Bulanık Mantık

(MÜH 425 – Bilgisayar Müh. Böl.)

Prof.Dr. Yaşar BECERİKLİ

Hafta-10
Bulanık Çıkartım

İÇERİK

- Teorinin mucidi: Lutfi Asker Zadeh
- Bulanık Mantığa Giriş
- Bulanık Kümeler
- Temel İşlemler
- Kural Tabanı
- Bulandırma, Durulama
- Üyelik Fonksiyonları
- Çıkartım Sistemleri
- FAM tablosu,
- Uygulamalar

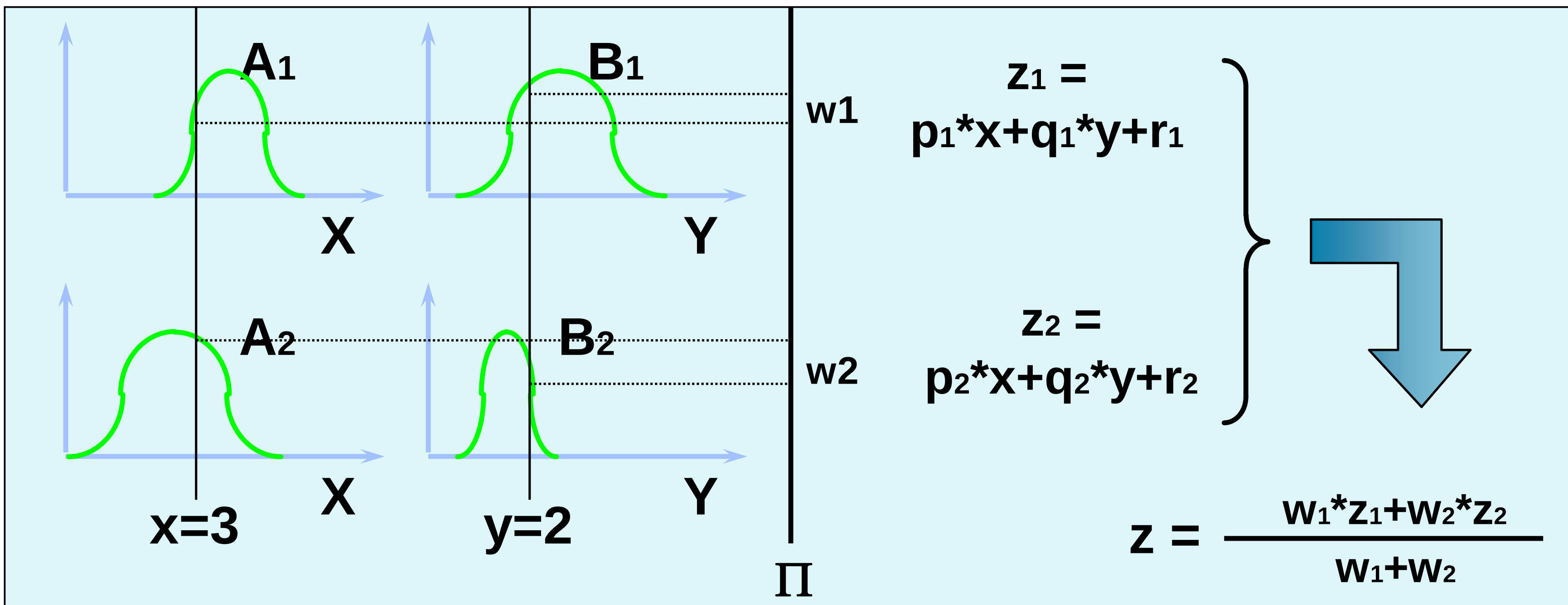
Birinci Derece Sugeno-FIS

- **Rule base**

  If X is A_1 and Y is B_1 then $Z = p_1*x + q_1*y + r_1$

  If X is A_2 and Y is B_2 then $Z = p_2*x + q_2*y + r_2$

- **Fuzzy reasoning**



