

# Разбор задачи. Термодинамика

Конспект №2

## 1. Задачи на общие сведения.

1HT:  $\delta Q = dU + \delta A$   
(ЗСЭ)

ф-я сост. (прибор показывает, только внутр. энергию и работу и не показывает, сколько  $Q$  и  $A$ )  
неср-я сост.

Энтропия  $dS = \frac{\delta Q}{T}$  ← для квазистатич. процессов

$> 0$

$< 0$

процесс  
ТАН возможен

—||—  
невозможен

## Задача расширение в вакуум.



теплопроводящая стенка

1) убираем перегородку  
← газ расш. в вакуум.

$\delta Q = 0$  (теплопроводящая стенка)

$\delta A = 0$  (газ не в. рад.)

$dU = 0 \Rightarrow T = \text{const}$

из газ.  $U$  зависит только от  $T$

2) Для из. газа

$\Delta S = c_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0} > 0$   
"0"  $\frac{V}{V_0}$

$\Rightarrow$  газ расшир., а обрат. процесс невозможен ( $\Delta S < 0$ )

1HT+2HT:  $TdS = dU + pdV$

• Энthalпия: хим. рн — при  $p = \text{const}$

• Свобод. энергия Геймбоуца:  $TV = \text{const} \Rightarrow$  пов. явления

• Свобод. энергия Гиббса:  $T, p = \text{const} \Rightarrow$  фаз. переход.

мен. баланс нет тех параметров  
хим. пот-н (включить/выключить 1 моль)



Изопроцессы 1) Изотермия, изобара, изохора

2) Адиабата ( $\delta Q = 0$ )

$pV^\gamma = \text{const.}$ ,  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  - показатель адиабаты

3) Полипроцесс ( $C = \text{const}$ )

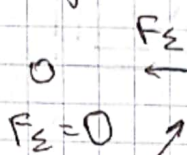
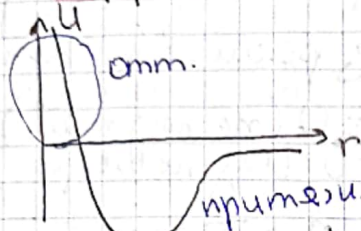
def Теплоемкостью  $C = \frac{\delta Q}{dT}$

$pV^n = \text{const}$ ,  $n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$  - показатель полипроцесса

$\parallel C = 0 \Rightarrow \text{адиабата} \parallel$

Реальный газ (ВгВ): Поправки:

• на рр моль (газ шариков, а не мет. точек)  $\Rightarrow$  нельзя считать газ до ро



на границе  
мгновенно

$pV = RT$  - идеал. газ

$(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$

притяж.  
(внеш. моль)

отт. (рр. моль)



$S_1 = S_2$  (Уланден)

перехл. моль

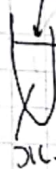
внеш. не  
ведут иде  
кал идеал. газ

→ спинодаль

на ней все крайние точки

внутренние газа

отт.



- зерно

непонятно,  
меньше пропан

$U_{ВгВ} = c_v T - \frac{a}{V}$

Rem газ расш. в вакуум

$\delta Q = 0, \delta A = 0 \Rightarrow dU = 0$

$V \uparrow \Rightarrow T \downarrow$

$V_{кр} = 3b, T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}, p_{кр} = \frac{8a}{27b^2}$

$\pi = p/p_{кр}$   
 $\varphi = V/V_{кр}$   
 $\tau = T/T_{кр}$

$(\pi + \frac{3}{\varphi^2})(\varphi - \frac{1}{3}) = \frac{8}{3}\tau$



Th 0 равнораспре по степеням свободы

На  $\nu$  ст. свободы где  $\mu_{\text{мол}} = kT/2$ .

Число м.д. в м.д.

1) Пост. ст. св. (3)

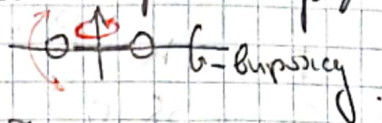
$$0 = C = 0$$

2) Вращ. ст. св.

