Bulanık Mantık

(MÜH 425 – Bilgisayar Müh. Böl.)

Prof.Dr. Yaşar BECERİKLİ

Hafta-5

Bulanık Kümeler- Durulama

İÇERİK

- Teorinin mucidi: Lutfi Asker Zadeh
- Bulanık Mantığa Giriş
- Bulanık Kümeler
- Temel İşlemler
- Kural Tabanı
- Bulandırma, Durulama
- Üyelik Fonksiyonları
- Çıkartım Sistemleri
- FAM tablosu,
- Uygulamalar

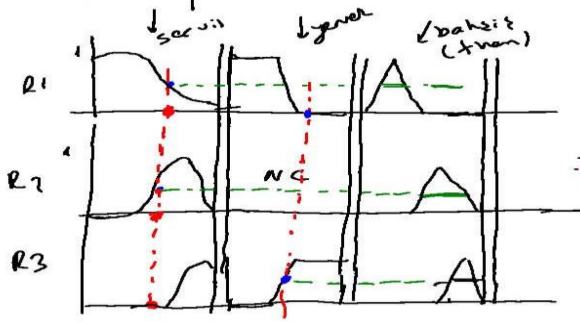
Tuesday, October 20, 2009
12:39 PM

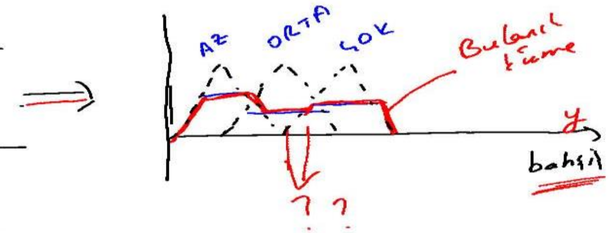
Bulanık Çıkartım Motoru (FIS-FIE)
(Sonuç Çıkarma)

R1 : Eğer servis KÖTÜ veya yemek BAYAT ise bahşiş AZ.

R2 : if servis ORTA then bahşiş ORTA

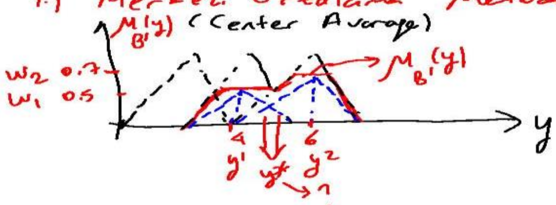
R3 : Eğer servis İYİ veya yemek GÜZEL ise bahşiş ÇOK





DURULAMA

1.) Merkezi Ortalama Metodu: (Center Average)



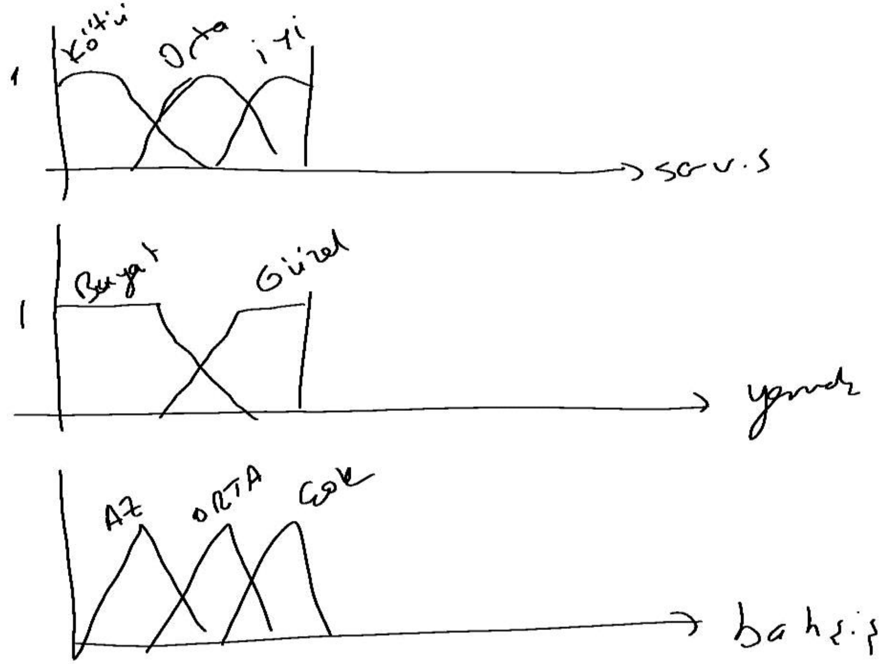
$$y^* = \frac{4 \cdot 0.5 + 6 \cdot 0.7}{0.5 + 0.7} = 5.16$$

Genel olarak:

$$y^* = \frac{y^1 \cdot w_1 + y^2 \cdot w_2 + \cdots}{w_1 + w_2 + \cdots} = \frac{\sum_{l=1}^{M} y^l \cdot w_l}{\sum_{l=1}^{M} w_l}$$

bmg Sayfa 14

Tuesday, October 20, 2009
6:07 PM



bmg Sayfa 15

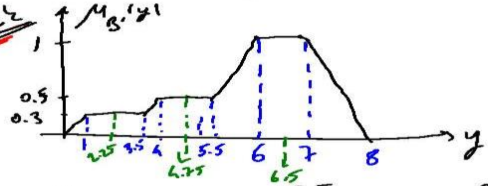
Tuesday, October 20, 2009
1:50 PM

2. Ağırlık Merkezi Metodu (Center of Gravity)

$$y^* = \frac{\int_{B'} y \cdot \mu_{B'}(y) \cdot dy}{\int_{B'} \mu_{B'}(y)\, dy}$$

