

## SORU

Aşağıdaki dilleri türeten gramerleri bulunuz.

- 1)  $L = \{(ab)^n (ba)^m \mid n \geq 1, m \geq 1\} = \{abababab, (ab)^3(ba)^2, \dots\}$
- 2)  $L = \{(ab)^n (ba)^m \mid n \geq 1, m \geq 1\} = \{abba, (ab)^3ba, \dots\}$
- 3)  $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\} = \{abbb, aabbbb, a^3b^6, \dots\}$
- 4)  $L = \{\alpha \alpha^R \beta \beta^R \mid \alpha, \beta \in (0+1)^*\}$

## Çözüm

- 1)  $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$   
 $V_N = \{S, A, B\}$   
 $V_T = \{a, b\}$   
 $P: S \Rightarrow AB$   
 $A \Rightarrow abA \mid abab$   
 $B \Rightarrow baB \mid baba$   
Tür-2 dir
- 2)  $P: S \Rightarrow AB$   
 $A \Rightarrow abA \mid ab$   
 $B \Rightarrow baB \mid ba$   
Tür-2
- 3)  $P: S \Rightarrow aSbb \mid abb$   
Tür-2
- 4)  $L = \{\alpha \alpha^R \beta \beta^R \mid \alpha, \beta \in (0+1)^*\}$

$$\frac{0011}{\alpha \alpha^R \beta \beta^R} \in L$$

$$\frac{011101001}{\alpha \alpha^R \beta \beta^R} \in L$$

$R = \text{reverse}$

$$(10101)^R = 10101$$

$$(10)^R = 01$$

$$0^R = 0$$

$$P: S \Rightarrow AB$$

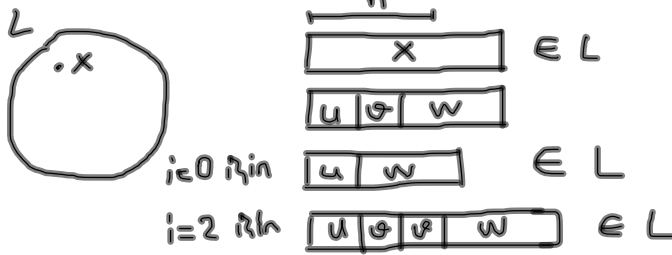
$$A \Rightarrow 0A0 \mid 1A1 \mid \lambda$$

$$B \Rightarrow 0B0 \mid 1B1 \mid \lambda$$

## Pumping Lema

$L$  herhangi düzenli (düzgün) bir dil olsun.  
 $x \in L$  olsun öyle ki  $|x| \geq n$  dir. Bazı  $u, v, w \in \Sigma^*$   
 için aşağıdaki kuralar sağlanmalıdır:

- ①  $x = uvw$
  - ②  $|uv| \leq n$
  - ③  $|v| \geq 1$
- }  $x$ 'in 3 parçaya ayrılması  
kuralı
- ④ Tüm  $i \geq 0$  için  $uv^i w \in L$

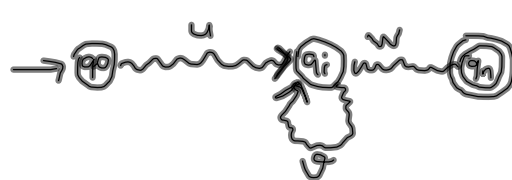
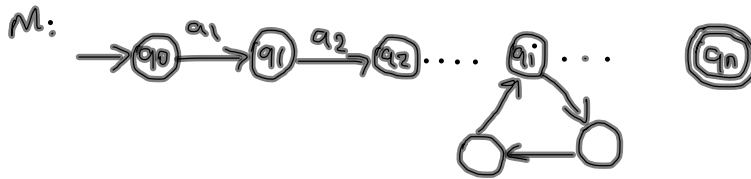


### Başka bir ifade ile;

$L$  düzgün bir dil olduğu için  $L$ 'yi tanıyan en az bir tane sonlu otomata vardır. Bunlardan durum sayısı en küçük olanı  $M$  olsun ve durum sayısı  $n$  olsun

$L$ 'nin tümcelelerinden bazılarının uzunluğu  $n$ 'den büyük olsun. Mesela  $x = a_1 a_2 \dots a_m$ ,  $m > n$  yani  $|x| > n$ .

O zaman  $M$  otomatası  $x$ 'i tanıırken en az bir durumdan en az iki kere geçer. Hatta  $M$ 'de mutlaka bir döngü vardır.



$uw$  yi tanıır  
 $uvw$  ya tanıır  
 $uv^2w$  ya tanıır.  
 $uv^i w$  ya tanıır.

Pumping Leması bir dilin düzgün olmadığını ispatlamak için kullanılır.

**Örnek:**  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$  dilinin düzgün olmadığını ispatlayın.

**İspat:**  $L$ 'nin düzgün olduğunu kabul edelim ve  $L$ 'den eleman sayısı  $n$ 'den büyük bir string alalım.

$$x = 0^{n/2+1} 1^{n/2+1} \text{ olabilir.}$$

$$x = 0^n 1^n \text{ olsun. } |x| = 2n > n$$

Pumping lemayı göre;

①, ② ve ③'ten

$$x = \underbrace{0 \dots 0}_u \underbrace{0 \dots 0}_v \underbrace{0 1 1 \dots 1}_w \quad \text{①}$$

$$u = 0^s$$

$$v = 0^t$$

$$w = 0^k 1^n$$

$$x = 0^s 0^t 0^k 1^n = 0^n 1^n$$

$$s+t+k = n$$

$$s+t \leq n \quad \text{②}$$

$$t \geq 1 \quad \text{③}$$

②'ye göre  $\forall i \geq 0$  için  $u v^i w \in L$  olmalı

$i=0$  için  $uw \in L$  olmalı

$$uw = 0^s 0^k 1^n \notin L \text{ çünkü } s+k \neq n \text{ dir.}$$

Gelişki.

Yani  $L$  düzgün değildir.

$i=2$  için  $u v^2 w \in L$  olmalı

$$u v^2 w = 0^s 0^{2t} 0^k 1^n \notin L \text{ çünkü } s+2t+k \neq n \text{ dir.}$$

Gelişki.

Yani  $L$  düzgün değildir.