Sugeno Bulanık Modeller

Example 1: Single output-input Sugeno fuzzy model with three rules

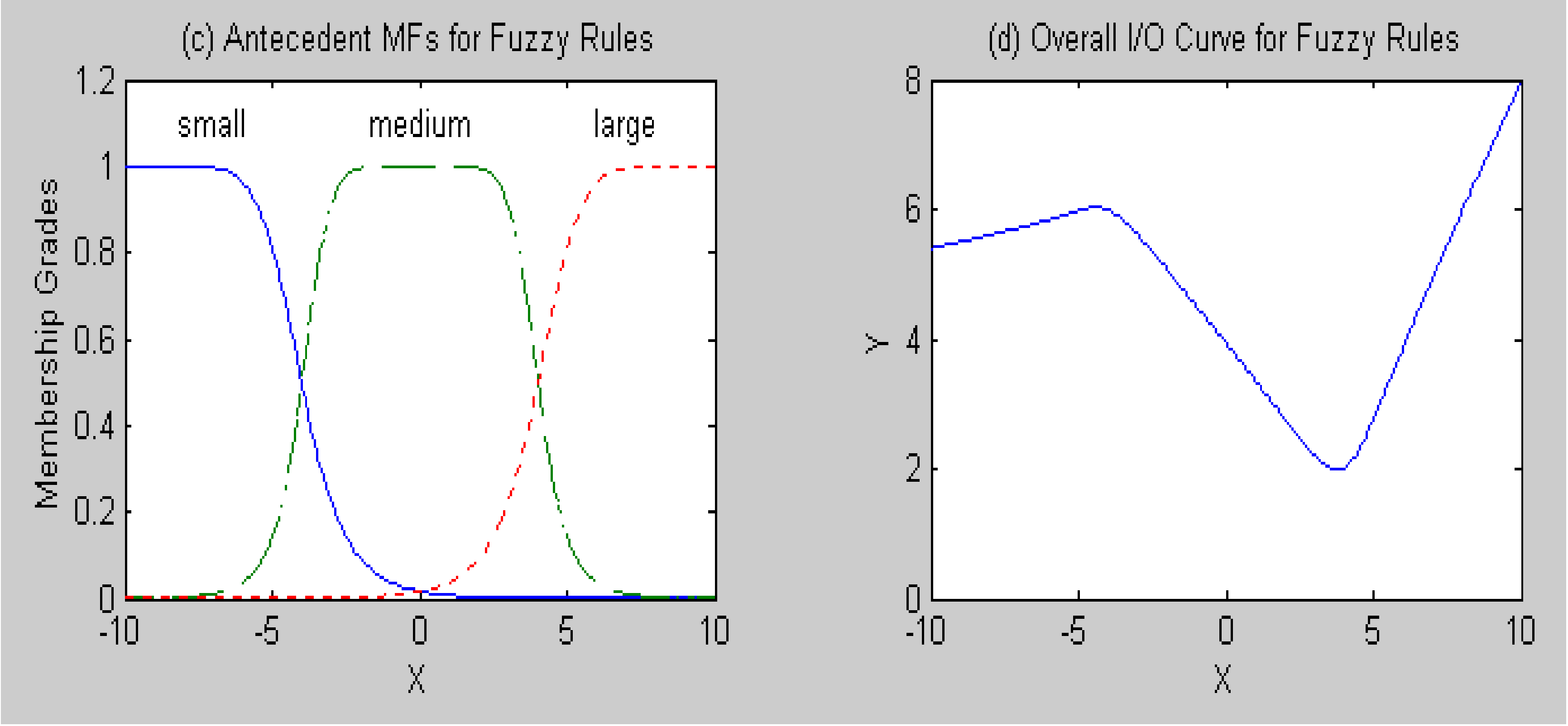
If X is small then Y = 0.1X + 6.4

If X is medium then Y = -0.5X + 4

If X is large then Y = X – 2

If "small", "medium" & "large" are nonfuzzy sets then the overall input-output curve is a piece wise linear

However, if we have smooth membership functions (fuzzy rules) the overall input-output curve becomes a smoother one



How to make a decision on which method to apply – Mamdani or Sugeno?

