BOOLE CEBRİ

•1854 YILINDA GEORGE BOOLE, LOJİĞİ SİSTEMATİK OLARARAK ELE ALIP BOOLE CEBRİNİ GELİŞTİRDİ.
•1938' DE C.E. SHANNON ANAHTARLAMA CEBRİNİ GELİŞTİREREK BOOLE CEBRİNİN ELEKTRİKLİ ANAHTARLAMA DEVRELERİNİN ÖZELLİKLERİNİ TEMSİL ETMEDE KULLANILABİLECEĞİNİ GÖSTERDİ.

BOOLE cebri

•B={0,1} kümesi üzerinde tanımlı
•İkili işlemler: VEYA , VE { + , . }
•Birli işlem: tümleme { ′ }

AKSİYOMLAR

1. Kapalılık	a+b Є B	a.b Є B
2. Değişme	a+b = b+a	a.b = b.a
3. Birleşme	a+(b+c) = (a+b)+c	a.(b.c) = (a.b).c
4. Etkisiz eleman	a+0=a	a.1=a
5. Dağılma	a+(b.c) = (a+b) . (a+c)	a.(b+c)=(a.b) + (a.c)
6. Tümleme	a + a′ =1	a.a′=0

ÖZELLİKLER VE TEOREMLER

1. Yutma
   a+1=1   a.0=0

2. Dönüşme (Involution)
   (a′)′=a

3. Sabit kuvvet (Idempotency)
   a+a+….=a   a.a….=a

4. Soğurma (Absorption)
   a+a.b=a   a.(a+b)=a

5. Demorgan Teoremi
   (a + b + …)' = a′ . b′ . ….
   (a . b . …)' = a′ + b′ . ….

İşlemler arası öncelik

Lojik ifadelerin değerlendirilmesinde
1. Parantez
2. Tümleme
3. VE
4. VEYA

sırası işlem öncelik sırasını belirtmektedir.

TEOREM: X.Y + X.Y ′ = X

Dağılma:	X.Y + X.Y′ = X.(Y + Y ′)
Tümleme:	X.(Y + Y ') = X. (1)
Etkisiz:	X.(1) = X

TEOREM: X + X.Y = X

Etkisiz	X + X.Y = X.1 + X.Y
Dağılma	X.1 + X.Y = X.(1+Y)
Yutma	X.(1+Y) = X.(1)
Etkisiz	X.(1) = X

Teoremler Lojik ifadelerinin sadeleştirilmesinde kullanılır. Sadeleştirmeden amaç fonksiyonu en basit biçimde ifade etmektir.

Z = a'.b.c + a.b'.c + a.b.c' + a.b.c

= a'.b.c + a.b'.c + a.b.c' + a.b.c + a.b.c
= a'.b.c + a.b.c + a.b'.c + a.b.c' + a.b.c
= (a+a').b.c + a.b'.c + a.b.c' + a.b.c
= (1).b.c + a.b'.c + a.b.c' + a.b.c
= b.c + a.b'.c + a.b.c' + a.b.c + a.b.c
= b.c + a.b'.c + a.b.c +a.b.c' + a.b.c
= b.c + a.(b'+b).c + a.b.c' + a.b.c
= b.c + a.(1).c + a.b.c' + a.b.c
= b.c + a.c + a.b.(c+c')
= b.c + a.c + a.b

Soru: Elde edilen sonucu Lojik kapılar ile gerçekleyiniz (Kapı giriş sayısı dikkate alınmadan)

Soru: Elde edilen sonucu iki girişli kapılar ile gerçekleyiniz.

Soru: Elde edilen Sonucu iki girişli NAND kapıları ile gerçekleyiniz

Z = bc + ac + ab
= c(b+a) + ab
= c.(b'.a')' + ab
= ((c.(b'.a')')' . (ab)')'

Soru: Elde edilen sonucu iki girişli NOR kapıları ile gerçekleyiniz.

Z = bc + ac + ab
= c(b+a) + ab
= (c' + (b+a)')' + (a'+b')'
= (((c' + (b+a)')' + (a'+b')')')'

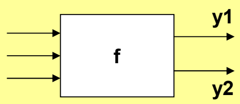
Lojik fonksiyonlar B^n kümesi (n elemanlı ikili kodlar kümesi) üzerinde tanımlanır ve üçe ayrılır.

YALIN FONKSİYON: Çok girişli bir çıkışlı fonksiyon

a b c	y
0 0 0	1
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	1
1 0 1	0
1 1 0	1
1 1 1	0

GENEL FONKSİYON: Çok girişli çok çıkışlı fonksiyon

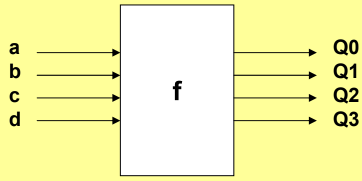
a b c	y1	y2
0 0 0	1	0
0 0 1	1	1
0 1 0	0	1
0 1 1	0	0
1 0 0	1	0
1 0 1	0	1
1 1 0	1	1
1 1 1	0	1



TÜMÜYLE TANIMLANMAMIŞ FONKSİYONLAR: Bazı giriş kombinasyonları için fonksiyonun alacağı değerler tanımlanmamış olabilir (fonksiyonun alacağı değerler belirsizdir).

