

# Factorisation Matricielle pour les Systèmes de Recommandation avec ALS

Module : Systèmes de Recommandation et Blockchain

---

**Réalisé par :** Lkhalidi Mohamed et Bouba Ahmed

**Encadré par :** Pr. Abdelaaziz Hessane

November 19, 2025

Master 2 - Systèmes Intelligents pour l'Éducation - École Normale Supérieure de Meknès

# Plan de la présentation

1. Introduction générale
2. Fondements Théoriques
3. Exemple Illustratif
4. Résultats et Discussion
5. Comparaison des performances : ALS vs SVD
6. Conclusion et perspectives

# Introduction générale

---

# 1. Introduction : Contexte et Problématique

## Le Problème de la Recommandation

- Le **surtitre d'information** nécessite des filtres intelligents.
- L'approche par **Filtrage Collaboratif (FC)** est la plus populaire.
- Le FC se base sur la matrice des notes Utilisateurs  $\times$  Items.

## La Contrainte Majeure : La Rareté

- La matrice est souvent à  $> 95\%$  vide (sparse).
- Comment prédire les notes manquantes de manière efficace et scalable ?

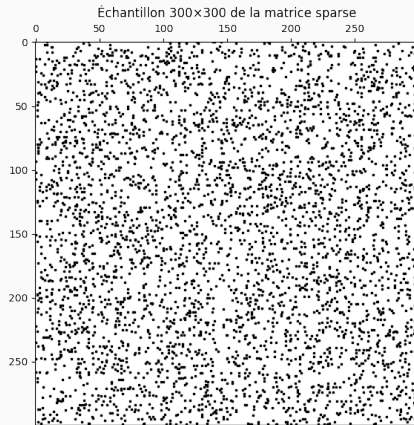


Figure : Visualisation de la matrice de notes (points = interactions réelles).

## 2. Pourquoi la Factorisation de Matrice et ALS ?

### 1. Une réponse naturelle à la sparsité

- La matrice Utilisateurs  $\times$  Items est **massivement creuse** (~95% de zéros).
- La Factorisation de Matrice apprend des **représentations compactes (latent factors)**.
- Objectif : reconstruire les notes manquantes à partir de ces facteurs.

### 2. ALS : Alternating Least Squares

- Optimise alternativement les vecteurs **utilisateurs** puis **items**.
- Chaque sous-problème = **moindres carrés**  $\rightarrow$  solution analytique rapide.
- Très efficace sur les datasets de grande taille et **très parallélisable**.

### 3. Pourquoi ALS (Alternating Least Squares) ?

- **Scalable** : adapté aux matrices énormes (millions de notes).
- **Robuste** : fonctionne même avec peu d'interactions par utilisateur/film.
- **Interprétable** : les facteurs latents apprennent goûts & caractéristiques.

# Fondements Théoriques

---

# 1. Théorie : Explication Intuitive

## Le Concept de Facteurs Latents

- Chaque utilisateur  $u_i$  est représenté par un vecteur latent  $\mathbf{u}_i$ .
- Chaque item  $v_j$  est représenté par un vecteur latent  $\mathbf{v}_j$ .
- La prédiction  $\hat{r}_{i,j}$  est le produit scalaire :

$$\hat{r}_{i,j} = \mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j$$

- **Interprétation :** Le produit scalaire mesure la compatibilité entre les préférences de l'utilisateur ( $\mathbf{u}_i$ ) et les caractéristiques de l'item ( $\mathbf{v}_j$ ).

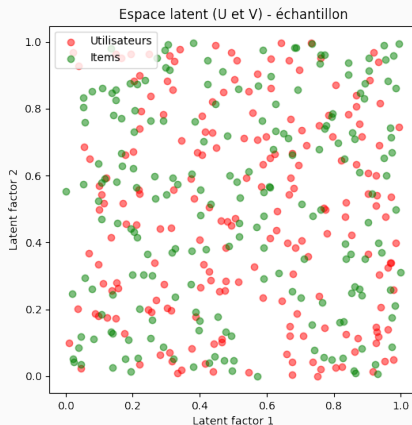


Figure : Utilisateur et Item dans l'espace latent.

