Andrin Tim Lerjen, Victor Limburg, Luc Garcia und Niklas Fister

Bericht Physik - Lautsprecher

Niklas Fister

March 2, 2025

TEIL I

ANALYSIS

1 GRAPHISCHER ZUSAMMENHANG DER ANALYSIS

1.1 Bedeutung der Ableitung

Die Ableitung ist die Funktion, welche die Steigung der abgeleiteten Funktion an einem bestimmten Wert für x angibt.

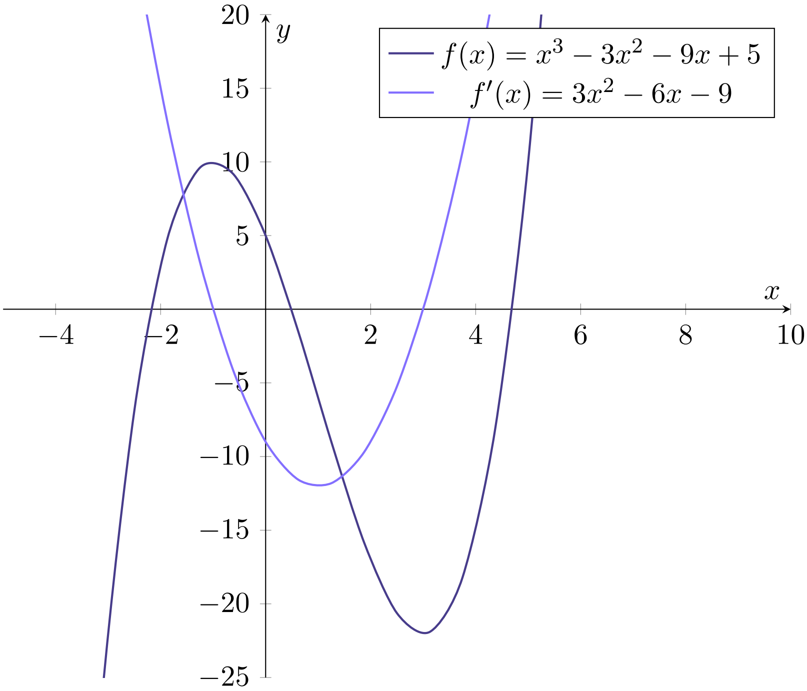
Es lässt sich somit an dem y-Wert der Ableitung die Steigung der abgeleiteten Funktion graphisch, sowie auch numerisch bestimmen.

Um dies algebraisch zu bestimmen verwendet man den Limes:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{1.1}$$

Diese Formel ist nichts weiteres als das vorhin erwähnte $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, jedoch wurde hier die Funktion eingesetzt.

Man nimmt einen Punkt x, sowieso den um Δx vergrösserten und betrachtet die Steigung der Sekante zwischen den beiden Punkten. Durch den Limes wird der Abstand Δx an 0 angenähert und somit erhält man die Steigung der Tangente am Punkt x.



Dies lässt sich in dieser Grafik gut erkennen. Die abgeleitete Funktion $f'(x)$ gibt die Steigung der Funktion $f(x)$ an.

1.2 Graphische Darstellung des Differential

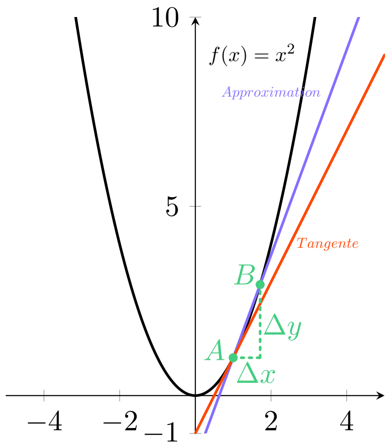
Um das Differential beziehungsweise die Ableitung einer Funktion zu bestimmen, nähert man die Tangente an der Stelle x an. Hierzu wird der Differenzenquotient

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

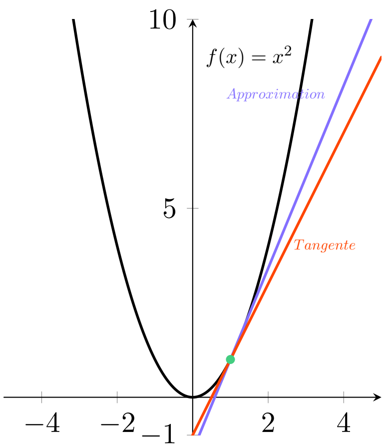
betrachtet und der Grenzwert

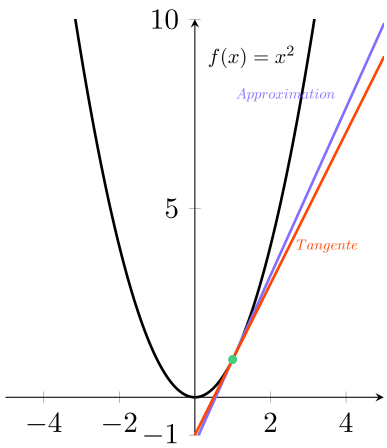
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