ÖRNEK: BCD sayıları 1 arttıran fonksiyon:

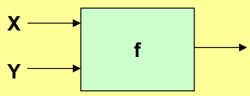
a	b	c	d	Q3	Q2	Q1	Q0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	x	x	x	x
1	0	1	1	x	x	x	x
1	1	0	0	x	x	x	x
1	1	0	1	x	x	x	x
1	1	1	0	x	x	x	x
1	1	1	1	x	x	x	x



Bu giriş değerleri için devrenin çıkışlarının alacağı değerler belirsizdir. Belirsiz değerler için X kullanılmıştır.

YALIN FONKSİYONLAR: n GİRİŞLİ BİR SAYISAL DEVRENİN 2^{2^n} ADET YALIN FONKSİYONU VARDIR.

ÖRNEK: 2 GİRİŞLİ BİR SAYISAL DEVRENİN 16 ADET YALIN LOJİK FONKSİYON VARDIR.



X	Y	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

KANONİK VE STANDART BİÇİMLER

X	Y	Z	MİNTERİMLER (çarpım, monom) TERİM	SEMBOL	MAXTERİMLER (toplam, monal) TERİM	SEMBOL
0	0	0	X′ Y′ Z′	m_0	x + y + z	$M_0 = m_0'$
0	0	1	X′ Y′ Z	m_1	x + y + z′	$M_1 = m_1'$
0	1	0	X′ Y Z′	m_2	x + y ′+ z	$M_2 = m_2'$
0	1	1	X′ Y Z	m_3	x + y ′+ z ′	$M_3 = m_3'$
1	0	0	X Y′ Z′	m_4	x ′+y + z	$M_4 = m_4'$
1	0	1	X Y′ Z	m_5	x ′+y + z ′	$M_5 = m_5'$
1	1	0	X Y Z′	m_6	x ′+y ′+ z	$M_6 = m_6'$
1	1	1	X Y Z	m_7	x ′+y ′+ z ′	$M_7 = m_7'$

BİR BOOLE FONKSİYONU VERİLEN BİR DOĞRULUK TABLOSUNDAN, FONKSİYONUN “1” OLDUĞU MİNTERMLERİNE (çarpım, monom) VEYA (OR) İŞLEMİ UYGULANARAK İFADE EDİLİR (1. tip kanonik açılım).

F(x,y,z)= x. F(1,y,z) + x′.F(0,y,z)
= x.y. F(1,1,z) + x.y′. F(1,0,z) + x′.y. F(0,1,z) + x′.y′. F(0,0,z)
= x.y.z.F(1,1,1) + x.y.z′.F(1,1,0) + x.y′.z.F(1,0,1) + x.y′.z′.F(1,0,1) + x′.y.z.F(0,1,1) + x′.y.z′.F(0,1,0) + x′.y′.z.F(0,0,1) + x′.y′.z′.F(0,0,0)

F1= x’y’z + xy’z’ + xyz = m1 + m4 + m7

F2= x’yz + xy’z + xyz’ + xyz = m3 + m5 + m6 + m7

Aynı fonksiyonların farklı ifadesi

F1 = Sm (1, 4, 7)   F1=Σ (1, 4, 7)

F2 = Sm (3, 5, 6, 7)   F2=Σ (3, 5, 6, 7)

X	Y	Z	F1 fonksiyonu	F2 fonksiyonu
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

F1= x'y'z + xy'z' + xyz = m1 + m4 + m7

F1'= m0 + m2 + m3 + m5 + m6

(F1')'= (m0 + m2 + m3 + m5 + m6)'

F1 = (m0 + m2 + m3 + m5 + m6)'

= (m0' . m2' . m3' . m5' . m6')

= (M0 . M2 . M3 . M5 . M6) = (x+y+z).(x+y'+z).(x+y'+z').(x'+y+z').(x'+y'+z)

F(x,y,z) = π (0, 2, 3, 5, 6)

BİR BOOLE FONKSİYONU MAKSİMUM TERİMLERİNE (toplam, monal) VE (AND) İŞLEMİ UYGULANARAK İFADE EDİLİR (2. tip kanonik açılım).

SORU: (X + Y) (X + Z) = ?

= X + X.Z + Y.X + Y.Z
= (X + X.Z) + (X + Y.X) + Y.Z
= X . (1 + Z) + X . (1 + Y) + Y.Z
= (X . 1) + (X . 1) + Y.Z
= X + X + Y.Z
= X + Y.Z

F= X (Y'Z' +Y'Z + YZ' + YZ) + (X + X') YZ
= XY'Z'+XY'Z+XYZ'+XYZ+X'YZ
= m4 + m5 + m6 + m7 + m3
= Sm(4, 5, 6, 7, 3)
= π (0 , 1 , 2)

SORU: (X + Y) (X + Y') = ?

= X.X + X.Y '+ Y.X + Y.Y '
= X + X.Y '+ Y.X + 0
= X. (1 + Y ')+ Y.X
= X. 1 + Y.X
= X + Y.X
= X. (1 + Y)
= X

SORU: X.Y + X'.Z + Y.Z = ?

= X.Y + X'.Z + Y.Z.(X+X')
= X.Y + X'.Z + Y.Z.X +Y.Z.X'
= X.Y.(1 + Z) + X'.Z. (1 + Y)
= X.Y + X'.Z

F (X,Y,Z)= Sm = ?

= π = ?

SORU: X+ X'.Y = ?