:Genel Formul

Örnek



a) Merkezi ortalama ile

$$y^* = \frac{2.25 \times 0.3 + 4.75 \times 0.5 + 6.5 \times 1}{0.3 + 0.5 + 1} = 5.27$$

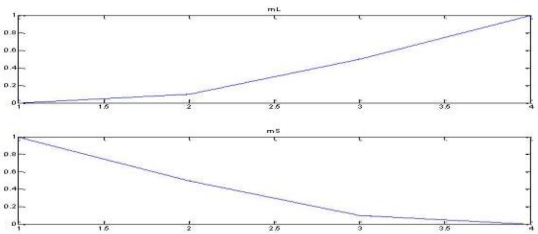
b) Ağırlık Merkezi Yöntemi ile

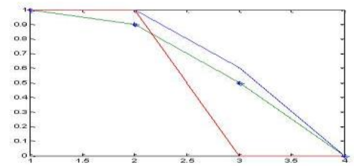
$$y^* = \frac{\int_0^1 y\,(0.3y)\,dy + \int_1^{3.5} y \cdot 0.3\,dy + \int_{3.5}^{4} y\,\frac{2}{5}\left(y - \frac{11}{4}\right) dy + \int_4^{5.5} y \cdot 0.5\,dy + \int_{5.5}^{6} y \cdot (y-5)\,dy + \int_6^7 y \cdot 1 \cdot dy + \int_7^8 y\,(8-y)\,dy}{\int_0^1 0.3y\,dy + \int_1^{3.5} 0.3\,dy + \int_{3.5}^{4} \frac{2}{5}\left(y - \frac{11}{4}\right) dy + \int_4^{5.5} 0.5\,dy + \int_{5.5}^{6} (y-5)\,dy + \int_6^7 1\,dy + \int_7^8 (8-y)\,dy} = 4.9$$

27.10.2009

Örnek Matlab.

$$\begin{array}{ll} u=1:4; & L=[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0.1 & 0.5 & 1 \end{array}]; \\ v=1:4; & S=[\begin{array}{cccc} 1 & 0.5 & 0.1 & 0 \end{array}]; \end{array}$$





```
clear;

u=1:4; v=1:4;
L=[0 0.1 0.5 1]; S=[1 0.5 0.1 0];
subplot(2,1,1);
plot(u,L);
title('mL');
subplot(2,1,2);
plot(v,S);
title('mS');
pause;
mD=max(1-L,S);
mL=min(1,1-L+S);
mz=max(min(L,S),1-L);
mG=L<S;
close
plot(u,mD,'*',u,mL,u,mz,u,mG);

pause
```

DURULAMA (DEFUZZIFICATION)

Bulanık sistem, dışarıdan aldığı bulanık değişkenlerle karar Verme mekanizmasını sağlayan üyelik fonksiyonlarını kullanarak ve kurallar süzgecinden geçirerek en uygun çıktıyı almayı sağlar.

*Bulanık çıkartım sisteminin (FIS-FIE) sistemin ara çıktısı bulanık bir kümedir. Bu çıktının anlamlı hale getirilmesi (crisp- değer) için giriş değeri gibi gerçek dünyada geçerli olan sayısal değere (crisp- değer) dönüştürülmesi gerekir. Bu dönüşüm işlemi **durulamadır** (**defuzzification**). Durulama, diğer bir deyişle elde edilmiş bir bulanık denetim etkinliğinde olasılık dağılımını en iyi gösteren, bulanık olmayan denetim etkinliği elde etme sürecidir. Durulama sonucunda elde edilen değerin (sonucun), eldeki verilerin ışığı altında soruna iyi denilebilecek bir cevap vermesi beklenir.*

*Bulanık değerleri net değerlere dönüştürme süreci, durulamadır. Çıktının olasılığını temsil etmek için net bir değer üretmek gerekir. Bunun için çeşitli durulaştırma teknikleri kullanılır. Bulanık sistem tasarımcısı, ek parametrelerle durulaştırma sürecini net olarak belirler. Genel olarak, durulaştırma teknikleri iki farklı şekilde formüle edilebilir. Birincisi ayrık formdur (**Σ-toplam** kullanarak) ve ikincisi sürekli formdur (**∫-integral** kullanarak).*

***50**'nin üzerinde durulaştırma metodu mevcuttur.*

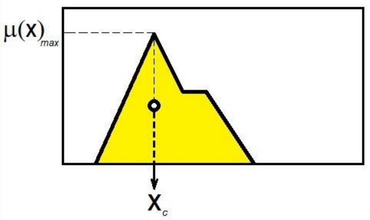
NOT: Bu sunular ***Dr.Hakan ERDUN nun sunularından derlenmiştir.***

Defuzzification (Durulama Metotları

1. **En Büyük Üyelik Prensibi *(Max-Membership Principle/Max Height Method)***
2. **Ağırlıklı Ortalama Metodu *(Weighted Average Method-WAM)***
3. **En Büyük Üyeliğin Ortası Metodu *(Middle of Maxima Method-MOM/Mean Max Membership/ Composite Maximum)***
4. **Toplamların Merkezi Metodu *(Center of Sums Method-COS)***
5. **Maksimumlar Metotları *(Maxima Methods)***
6. **Maksimumların Merkezi Metodu *(Center of Maximums)***
7. **İlk & Son Maksimum *(First & Last Maxima Method)***
8. **Desteğin Uzak & Yakın Uçları Metodu *(Far & Near Edge of the Support/First & Last of Support- FOS/LOS)***
9. **Destek Alanının Ortası Metodu *(Mean of Support-MOS/MeOS)***
10. **En Büyük Alanın Merkezi Metodu *(Center of Largest Area Method)***
11. **Üçgensel Sentroid Yaklaşımı *(Clivosus/Centroid Approximation for Triangular Shape-CAT)***
12. **Yükseklik Metodu *(Height Defuzzification Method-HDM)***
13. **Sentroid Metodu *(Centroid Method)***
14. **Gravite Merkezi/Alan Merkezi Metodu *(Center of Gravity-COG/Centroid of Area Method/Center of Area-COA/Composite Moments Method)***
15. **Dilimli Alan Ortalamasının Merkezi *(Centre of Slice Area Average-COSAA)***
16. **Indekslenmiş Gravite Merkezi - I*ndexed (threshold) Center of Gravity Defuzzification-ICOG***
17. **Hızlı/Ölçeklendirilmiş Gravite Merkezi *(Fast Center of Gravity/Scaled Center of Gravity)***

