

Вариант 1

1. ③

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_2 + 4x_3 - x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha > 1/20$ положительно определена, при $\alpha = 1/20$ положительно полуопределена, при $\alpha < 1/20$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 26/3 & 14 & -40/3 \\ 14 & 24 & -24 \\ -40/3 & -24 & 128/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = \frac{2(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$, $y'' = \frac{16}{(x-3)^3}$, $y_{\min} = y(5) = 9$, $y_{\max} = y(1) = -7$.

5. ② $\frac{2}{3}\sqrt{x-1} \cdot e^{3\sqrt{x-1}} - \frac{2}{9}e^{3\sqrt{x-1}} + C$

6. ⑤ $2x - y - 3 = 0$ и $2x + 3y - 7 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= 6x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= -\frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$, итого -12 .

8. ④ $dw = \frac{1}{4}(dx + dy)$, $d^2w = \frac{7}{32}dx^2 - \frac{1}{16}dx dy - \frac{1}{32}dy^2$,
 $w(x, y) = 2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}(y - 3) + \frac{7}{64}x^2 - \frac{1}{32}x(y - 3) - \frac{1}{64}(y - 3)^2 + o(x^2 + (y - 3)^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_1 равномерно: $|u_n(x)| \leq \arctg \frac{1}{n^2} \sim \frac{1}{n^2}$; на E_2 неравномерно: $u_n(n) = \arctg(1/2)$.

10. ④ Сходится при $0 \leq \alpha < 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} e^t$.

12. ④ $y = (Ce^{-x} - e^{3x})^{-1}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + e^{-2x}$, допустимая экстремаль $y = e^{-2x} - e^x$.

14. ③ $(1, 5, 4)$ — максимум, $(1, 5, -6)$ — минимум.

15. ④ $f(x) = \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-4}{\pi(4n^2 - 1)} \cos nx$, сумма $S = 1/2$ получается при подстановке $x = 0$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам:
 $I = 2\pi/3$.

17. ④ 46π .

18. ④ $\frac{1}{2}\pi i (1 + 2 \operatorname{sh} 2 - \operatorname{ch} 2)$.

Вариант 2

1. ③

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - 7x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha < -25/32$ отрицательно определена, при $\alpha = -25/32$ отрицательно полуопределена, при $\alpha > -25/32$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -9 \\ 0 & 9 & 27/2 \\ -9 & 27/2 & 297/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = -\frac{(x+1)(x-5)}{(x-2)^2}$, $y'' = -\frac{18}{(x-2)^3}$, $y_{\min} = y(-1) = 7$, $y_{\max} = y(5) = -5$.

5. ② $-\sqrt{x+5} \cdot \cos(2\sqrt{x+5}) + \frac{1}{2} \sin(2\sqrt{x+5}) + C$

6. ⑤ $x + y - 1 = 0$ и $3x - y + 5 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= 17x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= 8x^2 + o(x^2)$, итого $17/8$.

8. ④ $dw = 2dx - dy$, $d^2w = -4dx^2 + 4dx dy - 2dy^2$,
 $w(x, y) = 2(x-1) - y - 2(x-1)^2 + 2(x-1)y - y^2 + o((x-1)^2 + y^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_2 равномерно: $|u_n(x)| \leq \sin \frac{1}{n^3} \sim \frac{1}{n^3}$; на E_1 неравномерно: $u_n(1/n) = \sin(1/2)$.

10. ④ Сходится при $\alpha < 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} e^{3t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-2t} + \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-t}$.

12. ④ $y = (Ce^x - e^{2x})^{-2}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x} + e^{5x}$, допустимая экстремаль $y = e^{5x} - 2e^{2x}$.

14. ③ $(1, 4, 4)$ — минимум, $(1, 4, -2)$ — максимум.

15. ④ $f(x) = \frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)x}{(2k-1)^2}$, сумма $S = \pi^2/8$ получается при подстановке $x = 0$ или $x = \pi$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам:
 $I = -\pi/24$.

17. ④ 45π .

18. ④ $\frac{1}{2}\pi i (2 \operatorname{ch} 1 + \operatorname{sh} 1 - \operatorname{sh} 3)$.

