Numere Naturale.
Operatii cu numere naturale.

Numerele naturale sunt reprezentate prin cifre sub forma următorului şir: 0,1,2,3, ..., 10,11, ...

Observație: Semnul „......”, indică faptul că am omis să scriem unele numere naturale. Nu putem scrie toate numerele naturale, după un număr natural urmează încă unul şi aşa mai departe.

Proprietate: Şirul numerelor naturale este infinit.

Observație: Numerele naturale se pot reprezenta pe o dreaptă.

O dreaptă pe care am fixat o origine, un sens şi o măsură, se numeşte **axa numerelor**.

I.5.1 Inegalitatea dintre numerele naturale

Vom spune că un număr natural a **este mai mare decât** un număr natural b şi vom scrie ***a* > *b*,** dacă există un număr natural c, diferit de numărul 0, astfel încât să avem $a = b + c$. Acest lucru se mai numeşte şi **inegalitate strictă**. Dacă avem două numere naturale a , b şi dorim a indica faptul că ‚a mai mare sau egal cu b’scriem $a \geq b$ şi citim „a este mai mare sau egal cu b”. Acest lucru se mai numeşte inegalitate nestrictă.

Numerele naturale sunt reprezentate prin cifre sub forma următorului şir: 0,1,2,3, ..., 10,11, ...

Observaţie: Semnul „......”, indică faptul că am omis să scriem unele numere naturale. Nu putem scrie toate numerele naturale, după un număr natural urmează încă unul şi aşa mai departe.

Proprietate: Şirul numerelor naturale este infinit.

Observaţie: Numerele naturale se pot reprezenta pe o dreaptă.

O dreaptă pe care am fixat o origine, un sens şi o măsură, se numeşte **axa numerelor**.

Inegalitatea dintre numerele naturale

Vom spune că un număr natural a **este mai mare decât** un număr natural b şi vom scrie ***a > b***, dacă există un număr natural c, diferit de numărul 0, astfel încât să avem $a = b + c$. Acest lucru se mai numeşte şi **inegalitate strictă**. Dacă avem două numere naturale a , b şi dorim a indica faptul că ‚a mai mare sau egal cu b’scriem $a \geq b$ şi citim „a este mai mare sau egal cu b”. Acest lucru se mai numeşte inegalitate nestrictă.

Exemple:

2 mai mare ca 1, deoarece există c=1 care adunat cu 1 să fie egal cu 2.

Criterii de inegalitate a numerelor naturale:

1. Este mai mare numărul în care o cifră este mai mare decât cifra de acelaşi ordin din cel de-al doilea număr, cifrele de ordine superioară fiind egale două câte două.
2. Dintre două numere naturale, care au acelaşi număr de cifre, este mai mare acela care are mai multe cifre.

Scrierea numerelor naturale în baza 10

Orice număr natural admite o **descompunere în baza 10**.

Exemple:

$$5307 = 5000 + 300 + 7$$
$$= 5 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 7 =$$
$$= 5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

În general, numărul $\overline{abcd}$, unde a, b, c, d, sunt cifre, cu $a \neq 0$, se scrie sub următoarea formă:

$$\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d \cdot 10^0$$

Membrul stâng al egalității de mai sus reprezintă scrierea unui număr natural în baza zece, iar membrul drept, scrierea aceluiași număr sub formă zecimală desfășurată.

Scrierea numerelor naturale în baza 10

Orice număr natural admite o **descompunere în baza 10**.

Exemple:

$$5307 = 5000 + 300 + 7$$
$$= 5 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 7 =$$
$$= 5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

În general, numărul $\overline{abcd}$, unde a, b, c, d, sunt cifre, cu $a \neq 0$, se scrie sub următoarea formă:

$$\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d \cdot 10^0$$

Membrul stâng al egalității de mai sus reprezintă scrierea unui număr natural în baza zece, iar membrul drept, scrierea aceluiași număr sub formă zecimală desfășurată.

Operații cu numere naturale

Adunarea

Prin **suma** a două numere naturale a și b numite **termenii** sumei se obține al treilea număr natural notat $s = a + b$.

Proprietățile adunării numerelor naturale:

1. Oricare ar fi numerele naturale a și b avem: $a + b = b + a$ (**comutativitatea** adunării).
2. Oricare ar fi numerele a, b, și c avem: $(a + b) + c = a + (b + c)$ (**asociativitatea** adunării).
3. există numărul natural 0 numit **element neutru** care nu modifică prin adunare valoarea oricărui număr natural.

Scăderea

Dacă a și b sunt două numere naturale, astfel încât $a \geq b$, **diferența** dintre a și b, notată prin $a - b$, este acel număr natural c, pentru care $a = b + c$. Termenul a se numește **descăzut** iar b se numește **scăzător**.

Înmulțirea

Produsul unui număr natural, diferit de 0 și de 1, se exprimă printr-o sumă în care primul apare ca termen de atâtea ori de câte ori arată al doilea număr natural.

Excepții:

1. Produsul unui număr natural 0 este 0.
2. Produsul unui număr natural cu 1 este numărul natural considerat.

Proprietățile înmulțirii numerelor naturale:

1. Oricare ar fi numerele naturale a și b avem:

   $a \cdot b = b \cdot a$ **comutativitatea** înmulțirii

2. Oricare ar fi numerele naturale a, b și c avem:

   $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ **asociativitatea** înmulțirii

3. Există numărul natural 1 numit **element neutru** care nu modifică prin înmulțire valoarea oricărui număr natural
4. oricare ar fi numerele a, b și c avem: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ **distributivitatea înmulțirii față de adunare**.

Exemplu: $2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 6 + 8 = 14$

5. Oricare ar fi numerele a, b și c avem: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ **distributivitatea înmulțirii față de scădere**

Împărțirea

Operația inversă a înmulțirii, când se cunoaște produsul și trebuie aflat unul din factori e **împărțirea**. Semnul operației este „:"

Exemplu:

Deîmpărțit		**Împărțitor**		**Cât**
12	:	3	=	4

Observații:

1. Împărțirea nu are totdeauna rezultat în mulțimea numerelor naturale

   Exemplu: 7 nu se poate împărți exact la 3 (nu există $n \in N$ a.î $3 \cdot n = 7$)
2. **Împărțirea cu 0 nu este posibilă** deoarece nu există nici un număr natural care, înmulțit cu 0 să dea un număr diferit de 0.
3. Câtul dintre 0 și un număr natural a, diferit de 0, este 0.

Teorema împărțirii cu rest a numerelor naturale Oricare ar fi numerele naturale a și b, cu $b \neq 0$, există și sunt unice două numere naturale q și r astfel încât $a = b \cdot q + r$, unde $r < b$.

Puterea unui număr natural

Dacă a și n sunt numere naturale, unde n este diferit de 0 și 1; atunci:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots\ldots\ldots a}_{\text{n factori}}$$

a se numește **baza** puterii, iar n se numește **exponentul** puterii.

Exemplu: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

Excepții:

1. orice număr natural ridicat la puterea 0 este 1
2. orice număr natural ridicat la puterea 1 este numărul însuși.

Proprietățile puterii numerelor naturale:

Dacă a, m, n sunt numere naturale, atunci:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
3. $a^m : a^n = a^{m-n}$