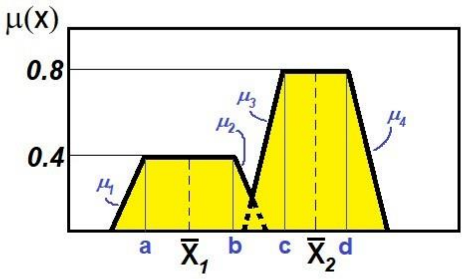
1) En Büyük Üyelik Prensibi (Max-Membership Principle/Max Height Method)

Bunun diğer bir adı *yükseklik* yöntemidir. Bu yöntemin kullanılabilmesi için maksimum tepe noktası olan bir üyelik fonksiyonu içeren bulanık küme setine gerek vardır. Ağırlık merkezi, en büyük üyelik değerine sahip fonksiyonun, maksimum olduğu tepe noktasının x değeridir (x_c).



2) Ağırlıklı Ortalama Metodu (Weighted Average Method-WAM)

Çıkış üyelik fonksiyon setinde simetrik üyelik fonksiyonlarının olduğu durumunda, düz tepe yapılı (plato/*core içeren*) üyelik fonksiyonlarının platonun ortalama değerleri veya tek tepe olması durumunda tepenin x koordinatı kullanılarak hesaplanır. Örneğin:

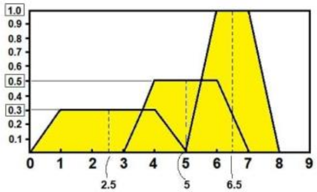


Burada ***a***, ***b***, ***c*** ve ***d*** değerleri, üyelik derecesi değerlerinin (**0.8** ve **0.4**) ***f(x)=mx+n*** şeklinde tanımlanan μ_1, μ_2 μ_3 ve μ_4 doğru denklemlerinin her birini kestiği yerin x-koordinatları olarak hesaplanırlar. ***a***, ***b***, ***c*** ve ***d*** değerleri belirlendikten sonra platoların orta değerleri hesaplanır.

$$\bar{x}_1 = \frac{a+b}{2} \quad \bar{x}_2 = \frac{c+d}{2} \Rightarrow X_c = \frac{\sum \mu(\bar{x}_i)\,\bar{x}_i}{\sum \mu(\bar{x}_i)} = \frac{0.4\,\bar{x}_1 + 0.8\,\bar{x}_2}{0.4+0.8}$$

ÖRNEK

$$X_c = \frac{\mu(\bar{X}_1)\bar{X}_1 + \mu(\bar{X}_2)\bar{X}_2 + \mu(\bar{X}_3)\bar{X}_3 + \cdots + \mu(\bar{X}_n)\bar{X}_n}{\mu(\bar{X}_1) + \mu(\bar{X}_2) + \mu(\bar{X}_3) + \cdots + \mu(\bar{X}_n)}$$



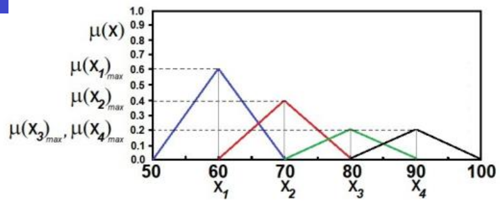
$$\bar{X}_1 = \frac{1+4}{2} = 2.5$$

$$\bar{X}_2 = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$\bar{X}_3 = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

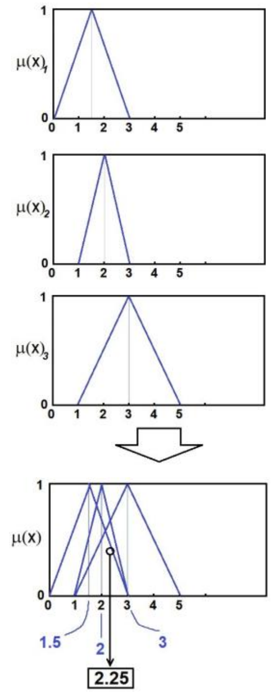
$$X_c = \frac{0.3x2.5 + 0.5x5 + 1.0x6.5}{0.3 + 0.5 + 1.0} = 5.41$$

ÖRNEK



$$X_c = \frac{60x0.6+70x0.4+80x0.2+90x0.2}{0.6+0.4+0.2+0.2} = \frac{98}{1.4} = 70$$

