

Отчёт по лабораторной работе №6.11.1  
Определение ширины запрещенной зоны  
полупроводника

Плюскова Н.А. Б04-004

17 сентября 2023 г.

# 1. Аннотация

В работе исследуется температурная зависимость проводимости типичного полупроводника - германия или кремния. Исследуется зависимость  $\sigma(T)$  с помощью универсального цифрового вольтметра В7-34А, по полученным значениям определяется ширина запрещенной зоны полупроводника.

## 2. Теоретическое введение

### 2.1 Температурная зависимость проводимости металлов

Свойства металлов достаточно хорошо описываются *моделью свободных электронов*: в отсутствии внешних полей электроны движутся прямолинейно и с постоянной скоростью, столкновения их друг с другом и с ионами считаются мгновенными.

При наличии постоянного электрического поля  $E$  возникает постоянный ток, и дрейфовая скорость электронов равна:

$$v_d = \frac{eE\tau}{m}$$

Здесь  $\tau$  - время релаксации.

Из закона Ома, плотность тока  $j$  пропорциональна напряженности поля  $E$ :  $j = \sigma E$ ,  $\sigma$  - удельная проводимости вещества.

С учетом выражения для плотности тока  $j = env_d$ , где  $n$  - концентрация электронов, получим:

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Концентрация  $n$  электронов в зоне проводимости мало зависит от температуры, а время релаксации  $\tau$  уменьшается при нагревании из-за увеличения числа фононов. Причем в большом диапазоне температур верно:

$$\sigma_m \propto 1/T$$

### 2.2 Температурная зависимость проводимости полупроводников

Проводимость в полупроводниках зависит от количества электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне.

Вероятность заполнения  $f(\epsilon)$  энергетических уровней электронами определяется функцией Ферми:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\epsilon - \mu}{kT}\right)}$$

Здесь  $\epsilon$  - значение энергии уровня в зоне проводимости,  $\mu$  - уровень Ферми.

В приближении  $(\epsilon - \mu) \gg kT$  имеем:

$$f(\epsilon) \approx \exp\left(-\frac{\epsilon - \mu}{kT}\right)$$

При небольших температурах электроны занимают нижние уровни, то есть  $\epsilon \approx \epsilon_c$ ,  $\epsilon_c$  - энергия, соответствующая дну зоны проводимости. Тогда количество электронов  $n_n$  равно:

$$n_n = Q_n \cdot f(\epsilon) \approx Q_n \exp\left(-\frac{\epsilon_c - \mu}{kT}\right)$$

Здесь  $Q_n$  - количество занятых электронами уровней.

Вероятность возникновения дырки равна  $1 - f(\epsilon)$ . В рассматриваемом приближении энергию дырок будем считать равной энергии верхней границы валентной зоны  $\epsilon_v$ , тогда число дырок  $n_p$  в валентной зоне определяется аналогично:

$$n_p = Q_p \cdot (1 - f(\epsilon)) \approx Q_p \exp\left(\frac{\epsilon_v - \mu}{kT}\right)$$

В чистых полупроводниках  $n_n \approx n_p$ , следовательно верно:

$$n_p n_n = n^2 = Q_n Q_p \exp\left(-\frac{\epsilon_c - \epsilon_v}{kT}\right)$$

Ширину запрещенной зоны обозначим  $\Delta = \epsilon_c - \epsilon_v$ , тогда получим:

$$n \propto \exp\left(-\frac{\Delta}{2kT}\right)$$

В присутствии электрического поля  $E$  средняя скорость  $v$  носителя заряда пропорциональна ему:  $v \propto E$ .

