Ранг на матрица. Ранг на система вектори. Основна теорема за ранга

Определение за:

- минор на матрица от ред k;
- ранг на матрица (важно понятие);
- ранг на система вектори от линейно пространство.

От определението за ранг на матрица и свойствата на детерминантите следва, че рангът на една матрица A не се променя при:

- транспониране, т.е. $rank(A) = rank(A^T)$;
- премахване на ред (стълб) на матрицата, на който всичките елементи са нули;
- премахване на един от два еднакви реда (стълба) на матрицата;
- премахване на един от два пропорционални реда (стълба) на матрицата;
- разместване местата на два реда или два стълба на матрицата;
- умножение на елементите на някой ред (стълб) с едно и също число, различно от нула;
- умножение на елементите на някой ред (стълб) с едно и също число и прибавяне към съответните елементи на друг ред (стълб) на матрицата.

Теорема 1. (доказателството от учебника) В сила са равенствата:

$$rank(a_1, a_2, \ldots, a_m) = rank(b_1, b_2, \ldots, b_n) = rank(A),$$

където $a_1, a_2, \ldots, a_m$ са векторите редове на матрицата $A = (a_{ij})_{m\times n}$, а $b_1, b_2, \ldots, b_n$ са векторите стълбове на $A = (a_{ij})_{m\times n}$.