, откуда для небольших относительных изменений $\Delta P/P = -\gamma \Delta V/V$. Уравнение малых колебаний поршня вблизи положения равновесия

$$M\ddot{x} = \Delta P \cdot S = -\gamma PS \frac{\Delta V}{V} = -\gamma \frac{PS^2}{V} x,$$

и для частоты колебаний получим

$$\omega^2 = \frac{\gamma PS^2}{MV}.$$

Отсюда отношение частот

$$\frac{\omega'}{\omega} = \sqrt{\frac{\gamma' V}{\gamma V'}} = \sqrt{\frac{7\gamma'}{\gamma}}.$$

Для расчета показателя адиабаты $\gamma = (C_V + R)/C_V$ необходимо оценить величины колебательного и вращательного квантов энергии. Для колебательного кванта $h\nu_{\text{Н}}/k = 6100 \text{ К} \gg T = 280 \text{ К}$, и соответствующие степени свободы не возбуждаются. Для вращательного кванта

$$\frac{\hbar^2}{\mu a^2 k} = \frac{2\hbar^2}{m_p a^2 k} = 172 \text{ К} < T = 280 \text{ К},$$

и эти степени свободы при комнатных и близких к ним температурах необходимо учитывать. Таким образом, для показателя адиабаты получаем:

$$\gamma = \frac{(3/2 + 2/2 + 1)}{(3/2 + 2/2)} = \frac{7}{5}.$$

Используя уравнение состояния для идеального газа, нетрудно найти температуру, которую он приобрел в результате изобарического охлаждения:

$$T' = \frac{TV'}{V} = \frac{280}{7} = 40 \text{ K} \ll 172 \text{ K}.$$

Здесь уже необходимо учитывать замораживание вращательных степеней свободы. В этом случае показатель адиабаты становится равным

$$\gamma' = \frac{3/2 + 1}{3/2} = \frac{5}{3},$$

и для отношения частот окончательно получаем

$$\frac{\omega'}{\omega} = \sqrt{\frac{7 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 7}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 2,9.$$

3А. (Кубышкин) Магнитное поле короткого и широкого соленоида может быть представлено как поле на оси кругового витка с током

$$H(x) = \frac{2\pi R^2 I}{c(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

причем поле в центре витка

$$H_0 = \frac{2\pi I}{cR},$$

откуда имеем

$$H(x) = \frac{H_0 R^3}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Сверхпроводящий шарик радиусом r приобретает в поле H магнитный дипольный момент

$$\vec{p} = -\frac{1}{2}r^3\vec{H}.$$

Ускоряющая сила равна

$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla})\vec{H} = -\frac{1}{2}r^3 H \frac{\partial \vec{H}}{\partial x} = m\ddot{\vec{x}}.$$

Подставляя и дифференцируя по x , получаем для ускорения

$$\ddot{x} = \frac{3H}{8\pi\rho} \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{9H_0^2 R^6}{8\pi\rho} \frac{x}{(R^2 + x^2)^4}.$$

Еще раз дифференцируя по x , убеждаемся, что максимальное значение этого ускорения достигается при $x = \frac{R}{\sqrt{7}}$, причем оно равно

$$\ddot{x}_{\max} = \frac{9H_0^2}{8\pi\rho R\sqrt{7}(8/7)^4} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ см/с}^2.$$

Указание: Ставить полный балл за грубую оценку поля как H_0 , а его градиента как H_0/R , что даёт практически тот же результат

$$\ddot{x}_{\max} = \frac{3H_0^2}{8\pi\rho R} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ см/с}^2.$$

4А. (Прут, С.Гуденко, Раевский) Обозначим энергии электронов на K , L , M -оболочках через E_K , E_L , E_M . Тогда для KLL -процесса можно записать энергетическое соотношение

$$E_1 = E_L + E_L - E_K = 2E_L - E_K.$$

Для LMM -процесса $E_2 = 2E_M - E_L$. Из этих уравнений, исключая E_L , получаем

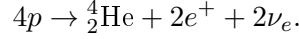
$$E_M = \frac{1}{4}(E_1 + 2E_2 + E_K).$$

Поскольку

$$I_K = -E_K, \quad \text{то} \quad E_M = \frac{1}{4}(E_1 + 2E_2 - I_K) = \frac{1}{4}(1560 - 1960) = -100 \text{ эВ}.$$

По водородоподобной модели $E_M = -13,6(Z_{\text{eff}}^2/n^2)$. Для M -оболочки $n = 3$, и мы получаем $Z_{\text{eff}} \simeq 8,1$.