X
↓
= X + X.Y + X'.Y
= X + Y.(X + X')
= X + Y

F (X,Y)= Sm = ?

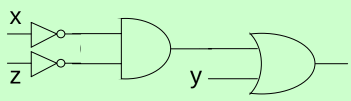
= π = ?

SORU: F(X,Y,Z)= X'Y'Z' + X'YZ' + X'YZ + XYZ' + XYZ

F(X,Y,Z)= X'Y'Z' + X'YZ' + X'YZ + XYZ' + XYZ
(m0) (m2) (m3) (m6) (m7)

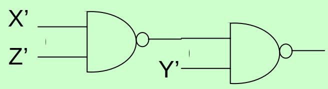
F(X,Y,Z)= YZ' (X + X') + YZ (X + X') + X'Z' (Y + Y')
(m2,m6) (m3,m7) (m0,m2)

F(X,Y,Z)= YZ' + YZ + X'Z'
= Y(Z' + Z) + X'Z'
= Y + X'Z'



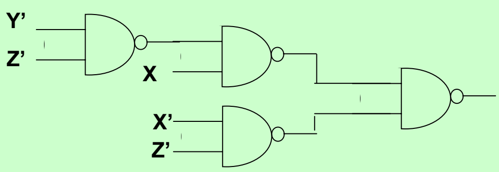
SORU: F(X,Y,Z)= Y + X'Z' FONKSİYONUNU 2 GİRİŞLİ NAND KAPILARINI KULLANARAK GERÇEKLEYİNİZ

F(X,Y,Z)= ((Y + X'Z')')'
= (Y' . (X'Z')')'



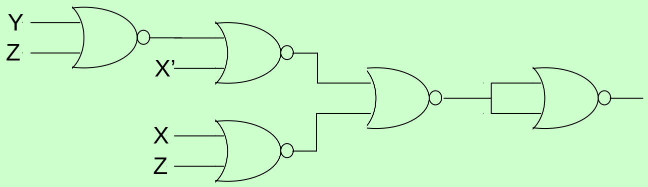
SORU: F(X,Y,Z)= XY + XZ + X'Z' FONKSİYONU İKİ GİRİŞLİ NAND KAPILARI KULLANARAK GERÇEKLEYİNİZ.

F(X,Y,Z) = X.(Y+Z) + X'Z'
= X.(Y'.Z')' + X'Z'
= ((X.(Y'.Z')' + X'Z')')'
= ((X.(Y'.Z')')' . (X'Z')')'

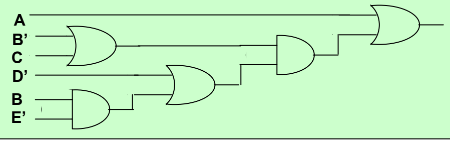


SORU: F(X,Y,Z)= XY + XZ + X'Z' FONKSİYONU İKİ GİRİŞLİ NOR KAPILARI KULLANARAK GERÇEKLEYİNİZ.

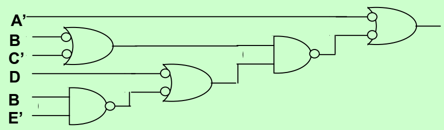
F(X,Y,Z) = X.(Y+Z) + X'Z'
= (X'+(Y+Z)')' + (X+Z)'



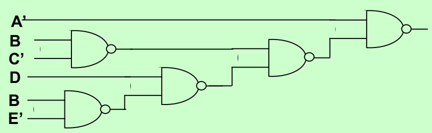
SORU: F(A,B,C,D,E)= A + (B' + C).(D' + B.E') FONKSİYONU İKİ GİRİŞLİ NAND KAPILARI KULLANARAK GERÇEKLEYİNİZ.



VERİLEN FONKSİYONUN VE , VEYA KAPILARI İLE GERÇEKLENMESİ

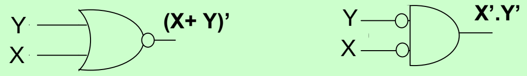


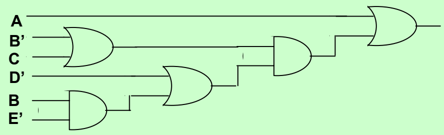
"VE DEĞİL" GRAFİK SEMBOLU İLE "VE KAPILARI" "DEĞİL VEYA" GRAFİK SEMBOLU İLE "VEYA KAPILARI" "VE DEĞİL" KAPILARINA DÖNÜŞTÜRÜLÜR



FONKSİYON VE DEĞİL KAPILARI GRAFİK SEMBOLU KULLANILARAK İFADE EDİLİR

SORU: F(A,B,C,D,E)= A + (B' + C).(D' + B.E') FONKSİYONU İKİ GİRİŞLİ NOR KAPILARI KULLANARAK GERÇEKLEYİNİZ.





VERİLEN FONKSİYONUN VE , VEYA KAPILARI İLE GERÇEKLENMESİ

"VEYA DEĞİL" GRAFİK SEMBOLU İLE "VEYA KAPILARI" "DEĞİL VE" GRAFİK SEMBOLU İLE "VE KAPILARI" "VEYA DEĞİL" KAPILARINA DÖNÜŞTÜRÜLÜR

FONKSİYON VEYA DEĞİL KAPILARI GRAFİK SEMBOLU KULLANILARAK İFADE EDİLİR

LOJİK FONKSİYONLARIN MİNİMUMLAŞTIRILMASI (BASİTLEŞTİRİLMESİ)

Bir lojik fonksiyon bir çok şekilde ifade edilebilir. Yalınlaştırmada amaç bazı maliyet kriterlerine göre lojik fonksiyonun cebirsel ifadelerinden en uygun olanını seçmektir.