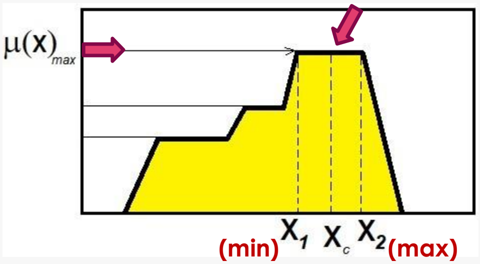
ÖRNEK



$$X_c = \frac{\mu(\bar{X}_1)\bar{X}_1 + \mu(\bar{X}_2)\bar{X}_2 + \mu(\bar{X}_3)\bar{X}_3}{\mu(\bar{X}_1) + \mu(\bar{X}_2) + \mu(\bar{X}_3)}$$

$$X_c = \frac{1.0x1.5 + 1.0x2 + 1.0x3}{1.0 + 1.0 + 1.0} = 2.25$$

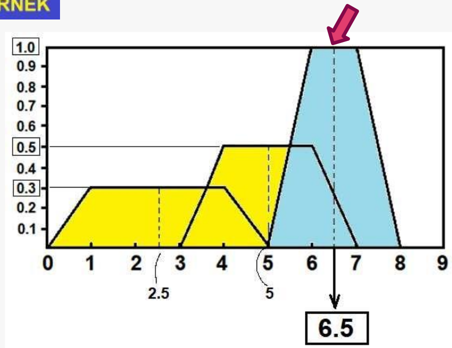
3) En Büyük Üyeliğin Ortası Metodu (Mean/Middle of Maxima Method-MOM-MeOM/Mean Max Membership/Center of Mean-COM/Composite Maximum)



En büyük üyelik değerine sahip fonksiyonun, düz tepe platonun (core) orta değeridir.

$$X_c = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

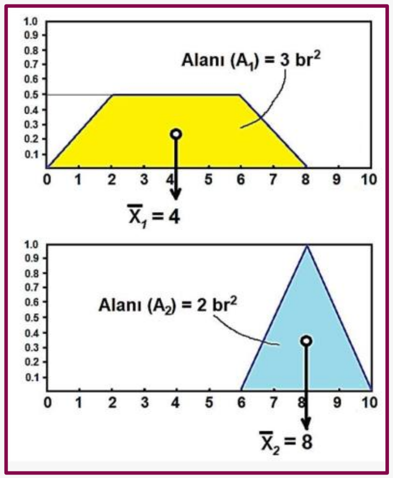
ÖRNEK

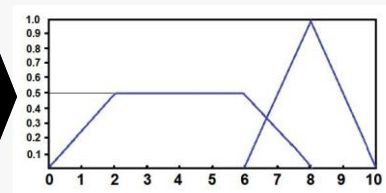


$$X_c = \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{6 + 7}{2} = 6.5$$

4) Toplamların Merkezi Metodu (Center of Sums Method-COS)

Üyelik fonksiyonların oluşturduğu setin ağırlık merkezini hesaplamada en hızlı ve en yaygın olarak kullanılan metottur. Ağırlıklı ortalama yöntemine benzerdir, ancak ağırlıklarda üyelik fonksiyonların değerleri yerine alanlarının ölçümleri kullanılır. Bu yöntemde iki bulanık kümenin birleşimi yerine onların cebirsel toplamları kullanılmaktadır. Bunun bir sakıncası örtüşen kısımların iki defa toplama işlemine girmesidir.





$$X_c = \frac{\overline{X}_1 A_1 + \overline{X}_2 A_2 + \cdots + \overline{X}_n A_n}{A_1 + A_2 + \cdots + A_n}$$

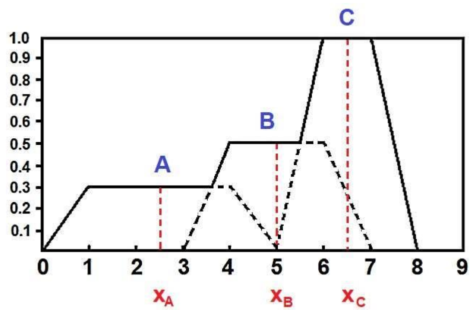
$$X_c = \frac{4\text{x}3 + 8\text{x}2}{3+2} = \frac{28}{5} = 5.6$$

i : Üyelik Fonksiyonu
$\dot{x}$: Geometrik merkez
A_i : Ü.Fonksiyonun Alanı
x_i : Ağırlık merkezinin x-koordinatı

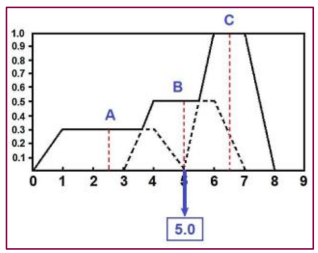
Üyelik fonksiyonların ağırlık merkezi ve alanı burada olduğu gibi kolaylıkla belirlenemiyorsa bu metod yerine Centroid Metodu tercih edilebilmektedir:

$$X_c = \frac{\int_0^2 (0.25\,x)\,x\,dx + \int_2^6 (0.5)\,x\,dx + \int_6^8 (-0.25x+2)\,x\,dx + \int_6^8 (0.5\,x-3)\,x\,dx + \int_8^{10} (-0.5\,x+5)\,x\,dx}{\int_0^2 (0.25\,x)\,dx + \int_2^6 (0.5)\,dx + \int_6^8 (-0.25x+2)\,dx + \int_6^8 (0.5\,x-3)\,dx + \int_8^{10} (-0.5\,x+5)\,dx} = \frac{28}{5} = 5.6$$

ÖRNEK



$$\frac{x_A A_A + x_B B_B + x_C C_C}{A_A + B_B + C_C} = \frac{23.5}{4.7} = 5$$



Çıkış Üyelik Fonksiyonların Merkezleri:

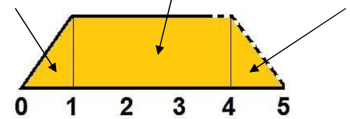
$x_A = (1+4)/2 = 2.5$

$x_B = (4+6)/2 = 5$

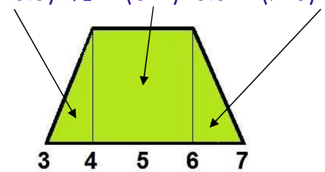
$x_C = (6+7)/2 = 6.5$

Çıkış Üyelik Fonksiyonların Alanları :