5А. (Савров) Как следует из условия, при образовании α -частицы два протона превращаются в два нейтрона. Уравнение реакции имеет вид



Разделив поток энергии излучения Солнца на энергию, выделившуюся в результате реакции (энергия нейтрино составляет всего около 2%), и умножив на 2, получим поток солнечных нейтрино на Земле:

$$\frac{2 \cdot 0,136 \text{ Вт/см}^2}{26,73 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}} = 63,5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}.$$

Заметим, что поток, регистрируемый детектором BOREXINO, равен $(66 \pm 7) \cdot 10^9 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$, т.е. прекрасно совпадает с полученным результатом.

ВАРИАНТ Б

1Б. (Ципенюк, Раевский) Центростремительное ускорение Земли создает сила притяжения к Солнцу:

$$\omega^2 R = \gamma \frac{M_c}{R^2},$$

откуда получаем третий закон Кеплера

$$R^3 = \frac{\gamma}{4\pi^2} M_c T^2.$$

Переходя к малым приращениям, получим

$$\frac{3\Delta R}{R} = \frac{\Delta M_c}{M_c} + 2\frac{\Delta T}{T}.$$

Поскольку в процессе выгорания Солнца сила притяжения Земли к Солнцу остается центральной, то сохраняется момент количества движения Земли: $L = m\omega R^2 = 2\pi m R^2/T = \text{const}$, откуда

$$\frac{2\Delta R}{R} = \frac{\Delta T}{T}.$$

Комбинируя эти два соотношения, получим

$$\frac{\Delta M_c}{M_c} = -\frac{\Delta T}{2T}, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta M_c}{M_c} = -\frac{\Delta R}{R}.$$

Потери энергии излучения Солнца $\Delta E = \sigma T_c^4 4\pi R_c^2 \tau$, что соответствует потере массы $\Delta M_c = \Delta E/c^2$. Относительное изменение массы Солнца за указанный период

$$\frac{\Delta M_c}{M_c} = \frac{\Delta E}{M_c c^2} = -8 \cdot 10^{-8}.$$

Поскольку $\Delta M_c < 0$, то период обращения Земли по орбите увеличится на

$$\Delta T = 2T \frac{|\Delta M_c|}{M_c} \simeq 5 \text{ с}.$$

Примечание. Как видно, изменение массы Солнца за указанное время ничтожно, т.е. предположение о постоянстве указанных в задаче параметров справедливо. Что касается выделяющихся на Солнце нейтрино, то, как показано в задачнике на стр. 474 (задача 6.257 ГОС), она составляет пренебрежимо малую долю от уносимой фотонами энергии (см. также 5А).

Второе решение. Поскольку процесс происходит очень медленно, то для решения можно использовать адиабатический инвариант, который равен $I = E/\omega$. Здесь $E = -\gamma M_c/2R$ — полная

энергия Земли при движении в поле тяготения Солнца, ω — частота обращения Земли вокруг Солнца. Таким образом имеем

$$I = -\gamma \frac{M_c T}{2R2\pi} = \text{const},$$

откуда, как и в первой задаче,

$$\frac{\Delta M_c}{M_c} + \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta R}{R}.$$

2Б. (С. Гуденко) Как показано в 2А, частота колебаний

$$\omega^2 = \frac{\gamma P S^2}{M V}.$$

Используя уравнение состояния для идеального газа (это можно делать ввиду того, что условия не сильно отличаются от нормальных), это соотношение можно переписать в виде

$$\omega^2 = \frac{\gamma P S^2}{M V} = \frac{\gamma P^2 S^2}{M N k T_0}.$$

Отсюда для отношения частот имеем:

$$\frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{P_0}{P_1} = \frac{Mg + P_a S}{Mg} = \frac{1,8}{0,4} = 4,5,$$

откуда масса поршня

$$M = \frac{P_a S}{(4,5 - 1)g} = 3 \cdot 10^3 \text{ г},$$

и число молей газа

$$r = \frac{N}{N_A} = \frac{\gamma(Mg + P_a S)^2}{M k N_A T_0 (2\pi\nu_0)^2} = 1,79 \cdot 10^{-2} \gamma.$$