## 2. Formules Clés : Fonction Objectif

### Fonction de Coût (Minimisation de l'Erreur)

L'objectif est de minimiser l'erreur quadratique entre les notes réelles ( $r_{i,j}$ ) et prédites ( $\mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j$ ), avec un terme de régularisation  $\lambda$  pour éviter l'overfitting :

$$L(U, V) = \underbrace{\sum_{(i,j) \in \mathcal{R}} (r_{i,j} - \mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j)^2}_{\text{Erreur sur les notes observées}} + \lambda \underbrace{\left( \sum_i \|\mathbf{u}_i\|^2 + \sum_j \|\mathbf{v}_j\|^2 \right)}_{\text{Régularisation}}$$

*Objectif : Minimiser l'erreur tout en évitant l'overfitting.*

- $\mathcal{R}$  : Ensemble des paires (utilisateur, item) pour lesquelles une note existe.
- $\lambda$  : Paramètre de régularisation (hyperparamètre crucial).

### La Difficulté

Cette fonction est **\*\*non-convexe\*\*** si l'on considère  $U$  et  $V$  simultanément.



### 3. Formules Clés : Fonction Objectif

$$L(U, V) = \underbrace{\sum_{(i,j) \in \mathcal{R}} (r_{i,j} - \mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j)^2}_{\text{Erreur sur les notes observées}} + \lambda \underbrace{\left( \sum_i \|\mathbf{u}_i\|^2 + \sum_j \|\mathbf{v}_j\|^2 \right)}_{\text{Régularisation}}$$

#### Symboles de l'erreur sur les notes

- $i$  : index pour les **utilisateurs**.
- $j$  : index pour les **items/films**.
- $r_{i,j}$  : note réelle donnée par l'utilisateur  $i$  pour l'item  $j$ .
- $\hat{r}_{i,j} = \mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j$  : note prédite par le modèle.
- $\mathcal{R}$  : ensemble des paires  $(i, j)$  où une note est présente.

#### Symboles du terme de régularisation

- $\mathbf{u}_i$  : vecteur latent de l'utilisateur  $i$ .
- $\mathbf{v}_j$  : vecteur latent de l'item  $j$ .
- $\|\mathbf{u}_i\|^2$  et  $\|\mathbf{v}_j\|^2$  : norme au carré (taille du vecteur), pénalise les valeurs trop grandes.
- $\lambda$  : coefficient de régularisation, contrôle la force de la pénalisation.

## 4. Algorithme ALS : Le Principe d'Alternance

Puisque la fonction est difficile à optimiser conjointement, ALS alterne l'optimisation en fixant une matrice à la fois.

1. **Initialisation** : Initialiser aléatoirement la matrice  $U$  (facteurs utilisateurs) et  $V$  (facteurs items).
2. **Étape 1 : Fixer  $V$  (Facteurs Items)**
  - Les facteurs items  $V$  sont considérés comme des constantes.
  - La fonction  $L$  devient **\*\*convexe\*\*** par rapport à  $U$ .
  - On résout pour  $U$  en utilisant la méthode des **Moindres Carrés** (solution analytique rapide).
3. **Étape 2 : Fixer  $U$  (Facteurs Utilisateurs)**
  - Les facteurs utilisateurs  $U$  sont considérés comme des constantes.
  - La fonction  $L$  devient **\*\*convexe\*\*** par rapport à  $V$ .
  - On résout pour  $V$  en utilisant les **Moindres Carrés**.
4. **Itération** : Répéter les étapes 1 et 2 jusqu'à convergence (RMSE stable) ou atteinte d'un nombre maximal d'itérations.