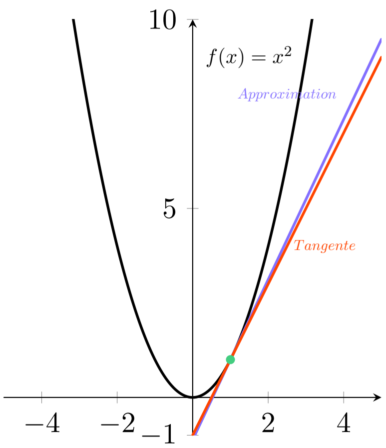
berechnet. Dieser Grenzwert entspricht der exakten Steigung der Tangente an die Funktion f im Punkt x.

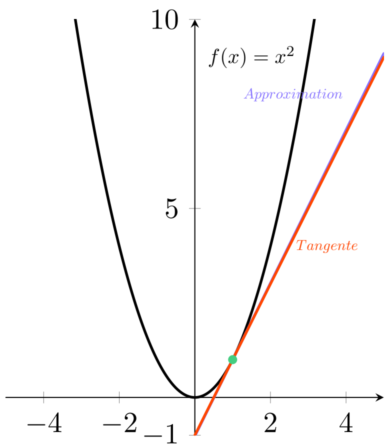


In einzelnen Etappen darstellt sieht das folgendermassen aus:





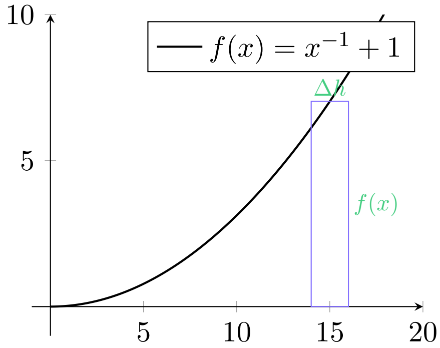


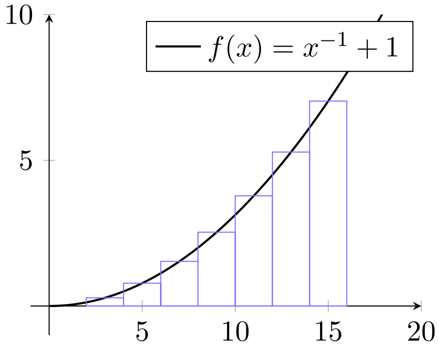


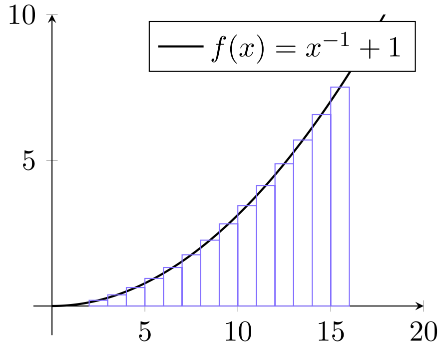
Es ist klar eine tendenz zu sehen, dass sich die Geraden immer mehr annähern. Wenn durch den Limes nun dieser Abstand unendlich klein wird, konvergierren diese Geraden und werden zu einer.

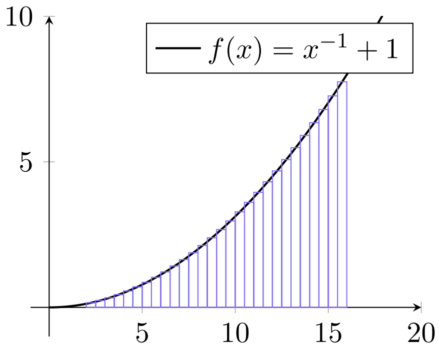
1.3 Graphische Darstellung des Integral

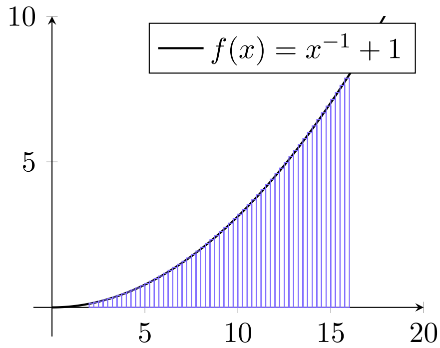
Die Herangehensweise um den Integral zu bestimmen ist folgender, dass man die Fläche unter der Funktion in Quadrate unterteilt, von welchen man die Fläche einfach berechnen kann.
Da mit grossem Δh die Fläche ungenau ist, nähert man dies 0 an, um sich der tatsächlichen Fläche unter der Kuzrve anzunähern.