Вариант 3

1. ③

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_2 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$
2. ③ При $\alpha < -9/28$ отрицательно определена, при $\alpha = -9/28$ отрицательно полуопределена, при $\alpha > -9/28$ не определена.
3. ③

$$\begin{pmatrix} 31 & -17/2 & 163/6 \\ -17/2 & 7/3 & -15/2 \\ 163/6 & -15/2 & 124/5 \end{pmatrix}$$
4. ④ $y' = \frac{3x(x+2)}{(x+1)^2}$, $y'' = \frac{6}{(x+1)^3}$, $y_{\min} = y(0) = 5$, $y_{\max} = y(-2) = -7$.
5. ② $\frac{2}{3}\sqrt{x-2} \cdot \operatorname{ch}(3\sqrt{x-2}) - \frac{2}{9}\operatorname{sh}(3\sqrt{x-2}) + C$
6. ⑤ $x - y - 3 = 0$ и $x + 5y + 9 = 0$.
7. ⑤ Числитель $= 8x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= -5x^2 + o(x^2)$, итого $-8/5$.
8. ④ $dw = 2dx + 2dy$, $d^2w = 6dx^2 + 8dx dy + 4dy^2$,
 $w(x, y) = 1 + 2(x - 1) + 2y + 3(x - 1)^2 + 4(x - 1)y + 2y^2 + o((x - 1)^2 + y^2)$.
9. ③ Сходится поточечно. На E_2 равномерно: $|u_n(x)| \leq \operatorname{th} \frac{1}{n^3} \sim \frac{1}{n^3}$; на E_1 неравномерно: $u_n(1/n) = \operatorname{th}(1/2)$.
10. ④ Сходится при $\alpha > 0$.
11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t}$.
12. ④ $y = (Ce^{2x} + 3e^x)^{-1}$, $y = 0$.
13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x} + 3e^{2x}$, допустимая экстремаль $y = 3e^{2x} - 2e^{3x}$.
14. ③ $(4, -2, 1)$ — максимум, $(4, -2, -5)$ — минимум.
15. ④ $f(x) = \frac{2}{3\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-12}{\pi(4n^2 - 9)} \cos nx$, сумма $S = 1/18$ получается при подстановке $x = 0$.
16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам:
 $I = 27\pi/2$.
17. ④ 64π .
18. ③ $\frac{1}{2}\pi i (1 - \operatorname{ch} 2)$.

Вариант 4

1. ③

$$\begin{cases} x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha > 9/32$ положительно определена, при $\alpha = 9/32$ положительно полуопределена, при $\alpha < 9/32$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 32 & 16 & 8/3 \\ 16 & 14 & 4/3 \\ 8/3 & 4/3 & 2/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = -\frac{2x(x+4)}{(x+2)^2}$, $y'' = -\frac{16}{(x+2)^3}$, $y_{\min} = y(-4) = 15$, $y_{\max} = y(0) = -1$.

5. ② $\sqrt{x+4} \cdot \sin(2\sqrt{x+4}) + \frac{1}{2} \cos(2\sqrt{x+4}) + C$

6. ⑤ $5x - 2y - 11 = 0$ и $x - 2y + 1 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= 12x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= -\frac{9}{2}x^2 + o(x^2)$, итого $-8/3$.

8. ④ $dw = \frac{1}{4}(dx + 3dy)$, $d^2w = \frac{7}{32}dx^2 - \frac{3}{16}dx dy - \frac{9}{32}dy^2$,
 $w(x, y) = 2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}(y - 1) + \frac{7}{64}x^2 - \frac{3}{32}x(y - 1) - \frac{9}{64}(y - 1)^2 + o(x^2 + (y - 1)^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_1 равномерно: $|u_n(x)| \leq \ln(1 + \frac{1}{n^3}) \sim \frac{1}{n^3}$; на E_2 неравномерно: $u_n(n) = \ln(3/2)$.

10. ④ Сходится при $\alpha > 0$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} e^{4t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{3t} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^t$.

12. ④ $y = (Ce^{2x} + 2e^x)^{-2}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{4x} + C_2 e^x + e^{5x}$, допустимая экстремаль $y = 2e^x + e^{5x}$.

14. ③ $(2, 3, 1)$ — максимум, $(2, 3, 3)$ — минимум.

15. ④ $f(x) = -\frac{8}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)x}{(2k-1)^2}$, сумма $S = \pi^2/8$ получается при подстановке $x = 0$ или $x = \pi$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам: $I = 5\pi/3$.