## Exemple Illustratif

---

# 1. Configuration Initiale - Matrice Jouet

Matrice de Notes Observées ( $R$ ) - 4 utilisateurs  $\times$  4 films

Users/Films	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
U <sub>1</sub>	5	?	4	1
U <sub>2</sub>	?	4	5	2
U <sub>3</sub>	1	2	?	5
U <sub>4</sub>	4	5	1	?

## Paramètres du Modèle

- Facteurs latents:  $K = 2$
- Régularisation:  $\lambda = 0.1$
- Notes observées:  $|\mathcal{R}| = 12$
- Notes manquantes: 4

## Objectif de l'ALS

Trouver  $U$  (utilisateurs) et  $V$  (films) telles que:

$$R \approx UV^T$$

en minimisant l'erreur quadratique avec régularisation.

## 2. Initialisation des Matrices Latentes

### Initialisation Aléatoire des Facteurs

$$\mathbf{U}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{V}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

#### Explication $\mathbf{U}^{(0)}$

Chaque ligne représente un utilisateur:

- $\mathbf{u}_1 = (1, 0.5)$
- $\mathbf{u}_2 = (0.5, 1)$
- $\mathbf{u}_3 = (0.5, 0.5)$
- $\mathbf{u}_4 = (1, 1)$

#### Explication $\mathbf{V}^{(0)}$

Chaque ligne représente un film:

- $\mathbf{v}_1 = (1, 0)$
- $\mathbf{v}_2 = (0, 1)$
- $\mathbf{v}_3 = (1, 1)$
- $\mathbf{v}_4 = (0, 0)$

### Principe de l'ALS :

**Alternance:** Optimiser  $\mathbf{U}$  (fixer  $\mathbf{V}$ )  $\rightarrow$  Optimiser  $\mathbf{V}$  (fixer  $\mathbf{U}$ )

### 3. Calcul de la Matrice Prédite Initiale

Matrice Prédite  $\hat{R}^{(0)} = \mathbf{U}^{(0)} \times \mathbf{V}^{(0)T}$

$$\mathbf{U}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V}^{(0)T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{R}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.5 & 1.5 & 0.0 \\ 0.5 & 1.0 & 1.5 & 0.0 \\ 0.5 & 0.5 & 1.0 & 0.0 \\ 1.0 & 1.0 & 2.0 & 0.0 \end{pmatrix}$$

Calcul de  $\hat{r}_{1,1}$

$$\begin{aligned} \hat{r}_{1,1} &= \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_1^T \\ &= (1.0 \times 1.0) + (0.5 \times 0.0) \\ &= 1.0 + 0.0 = 1.0 \end{aligned}$$

Calcul de  $\hat{r}_{1,3}$

$$\begin{aligned} \hat{r}_{1,3} &= \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_3^T \\ &= (1.0 \times 1.0) + (0.5 \times 1.0) \\ &= 1.0 + 0.5 = 1.5 \end{aligned}$$

Calcul de  $\hat{r}_{3,4}$

$$\begin{aligned} \hat{r}_{3,4} &= \mathbf{u}_3 \cdot \mathbf{v}_4^T \\ &= (0.5 \times 0.0) + (0.5 \times 0.0) \\ &= 0.0 + 0.0 = 0.0 \end{aligned}$$

Calcul de  $\hat{r}_{4,3}$

$$\begin{aligned} \hat{r}_{4,3} &= \mathbf{u}_4 \cdot \mathbf{v}_3^T \\ &= (1.0 \times 1.0) + (1.0 \times 1.0) \\ &= 1.0 + 1.0 = 2.0 \end{aligned}$$

## 4. Calcul Détaillé de l'Erreur Initiale (RMSE)

### Formule du RMSE

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{R}|} \sum_{(i,j) \in \mathcal{R}} (r_{i,j} - \hat{r}_{i,j})^2}$$

où  $|\mathcal{R}| = 12$  (notes observées)