Плотность тока в случае полупроводника запишется так:  $j = j_n + j_p = |e|(n_n v_n + n_p v_p) \propto nE$ , где индексы  $n$  и  $p$  соответствуют электронам и дыркам. Из полученной пропорциональности следует температурная зависимость проводимости полупроводника:

$$\sigma_s \propto \exp\left(-\frac{\Delta}{2kT}\right)$$

### 3. Экспериментальная установка

Для изучения зависимости  $\sigma(T)$  используется установка, изображенная на рис.1

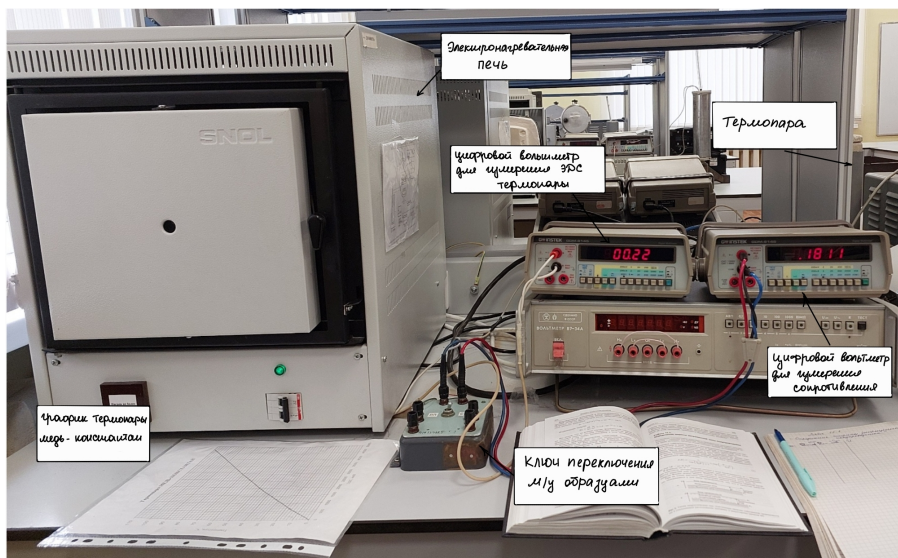


Рис. 1: Установка по измерению зависимости  $\sigma(T)$

Параметры рассматриваемых образцов:

- Медный образец:  $l = 13,4$  м;  $d = 0,07$  мм
- Полупроводниковый образец:  $a = c = 4,1$  мм;  $b = 39,2$  мм

В режиме измерения сопротивления на пределах 1 кОм погрешность в процентах не превышает

$$\pm[0,015 \pm 0,02(R_k/R_x - 1)],$$

где  $R_k$  - включенный предел измерений,  $R_x$  - значение измеряемой величины в килоомах.

Постоянная термопары равна  $41 \cdot 10^{-6}$  В/К.

## 4. Результаты эксперимента и обработка данных

Запишем параметры образцов:

- $l_{Cu} = 13.4$  мм
- $S_{Cu} = 4.9 \cdot 10^{-3}$  мм<sup>2</sup>
- $l_{pp} = 39.2$  мм
- $S_{pp} = 16.81$  мм<sup>2</sup>

Используем график термопары медь-константан для перевода показаний вольтметра в градусы (см. рис. 2):

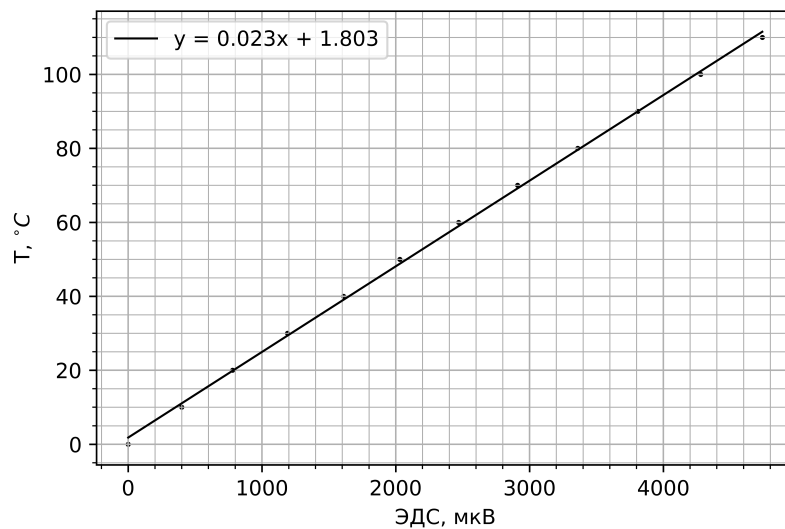


Рис. 2: Градуировочный график медь-константан

Измерим зависимость удельной теплопроводности полупроводника и металла от температуры (см. таблицы 1 и 2 ) и построим соответствующие графики (рис. 3 и рис. 4):