17. ④ 90π .

18. ④ $\frac{2}{9}\pi (\operatorname{sh} 3 - 3)$.

Вариант 5

1. ③

$$\begin{cases} x_1 - 2x_5 = 0, \\ x_2 + x_4 = 0, \\ x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha < -1/20$ отрицательно определена, при $\alpha = -1/20$ отрицательно полуопределена, при $\alpha > -1/20$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 3 & -9 & -45/4 \\ -9 & 36 & 81/2 \\ -45/4 & 81/2 & 243/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = -\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$, $y'' = -\frac{8}{(x-2)^3}$, $y_{\min} = y(0) = 6$, $y_{\max} = y(4) = -2$.

5. ② $\frac{2}{3}\sqrt{x-5} \cdot \operatorname{sh}(3\sqrt{x-5}) - \frac{2}{9}\operatorname{ch}(3\sqrt{x-5}) + C$

6. ⑤ $x + 3y - 4 = 0$ и $3x - y + 8 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= 4x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= 8x^2 + o(x^2)$, итого $1/2$.

8. ④ $dw = 3dx - 2dy$, $d^2w = -9dx^2 + 12dx dy - 6dy^2$,
 $w(x, y) = 3(x-1) - 2y - \frac{9}{2}(x-1)^2 + 6(x-1)y - 3y^2 + o((x-1)^2 + y^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_1 равномерно: $|u_n(x)| \leq \operatorname{arctg} \frac{1}{n^3} \sim \frac{1}{n^3}$; на E_2 неравномерно: $u_n(n) = \operatorname{arctg}(1/2)$.

10. ④ Сходится при $1 < \alpha < 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} e^{-3t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{3t} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t}$.

12. ④ $y = (Ce^{3x} + e^x)^{-1}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x + 4e^{3x}$, допустимая экстремаль $y = 4e^{3x} - 3e^{2x}$.

14. ③ $(3, -2, 1)$ — максимум, $(3, -2, -5)$ — минимум.

15. ④ $f(x) \sim \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{\pi(2n+1)} \cos(2n+1)x$, сумма $S = \pi/4$ получается при подстановке $x = 0$ или $x = \pi$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам: $I = -\pi/8$.

17. ④ 120π .

18. ④ $\frac{2}{9}\pi i (3 \operatorname{sh} 1 - \operatorname{ch} 1 + \operatorname{ch} 2)$.

Вариант 6

1. ③

$$\begin{cases} x_1 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha > 25/8$ положительно определена, при $\alpha = 25/8$ положительно полуопределена, при $\alpha < 25/8$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 18 & 18 & 52 \\ 18 & 56/3 & 172/3 \\ 52 & 172/3 & 968/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = \frac{3(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$, $y'' = \frac{24}{(x+1)^3}$, $y_{\min} = y(1) = 10$, $y_{\max} = y(-3) = -14$.

5. ② $\sqrt{x+3} \cdot e^{2\sqrt{x+3}} - \frac{1}{2}e^{2\sqrt{x+3}} + C$

6. ⑤ $x + 2y + 2 = 0$ и $5x - 2y - 14 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= -2x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= -\frac{9}{2}x^2 + o(x^2)$, итого $4/9$.

8. ④ $dw = \frac{1}{2}(dx + dy)$, $d^2w = -\frac{1}{2}(dx^2 + dy^2)$,
 $w(x, y) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{2}(y-1) - \frac{1}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{4}(y-1)^2 + o((x-1)^2 + (y-1)^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_1 равномерно: $|u_n(x)| \leq \sin \frac{1}{n^3} \sim \frac{1}{n^3}$; на E_2 неравномерно: $u_n(n) = \sin(1/2)$.

10. ④ Сходится при $0 < \alpha < 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} e^t + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{6t} + \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$.

12. ④ $y = (Ce^{-x} - e^{2x})^{-2}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} - 2e^{4x}$, допустимая экстремаль $y = 5e^{3x} - 2e^{4x}$.

14. ③ $(2, -3, 1)$ — максимум, $(2, -3, 5)$ — минимум.

15. ④ $\sin \frac{x}{2} = \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-4}{\pi(4n^2 - 1)} \cos nx$, сумма $S = 1/2 - \pi/4$ получается при подстановке $x = \pi$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам:
 $I = -27\pi/4$.