- Mamdani method is widely accepted for capturing expert knowledge. It allows us to describe the expertise in more intuitive, more human-like manner. However, Mamdani-type fuzzy inference entails a substantial computational burden.
- On the other hand, Sugeno method is computationally effective and works well with optimisation and adaptive techniques, which makes it very attractive in control problems, particularly for dynamic nonlinear systems.

FAM-(Bulanık Kural Tablosu)

		Weight				
		Very Slim	Slim	Medium	Heavy	Very Heavy
Height	Very Short	H	SH	LH	U	U
	Short	SH	H	SH	LH	U
	Medium	LH	H	H	LH	U
	Tall	U	SH	H	SH	U
	Very Tall	U	LH	H	SH	LH

ÖRNEK

Girişdeğişkenlerimiz 2 tane :**x ve y→ → x= 3.2 y= 6.1**
Çıkışdeğişkenimiz 1 tane :**z (hesaplanmak istenen sonuç çıktısı)**

Bulanık Küme :**Fuzzy Set = { Low, High }**

Üyelik Fonksiyonları:**Low (t) = 1- t/10**
High(t) = t / 10

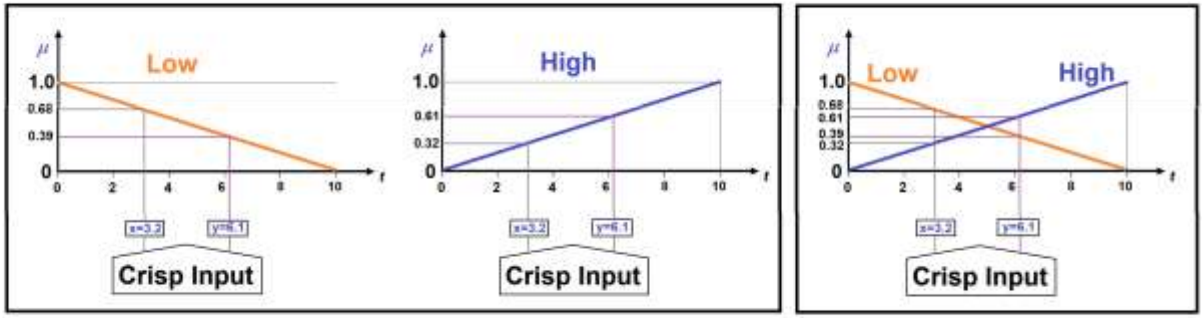
ÖRNEK -devam

<u>1.ADIM</u> : FUZZIFICATION (BULANIKLAŞTIRMA)

Verilen x ve y girişdeğerleri için Low (x) , High(x) , Low (y) ve High(y) hesaplanır.

Low (x=3.2) = 1 – 3.2/10 = 0.68 → verilen x doğrusunun*Low*üyelik fonksiyonunu kestiği noktadaki üyelik derecesi
High(x=3.2) = 3.2/10 = 0.32 → verilen x doğrusunun*High*üyelik fonksiyonunu kestiği noktadaki üyelik derecesi

Low (y=6.1) = 1 – 6.1/10 = 0.39 → verilen y doğrusunun*Low*üyelik fonksiyonunu kestiği noktadaki üyelik derecesi
High(y=6.1) = 6.1/10 = 0.61 → verilen y doğrusunun*High*üyelik fonksiyonunu kestiği noktadaki üyelik derecesi



ÖRNEK devam

2.<u>ADIM</u> : CREATE RULE BASE

***Giriş*değişkenleri ile *Çıkış*değişkeni arasındaki ilişkilere göre KURALLAR tanımlanır.**

1. **Rule: IF**(x is **low**) **AND**(y is **low**)**THEN**(z is **high**)
2. **Rule: IF**(x is **low**) **AND**(y is **high**) **THEN**(z is **low**)
3. **Rule: IF**(x is **high**) **AND**(y is **low**) **THEN**(z is **low**)
4. **Rule: IF**(x is **high**) **AND**(y is **high**) **THEN**(z is **high**)