// уровни энергии и вращ. момент

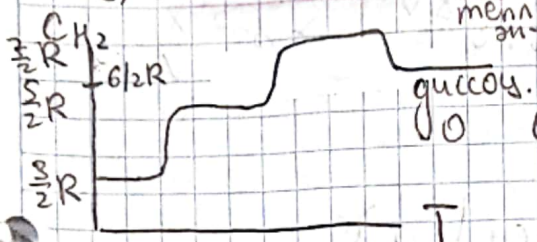
$$kT = \frac{h^2}{2I}$$

2-лин. мола  
3-клин.



3) Конед. ст. св.

$kT = h\nu$  (оценки  $\Rightarrow$  забл. на  $1/2$ )



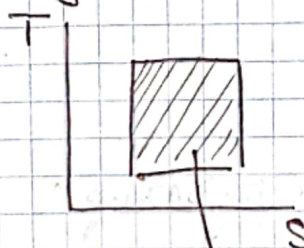
Пот. ст. пружин +  
+ клин Е шариков

$$kT/2 + kT/2 = kT$$

Тепловые машины



$$S = A_{\text{газа в цикле}}$$



работа.

Цикл Карно -  $2T = \text{const} +$

$$+ 2 Q = \text{const (адиаб.)}$$

макс. КПД

др. цикл и у зурер и адиабат - внутри квадрата  $\Rightarrow$  у Карно макс КПД

Распре Больцмана

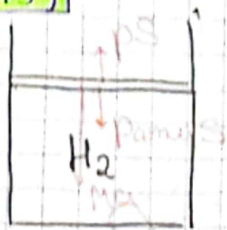
-распре по уровням E

$$N \sim e^{-U/kT}$$

хар. темп.  $U/kT$

число частиц с энергией E (часть уровня)  
пот. энергия на уровне E

2A (2015)



V

T = 280 K

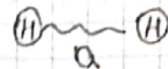


V/7 = V'

p = const

$$D = 1,28 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$$

$$a = 0,75 \text{ \AA}$$

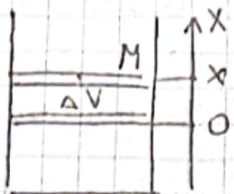


Термодинамический процесс

адиабатический процесс

$$1) pV^\gamma = \text{const.} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = -\gamma \frac{\Delta V}{V}$$

2)



$$M\ddot{x} = \Delta p \cdot S = -\gamma p S \frac{\Delta V}{V} = -\gamma p S^2 \frac{x}{V}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \gamma \frac{p S^2}{M V}$$

Реш. p = const, т.к. сверху газом p\_атм = const.  
Мен. V и \gamma.

$$\frac{\omega}{\omega'} = \sqrt{\frac{\gamma'}{\gamma} \cdot \frac{V'}{V}} = \sqrt{7 \frac{\gamma'}{\gamma}}$$

3) Найдем, какие уровни разрешены.

$$T_{\text{вол}} \sim \frac{h\nu}{k} \approx 6100 \text{ K} \gg 280 \text{ K} \Rightarrow \text{волн}$$

$$V \downarrow \Rightarrow T \downarrow$$

$$T_{\text{вращ}} \sim \frac{1}{k} \frac{\hbar^2}{2 \left( \frac{m_p a^2}{2} \right)} \approx 170 \text{ K} \Rightarrow \text{при } T = 280 \text{ K} \text{ вращ}$$



$$I = \mu r^2 \text{ — момент инерции}$$

Поле \downarrow объема:  $\frac{T'}{T} = \frac{V'}{V} = \frac{1}{7} \Rightarrow T' \approx 40 \text{ K} \Rightarrow \text{вращ и волн}$

$$\gamma = \frac{\frac{3}{2} + \frac{2}{2} + 1}{\frac{3}{2} + \frac{2}{2}} = \frac{7}{5}$$