17. ④ 62π .

18. ④ $\frac{2}{9}\pi i (\operatorname{sh} 1 - 3 \operatorname{ch} 2 + \operatorname{sh} 2)$.

Вариант 7

1. ③

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha < -9/20$ отрицательно определена, при $\alpha = -9/20$ отрицательно полуопределена, при $\alpha > -9/20$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 14 & 4 & 4/3 \\ 4 & 8/3 & 0 \\ 4/3 & 0 & 2/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = \frac{2x(x-2)}{(x-1)^2}$, $y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$, $y_{\min} = y(2) = 13$, $y_{\max} = y(0) = 5$.

5. ② $-\frac{2}{3}\sqrt{x+1} \cdot \cos(3\sqrt{x+1}) + \frac{2}{9}\sin(3\sqrt{x+1}) + C$

6. ⑤ $4x - y + 11 = 0$ и $x + y + 4 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= -9x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$, итого -18 .

8. ④ $dw = \frac{1}{4}(3dx + dy)$, $d^2w = \frac{15}{32}dx^2 - \frac{3}{16}dx dy - \frac{1}{32}dy^2$,
 $w(x, y) = 2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}(y - 1) + \frac{15}{64}x^2 - \frac{3}{32}x(y - 1) - \frac{1}{64}(y - 1)^2 + o(x^2 + (y - 1)^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_2 равномерно: $|u_n(x)| \leq \arctg \frac{1}{n^2} \sim \frac{1}{n^2}$; на E_1 неравномерно: $u_n(1/n) = \arctg(1/2)$.

10. ④ Сходится при $0 < \alpha < 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} e^{3t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{-t} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t}$.

12. ④ $y = (Ce^{-2x} - e^x)^{-1}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-x} + 3e^{3x}$, допустимая экстремаль $y = 3e^{3x} - 4e^{4x}$.

14. ③ $(5, 1, 2)$ — максимум, $(5, 1, -4)$ — минимум.

15. ④ $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\sin(2k-1)x}{(2k-1)^2}$, сумма $S = \pi^2/8$ получается при подстановке $x = \pi/2$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам: $I = 2\pi$.

17. ④ 90π .

18. ④ $\frac{1}{2}\pi (\operatorname{sh} 2 - 2 \operatorname{ch} 2)$.

Вариант 8

1. ③

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0, \\ x_3 - x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha > 9/8$ положительно определена, при $\alpha = 9/8$ положительно полуопределена, при $\alpha < 9/8$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 12 & -3 & -18 \\ -3 & 3 & -9/4 \\ -18 & -9/4 & 243/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = -\frac{(x-1)(x+5)}{(x+2)^2}$, $y'' = -\frac{18}{(x+2)^3}$, $y_{\min} = y(-5) = 14$, $y_{\max} = y(1) = 2$.

5. ② $\sqrt{x-3} \cdot \operatorname{ch}(2\sqrt{x-3}) - \frac{1}{2} \operatorname{sh}(2\sqrt{x-3}) + C$

6. ⑤ $2x + y - 1 = 0$ и $8x - y + 11 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= 17x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= -\frac{9}{2}x^2 + o(x^2)$, итого $-34/9$.

8. ④ $dw = dx - dy$, $d^2w = -dx^2 + 2dx dy - 2dy^2$,
 $w(x, y) = (x - 2) - y - \frac{1}{2}(x - 2)^2 + (x - 2)y - y^2 + o((x - 2)^2 + y^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_2 равномерно: $|u_n(x)| \leq \ln(1 + \frac{1}{n^4}) \sim \frac{1}{n^4}$; на E_1 неравномерно: $u_n(1/n) = \ln(3/2)$.

10. ④ Сходится при $\alpha < 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} e^{3t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} e^t$.

12. ④ $y = (Ce^{-2x} - e^{-x})^{-2}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + 2e^{-4x}$, допустимая экстремаль $y = 3e^{-3x} + 2e^{-4x}$.

14. ③ $(2, -2, 8)$ — максимум, $(2, -2, -4)$ — минимум.

15. ④ $f(x) = \frac{2}{3\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-12}{\pi(4n^2 - 9)} \cos nx$, сумма $S = 1/18 + \pi/12$ получается при подстановке $x = \pi$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам:
 $I = -\pi/4$.