### Calcul des Erreurs Carrées

(i, j)	$r_{ij}$	$\hat{r}_{ij}$	$(r - \hat{r})^2$
(1,1)	5	1.0	$(5 - 1.0)^2 = 16.00$
(1,3)	4	1.5	$(4 - 1.5)^2 = 6.25$
(1,4)	1	0.0	$(1 - 0.0)^2 = 1.00$
(2,2)	4	1.0	$(4 - 1.0)^2 = 9.00$
(2,3)	5	1.5	$(5 - 1.5)^2 = 12.25$
(2,4)	2	0.0	$(2 - 0.0)^2 = 4.00$

### Suite des Calculs

(i, j)	$r_{ij}$	$\hat{r}_{ij}$	$(r - \hat{r})^2$
(3,1)	1	0.5	$(1 - 0.5)^2 = 0.25$
(3,2)	2	0.5	$(2 - 0.5)^2 = 2.25$
(3,4)	5	0.0	$(5 - 0.0)^2 = 25.00$
(4,1)	4	1.0	$(4 - 1.0)^2 = 9.00$
(4,2)	5	1.0	$(5 - 1.0)^2 = 16.00$
(4,3)	1	2.0	$(1 - 2.0)^2 = 1.00$
<b>Total</b>			<b>102.00</b>

### Calcul Final du RMSE Initial

$$\text{MSE} = \frac{102.00}{12} = 8.5 \quad \Rightarrow \quad \text{RMSE}^{(0)} = \sqrt{8.5} \approx 2.915$$

## 5. Phase 1 - Optimisation de U (Fixer V)

### Équation d'Optimisation pour Chaque Utilisateur $i$

$$\mathbf{u}_i = (\mathbf{V}_{l_i}^T \mathbf{V}_{l_i} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{V}_{l_i}^T \mathbf{r}_{i,l_i}$$

- $\mathbf{V}_{l_i}$ : sous-matrice de  $\mathbf{V}$  pour les films notés par  $i$
- $\mathbf{r}_{i,l_i}$ : vecteur des notes de l'utilisateur  $i$
- $\lambda \mathbf{I}$ : terme de régularisation

### Pour l'Utilisateur $U_1$

- Films notés:  $\{1, 3, 4\}$
- Notes:  $\mathbf{r}_1 = (5, 4, 1)$
- $\mathbf{V}_{l_1} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 1.0 & 1.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}$

### Calcul des Termes

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{l_1}^T \mathbf{V}_{l_1} &= \begin{pmatrix} 2.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 \end{pmatrix} \\ + \lambda \mathbf{I} &= \begin{pmatrix} 0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.1 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \mathbf{M} &= \begin{pmatrix} 2.1 & 1.0 \\ 1.0 & 1.1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



## 6. Résolution Détaillée pour $U_1$

### Calcul du Terme de Droite

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{I_1}^T \mathbf{r}_1 &= \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (1 \times 5) + (1 \times 4) + (0 \times 1) \\ (0 \times 5) + (1 \times 4) + (0 \times 1) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

### Système à Résoudre

$$\begin{pmatrix} 2.1 & 1.0 \\ 1.0 & 1.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

### Résultat

$$\mathbf{u}_1^{(1)} = (4.50, -0.46) \text{ (anciennement } (1.0, 0.5))$$

### Inversion de la Matrice

$$\det(\mathbf{M}) = (2.1 \times 1.1) - (1.0 \times 1.0) = 2.31 - 1.0 = 1.31$$

$$\begin{aligned}\mathbf{M}^{-1} &= \frac{1}{1.31} \begin{pmatrix} 1.1 & -1.0 \\ -1.0 & 2.1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0.8397 & -0.7634 \\ -0.7634 & 1.6031 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