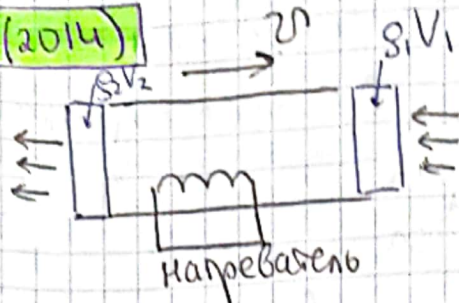
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{R C_p + R}{R C_v} \text{ — где } C_p, C_v \text{ — теплоемкости}$$

$$\gamma' = \frac{3/2 + 1}{3/2} = 5/3$$

$$4) \frac{\omega}{\omega'} = \sqrt{\frac{25}{3}} \approx 3$$



1A(2014)



воздух пропач. силою тиску, нагрівається  $\Rightarrow$  давлення справа і слева від трубки різне  $\Rightarrow$  сила тиску

1)  $F_{\text{тисн}} = m \Delta v = m v \cdot \frac{\Delta v}{v}$   
тиснує швидкість

2) ЗС маси:

$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

$$S_1 v_1 S = S_2 v_2 S$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{V_1}{V_2} \rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

3) ЗСД.

$$q = p \Delta V + \Delta U + \Delta K$$

конт. тепло, конт. передає нагрів в трубку

$$\Delta K = m v \Delta v = m v^2 \frac{\Delta v}{v} = m v^2 \frac{\Delta T}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma R \Delta T}{\gamma R T / \mu} v^2 = \frac{m}{\mu} \gamma R \Delta T \left( \frac{v}{c} \right)^2 \ll 1 \quad (v = 1 \text{ км/с})$$

швидкість звуку в повітрі  $c \approx 340 \text{ м/с}$

$$q = (u_2 + p_2 V_2) - (u_1 + p_1 V_1) = H_2 - H_1 = c_p \Delta T \cdot \frac{m}{\mu}$$

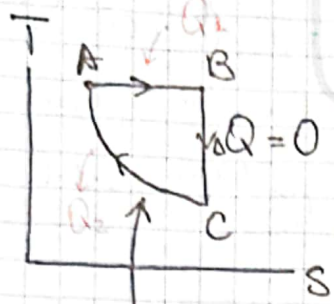
$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

4)  $F_{\text{тисн}} = m v \frac{\Delta T}{T} = \frac{v \mu q}{c_p T} = (\gamma - 1) \frac{v q}{c^2} = \beta v$   
 $q = \frac{\beta c^2}{\gamma - 1} \approx 3 \text{ Вт/м} //$   
сила шпрингу

// ефект Доплера - Томсона - пропуск газу пористого середу  
 $\Delta T \downarrow \uparrow$  реал / ідеал газ

2A (2018)

Рем. раб. темо не изв.  $\Rightarrow$  пользуемся, что  $\Delta S_{\text{замкн}} = 0$  (ТА и потт. по замкн. конт.)



$$c = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dS \cdot T}{dT}$$

$$dS = c \frac{dT}{T}$$

$$S = c \ln T$$

$$e^S = e^c \cdot T$$

$$T = \exp\left(\frac{S}{c}\right)$$

$$c < 0 \Rightarrow \downarrow$$

$$\eta - ? \quad T_A / T_c = 4$$

$$\eta = \frac{A_{\text{ном}}}{Q_{\text{ном}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{омб}}|}{|Q_{\text{ном}}|}$$

$$\bullet AB: T = \text{const}, \quad dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \delta Q > 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  тепло входит в сист.

$$\bullet BC: Q = 0$$

$\bullet CA$ : тепло отв, потому что гр. вар. тем.