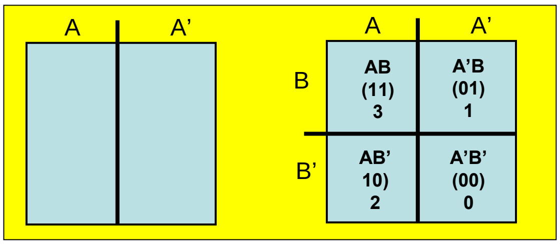
Maliyet kriteri uygulamaya göre değişir. Örneğin ifadenin az sayıda çarpımlar (monom) içermesi, terimlerin az sayıda değişken içermesi, devrenin aynı tip lojik kapılardan oluşması gibi.

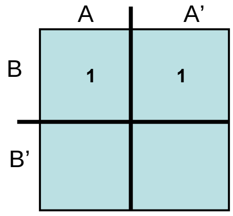
ASAL ÇARPIM (TEMEL İÇEREN) "Prime implicant": Birinci kanonik açılımda yer alan bazı çarpımlar birleştirilerek daha az değişken içeren, birden fazla terime karşılık düşen yeni çarpımlar (terimler) elde edilebilir. Bu terimler (asal çarpan) minimum fonksiyon içerisinde yer almaya aday terimlerdir.

Bir fonksiyonun birinci kanonik açılımını oluşturan çarpımlar bu fonksiyon tarafından örtülürler (içerilirler).

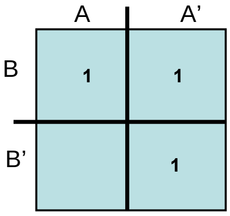
LOJİK FONKSİYONLARIN MİNİMUMLAŞTIRILMASI (BASİTLEŞTİRİLMESİ)
KARNAUGH DİYAGRAMI

2 DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

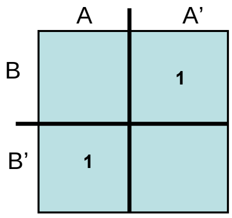




F(A,B)=AB+A'B
= B

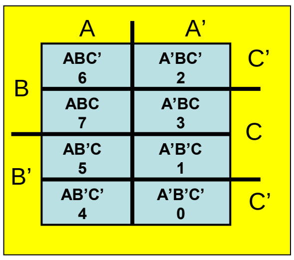


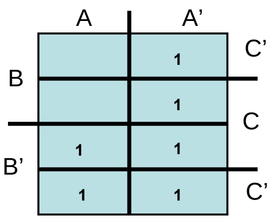
F(A,B)=AB+A'B+A'B'
= B + A'



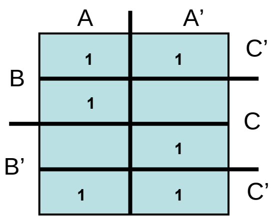
F(A,B)=AB'+A'B

3 DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

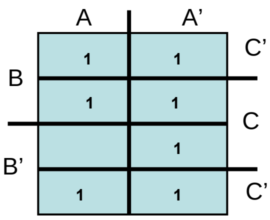




F(A,B,C)=A' + B'

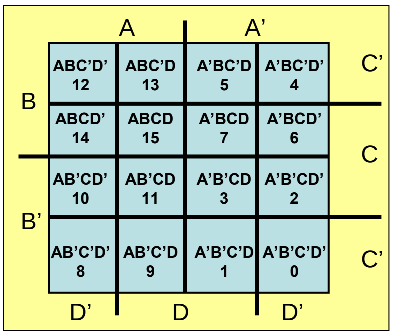


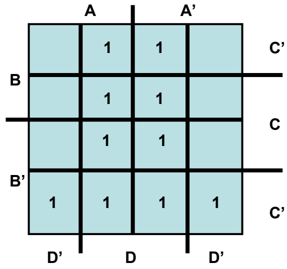
F(A,B,C)=C' + A'B' + AB



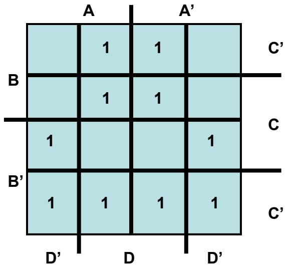
F(A,B,C) = A' + B + C'
= (AB'C)'

4 DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

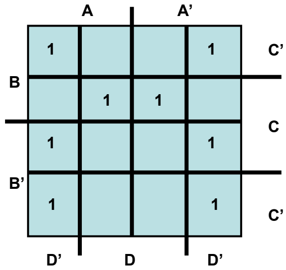




$F(A,B,C,D) = D + B'C'$



$F(A,B,C,D) = B'C' + B'D' + BD$



$F(A,B,C,D) = B'D' + C'D' + BDC$

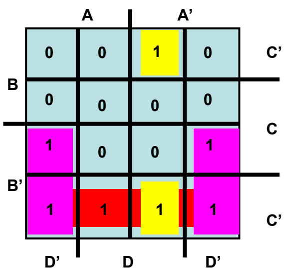
SORU: F (A,B,C,D)= Σ (0, 1, 2, 5, 8, 9, 10) FONKSİYONUNU

a. Çarpımların toplamı

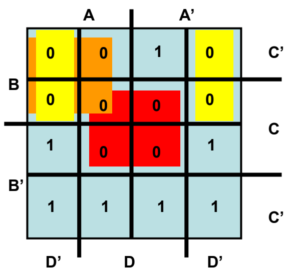
b. Toplamların çarpımı şeklinde basitleştiriniz.

c. Fonksiyonu 2 girişli NAND kapıları ile gerçekleyiniz.

d. İki girişli nor kapıları ile gerçekleyiniz.