Kurallar*if-then*ifadeleri ile verildiği gibi, aynızamanda aşağıdaki gibi*kural tablosu*şeklinde de verilebilir. Buradaki örneklerde, konunun daha iyi anlaşılmasıiçin*if-then*şeklini tercih edeceğiz.

		y	
	AND	Low	High
x	Low	*Rule 1*	*Rule 2*
	High	*Rule 3*	*Rule 4*

		y	
	AND	Low	High
x	Low	High	Low
	High	Low	High

ÖRNEK devam

3.ADIM : **INFERENCE**

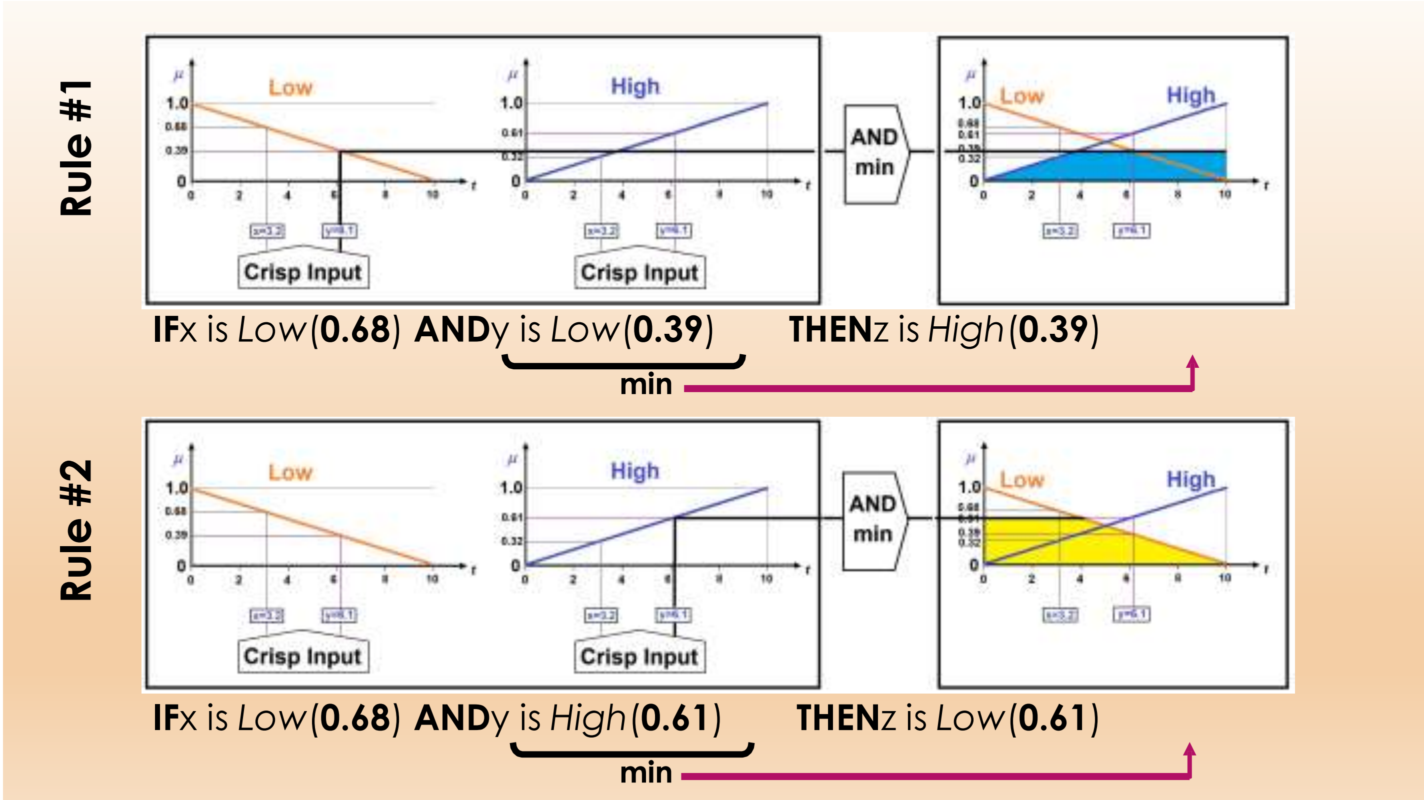
***AND*operatöründen dolayı *MIN* işlemi yapılır.**

