

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 + (1 - 4\alpha)x_1x_2 + (3 + 4\alpha)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $1 + x$ ,  $3x$ ,  $-2x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_0^2 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 2x - 5 + \frac{8}{x - 3}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int e^{3\sqrt{x-1}} dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к эллипсу  $x^2 + \frac{y^2}{5} = 1$ , проведенных из точки  $A(2; 1)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^2)^{5+1/x} - \sqrt{1 + 2x}}{\operatorname{tg}(x + \cos x - 1) - x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(0, 3)$  функции  $w = \sqrt{e^x + y}$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o(x^2 + (y - 3)^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \left( \frac{nx^2}{n^3 + x^3} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x \, dx}{(1+x^2)(e^x-1)^\alpha}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 3e^t, \\ \dot{y} = 2x + 2y - 3e^t. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' - y = 4y^2 e^{3x}$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{2x}(y'^2 + 3y^2) + yy' - 6y) \, dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = e^{-2} - e.$$

---

- 14.③ Найти точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$2x^2 + xy + 3y^2 + z^2 - 9x - 31y + 2z + 58 = 0.$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$ , разложив функцию  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ , где  $0 \leq x \leq \pi$ , в ряд Фурье по косинусам.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (y^3 - x^2 y - 2 \cos x) \, dx + 4xy^2 \, dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 2$ ,  $\pi/3 \leq \varphi \leq \pi/2$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 2$ ,  $z \geq 0$ ,  $2x - 3y + z - 23 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z-i|=4} \frac{\operatorname{ch} z \, dz}{z(z-2)^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 + (5 + 2\alpha)x_1x_2 + (\alpha - 3)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $-1, 2x - 1, 3x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_{-1}^2 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 3 - x + \frac{9}{2 - x}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \sin(2\sqrt{x+5}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к гиперболе  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$ , проведенных из точки  $A(-1; 2)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 3x^2)^{1+2/x} - \cos 2x + 6x}{\sin(5x + \operatorname{ch} 4x - 1) - 5x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 0)$  функции  $w = \ln(2x - e^y)$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x - 1)^2 + y^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{nx}{1+n^4x^4}\right)$  на сходимости и равномерную сходимости на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимости интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^3) \ln^\alpha(1+x)}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - 2e^{-t}, \\ \dot{y} = 3x + y - 10e^{-t}. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' + 2y = 2y^{3/2}e^{2x}$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{-5x}(y'^2 - 6y^2) + 4yy' + 12y) dx, \quad y(0) = -1, \quad y(1) = e^5 - 2e^2.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$x^2 - xy + 2y^2 - z^2 + 2x - 15y + 2z + 37 = 0.$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ , разложив функцию  $f(x) = |x - \pi|$ , где  $0 \leq x \leq 2\pi$ , в ряд Фурье.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (4x^2y + 3e^x) dx + (x^3 - xy^2) dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/6$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 3$ ,  $z \geq 0$ ,  $5x - y + z - 15 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z+i|=5} \frac{\operatorname{sh} z dz}{(z+3)(z+1)^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 + (3 + 4\alpha)x_1x_2 + (4\alpha - 1)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $1 + 3x$ ,  $-x$ ,  $2x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_1^2 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 3x + 2 + \frac{3}{x+1}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \operatorname{sh}(3\sqrt{x-2}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к эллипсу  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ , проведенных из точки  $A(1; -2)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 2x^2)^{4+3/x} - \operatorname{ch} 2x + 6x}{\ln(3x + \cos x) - 3x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 0)$  функции  $w = e^{x^2-1+2\sin y}$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x-1)^2 + y^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{th} \left( \frac{n^2 x^2}{1 + n^5 x^5} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg^\alpha x \cdot (1 + x^3) dx}{e^x - 1}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y - 11e^{-2t}, \\ \dot{y} = x + y - 5e^{-2t}. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' + 2y = 3y^2 e^x$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{-2x}(y'^2 + 3y^2) + 2yy' - 18y) dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 3e^2 - 2e^3.$$