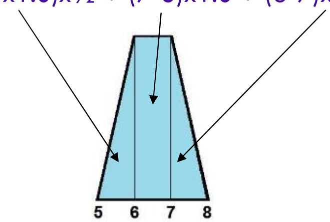
$A_A = (1-0)x0.3)x½ + (4-1)x0.3 + (5-4)x0.3x½ = 1.2$



$A_B = (4-3)x0.5)x½ + (6-4)x0.5 + (7-6)x0.5x½ = 1.5$



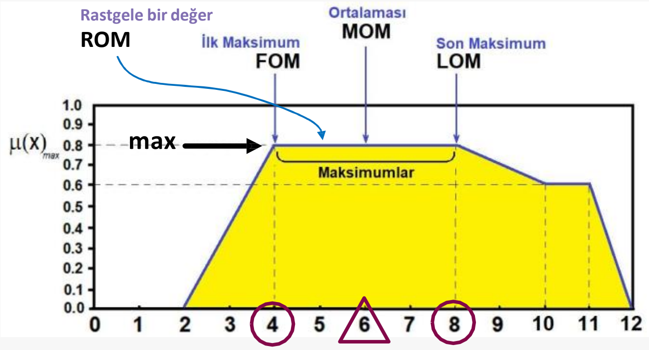
$A_C = (6-5)x1.0)x½ + (7-6)x1.0 + (8-7)x1.0x½ = 2$



5) Maksimumlar Metotları (Maxima Methods)

Bu metotlar üyelik fonksiyonların maksimum değerlerini ağırlık merkezi olarak dikkate alırlar. Birden fazla maksimumların bulunduğu durumlar için çeşitli yöntemler mevcuttur:

1. **Maksimumların Birincisi Metodu** (First of Maxima Method-FOM/Smallest of Maxima Method-SOM)
2. **Maksimumların Sonuncusu Metodu** (Last of Maxima Method-LOM/Largest of Maxima Method)
3. **Maksimumların Ortası Metodu** (Mean of Maxima Method-MOM)
4. **Maksimumlardan Rastgele Seçim Metodu** (Random Choice of Maxima-ROM/RCOM)



ÖRNEK

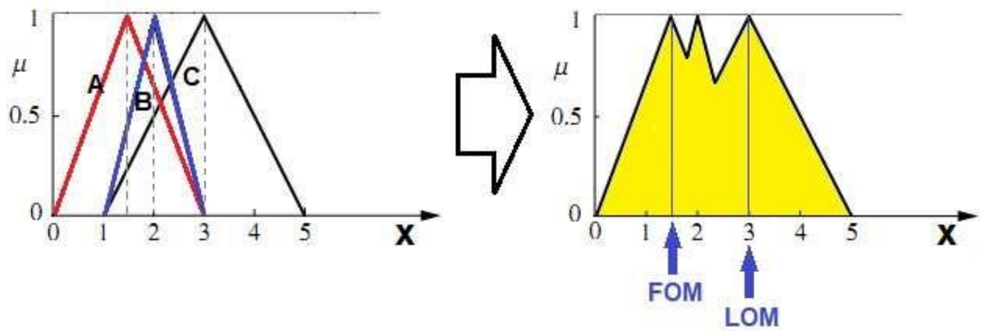
FOM: $x_c = 4$

LOM: $x_c = 8$

MOM: $x_c = (FOM+LOM)/2 = 6$

ROM: $x_c =$ Random(**Between(FOM, LOM)**)

ÖRNEK

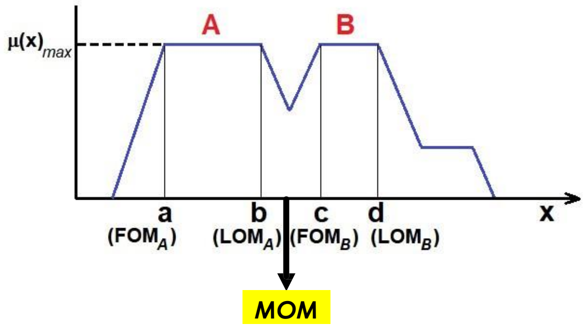


FOM: $x_c = \mathbf{1.5}$

LOM: $x_c = \mathbf{3}$

MOM: x_c = (FOM**+**LOM)/2 = **2.25**

Mean of Maxima Method (MOM)/Center of Maxima metodunda birden fazla plato yapılı maksimum olduğu durumda, örneğin iki tane maksimumu olan ve $a < b < c < d$ koşulunu sağlayan çıkış üyelik fonksiyon kompozisyonu için, durulaştırma hesabı aşağıdaki gibi yapılır:

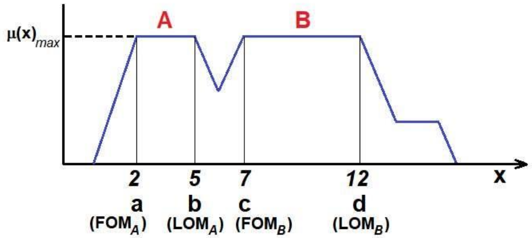


$$\left.\begin{aligned}
\bar{x}_A &= \frac{FOM_A + LOM_A}{2} = \frac{a+b}{2} \\
\bar{x}_B &= \frac{FOM_B + LOM_B}{2} = \frac{c+d}{2} \\
\Delta\bar{x}_A &= LOM_A - FOM_A = b - a \\
\Delta\bar{x}_B &= LOM_B - FOM_B = d - c
\end{aligned}\right\}$$

$$x_c = \frac{\int x\,dx}{\int dx} = \frac{\bar{x}_A \cdot \Delta\bar{x}_A + \bar{x}_B \cdot \Delta\bar{x}_B}{\Delta\bar{x}_A + \Delta\bar{x}_B}$$