Для расчета показателя адиабаты необходимо оценить величины колебательного и вращательного квантов энергии. Для колебательного кванта $h\nu_H/k = 6100 \text{ К} \gg T_0 = 300 \text{ К}$, и соответствующие степени свободы не возбуждаются. Для вращательного кванта

$$\frac{\hbar^2}{\mu a^2 k} = \frac{2\hbar^2}{m_p a^2 k} = 172 \text{ К} < T'_0 < T_0,$$

и эти степени свободы при комнатных и близких к ним температурах необходимо учитывать. Таким образом, для показателя адиабаты получаем:

$$\gamma = \frac{3/2 + 2/2 + 1}{3/2 + 2/2} = \frac{7}{5}.$$

Подставляя это значение в выражение для r , получаем ответ для количества газа $r = N/N_A = 2,5 \cdot 10^{-2}$ моль. При уменьшении начальной температуры до 200 К вращательные степени свободы остаются еще возбужденными, и показатель адиабаты остается прежним. Поэтому

$$\nu'_0 = \nu_0 \sqrt{T_0/T'_0} = 1,22\nu_0 = 2,2 \text{ Гц}.$$

3Б. (Мейлихов) Потенциальная энергия системы

$$U = \frac{kx^2}{2} + \frac{q^2}{L+x},$$

где k , L — начальная жесткость и начальная длина пружины, соответственно, x — её растяжение, q — заряд. В отсутствии внешних сил равновесное растяжение x_0 определяется условием $(\partial U/\partial x)_{x=x_0} = 0$, из которого следует

$$kx_0 = \frac{q^2}{(L+x_0)^2}. \quad (1)$$

Эффективная жесткость пружины есть

$$k_{\text{eff}} = \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right|_{x=x_0} = k + \frac{2q^2}{(L+x_0)^3}. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), находим

$$k_{\text{eff}} = k \left(1 + \frac{2}{1 + L/x_0} \right),$$

откуда следует, что максимальная жесткость пружины достигается при $x_0 \rightarrow \infty$ (то есть при $q \rightarrow \infty$) и составляет $3k$. Таким образом, в условиях задачи жесткость пружины может увеличиться не более, чем в 3 раза.

4Б. (Прут, С.Гуденко, Раевский) Аналогично задаче 4А, энергетические соотношения имеют вид $E_1 = E_L + E_L - E_K = 2E_L - E_K$, $E_2 = 2E_M - E_L$. Из этих уравнений, исключая E_L , получаем

$$E_2 = \frac{1}{2}(4E_M - E_K - E_1).$$

По водородоподобной модели $E_M = -13,6(Z_{\text{eff}}^2/n^2)$. Для M -оболочки $n = 3$, и мы получаем $E_M = -125$ эВ. Поскольку

$$I_K = -E_K, \quad \text{то} \quad E_2 = \frac{1}{2}(-4 \cdot 125 + 2300 - 1600) = 100 \text{ эВ}.$$

5Б. (Савров) Исходя из закона сохранения электрического заряда и лептонного числа, запишем уравнение реакции (учитывая, что $d = \{pn\}$)

$$p^+ + p^+ = d + e^+ + \nu_e.$$

Выделившаяся энергия распределяется между позитроном и нейтрино, поэтому энергии нейтрино распределены непрерывно в интервале от нуля до E_ν^{max} . Последняя соответствует покоящемуся позитрону.

$$E_\nu^{\text{max}} = 2m_p - m_d - m_e = 0,42 \text{ МэВ}.$$

ВАРИАНТ В

1В. (Ципенюк, Раевский) Решение аналогично 1Б. Радиус орбиты увеличится на

$$\Delta R = R \frac{|\Delta M_c|}{M_c} = 12 \text{ км}.$$

2В. (С. Гуденко) Как следует из решения задачи 2А, отношение частот можно записать следующим образом:

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 = \frac{P_0 V_1}{P_1 V_0} = \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}},$$

и для отношения давлений

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{Mg + P_a S}{Mg} = \left(\frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma+1}}.$$

Для расчета показателя адиабаты $\gamma = (C_V + R)/C_V$ необходимо оценить величины колебательного и вращательного квантов энергии. Для колебательного кванта $h\nu_H/k = 6100 \text{ К} \gg T_0 = 300 \text{ К}$, и соответствующие степени свободы не возбуждаются. Для вращательного кванта

$$\frac{\hbar^2}{\mu a^2 k} = \frac{2\hbar^2}{m_p a^2 k} = 172 \text{ К} < T_0,$$