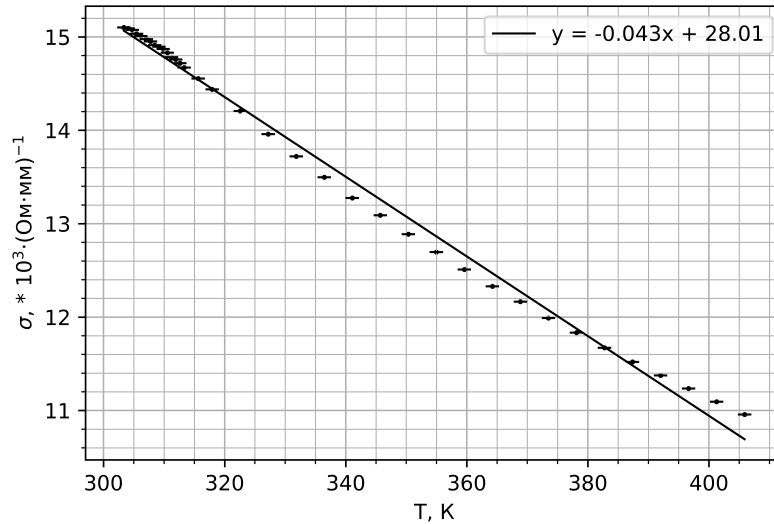


Рис. 3: Зависимость  $\sigma(T)$  для медного образца

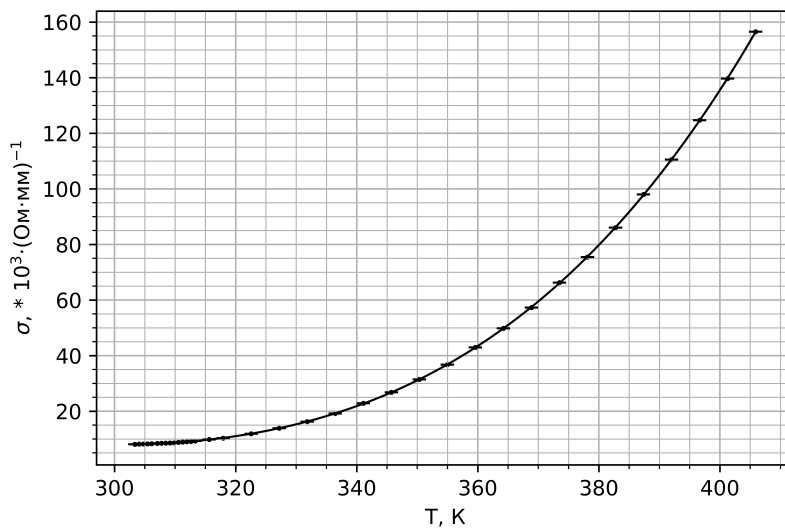


Рис. 4: Зависимость  $\sigma(T)$  для полупроводникового образца

Таким образом, исходя из данных графика 3, определим температурный коэффициент сопротивления меди по наклону графика.

Температурный коэффициент сопротивления определяется следующим образом:

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{\sigma S}{l} \frac{d}{dT} \left( \frac{l}{\sigma S} \right) = -\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT} = (31,79 \pm 0,91) \cdot 10^3 \text{ K}^{-1}$$

Как видно из графиков,  $\sigma$  для меди уменьшается линейно, в то время как у полупроводника её значение экспоненциально возрастает (аппроксимировали полиномом 4 степени  $y = 2.36 \cdot 10^{-7}x^4 - 2.51 \cdot 10^{-4}x^3 + 0.11x^2 - 20.95x + 1683$ ). Свойства проводимости металлов хорошо описываются *моделью свободных электронов*: в отсутствие внешних полей электроны движутся с постоянной скоростью прямолинейно, столкновения считаются мгновенными. В большом диапазоне температур получаем зависимость проводимости для металлов  $\sigma \propto 1/T$

В то же время для полупроводника условием протекания тока является попадание электрона в зону проводимости, и вероятность электрона оказаться там экспоненциально зависит от температуры:  $\sigma \propto \exp\left(-\frac{\Delta}{2kT}\right)$

Для полупроводникового образца построим график  $\ln(\sigma) = f\left(\frac{1}{T}\right)$  (см.рис 5 и таблицу 3).