ÖRNEK

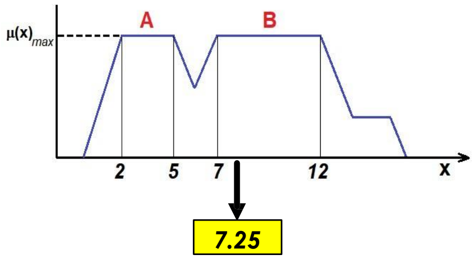
Aşağıdaki çıkış üyelik fonksiyon setinde (***a=2 b=5 c=7 d=12***) değerleri için MOM durulaştırma hesabı :



$$\bar{x}_A = \frac{FOM_A + LOM_A}{2} = \frac{a+b}{2} = 3.5 \qquad \Delta\bar{x}_A = LOM_A - FOM_A = b - a = 3$$

$$\bar{x}_B = \frac{FOM_B + LOM_B}{2} = \frac{c+d}{2} = 9.5 \qquad \Delta\bar{x}_B = LOM_B - FOM_B = d - c = 5$$

$$x_c = \frac{\int x\,dx}{\int dx} = \frac{\bar{x}_A \cdot \Delta\bar{x}_A + \bar{x}_B \cdot \Delta\bar{x}_B}{\Delta\bar{x}_A + \Delta\bar{x}_B} = \frac{3.5x3 + 9.5x5}{3+5} = 7.25$$



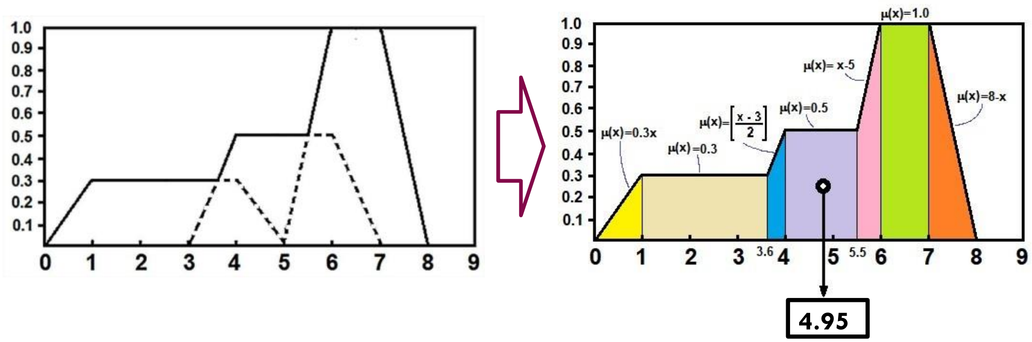
13) Sentroid Metodu (Centroid Method)

$$X_c = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, x\, dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, dx}$$

Bu metotta İntegral hesaplaması, farklı denklemlerle ifade edilen her bir üyelik fonksiyonu ve onun ilgili x sınırları içinde gerçekleştirilir. İntegral hesabı, bu üyelik fonksiyonların her birinin integral sonuçlarının toplamı anlamındadır.

Aşağıda verilen örneklerde integral hesaplamasının nasıl gerçekleştirildiği gösterilmiştir:

ÖRNEK



Burada 3 çıkış üyelik fonksiyonu için toplam 7 tane farklı denklem tanımlaması vardır. Integral hesabı 7 farklı denklem ve he bir denklem altındaki alan (her alan farklı renkle belirtilmiştir) için yapılır.

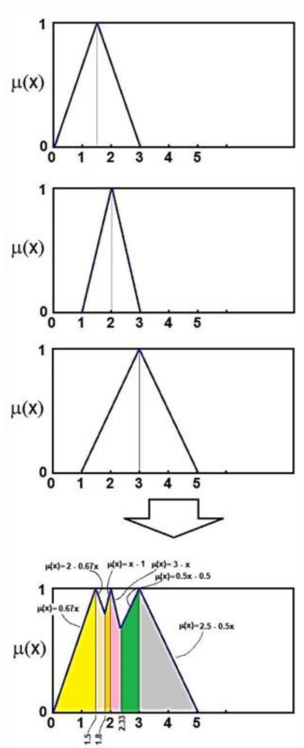
Her bir denklemin altında kalan alan hesabı aşağıdaki gibidir :

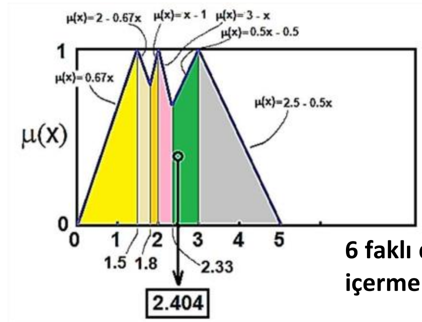
$$X_c = \frac{\int_0^1 (0.3\,x)\,x\,dx + \int_1^{3.6} (0.3)\,x\,dx + \int_{3.6}^{4} \left[\frac{x-3}{2}\right] x\,dx + \int_4^{5.5} (0.5)\,x\,dx + \int_{5.5}^{6} (x-5)\,x\,dx + \int_6^7 (1.0)\,x\,dx + \int_7^8 (8-x)\,x\,dx}{\int_0^1 (0.3\,x)\,dx + \int_1^{3.6} (0.3)\,dx + \int_{3.6}^{4} \left[\frac{x-3}{2}\right] dx + \int_4^{5.5} (0.5)\,dx + \int_{5.5}^{6} (x-5)\,dx + \int_6^7 (1.0)\,dx + \int_7^8 (8-x)\,dx}$$

$$X_c = \frac{\left.\frac{0.3\,x^3}{3}\right|_0^1 + \left.\frac{0.3\,x^2}{2}\right|_1^{3.6} + \left.\frac{x^3}{6}-\frac{3x^2}{4}\right|_{3.6}^{4} + \left.\frac{0.5x^2}{2}\right|_4^{5.5} + \left.\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}\right|_{5.5}^{6} + \left.\frac{x^2}{2}\right|_6^7 + \left.\frac{8x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right|_7^8}{\left.\frac{0.3\,x^2}{2}\right|_0^1 + \left.0.3\,x\right|_1^{3.6} + \left.\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}\right|_{3.6}^{4} + \left.0.5x\right|_4^{5.5} + \left.\frac{x^2}{2}-5x\right|_{5.5}^{6} + \left.x\right|_6^7 + \left.8x-\frac{x^2}{2}\right|_7^8} = \frac{18.4005}{3.715} = 4.95$$

Çıkış üyelik fonksiyonları kompozisyon alanının ağırlık merkezinin x koordinatı 4.95'tir.