$F(A,B,C,D) = B'C' + B'D' + A'C'D$



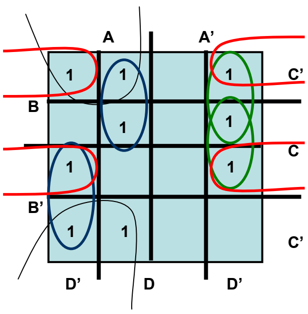
$F' = CD + AB + BD'$

$= (C'+D')(A'+B')(B'+D)$

UYGUN ASAL ÇARPIMLARIN SEÇİLMESİ:

SORU: F(A,B,C,D)= Σ (2,4,6,8,9,10,12,13,15)

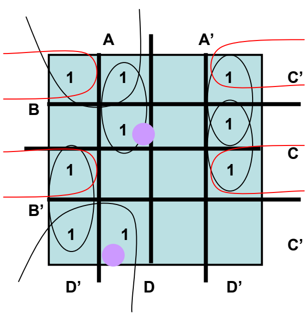
VERİLEN FONKSİYONUN TÜM ASAL ÇARPIMLAR KÜMESİNİ BULUNUZ.
ASAL ÇARPANLARIN MALİYET HESABINDA HER DEĞİŞKEN 2, DEĞİLLER 1 OLARAK ALINACAKTIR.



ASAL ÇARPANLAR KÜMESİ

	maliyet	sembol
A.C'	5	X1
A.B.D	6	X2
A.B'.D'	8	X3
B'.C.D'	8	X4
A'.C.D'	8	X5
A'.B.D'	8	X6
B.C'.D'	8	X7

Bazı fonksiyonda bazı noktalar sadece bir asal çarpım tarafından örtülür. Bu noktalara "başlıca noktalar" denir. Bu noktaları örten asal çarpımlara da "gerekli asal çarpım" denir.



ASAL ÇARPANLAR KÜMESİ

	maliyet	sembol
A.C'	5	X1
A.B.D	6	X2
A.B'.D'	8	X3
B'.C.D'	8	X4
A'.C.D'	8	X5
A'.B.D'	8	X6
B.C'.D'	8	X7

Fonksiyonun doğru noktaları

ASAL ÇARPIMLAR

	2	4	6	8	9	10	12	13	15	maliyet
X1				x	x		x	x		5
X2								x	x	6
X3				x		x				8
X4	x					x				8
X5	x		x							8
X6		x	x							8
X7		x					x			8

SEÇENEKLER TABLOSUNUN İNDİRGENMESİ

1. **Başlıca noktalar belirlenir. Bu tabloda 9 ve 15 başlıca noktalardır. Bu nedenle X1 ve X2 çarpımları işaretlenir.**

	2	4	6	8	9	10	12	13	15	maliyet
X1				x	x		x	x		5
X2								x	x	6
X3				x		x				8
X4	x					x				8
X5	x		x							8
X6		x	x							8
X7		x					x			8

SEÇENEKLER TABLOSUNUN İNDİRGENMESİ

2. Tabloda x3'ün 10 numaralı terimini x4 örtmekte, x7'nin 4 numaralı terimini x6 örtmektedir. Bu nedenle x4 x3'ü örter, x6, x7 örter. Maliyetlerde işin içerisine katılarak x3 ve x7 satırları tablodan kaldırılır.

	2	4	6	10	maliyet
X3				**x**	8
X4	**x**			**x**	8
X5	**x**		**x**		8
X6		**x**	**x**		8
X7		**x**			8

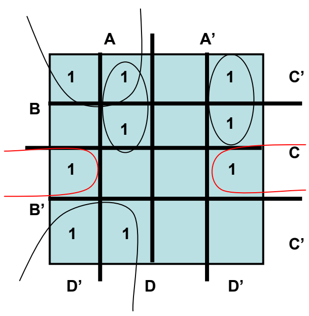
➔

	2	4	6	10	maliyet
X4	**x**			**x**	8
X5	**x**		**x**		8
X6		**x**	**x**		8

SEÇENEKLER TABLOSUNUN İNDİRGENMESİ

2. Tabloda 4 ve 10 numaralı terimler başlıca noktalardır. Bu nedenle x6 ve x4 terimlerini almak gerekir. Bu iki asal çarpım seçildiğinde tüm noktalar örtülmüş olur.