и эти степени свободы при комнатных и близких к ним температурах необходимо учитывать. Таким образом, для показателя адиабаты получаем:

$$\gamma = \frac{3/2 + 2/2 + 1}{3/2 + 2/2} = \frac{7}{5}.$$

Подставляя это значение в выражение для отношения давлений, получим:

$$\frac{P_0}{P_1} = \left(\frac{1,8}{0,5} \right)^{7/6} = 4,45,$$

откуда масса поршня

$$M = \frac{P_a S}{(4,45 - 1)g} = 3 \cdot 10^3 \text{ г}.$$

Используя уравнение состояния для идеального газа (это можно делать ввиду того, что условия несильно отличаются от нормальных), выражение для частоты колебаний можно переписать в виде

$$\omega_0^2 = \frac{\gamma P_0^2 S^2}{MNkT_0} = \frac{\gamma(Mg + P_a S)^2}{MNkT_0},$$

откуда для числа молей газа

$$r = \frac{N}{N_A} = \frac{\gamma(Mg + P_a S)^2}{MkN_A T_0 (2\pi\nu_0)^2} = 2,5 \cdot 10^{-2}.$$

Найдем температуру газа сразу после откачки атмосферы. Уравнение адиабаты для идеального газа можно переписать в виде $T_1/T_0 = (P_1/P_0)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, откуда, используя выражение для отношения квадратов частот, получим:

$$T_1 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_0 \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}} = 195 \text{ К.}$$

Видно, что вращательные степени свободы остаются еще возбужденными, и наше рассмотрение вполне корректно. При уменьшении начальной температуры до 40 К необходимо учитывать замораживание вращательных степеней свободы. В этом случае показатель адиабаты становится равным

$$\gamma' = \frac{3/2 + 1}{3/2} = \frac{5}{3},$$

и исходная частота колебаний

$$\nu'_0 = \nu_0 \sqrt{\frac{\gamma' T_0}{\gamma T'_0}} = \nu_0 \sqrt{\frac{300 \cdot 5/3}{40 \cdot 7/5}} = 3\nu_0 = 5,4 \text{ Гц.}$$

3В. (Кубышкин) Как показано в решении задачи 3А, сила, выталкивающая сверхпроводящий шарик радиусом r из поля H , равна

$$F = r^3 \frac{H}{2} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right).$$

Работу этой силы приравняем кинетической энергии шарика:

$$A = \int_0^\infty F dx = \frac{r^3}{2} \int_0^{H_0} H dH = \frac{r^3 H_0^2}{4} = \frac{4}{3} \pi \rho r^3 \frac{v^2}{2}.$$

Отсюда имеем ответ

$$v = H_0 \sqrt{\frac{3}{8\pi\rho}} \approx 340 \text{ м/с.}$$

Указание: Ставить полный балл за более грубую оценку, не учитывающую работу источника питания соленоида на создание дополнительного магнитного поля вне сверхпроводящего шарика вблизи него. Так, простое приравнивание плотностей энергии $\frac{\rho v^2}{2} = \frac{H_0^2}{8\pi}$ дает для скорости несколько заниженную, но правдоподобную (в условиях прочих приближений задачи) величину $v = H_0 \sqrt{\frac{1}{4\pi\rho}} \approx 280 \text{ м/с.}$

4В. (Прут, С.Гуденко, Раевский) Аналогично задаче 4А, энергетические соотношения имеют вид $E_1 = E_L + E_L - E_K = 2E_L - E_K$. По водородоподобной модели $E_L = -13,6(Z_{\text{эф}}^2/n^2)$. Для L -оболочки $n = 2$, и мы получаем, что $E_L = -245 \text{ эВ}$. Поскольку $E_K = -I_K$, то $E_1 = 1600 - 490 = 1110 \text{ эВ}$.

5В. (Савров) Число актов рассеяния в секунду dN/dt выражается формулой $\frac{dN}{dt} = \sigma_{e\nu} \cdot f \cdot N_e$, где $\sigma_{e\nu}$ — сечение рассеяния нейтрино на электронах (усредненное по энергии) и N_e — полное число электронов в детекторе. Таким образом, для сечения получаем оценку

$$\sigma_{e,\nu} = \frac{dN/dt}{f N_e} = \frac{A m_N}{f Z M} \frac{dN}{dt} = 0,8 \cdot 10^{-45} \text{ см}^{-2}.$$

Обсуждение письменной работы 22 января в 8-45 в Главной физической аудитории