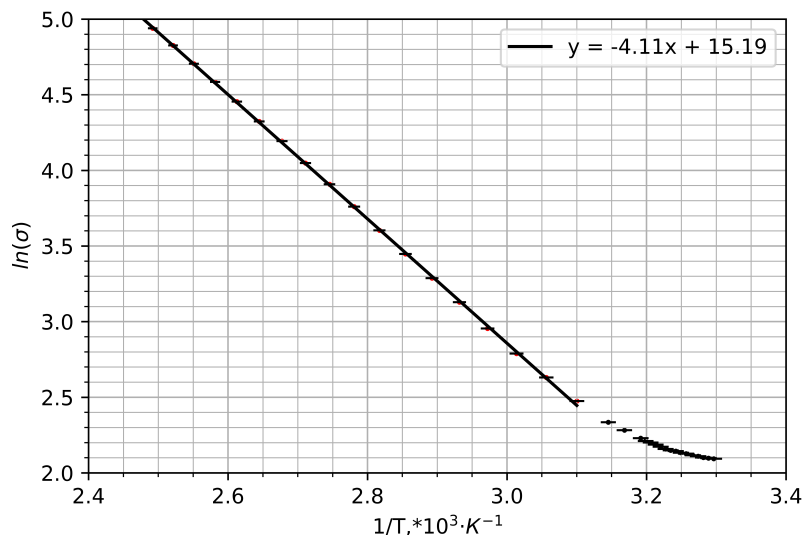


Рис. 5: Зависимость  $\ln(\sigma)(1/T)$  для полупроводникового образца

По наклону его линейной части найдем ширину запрещенной зоны:

$$\Delta = -2kk_B = (0.71 \pm 0.05) \text{ эВ}$$

Найденное значение в пределах  $\sigma$  соответствует ширине запрещенной зоны **германия** (табл.  $\Delta_{Ge} = 0,70$  эВ) при температурах порядка 300 K

## 5. Вывод

В работе были исследованы проводимости металла и полупроводника в зависимости от температуры - результаты согласуются с теорией. В количественные оценки входили:

- значение температурного коэффициента сопротивления меди:  $\alpha = (31,79 \pm 0,91) \cdot 10^3 \text{ K}^{-1}$
- значение ширины запрещенной зоны полупроводника, материал которого нужно было определить:  $\Delta = 0,71 \pm 0,05$  эВ, что соответствует табличным данным для германия.

## 6. Приложение

$R_{Cu}$ , Ом	$U$ , мВ	$T$ , К	$\sigma_T$ , К	$\sigma_{Cu} \cdot 10^3 \cdot (\text{Ом} \cdot \text{мм})^{-1}$	$\sigma_{\sigma_{Cu}} \cdot 10^3 \cdot (\text{Ом} \cdot \text{мм})^{-1}$
181,1	0,24	303,4	1,1	15,10	0,01
181,2	0,27	304,1		15,09	
181,4	0,30	304,7		15,08	
181,9	0,33	305,4		15,03	
182,2	0,36	306,1		15,01	
182,6	0,40	307,1		14,98	
182,9	0,43	307,8		14,95	
183,4	0,46	308,5		14,91	
183,6	0,49	309,1		14,89	
183,9	0,52	309,8		14,87	
184,4	0,55	310,5		14,83	
185	0,58	311,2		14,78	
185,3	0,61	311,9		14,76	
185,8	0,64	312,6		14,72	
186,4	0,67	313,3		14,67	
187,9	0,77	315,6		14,55	
189,4	0,87	317,9		14,44	
192,5	1,07	322,6		14,21	
195,9	1,27	327,2		13,96	
199,3	1,47	331,8		13,72	
202,6	1,67	336,5		13,50	
206	1,87	341,1		13,28	
208,9	2,07	345,7		13,09	
212,2	2,27	350,3		12,89	
215,4	2,47	355,0		12,70	
218,6	2,67	359,6		12,51	
221,8	2,87	364,2		12,33	
224,8	3,07	368,9		12,17	
228,1	3,27	373,5		11,99	
231,1	3,47	378,1		11,83	
234,3	3,67	382,7		11,67	
237,4	3,87	387,4		11,52	
240,4	4,07	392,0		11,38	
243,4	4,27	396,6		11,24	
246,5	4,47	401,3		11,09	
249,6	4,67	405,9		10,96	