	2	4	6	10	maliyet
X4	**x**			**x**	8
X5	**x**		**x**		8
X6		**x**	**x**		8



Sonuç= x1 + x2 + x4 + x6

ETKİSİZ (DON'T CARE) DURUMLAR

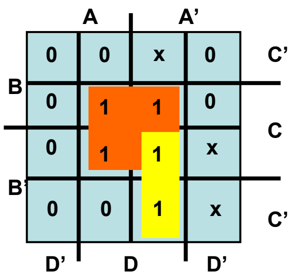
EĞER BİR FONKSİYON TÜM TERİMLERİ GİRİŞ OLARAK KABUL EDİYOR ŞARTI İLE MİNİMUMLAŞTIRMA İŞLEMİ GERÇEKLEŞTİRİLMİŞTİR. PRATİKTE BAZI GİRİŞ KOMBİNASYONLARI FONKSİYONUN BELİRLİ OLMADIĞI DURUMLAR VARDIR (önemsiz durumlar). BUNLAR MÜMKÜN OLMAYAN GİRİŞLERDİR (Ya ilgili devrede fiziksel olarak oluşmazlar yada tasarımcı tarafından yasaklanmışlardır).

ETKİSİZ KOMBİNASYONLARI

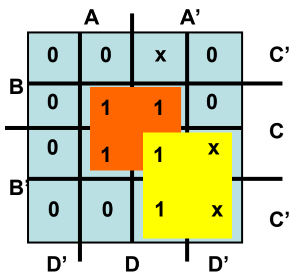
$d(A,B,C,D)= \Sigma_x (0, 2, 5)$

Şeklinde olan

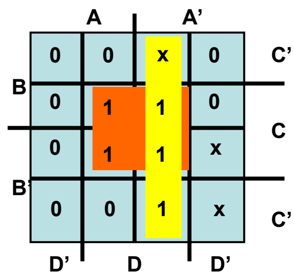
$f(A,B,C,D)=\Sigma_1 (1, 3, 7, 11, 15)$



F= DC + A'B'D



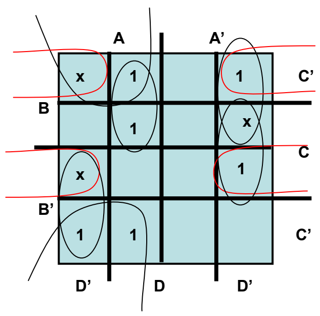
F= DC + A'B'



F= DC + A'D

F (a, b, c, d) = Σ1 (2,4,8,9,13,15) + Σx (6, 10, 12)

verilen fonksiyonu en düşük maliyetle tasarlayınız (maliyet hesabında her değişken 2 birim, her tümleme işlemi 1 birim olarak kabul edilecektir.



ASAL ÇARPANLAR KÜMESİ

	maliyet	sembol
A.C'	5	X1
B.C'.D'	8	X2
A'.B.D'	8	X3
A.B.D	6	X4
A'.C.D'	8	X5
B'.C.D'	8	X6
A.B'.D'	8	X7

Fonksiyonun doğru noktaları

A S A L Ç A R P I M L A R

	2	4	8	9	13	15	maliyet
X1			X	X	X		5
X2		X					8
X3		X					8
X4					X	X	6
X5	X						8
X6	X						8
X7			X				8

Tablo oluşturulurken "ne olursa olsun" durumu "LOJİK 0" olarak seçilir ve bu noktaların örtülmesine gerek olmadığından seçenekler tablosunda yer almazlar

SEÇENEKLER TABLOSUNUN İNDİRGENMESİ

1. Başlıca noktalar belirlenir. Bu tabloda 9 ve 15 başlıca noktalardır. Bu nedenle X1 ve X4 çarpımları işaretlenir. Bu durumda x7 satırı da örtülmüş olacaktır.

	2	4	8	9	13	15	maliyet
X1			X	X	X		5
X2		X					8
X3		X					8
X4					X	X	6
X5	X						8
X6	X						8
X7			X				8

SEÇENEKLER TABLOSUNUN İNDİRGENMESİ

2. Tabloda X2 ve X3 aynı terimleri örtmektedir ve maliyetleri eşittir. Bu nedenle bunların arasından herhangi birisi seçilebilir. Aynı şekilde X5 ve X6 içinde durum aynıdır.

	2	4	maliyet
X2		**X**	8
X3		**X**	8
X5	**X**		8
X6	**X**		8

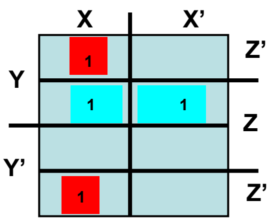
F= X1.X4. (X2 + X3) . (X5 + X6)
= X1.X4. (X2. X5 + X2.X6 + X3.X5 + X3.X6)
= X1.X4. X2. X5 + X1. X4.X2.X6 + X1.X4. X3.X5 + X1.X4.X3.X6)

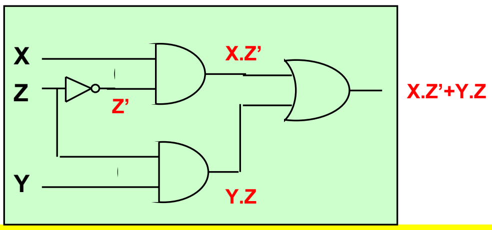
F= X1+X4+X2+X5 = AC’ + ABD + BC’D’ + A’CD’
F= X1+X4+X2+X6 = AC’ + ABD + BC’D’ + B’CD’
F= X1+X4+X3+X5 = AC’ + ABD + A’BD’ + A’CD’
F= X1+X4+X3+X6 = AC’ + ABD + A’BD’ + B’CD’

TÜM TASARIMLARIN MALİYETİ EŞİTTİR (27)