ÖRNEK





6 faklı denklem-6 alt alan içermektedir.

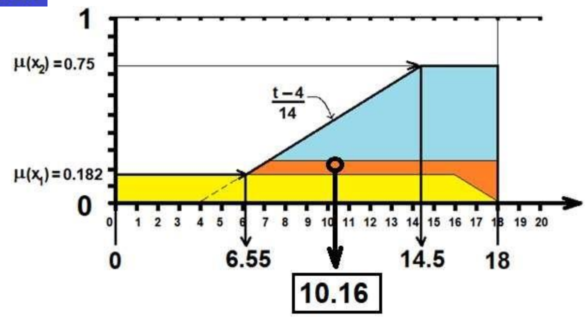
$$X_c = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, x\, dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, dx}$$

$$X_c = \frac{\int_0^{1.5} (0.67x)x\, dx + \int_{1.5}^{1.8} (2 - 0.67x)\, x\, dx + \int_{1.8}^{2} (x-1)\, x\, dx + \int_{2}^{2.33} (3-x)\, x\, dx + \int_{2.33}^{3} (0.5x - 0.5)\, x\, dx + \int_{3}^{5} (2.5 - 0.5x)\, x\, dx}{\int_0^{1} (0.67x)\, dx + \int_{1.5}^{1.8} (2 - 0.67x)\, dx + \int_{1.8}^{2} (x-1)\, dx + \int_{2}^{2.33} (3-x)\, dx + \int_{2.33}^{3} (0.5x - 0.5)\, dx + \int_{3}^{5} (2.5 - 0.5x)\, dx}$$

$$X_c = \frac{7.29693}{3.03543} = 2.404$$

Çıkış üyelik fonksiyonları kompozisyon alanının ağırlık merkezinin x-koordinatı 2.404'dür.

ÖRNEK



$$X_c = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, x\, dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, dx} \qquad X_c = \frac{\int_0^{6.55} (0.182\, x)\, x\, dx + \int_{6.55}^{14.5} \left[\frac{x-4}{14}\right] x\, dx + \int_{14.5}^{18} (0.182\, x)\, x\, dx}{\int_0^{6.55} (0.182)\, x\, dx + \int_{6.55}^{14.5} \left[\frac{x-4}{14}\right] dx + \int_{14.5}^{18} (0.182\, x)\, dx}$$

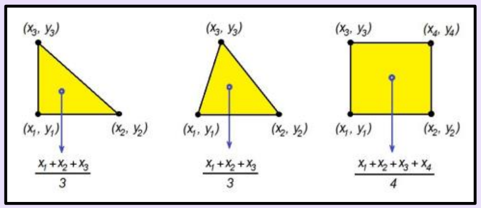
$$X_c = \frac{56.24}{5.53} = 10.16$$

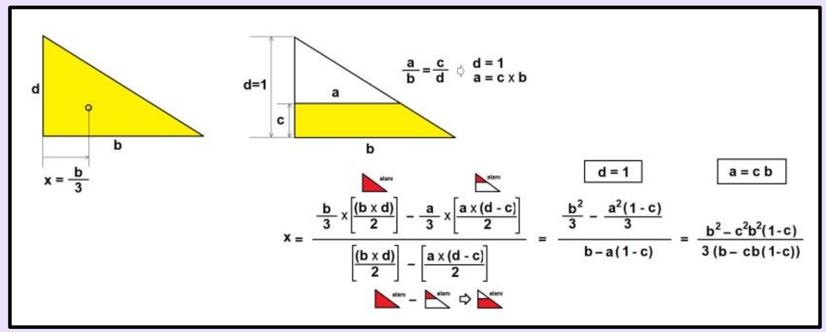
Çıkış üyelik fonksiyonları kompozisyon alanının ağırlık merkezinin x-koordinatı 10.16'dır.

14) Gravite Merkezi/Alan Merkezi Metodu (Center of Gravity-COG/Centroid of Area Method/Center of Area/Composite Moments Method)

Bu yöntem, simetrik çıkış üyelik işlevlerine sahip bulanık kümeler için geçerlidir ve *Center of Area* metoduna çok yakın sonuçlar üretir. Bu metotta her üyelik işlevi, maksimum üyelik değerine göre ağırlıklandırılır. Gravite (Ağırlık) Merkezinin belirlenmesi için önce, simetrik çıkış üyelik fonksiyonların oluşturduğu kompozisyonun grafiği, alanın basitçe hesaplanabileceği geometrik alt alanlara bölünür. Bölünen bu alt alanların her biri için önce alanı hesaplanır, sonra merkez x-koordinatı hesaplanır. Sonra, geometrik şekillerin (alt bölümlerin) ağırlık merkezinin hesabında x-koordinatı, geometrik şeklin köşe noktalarının x-koordinatları toplanarak köşe sayısına bölünerek bulunur:

Basit Geometrik şekillerin Ağırlık Merkezine ait x-koordinatı hesabı:





ÖRNEK

Alt Bölüm (temel geometrik parçalar) Alanlarının Hesaplanması:

$A_1 = (2x0.5)x½ \quad = 0.50$

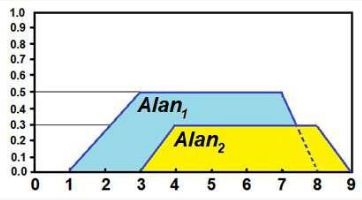
$A_2 = (4x0.5) \quad = 2.00$

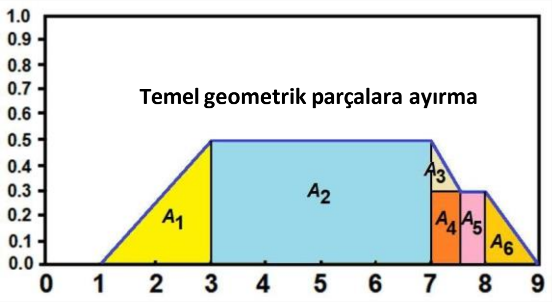
$A_3 = (0.5x0.3)x½ \quad = 0.05$

$A_4 = (0.5x0.3) \quad = 0.15$

$A_5 = (0.5x0.3) \quad = 0.15$

$A_6 = (1x0.3)x½ \quad = 0.15$





Alt bölümlerin Ağırlık Merkezi *x*-koordinatı:

$x_1 = (1+3+3)/3 \quad = 2.33$

$x_2 = (3+3+7+7)/4 \quad = 5.00$

$x_3 = (7+7+7.5)/3 \quad = 7.17$

$x_4 = (7+7+7.5+7.5)/4 \quad = 7.25$

$x_5 = (7.5+7.5+8+8)/4 \quad = 7.75$

$x_6 = (8+8+9)/3 \quad = 8.33$

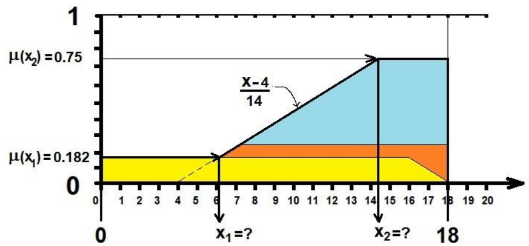
$$X_c = \frac{\bar{X}_1 A_1 + \bar{X}_2 A_2 + \bar{X}_3 A_3 + \bar{X}_4 A_4 + \bar{X}_5 A_5 + \bar{X}_6 A_6}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6}$$

$$= \frac{2.33x0.5 + 5x2 + 7.17x0.05 + 7.25x0.15 + 7.75x0.15 + 8.33x0.15}{0.5 + 2 + 0.05 + 0.15 + 0.15 + 0.15}$$

$$= \frac{15.023}{3} = \boxed{5.007}$$

NOT: Bir Üçgen/Dikdörtgen vb şeklin ağırlık merkezinin x-koordinatının hesabı, köşelerin x-koordinatlarının köşe sayısına bölünmesiyle elde edilir.

ÖRNEK

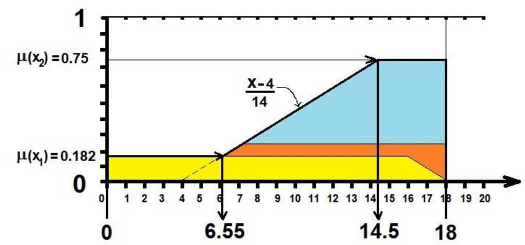


$$CoA = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, x\, dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, dx}$$

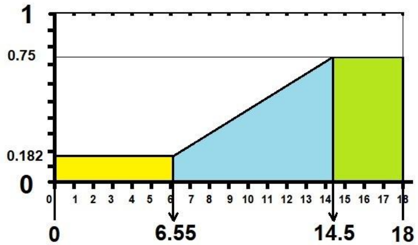
Önce x_1 ve x_2 noktası değerlerini belirleyelim:

$(x_1 - 4)/14 = 0.182$ → $\mathbf{x_1} = 0.182 \times 14 + 4 = \mathbf{6.55}$

$(x_2 - 4)/14 = 0.182$ → $\mathbf{x_2} = 0.75 \times 14 + 4 = \mathbf{14.5}$



$$\mu_{(x)} = \begin{cases} 0.182 & x \le 6.55 \\ \frac{-4}{14} & 6.55 \le x \le 14.5 \\ 0.75 & x \ge 4.5 \end{cases}$$



COG/CoA hesabı :

$$CoA = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, x\, dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \mu(x)\, dx}$$

$$M_1 = \int_0^{6.55} \boxed{0.182} \cdot x\, dx = \mathbf{0.182} \frac{x^2}{2}\Big|_0^{6.55} = \mathbf{3.904}$$

$$M_2 = \int_{6.55}^{14.5} \boxed{\frac{x-4}{14}} \cdot x\, dx = \mathbf{0.071} \frac{x^3}{3}\Big|_{6.55}^{14.5} - \mathbf{0.286} \frac{x^2}{2}\Big|_{6.55}^{14.5} = 41.989$$

$$M_3 = \int_{14.5}^{18} \boxed{0.182} \cdot x\, dx = \mathbf{0.182} \frac{x^2}{2}\Big|_{14.5}^{18} = \mathbf{10.351}$$

$$A_1 = 0.182 \text{x} 6.55 = 1.19$$

$$A_2 = 0.182 \text{x} (14.5 - 6.55) + \frac{(0.75 - 0.182) \text{x} (14.5 - 6.55)}{2} = 3.705$$

$$A_3 = 0.75 \text{x} (18 - 14.5) = 2.63$$

$$\text{CoA} = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{3.904 + 41.569 + 10.351}{1.19 + 3.705 + 2.63} = 7.41$$