17. ④ 56π .

18. ④ $2\pi i (1 - \cos 1)$.

Вариант 9

1. ③

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 0, \\ 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_2 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha > 1/4$ положительно определена, при $\alpha = 1/4$ положительно полуопределена, при $\alpha < 1/4$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 2/3 & -2 & -8/3 \\ -2 & 78 & 60 \\ -8/3 & 60 & 242/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = \frac{3(x-4)(x-6)}{(x-5)^2}$, $y'' = \frac{6}{(x-5)^3}$, $y_{\min} = y(6) = 22$, $y_{\max} = y(4) = 10$.

5. ② $\frac{2}{3}\sqrt{x+2} \cdot \sin(3\sqrt{x+2}) + \frac{2}{9}\cos(3\sqrt{x+2}) + C$

6. ⑤ $x + y - 4 = 0$ и $x - 3y + 8 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= 21x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$, итого 42.

8. ④ $dw = 4dx - dy$, $d^2w = 20dx^2 - 8dxdy + dy^2$,
 $w(x, y) = 1 + 4(x-1) - y + 10(x-1)^2 - 4(x-1)y + \frac{1}{2}y^2 + o((x-1)^2 + y^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_1 равномерно: $|u_n(x)| \leq \text{th} \frac{1}{n^4} \sim \frac{1}{n^4}$; на E_2 неравномерно: $u_n(n) = \text{th}(1/2)$.

10. ④ Сходится при $\alpha > 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{5t} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t}$.

12. ④ $y = (Ce^{2x} - e^{3x})^{-1}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^x - e^{-3x}$, допустимая экстремаль $y = 3e^{-4x} - e^{-3x}$.

14. ③ $(1, 5, -3)$ — максимум, $(1, 5, 5)$ — минимум.

15. ④ $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos(2n-1)x$, сумма $S = \pi^2/8$ получается при подстановке $x = 0$ или $x = \pi$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам: $I = 3\pi$.

17. ④ 105π .

18. ④ $-2\pi i (1 + \text{sh } 1 - \text{ch } 1)$.

Вариант 10

1. ③

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 0, \\ x_2 + 7x_3 + 6x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha < -25/8$ отрицательно определена, при $\alpha = -25/8$ отрицательно полуопределена, при $\alpha > -25/8$ не определена.

3. ③

$$\begin{pmatrix} 18 & 0 & -16 \\ 0 & 2/3 & 8/3 \\ -16 & 8/3 & 128/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = -\frac{2(x+1)(x+5)}{(x+3)^2}$, $y'' = -\frac{16}{(x+3)^3}$, $y_{\min} = y(-5) = 17$, $y_{\max} = y(-1) = 1$.

5. ② $\sqrt{x-1} \cdot \operatorname{sh}(2\sqrt{x-1}) - \frac{1}{2} \operatorname{ch}(2\sqrt{x-1}) + C$

6. ⑤ $5x - y - 7 = 0$ и $x - y + 1 = 0$.

7. ⑤ Числитель $= 18x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= -\frac{9}{2}x^2 + o(x^2)$, итого -4 .

8. ④ $dw = 6dx + dy$, $d^2w = 42dx^2 + 12dx dy + dy^2$,
 $w(x, y) = 1 + 6(x-1) + y + 21(x-1)^2 + 6(x-1)y + \frac{1}{2}y^2 + o((x-1)^2 + y^2)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_2 равномерно: $|u_n(x)| \leq \sin \frac{1}{n^2} \sim \frac{1}{n^2}$; на E_1 неравномерно: $u_n(1/n) = \sin(1/2)$.

10. ④ Сходится при $\alpha > 1$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-3t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{4t} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} e^{-t}$.

12. ④ $y = (Ce^{3x} + e^{2x})^{-2}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} - e^{-x}$, допустимая экстремаль $y = 2e^{-3x} - e^{-x}$.

14. ③ $(2, 5, -7)$ — максимум, $(2, 5, -5)$ — минимум.

15. ④ $f(x) \sim \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{\pi(2n+1)} \cos(2n+1)x$, сумма $S = \pi/4$ получается при подстановке $x = 0$ или $x = \pi$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам: $I = \pi/3$.

17. ④ 66π .

18. ④ $2\pi(1 - \sin 1)$.