ZAMANLAMA HATALARI

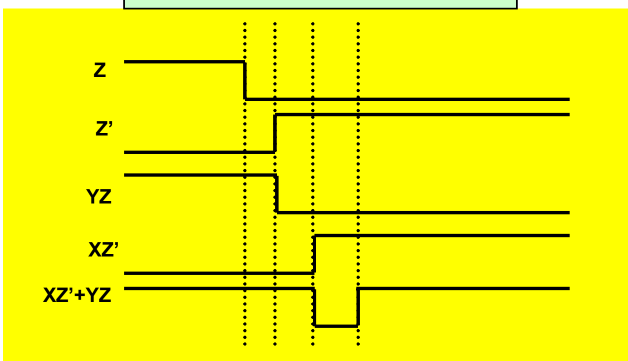
F(X,Y,Z)= XYZ’ + XY’Z’ + X’YZ + XYZ



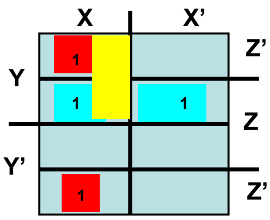


F(X,Y,Z) = XZ’ + YZ

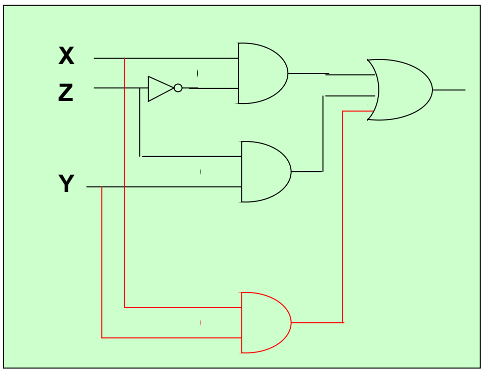
XYZ=111 → 110

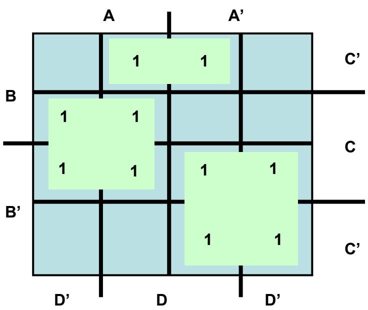


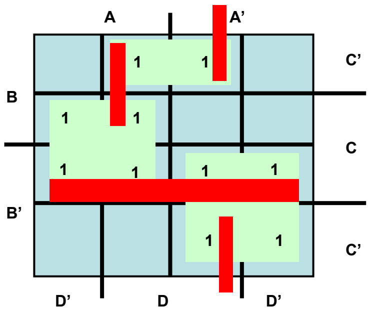
KARNAUGH DİYAGRAMLARI 2 SEVYELİ TOPLAMLAR ŞEKLİNDE YAZILAN FONKSİYONLARDAKİ STATİK ZAMANLAMA HATALARINI TESBİT ETMEDE KULLANILABİLİR.



F(X,Y,Z) = XZ' + YZ + XY







F=ac + a'b' + bc'd

F=ac + a'b' + bc'd + b'c + abd + a'c'd

TEK VE ÇİFT FONKSİYONLAR

TANIMLAR:

TEK FONKSİYON: İÇERİSİNDE TEK SAYIDA "1" OLAN 2^{n-1} ADET MINTERMDEN OLUŞAN FONKSİYON "TEK FONKSİYON" OLARAK İSİMLENDİRİLİR.

	A	A'
B		1
B'	1	

$F(A,B)=A'B+AB'$
$= A \oplus B$

		A	A'
B	C'		1
B	C	1	
B'	C		1
B'	C'	1	

$F(A,B,C) = A \oplus B \oplus C$
$= (AB' + A'B)C' + (AB' + A'B)'C$
$= (AB' + A'B)C' + (AB + A'B')C$
$= AB'C' + A'BC' + ABC + A'B'C$

TEK VE ÇİFT FONKSİYONLAR

ÇİFT FONKSİYON: İÇERİSİNDE ÇİFT SAYIDA "1" OLAN 2^{n-1} ADET MINTERMDEN OLUŞAN FONKSİYON "ÇİFT FONKSİYON" OLARAK İSİMLENDİRİLİR.

	A	A'
B	1	
B'		1

$F(A,B)=(A'B+AB')'$
$= (A \oplus B)'$

		A	A'
B	C'	1	
B	C		1
B'	C	1	
B'	C'		1

$F(A,B,C) = (A \oplus B \oplus C)'$

3 BİTLİK VERİ İÇİN PARITY BİTİ ÜRETECİ

A	B	C	P (tek)	P (çift)
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

P (çift): F(A,B,C) = (A⊕ B⊕ C)

P (tek): F(A,B,C) = (A⊕ B⊕ C)’

QUINE-McCLUSKY METODU

METODUN TEMEL DÜŞÜNCESİ

ab + a b’ = a (b + b’) = a

İLİŞKİSİNİN SİSTEMLİ BİR ŞEKİLDE UYGULAMAKTIR.

