

Divizibilitatea numerelor naturale

Un număr natural a este **divizibil** cu un număr natural $b \neq 0$ dacă există un număr natural c, astfel ca a = b - c. Se mai spune că "a se divide cu b", "b se divide pe a" sau că "a este multiplu al lui b".

Notație:

b/a și se citește "b divide pe a"

a: b și se citește "a este divizibil cu b"

Exemplu: 6 este divizibil cu 2, pentru că există 3 astfel încât $6 = 2 \cdot 3$

Toți divizorii unui număr natural poartă denumirea de **mulțimea divizorilor** acelui număr natural.

Exemplu: Fie n = 12 $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Observație: Orice număr natural m are divizori improprii 1 și m. Orice alt divizor este numit divizor propriu.

Proprietăți ale divizibilității numerelor naturale

- 1. Orice număr natural este divizibil cu 1. Astfel: 1/a oricare ar fi $a \in \mathbb{N}$
- 2. 0 este divizibil cu orice număr. Astfel: a/0, oricare ar fi $a \in \mathbb{N}$
- 3. Orice număr natural se divide cu el însuși. Astfel: a/a oricare ar fi $a \in \mathbb{N}$
- Fie a şi b două numere naturale. Dacă a este divizibil cu b şi b este divizibil cu a, atunci a = b

Astfel: dacă a/b și b/a, atunci a=b oricare ar fi $a,b \in \mathbb{N}$

 Fie a, b, c trei numere naturale. Dacă b se divide cu a, iar c se divide cu b atunci c se divide cu a.

Astfel: dacă a/b și b/c, atunci a/c oricare ar fi $a,b,c \in \mathbb{N}$ Exemplu: 2/6 și 6/12, atunci 2/12

 Dacă un număr natural se divide cu un număr natural, atunci primul se divide cu toți divizorii celui de-al doilea.

Exemplu: Numărul 24 se divide cu toți divizorii lui 12 adică 1,2,3,4,6,12

7. Dacă fiecare termen al unei sume de două numere naturale se divide cu un număr natural, atunci și suma lor se divide cu acel număr natural. Dacă: m/a și m/b, atunci m/(a+b), oricare ar fi $a,b,m \in \mathbb{N}$

Exemple: 12 se divide cu 3; 15 se divide cu 3 12+15=27 iar 27 se divide cu 3

 Dacă unul dintre termenii unei sume de două numere naturale se divide cu un singur număr natural, iar celălalt termen m se divide cu acel număr natural, atunci suma nu se divide cu acel număr natural. 9. Fie a, b, m numere naturale, $a \ge b$. Dacă a se divide cu m şi b se divide cu m, atunci şi a-b se divide cu m. Astfel:

Dacă m/a și m/b, atunci m/(a-b) oricare ar fi $a,b,m \in \mathbb{N}, a \ge b$

Exemplu: Fie diferența 10-4, $10 \ge 4$, 10 se divide cu 2, 4 se divide cu 2. Diferența 10-4=6 se divide cu 2.

10. Dacă un număr natural a se divide cu un număr natural m, atunci produsul lui a cu orice număr natural se divide cu m.

Astfel: Dacă m/a, atunci m/ab, oricare ar fi $a,b.m \in \mathbb{N}$

Exemple: 6 se divide cu 2 $6 \cdot 7 = 42$ se divide cu 2



1. Criteriul de divizibilitate cu 10

- Un număr natural care are ultima cifră egală cu 0, se divide cu 10
- Un număr natural care are ca ultima sa cifră pe 0, se divide cu 2 şi 5

Exemple: 130 se divide cu 10 $130 \cdot 10 = 130$, deci se divide cu 2 şi 5; $65 \cdot 2 = 130$; $26 \cdot 5 = 130$

2. Criteriul de divizibilitate cu 2

- Dacă ultima cifră a unui număr natural este o cifră pară, atunci acel număr se divide cu 2. Exemplu: 220, 222, 224, 226, 228, se divid cu 2, deoarece au fiecare ultima cifră pară: 0, 2, 4, 6, 8.

Criteriul de divizibilitate cu 5.

Dacă ultima cifră a unui număr natural este 5 sau 0, atunci acel număr se divide cu 5.
Exemplu: 435 se divide cu 5; 190 se divide cu 5.

Criteriul de divizibilitate cu 4.

 Dacă numărul format din ultimele două cifre ale unui număr natural este divizibil cu 4, atunci numărul considerat este divizibil cu 4

Exemplu: 224 se divide cu 4 deoarece 24 se divide cu 4

5. Criteriul de divizibilitate cu 25

 Dacă numărul natural format din ultimele două cifre ale unui număr natural este divizibil cu 25, atunci numărul considerat este divizibil cu 25.

Exemplu: 225 se divide cu 25, deoarece 25 se divide cu 25.

6. Criteriul de divizibilitate cu 3

 Dacă suma cifrelor unui număr natural este divizibilă cu 3, atunci acel număr este divizibil cu 3.

Exemplu: Numărul 47193 este divizibil cu 3, deoarece 4+7+1+9+3=24 și 3/24

7. Criteriul de divizibilitate cu 9

- Dacă suma cifrelor unui număr natural este divizibilă cu 9, atunci acel număr e divizibil cu 9 Exemplu: numărul 47160 este divizibil cu 9 deoarece 4+7+1+9+3=18, care se divide cu 9.