---

- 14.③ Найти точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$x^2 + 2xy + 3y^2 + z^2 - 4x + 4y + 4z + 7 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 9}$ , разложив функцию  $f(x) = \sin \frac{3}{2}x$ , где  $0 \leq x \leq \pi$ , в ряд Фурье по косинусам.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (y^3 - 2x^2y) dx + (5xy^2 + \sin y) dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 3$ ,  $\pi/3 \leq \varphi \leq 2\pi/3$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найти объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $z \geq 0$ ,  $3x + y + z - 16 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z|=3} \frac{\cos z dz}{(z - 2i)z^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 + (3 - 2\alpha)x_1x_2 + (5 + \alpha)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $4, 3x + 2, x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 3 - 2x - \frac{8}{x + 2}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \cos(2\sqrt{x+4}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к гиперболе  $\frac{x^2}{5} - y^2 = 1$ , проведенных из точки  $A(3; 2)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 2x^2)^{3-1/x} - \sqrt[3]{1-6x}}{\operatorname{sh}(4x + \cos 3x - 1) - 4x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(0, 1)$  функции  $w = \sqrt{e^x + 3y}$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o(x^2 + (y-1)^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{nx^3}{n^4 + x^4} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln^\alpha(1+x) dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg} x}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = 7x + 2y - 12e^t, \\ \dot{y} = -6x + 9e^t. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' + 4y = 4y^{3/2}e^x$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{-5x}(y'^2 - 4y^2) - 3yy' + 8y) dx, \quad y(0) = 3, \quad y(1) = 2e + e^5.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$x^2 + xy + 2y^2 - z^2 - 7x - 14y + 4z + 25 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ , разложив функцию  $f(x) = |2x| - \pi$ , где  $-\pi \leq x \leq \pi$ , в ряд Фурье.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (3x^2y^2 - y + 2 \operatorname{ch} x) dx + (x + 2x^3y) dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 2$ ,  $\pi/4 \leq \varphi \leq 2\pi/3$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 5$ ,  $z \geq 0$ ,  $2x + 3y + z - 18 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z+1|=6} \frac{\sin z dz}{(z-3i)z^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)



Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 + (1 + 4\alpha)x_1x_2 + (4\alpha - 3)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $1 - x$ ,  $2x$ ,  $x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_0^3 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 4 - x + \frac{4}{2 - x}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \operatorname{ch}(3\sqrt{x-5}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к эллипсу  $\frac{x^2}{7} + y^2 = 1$ , проведенных из точки  $A(-2; 2)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 2x^2)^{3-1/x} - \cos 4x - 2x}{\operatorname{arctg}(x + \operatorname{ch} 4x - 1) - x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 0)$  функции  $w = \ln(3x - 2e^y)$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x-1)^2 + y^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \left( \frac{n^2 x^3}{n^5 + x^5} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^2) \ln^\alpha(1+x)}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y + 3e^{2t}, \\ \dot{y} = 8x - y - 19e^{2t}. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' + 3y = 2y^2 e^x$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{-3x}(y'^2 - 2y^2) - 5yy' + 16y) dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 4e^3 - 3e^2.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$x^2 - xy + 4y^2 + z^2 - 8x + 19y + 4z + 26 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ , разложив функцию  $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq \pi/2, \\ 0, & \pi/2 < x < \pi, \end{cases}$  в ряд Фурье по косинусам.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} 5x^2 y dx + (x^3 - 2xy^2 + \operatorname{sh} y) dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/4$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 6$ ,  $z \geq 0$ ,  $x - 2y + z - 20 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z-i|=5} \frac{\operatorname{ch} z dz}{(z+2)(z-1)^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 + (2\alpha - 5)x_1x_2 + (\alpha - 3)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $3, x + 1, 2x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_1^3 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 3x + 1 + \frac{12}{x + 1}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int e^{2\sqrt{x+3}} dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к гиперболе  $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ , проведенных из точки  $A(2; -2)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - 3x^2)^{2+1/x} - \operatorname{ch} x + 3x}{\operatorname{tg}(2x + \cos 3x - 1) - 2x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 1)$  функции  $w = \operatorname{arctg}(xy)$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x - 1)^2 + (y - 1)^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{nx^3}{n^4 + x^4}\right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x \, dx}{x^\alpha(1+x)}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 2y + 13e^{-t}, \\ \dot{y} = 3x + 3y + 5e^{-t}. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' - 2y = 6y^{3/2}e^{2x}$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{-4x}(y'^2 - 3y^2) + 6yy' - 12y) \, dx, \quad y(0) = 3, \quad y(1) = 5e^3 - 2e^4.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$2x^2 + xy + 4y^2 - z^2 - 5x + 22y + 6z + 33 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1}$ , разложив функцию  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ , где  $0 \leq x \leq \pi$ , в ряд Фурье по косинусам.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (y^3 + x^2y) \, dx + (2xy^2 - 2e^y) \, dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 3$ ,  $\pi/6 \leq \varphi \leq \pi/2$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 2$ ,  $z \geq 0$ ,  $5x + 3y + z - 31 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z+i|=4} \frac{\operatorname{sh} z \, dz}{(z-1)(z+2)^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 - (3 + 4\alpha)x_1x_2 + (1 + 4\alpha)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $2 - 3x, -2x, x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_{-1}^1 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 2x + 7 + \frac{2}{x - 1}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \sin(3\sqrt{x+1}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к эллипсу  $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{9} = 1$ , проведенных из точки  $A(-3; -1)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - x^2)^{5+2/x} - (1 + 4x)^{-1/2}}{\arcsin(3x + \operatorname{ch} x - 1) - 3x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(0, 1)$  функции  $w = \sqrt{3e^x + y}$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o(x^2 + (y - 1)^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \left( \frac{nx}{1+n^3x^3} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^2)(e^x-1)^\alpha}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x + 3y - 10e^{-2t}, \\ \dot{y} = -4x - 3y + 5e^{-2t}. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' - 2y = 3y^2e^x$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{-3x}(y'^2 + 4y^2) - 3yy' - 24y) dx, \quad y(0) = -1, \quad y(1) = 3e^3 - 4e^4.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$2x^2 - xy + 4y^2 + z^2 - 19x - 3y + 2z + 41 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ , разложив функцию  $f(x) = \frac{\pi}{2} - \left| x - \frac{\pi}{2} \right|$ , где  $0 \leq x \leq \pi$ , в ряд Фурье по синусам.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (2x^2y - 2 \operatorname{sh} x) dx + (x^3 + xy^2) dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 2$ ,  $\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 3$ ,  $z \geq 0$ ,  $4y - 3x + z - 30 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z|=4} \frac{\sin z dz}{z(z+2i)^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 - (3 + 2\alpha)x_1x_2 + (5 + \alpha)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $2, x - 2, -x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_0^3 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 6 - x - \frac{9}{x + 2}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \operatorname{sh}(2\sqrt{x-3}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к гиперболе  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1$ , проведенных из точки  $A(-1; 3)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 3x^2)^{4-1/x} - \cos x + 3x}{\sin(2x + \cos 3x - 1) - 2x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(2, 0)$  функции  $w = \ln(x - e^y)$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x-2)^2 + y^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{nx}{1+n^5x^5} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x \, dx}{(1+x^2) \ln^\alpha(1+x)}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y + e^t, \\ \dot{y} = -x - y + 5e^t. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' - 4y = 2y^{3/2}e^{-x}$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{4x}(y'^2 - 3y^2) + 7yy' + 12y) \, dx, \quad y(0) = 5, \quad y(1) = 3e^{-3} + 2e^{-4}.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$x^2 - 2xy + 2y^2 + z^2 - 8x + 12y - 4z - 12 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 9}$ , разложив функцию  $f(x) = \sin \frac{3}{2}x$ , где  $0 \leq x \leq \pi$ , в ряд Фурье по косинусам.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (y^3 + 2x^2y) \, dx + (xy^2 + 3 \cos y) \, dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 1$ ,  $\pi/3 \leq \varphi \leq 5\pi/6$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $z \geq 0$ ,  $3x + 2y + z - 14 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z+2|=5} \frac{\operatorname{ch} z \, dz}{(z-i)z^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)



Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 + (1 + 4\alpha)x_1x_2 + (3 + 4\alpha)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $2 - x$ ,  $3x$ ,  $x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_1^3 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 3x + 1 + \frac{3}{x - 5}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \cos(3\sqrt{x+2}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к эллипсу  $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ , проведенных из точки  $A(1; 3)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 3x^2)^{4+1/x} - \sqrt{1 + 6x}}{\operatorname{tg}(2x + \operatorname{ch} x - 1) - 2x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 0)$  функции  $w = e^{2x^2 - 2 - \sin y}$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x - 1)^2 + y^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{th} \left( \frac{nx^4}{n^5 + x^5} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}^\alpha x \, dx}{x \ln^2(1+x)}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y + 3e^{2t}, \\ \dot{y} = x + 6y - 6e^{2t}. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' + 2y = y^2 e^{3x}$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^{3x}(y'^2 + 4y^2) + 5yy' + 8y) \, dx, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = 3e^{-4} - e^{-3}.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$3x^2 + 2xy + y^2 - z^2 - 16x - 12y + 2z + 53 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ , разложив функцию  $f(x) = \frac{\pi}{2} - |x|$ , где  $-\pi \leq x \leq \pi$ , в ряд Фурье.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} (y^4 - 2y + 5 \sin x) \, dx + (4xy^3 + 2x) \, dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 3$ ,  $\pi/6 \leq \varphi \leq \pi/3$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 5$ ,  $z \geq 0$ ,  $x - 3y + z - 21 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z+1|=3} \frac{\cos z \, dz}{z(z+i)^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ**  
2021/2022 учебный год  
**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Фамилия студента \_\_\_\_\_

№ группы \_\_\_\_\_

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

- 1.③ Составить систему линейных уравнений, задающих линейную оболочку системы векторов

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- 2.③ Найти все значения параметра  $\alpha$ , при которых квадратичная форма  $\alpha x_1^2 - (5 + 2\alpha)x_1x_2 + (3 + \alpha)x_2^2$  положительно определена, отрицательно определена, полуопределена, не определена?

- 3.③ Найти матрицу Грама системы векторов  $-3, x - 1, 2x^2$  в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 со скалярным произведением, заданным формулой

$$(f, g) = \int_0^2 f(x)g(x) dx.$$

- 4.④ Найти асимптоты, точки локального экстремума и перегиба, промежутки монотонности, выпуклости вверх и вниз, построить график функции  $y = 3 - 2x - \frac{8}{x + 3}$ .

- 5.② Найти интеграл  $\int \operatorname{ch}(2\sqrt{x-1}) dx$ .

- 6.⑤ Составить уравнения касательных к гиперболе  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ , проведенных из точки  $A(2; 3)$ .

- 7.⑤ Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 4x^2)^{3+1/x} - \operatorname{ch} 2x - 4x}{\operatorname{arctg}(2x + \cos 3x - 1) - 2x}$ .

- 8.④ Найти первый и второй дифференциал в точке  $M(1, 0)$  функции  $w = e^{3x^2-3+\sin y}$ . Разложите функцию  $w$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $M$  до  $o((x-1)^2 + y^2)$ .

- 9.③ Исследовать функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left( \frac{n^2 x^2}{1 + n^4 x^4} \right)$  на сходимость и равномерную сходимость на множествах  $E_1 = (0, 1)$  и  $E_2 = (1, +\infty)$ .
- 

- 10.④ Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha dx}{\ln(1+x)(e^x - 1)}$  в зависимости от параметра.
- 

- 11.④ Решить систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 3y + 11e^{-t}, \\ \dot{y} = 2x + 3y + 8e^{-t}. \end{cases}$$

---

- 12.④ Решить дифференциальное уравнение  $y' + 6y = 2y^{3/2}e^{2x}$ .
- 

- 13.④ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int_0^1 (e^x(y'^2 + 6y^2) - 4yy' + 12y) dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2e^{-3} - e^{-1}.$$

---

- 14.③ Найдите точки локального экстремума функции  $z(x, y)$ , заданной неявно уравнением:

$$x^2 + 2xy + 4y^2 - z^2 - 14x - 44y - 12z + 89 = 0$$

---

- 15.④ Вычислить сумму числового ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ , разложив функцию  $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & \frac{\pi}{2} < x < \pi, \end{cases}$  в ряд Фурье по косинусам.
- 

- 16.③ Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\gamma} x^2 y dx + (2xy^2 + x^3 + 2 \operatorname{ch} y) dy,$$

по границе  $\gamma$  кругового сектора  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi/3$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты. Обход контура против часовой стрелки.

---

- 17.④ Найдите объем тела, заданного неравенствами:  $x^2 + y^2 \leq 6$ ,  $z \geq 0$ ,  $2x + y + z - 11 \leq 0$ .
- 

- 18.④ Вычислить интеграл (обход контура против часовой стрелки):  $\oint_{|z-2|=4} \frac{\operatorname{sh} z dz}{(z+i)z^2}$ .
- 

"Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено"

С положением ознакомлен: \_\_\_\_\_ (Фамилия студента)