$$Q_1 = T_A (S_c - S_A)$$

$$Q_2 = c \int_{T_c}^{T_A} dT = -|c| (T_A - T_c)$$

$$S_A - S_c = \int_c^A dS = \int_{T_c}^{T_A} \frac{c dT}{T} = -|c| \ln \frac{T_A}{T_c}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|c| (T_A - T_c)}{T_A \cdot |c| \ln (T_A / T_c)} = 1 - \frac{\frac{T_A}{T_c} - 1}{\frac{T_A}{T_c} \ln (T_A / T_c)}$$

$$= 1 - \frac{3}{4 \ln 4} = 0.46 //$$



2A.2011)

BgB

$$V_0 = 3V_{кр} \\ T_0 = 1,5 T_{кр}$$

$$C = \text{const}$$

$$V_1 = 2V_{кр} \quad (T_1)$$

2) расш. в вакуум

$$V_2 = 3V_{кр}$$

$$T_2 = 2,275 T_{кр}$$

1) Ур. политропы: BgB

$$pV^n = \text{const (уг. r)} \leftrightarrow p(V - \alpha\beta)^n = \text{const} \\ T(V - \alpha\beta)^{R/(C - c)} = \text{const.}$$

$$T_1 = 1,5 T_{кр} \left( \frac{V_0 - \alpha\beta}{V_1 - \alpha\beta} \right)^{R/(C - c)} = 1,5 T_{кр} \left( \frac{3V_0 - 1}{3V_1 - 1} \right)^{\frac{R}{C - c}}$$

2) Расш. в ваку.  $\Rightarrow U = \text{const}$

$$2,275 T_{кр} = T_1 - \frac{\alpha\beta}{Cv} \left( \frac{1}{2V_{кр}} - \frac{1}{3V_{кр}} \right)$$

$$C = \frac{3R}{2} - R \frac{\ln \left( \frac{3V_0 - 1}{3V_1 - 1} \right)}{\ln \left[ \frac{T_2}{T_0} + \frac{3}{4V_0} \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_0} \right) \right]} = \frac{R}{2} //$$

## 2. Разовые переходы

Ур-е Клапейрона-Клаузиуса:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q - \text{удел. теплоота при перех.}}{T(v_2 - v_1)}$$

$$\text{удел. теплоота } v = \frac{V}{m}, p v = \frac{1}{\mu} R T$$

$$p_{\text{нп}}(T) = p_0 \exp \left[ \frac{\lambda}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) \right]$$

нап. пар.  
из жидк

теплота исп-я

2A (2019)

$$\left( \frac{r}{p_{\text{ж}}} \right)_{60\%V} \rightarrow \left( \frac{r}{p_{\text{ж}}} \right)_{100\%V}$$

$$g(T_0) = 0,42 \quad g(T) = 0,28$$

$$T_0 - ? \quad T_{\text{жр}} \text{ згрупа} = 467\text{K}$$

$$g_r(T_{\text{жр}}) = 0,265$$

(BgB)

$$1) \text{ЗСМаси} \quad 0,6g_{\text{жк}} + 0,4g_{\text{н}} = g_{\text{жк}}(T')$$

$$0,6 + 0,4 \frac{g_{\text{н}}}{g_{\text{жк}}} = \frac{g_{\text{жк}}(T')}{g_{\text{жк}}} = \frac{0,28}{0,42} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{g_{\text{н}}}{g_{\text{жк}}} = \frac{1}{6}$$

$$2) \varphi_{\text{жк}} = \frac{V_{\text{жк}}}{V_{\text{жр}}} = \frac{g_{\text{жр}}}{g_{\text{жк}}} = \frac{0,265}{0,42} \approx 0,63$$

$$\varphi_{\text{н}} = \frac{g_{\text{жр}}}{g_{\text{н}}} = \frac{g_{\text{жр}}}{g_{\text{жк}}} \cdot \frac{g_{\text{жк}}}{g_{\text{н}}} = 3,78$$

$$3) \text{Ур. коз:} \quad \left( \pi + \frac{3}{\varphi^2} \right) \left( \varphi - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \tau$$

$$\left( \pi + \frac{3}{(0,63)^2} \right) \left( 0,63 - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \tau$$

$$\left( \pi + \frac{3}{(3,78)^2} \right) \left( 3,78 - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \tau$$

$$\pi \approx 0,48 \quad \tau \approx 0,89 \Rightarrow T = 418\text{K}$$



1A(2013)  $T_0 = 18^\circ\text{C}$ ,  $\varphi = 90\%$ ,  $m_0 = 7\text{кг}$  - паров  $\text{H}_2\text{O}$