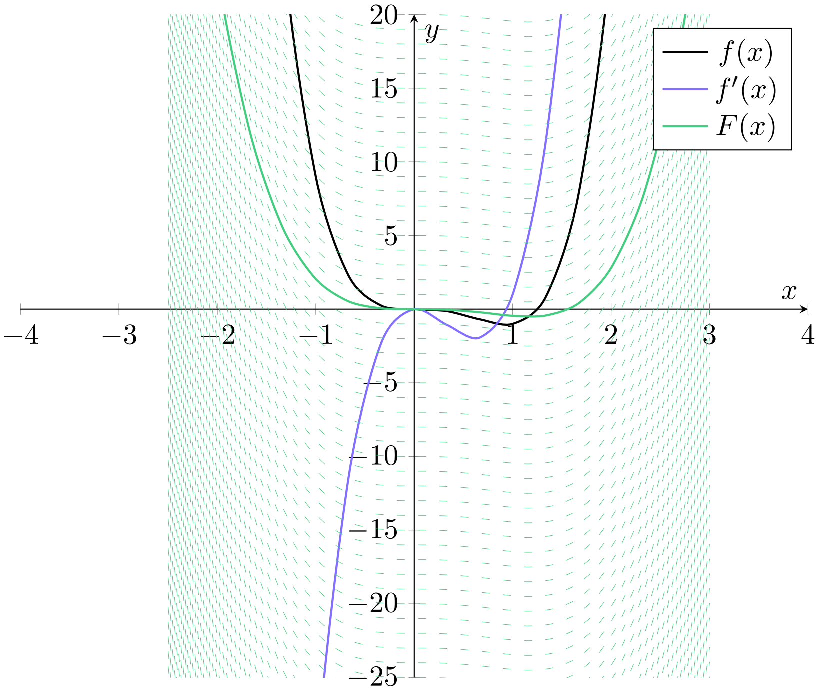






Bei dem letzen Beispiel sieht man schon eine klare Annäherung an die tatsächliche Fläche, welche durch das Integral zu berechnen gilt.

1.4 Graphischer Zusammenhang der Beiden



Anhand dieses Graphen lässt sich der Graphische Zusammenhang der Funktion, ihrer Ableitung und ihrer Stammfunktion gut erklären.

Die Funktion $f'(x)$ hat an jeder Stelle x den Wert der Steigung der Funktion x. Anfangs hat $f(x)$ eine negative Steigung und somit sind die Werte der Ableitung ebenfalls negative. Sobald die Funktion jedoch wieder eine positive Steigung hat, sind auch die Werte der Ableitung im positiven. Dies ist immer so zu erkennen.

Die Stammfunktion $F(x)$ gibt die Fläche unter dem Graphen an und ist die Gegenfunktion der Ableitung. Der Wert der Funktion $f(x)$ gibt zu jedem Punkt die Steigung der Stammfunktion vor. Da diese Steigung überall für eine Punkt x auf der $y - Achse$ identisch ist, muss man ein $+C$ addieren. Daraus resultieren die gestrichelten Graphen und man erhällt ein Richtungsfeld. Zwischen den gestrichelten Linien gibt es noch viele weitere Funktionen, denn man kann den Wert für C beliebig wählen $\rightarrow C \in \mathbb{R}$.

1.5 Übungen

1. **Erkläre in eigenen Worten, was die Ableiung und die Stammfunktion einer Funktion ist und was sie geometrisch bedeutet.**

2. **Berechne die Ableitung der folgenden Funktionen:**

   (a) $f(x) = 3x^2 + 5x - 12$

   (b) $f(x) = \sin(4x^2) + 3x^3$

   (c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

   (d) $f(x) = \sqrt{\frac{5}{x^2}}$

   (e) $f(x) = e^{3x}$

   (f) $f(x) = \ln(2x)$

3. **Welche Funktionsgraphen sind Differentialgleichungen voneinander?**