Таблица 1: Результаты измерений зависимости  $\sigma_{Cu}(T)$

$R_{\text{ин}}, \text{ОМ}$	$U, \text{мВ}$	$T, \text{К}$	$\sigma_T, \text{К}$	$\sigma_{\text{ин}}, \cdot 10^3 \cdot (\text{ОМ} \cdot \text{мм})^{-1}$	$\sigma_{\sigma_{\text{ин}}}, \cdot 10^3 \cdot (\text{ОМ} \cdot \text{мм})^{-1}$
287,6	0,24	303,4	1,1	8,11	0,01
286,4	0,27	304,1		8,14	
285,1	0,30	304,7		8,18	
282,7	0,33	305,4		8,25	
281,1	0,36	306,1		8,30	
277,8	0,40	307,1		8,39	
276,2	0,43	307,8		8,44	
273,3	0,46	308,5		8,53	
272	0,49	309,1		8,57	
269,4	0,52	309,8		8,66	
265,4	0,55	310,5		8,79	
261,8	0,58	311,2		8,91	
258,1	0,61	311,9		9,04	
255,6	0,64	312,6		9,12	
250,9	0,67	313,3		9,29	
238	0,77	315,6		9,80	
225,7	0,87	317,9		10,33	
196,2	1,07	322,6		11,89	
168	1,27	327,2		13,88	
143,4	1,47	331,8		16,26	
121,5	1,67	336,5		19,19	0,02
102,1	1,87	341,1		22,84	
87,1	2,07	345,7		26,77	0,03
74,2	2,27	350,3		31,43	0,04
63,5	2,47	355,0		36,72	0,06
54,3	2,67	359,6		42,95	0,08
46,8	2,87	364,2		49,83	0,11
40,7	3,07	368,9		57,30	0,14
35,2	3,27	373,5		66,25	0,19
30,9	3,47	378,1		75,47	0,24
27,1	3,67	382,7		86,05	0,32
23,8	3,87	387,4		97,98	0,41
21,1	4,07	392,0		110,52	0,52
18,7	4,27	396,6		124,70	0,67
16,7	4,47	401,3		139,64	0,84
14,9	4,67	405,9		156,51	1,05

Таблица 2: Результаты измерений зависимости  $\sigma_{\text{ин}}(T)$



$\ln \sigma$	$\sigma_{\ln \sigma}$	$\frac{1}{T}, \text{K}^{-1}$	$\sigma_{\frac{1}{T}}, \text{K}^{-1}$
2,09	0,01	3,30	0,01
2,10		3,29	
2,10		3,28	
2,11		3,27	
2,12		3,27	
2,13		3,26	
2,13		3,25	
2,14		3,24	
2,15		3,23	
2,16		3,23	
2,17		3,22	
2,19		3,21	
2,20		3,21	
2,21		3,20	
2,23		3,19	
2,28		3,17	
2,34		3,15	
2,48		3,10	
2,63		3,06	
2,79		3,01	
2,95		2,97	
3,13		2,93	
3,29		2,89	
3,45		2,85	
3,60		2,82	
3,76		2,78	
3,91		2,75	
4,05		2,71	
4,19		2,68	
4,32		2,64	
4,45		2,61	
4,58		2,58	
4,71		2,55	
4,83		2,52	
4,94		2,49	
5,05		2,46	

Таблица 3: Данные графика зависимости  $\ln \sigma(\frac{1}{T})$