ÖRNEK:

F(a,b,c) = a’b’c’ + a’bc’ + a’bc + ab’c’ + abc’ + abc
= Sm (000 , 010 , 011 , 100 , 110 , 111)

1. İçerisinde bulunan “1” lerin sayısına göre guruplama işlemi

İçerisinde hiç “1” bulunmayan terimler	000	(0)
İçerisinde 1 adet “1” bulunan terimler	100 010	(4) (2)
İçerisinde 2 adet “1” bulunan terimler	011 110	(3) (6)
İçerisinde 3 adet “1” bulunan terimler	111	(7)

2. ab + a b’ ilişkisinin uygulanması

0 – 0	(0,2)
– 0 0	(0,4)
0 1 –	(2,3)
– 1 0	(2,6)
1 – 0	(4,6)
– 1 1	(3,7)
1 1 –	(6,7)

3. ab + a b’ ilişkisinin uygulanması

– – 0	(0,2,4,6)
– – 0	(0,4,2,6)
– 1 –	(2,3,6,7)
– 1 –	(2,6,3,7)

4. İki defa oluşan kombine edilen terimlerden birisi iptal edilir.

– – 0	(0,2,4,6)
– 1 –	(2,3,6,7)

SONUÇ=b+c’

5. Kombine edilemeyen terimler ile Sonucun oluşturulması

6. Kombine edilemeyen terimler arasında luzumsuz terimler bulunabilir.

Örnek: f(a,b,c,d) = a’b’c’d + a’bc’d’ + a’bc’d + ab’c’d + abc’d + abcd’ + abcd
= Sm (0001, 0100, 0101, 1001, 1101, 1110, 1111

FONKSİYONU BASİTLEŞTİRİNİZ

0001	(1)
0100	(4)
0101	(5)
1001	(9)
1101	(13)
1110	(14)
1111	(15)

➔

0–01	(1,5)
–001	(1,9)
010–	(4,5)
–101	(5,13)
1–01	(9,13)
11–1	(13,15)
111–	(14,15)

➔

– – 0 1	(1,5,9,13)
– – 0 1	(1,9,5,13)
0 1 0 –	(4,5)
1 1 – 1	(13,15)
1 1 1 –	(14,15)

SONUÇ=c’d + a’bc’ + abd + abc

7. Kombine edilemeyen terimler tablosu hazırlanır

	1	4	5	9	13	14	15
(4,5) a’bc’		X	X				
(13,15) abd					X		X
(14,15) abc						X	X
(1,5,9,13) c’d	X		X	X	X		

SONUÇ=c’d + a’bc’ + abc

MALİYET FAKTÖRÜ

FONKSİYONUN ELDE EDİLİŞİNDE KULLANILACAK ELEMAN SAYISINI BELİRTİR.
KAPILARA UYGULANACAK OLAN GİRİŞ SAYISIDIR.
c’d ➔ 2, a’bc’ ➔ 3, abc➔3, c’d + a’bc’ + abc➔ OLDUĞUNDAN FONKSİYONUN
MALİYET FAKTÖRÜ= 2+ 3 + 3 + 3 = 11

ÖRNEK: F(a,b,c)=a'b'c + a'bc' + a'bc + ab'c' + ab'c + abc'   fonksiyonu basitleştiriniz

Kombine edilemeyen terimler

(1,3) a'c   (2,3) a'b   (4,5) ab'
(1,5) b'c   (2,5) bc'   (4,6) ac'

	1	2	3	4	5	6
A (1,3) a'c	X		X			
B (1,5) b'c	X				X	
C (2,3) a'b		X	X			
D (2,6) bc'		X				X
E (4,5) ab'				X	X	
F (4,6) ac'				X		X

Bu tablodan yola çıkılarak maliyet faktörü en küçük olan minimumlaştırılmış ifadeyi bulmak için "PETRICK METODU" uygulanır.

Bu metod'da kombine edilemeyen terimlere isimler atanır (A,B,C,…).
Bu değişkenlerin tablodaki durumları göz önüne alınarak bir P fonksiyonu tanımlanır

	1	2	3	4	5	6
A (1,3) a'c	X		X			
B (1,5) b'c	X				X	
C (2,3) a'b		X	X			
D (2,6) bc'		X				X
E (4,5) ab'				X	X	
F (4,6) ac'				X		X

P= (A + B).(C + D).(A + C).(E + F).(B + E).(D + F)

(A+B) (A+C) = A + AC + AB + BC = A + BC
(E+F) (E+B) = = E + FB
(D+C) (D+F) = = D + CF

P= (A +BC)(E+FB)(D+CF) = (AE+AFB+BCE+BCF)(D+CF)
= AED + ABFD + BCED + BCFD + AECF + AFBC + BCEF + BCF

BU FONKSİYONUN HER BİR TERİMİ FONKSİYONUN MİNİMUMLAŞTIRILMASI İÇİN ALINMASI GEREKEN TERİMLERİ GÖSTERMEKTEDİR. MALİYET FAKTÖRÜ EN DÜŞÜK OLAN TERİMLER "AED" VE "BCF" DİR.
F(a,b,c) = a'c + ab' + bc'
F(a,b,c) = b'c + a'b + ac'

	1	2	3	4	5	6
A (1,3) a'c	X		X			
B (1,5) b'c	X				X	
C (2,3) a'b		X	X			
D (2,6) bc'		X				X
E (4,5) ab'				X	X	
F (4,6) ac'				X		X

F(a,b,c) = a'c + ab' + bc'

	1	2	3	4	5	6
A (1,3) a'c	X		X			
B (1,5) b'c	X				X	
C (2,3) a'b		X	X			
D (2,6) bc'		X				X
E (4,5) ab'				X	X	
F (4,6) ac'				X		X

F(a,b,c) = b'c + a'b + ac'

SORULARINIZ