1. **Rule: IF**(x is low) **AND**(y is low)**THEN**(z is high)→**High(z) = min (Low(x), Low(y))**
   = min (0.68 , 0.39) = 0.39
   min(Low(x), Low(y))

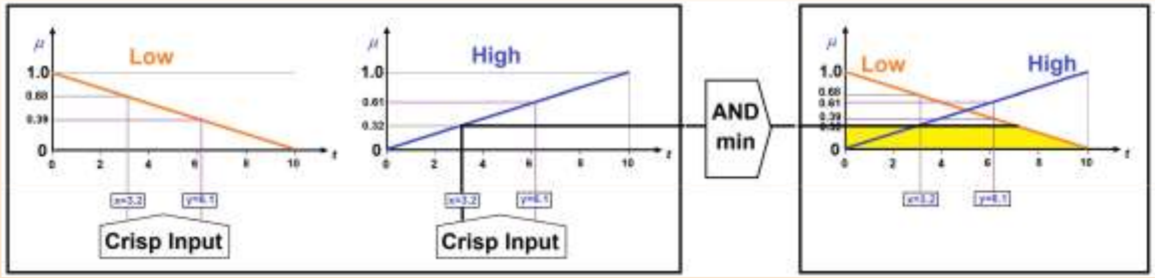
2. **Rule: IF**(x is low) **AND**(y is high) **THEN**(z is low)→**Low(z) = min (Low(x), High(y))**
   = min (0.68 , 0.61) = 0.61

3. **Rule: IF**(x is high) **AND**(y is low) **THEN**(z is low)→**Low(z) = min (High(x), Low(y))**
   = min (0.32 , 0.39) = 0.32

4. **Rule: IF**(x is high) **AND**(y is high) **THEN**(z is high)→**High(z) = min (High(x), High(y))**
   = min (0.32 , 0.61) = 0.32


Rule #1
Low
High
Crisp Input
Crisp Input
AND
min
Low
High
IF x is Low (0.68) AND y is Low (0.39) THEN z is High (0.39)
min
Rule #2
Low
High
Crisp Input
Crisp Input
AND
min
Low
High
IF x is Low (0.68) AND y is High (0.61) THEN z is Low (0.61)
min

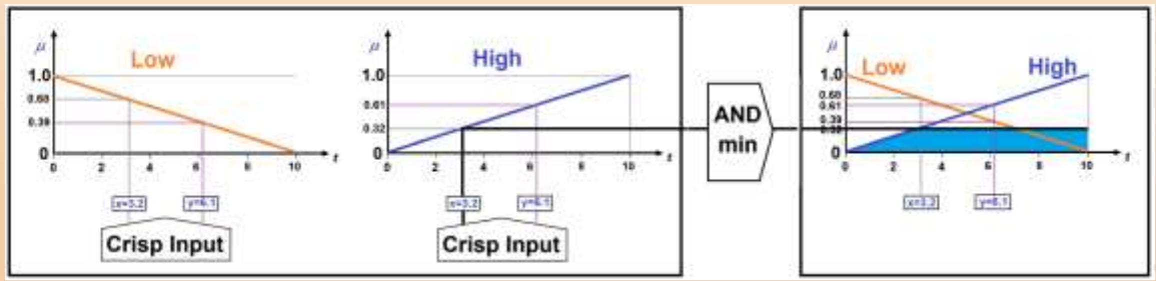
Rule #3



IF x is *High* (0.32) AND y is *Low* (0.39) **THEN** z is *Low* (**0.32**)