$T = 30^\circ\text{C}$ ,  $\varphi = ?$ ,  $m = 10\text{кг}$

$\lambda = 2420\text{ Дж/(кг} \cdot \text{с)}$  - исп-е

$$p(T) = \varphi p_{\text{нас. пар}}(T)$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{mT}{m_0 T_0} \cdot \frac{p_{\text{нас}}(T_0)}{p_{\text{нас}}(T)} \underset{\text{и.и.}}{=} \frac{mT}{m_0 T_0} \exp \left[ \frac{\lambda \mu}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \Rightarrow \Rightarrow \varphi \approx 0,66 //$$

2A(2017)  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $\varphi = 60\%$

$h$  - макс. влажность воздуха - ?

при  $H \leq 1\text{ км}$   $T(h) = T_0 - \alpha h$ ,  $\alpha = 6,4\text{ г/км}$

$T_0 = 293\text{ К} \Rightarrow p_{\text{нас}}(T_0) = 2,34 \cdot 10^3\text{ Па}$

$\lambda_{\text{исп}} = 2420\text{ Дж/(кг} \cdot \text{с)}$ .  $\alpha H \ll T_0$

i) Давление от влаги:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{dp}{dh} = - \frac{\rho \mu g}{h R T(h)} \\ \int_{\varphi p_0}^{p(h)} \frac{dp}{p} = - \int_0^h \frac{\mu g dh}{R T_0 (1 - \frac{\alpha h}{T_0})} \end{array} \right\}$$

$$p(h) = \varphi p_0 \left( 1 - \frac{\alpha h}{T_0} \right)^{\mu g / (\alpha R)}$$

$$\Rightarrow p(h) \underset{\text{и.и.}}{=} p_0 \exp \left[ - \frac{\mu \lambda}{R} \left( \frac{\alpha h}{T_0^2} \right) \right]$$

$$\uparrow \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}$$

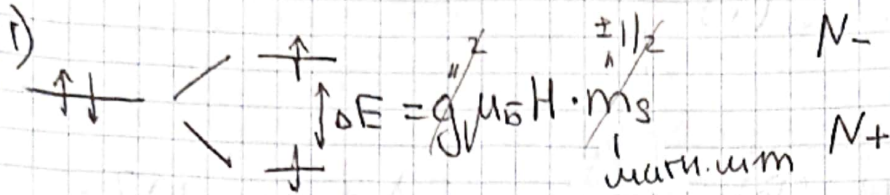
### 3. Распределение Больцмана

28(2012)

парамагнетики

$$T = 4,2 \text{ K}, H = 6,25 \text{ Тл}. S_{\text{шотт}} = \frac{1}{2}, g = 2, N = 6 \cdot 10^{23}$$

$$\ln N! \approx N \ln N$$



$$N_+ = N_0 \exp\left[\frac{\mu H}{kT}\right]$$

$$N_- = N_0 \exp\left[-\frac{\mu H}{kT}\right] \quad \cdot \frac{\mu H}{kT} = x$$

$$N = N_+ + N_- \Rightarrow N_0 = \frac{N}{e^x + e^{-x}}$$

2)  $Q = T \Delta S =$

$$S = k \ln G = k \ln \frac{N!}{N_+! N_-!} = k N (\ln(2 \cosh x) - x \tanh x)$$

статистическое  
(используем способ  
можно решить методом Лагранжа)