$\underbrace{\text{IF x is High (0.32) AND}}_{\text{min}}$

Rule #4



IF x is *High* (**0.32**) **AND** y is *High* (**0.61**) **THEN** z is *High* (**0.32**)

$\underbrace{\text{IF x is High (0.32) AND}}_{\text{min}}$

4.ADIM : COMPOSITION

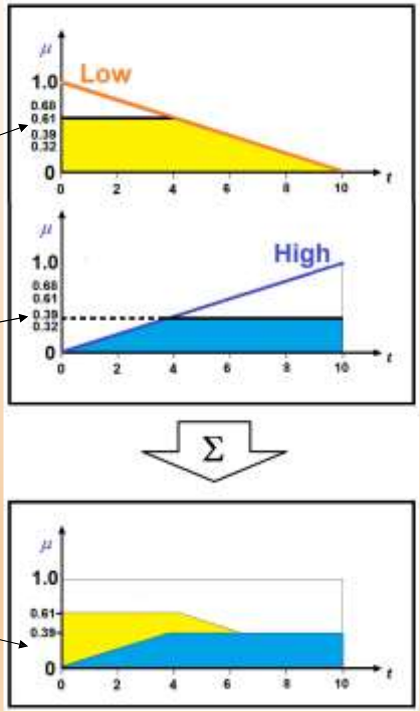
Low(z) = max (Rule2, Rule3)
= max (0.61, 0.32) = 0.61

*Low*üyelik fonksiyonunun 0.61 altındaki alan.

High(z) = max (Rule1, Rule4)
= max (0.39, 0.32) = 0.39

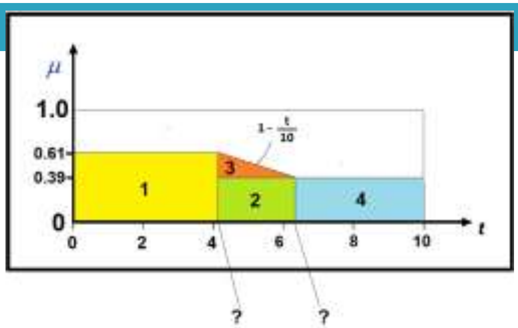
*High*üyelik fonksiyonunun 0.39 altındaki alan.

İki alanın kompozisyonu



ÖRNEK devam

5.ADIM : DEFUZZIFICATION (DURULAŞTIRMA) (CENTER OF GRAVITY)



Center of Gravity metoduna göre durulaştırma hesabında, öncelikle geometrik alt parçaların alanlarının belirlenmesinde gerekli olacak olan yandakişekilde "?" ile belirtilen t-koordinatın belirlenmesi gereklidir.

$1 - t/10 = 0.61 \rightarrow t = 3.9$

$1 - t/10 = 0.39 \rightarrow t = 6.1$

Alt Alanların hesabı:

$A_1 = (3.9-0)x0.61 = 2.379$

$A_2 = (6.1-3.9)x0.39 = 0.858$

$A_3 = (6.1-3.9)x(0.61-0.39)x½ = 0.242$

$A_4 = (10-6.1)x0.39 = 1.521$

Alt Alanların Geometrik Merkezleri :

$x_1 = (0+3.9)/2 = 1.95$

$x_2 = (6.1+3.9)/2 = 5$

$x_3 = (3.9+3.9+6.1)/3 = 4.63$

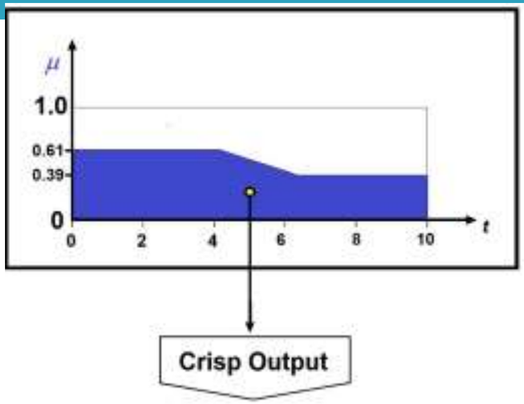
$x_4 = (10+6.1)/2 = 8.05$

ÖRNEK devam

<u>5.ADIM</u> : DEFUZZIFICATION (DURULAŞTIRMA) (CENTER OF GRAVITY)

$$\frac{1.95 \times 2.379 + 5 \times 0.858 + 4.63 \times 0.242 + 8.05 \times 1.521}{2.379 + 0.858 + 0.242 + 1.521} = \frac{22.3}{5} = 4.46$$

$z = 4.46$



z = 4.46

Giriş-Çıkış Bilgisinden Bulanık Sistem Tasarımı: (Wang-Mendel Yöntemi)

16.12.2009

g(x): bilinmiyor.

Table-Lookup Kullanarak Bulanık Küme Tasarımı:

$(x^{(p)}; y^{(p)})$, $p = 0, 1, 2, \ldots, n$

$x^{p} \in U = [\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2] \times [\ \ ] \cdots \times [\alpha_n, \beta_n]$

$y^{p} \in V = [\alpha_y, \beta_y] \in R$

B.1: $[\alpha_i, \beta_i]$, $i = 1, 2, \ldots, n$

A_i^j $(j = 1, \ldots, N_i)$ bulanık küme

B^j $(j = 1, 2, \ldots, N_y)$ bulanık küme

$[\alpha_y, \beta_y]$'de tanımlıdır.

Örnek: $\underbrace{n=2}_{\text{giriş}}$, $\underbrace{N_1=5}_{\text{birinci giriş öğelik sayısı}}$, $\underbrace{N_2=7}_{\text{ikinci giriş öğelik sayısı}}$, $\underbrace{N_y=5}_{\text{çıkış öğelik sayısı}}$

bmg Sayfa 39

B.2 Her $(x_1^l, y_1^l; \dots ; x_n^l, y_n^l)$ giriş-çıkış çifti için

x_i^l'lerin $A_i^j = 1\ (j=1,2,\dots N_i)$ bulanık kümelerdeki ve

y^l lerin $B^l\ (l=1,2,\dots N_y)$ 'deki üyelik değerleri belirlenmektedir.

B.3 Aynı if kısmına fakat farklı "then" kısmına sahip kuralları elemek ve kural sayısını azaltmak için, kural derecesini $(D(R_k))$ belirleyip, en büyük dereceye sahip kurallar sistemi oluşturmak için seçilir.

$$D(R_k) = \left[\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^j}(x_i)\right] \mu_{B^l}(y)$$

$$D(R_{k_0}) = (\overset{x_1}{0.8} \cdot \overset{x_2}{0.6}) \cdot \overset{y}{0.8} = 0.384$$

⋮

en güçlü/sch derecede kural seçilir.

bmg Sayfa 40

B.4/ Elde edilen kurallara varsa uzman bilgisi de eklenebilir.
2-girişli tek çıkışlı bir bulanık sistem ele alınırsa;
her iki giriş ve çıkış için 4 üyelik tanımlanmış olsun.

S_1, S_2, S_3, S_4 : x_1 girişi için
T_1, T_2, T_3, T_4 : x_2 " "

$\Longrightarrow R_i$: if $x_1 = S_1$ ve $x_2 = T_4$ then $\underline{y = C_3}$

$x_2 \backslash x_1$	S_1	S_2	S_3	S_4
T_1				C_4
T_2		C_2		
T_3				C_1
T_4	C_3			

← Kural tablosu (FAM tablosu)

B.5/ Elde edilen bulanık kurallar kullanılarak ilgili bulanık sistem denklemi tanımlanır ve bulanık sistem gerçeklenir.

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^{M} y^{l} \cdot \prod_{i=1}^{n} \exp\left(-\frac{(x_i - c_i)^2}{\sigma_i^2}\right)}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \exp\left(-\frac{(x_i - c_i)^2}{\sigma_i^2}\right)}$$

standart fuzzy system with Gauss membership func.

bmg Sayfa 41