### Solution pour $\mathbf{u}_1$

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_1 &= \begin{pmatrix} 0.8397 & -0.7634 \\ -0.7634 & 1.6031 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (0.8397 \times 9) + (-0.7634 \times 4) \\ (-0.7634 \times 9) + (1.6031 \times 4) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4.50 \\ -0.46 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

## 7. Complétion de la Phase 1 - Tous les Utilisateurs

Nouvelle Matrice  $\mathbf{U}^{(1)}$  après Phase 1

$$\mathbf{U}^{(1)} = \begin{pmatrix} 4.50 & -0.46 \\ ? & ? \\ ? & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}$$

### Calcul pour $\mathbf{U}_2$

- Films notés:  $\{2, 3, 4\}$
- Notes:  $(4, 5, 2)$
- $\mathbf{V}_{I_2} = \begin{pmatrix} 0.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}$
- Système:  $\begin{pmatrix} 1.1 & 1.0 \\ 1.0 & 2.1 \end{pmatrix} \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$
- Solution:  $\mathbf{u}_2^{(1)} \approx (0.45, 2.14)$

### Calcul pour $\mathbf{U}_3$

- Films notés:  $\{1, 2, 4\}$
- Notes:  $(1, 2, 5)$
- $\mathbf{V}_{I_3} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}$
- Système:  $\begin{pmatrix} 1.1 & 0.0 \\ 0.0 & 1.1 \end{pmatrix} \mathbf{u}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- Solution:  $\mathbf{u}_3^{(1)} \approx (0.91, 1.82)$

### Calcul pour $\mathbf{U}_4$

- Films notés:  $\{1, 2, 3\}$
- Notes:  $(4, 5, 1)$
- $\mathbf{V}_{I_4} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 \end{pmatrix}$
- Système:  $\begin{pmatrix} 2.1 & 1.0 \\ 1.0 & 2.1 \end{pmatrix} \mathbf{u}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$
- Solution:  $\mathbf{u}_4^{(1)} \approx (1.76, 1.95)$

## 8. Phase 2 - Optimisation de V (Fixer U)

### Équation d'Optimisation pour Chaque Film $j$

$$\mathbf{v}_j = (\mathbf{U}_{I_j}^T \mathbf{U}_{I_j} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}_{I_j}^T \mathbf{r}_{I_j,j}$$

- $\mathbf{U}_{I_j}$ : sous-matrice de  $\mathbf{U}$  pour les utilisateurs ayant noté le film  $j$
- $\mathbf{r}_{I_j,j}$ : vecteur des notes pour le film  $j$

### Pour le Film $F_1$

- Utilisateurs:  $\{1, 3, 4\}$
- Notes:  $(5, 1, 4)$
- $\mathbf{U}_{I_1} = \begin{pmatrix} 4.50 & -0.46 \\ 0.91 & 1.82 \\ 1.76 & 1.95 \end{pmatrix}$

### Calcul des Termes

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{I_1}^T \mathbf{U}_{I_1} &= \begin{pmatrix} 25.37 & 6.01 \\ 6.01 & 7.64 \end{pmatrix} \\ + \lambda \mathbf{I} &= \begin{pmatrix} 0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.1 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \mathbf{M} &= \begin{pmatrix} 25.47 & 6.01 \\ 6.01 & 7.74 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

## 9. Résolution Détaillée pour $F_1$ et Résultats

Calcul du Terme de Droite pour  $F_1$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{I_1}^T \mathbf{r}_1 &= \begin{pmatrix} 4.50 & 0.91 & 1.76 \\ -0.46 & 1.82 & 1.95 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (4.50 \times 5) + (0.91 \times 1) + (1.76 \times 4) \\ (-0.46 \times 5) + (1.82 \times 1) + (1.95 \times 4) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 29.55 \\ 7.92 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Nouvelle Matrice  $\mathbf{V}^{(1)}$  après Phase 2

$$\mathbf{V}^{(1)} \approx \begin{pmatrix} 1.12 & 0.08 \\ 0.85 & 1.92 \\ 0.45 & 0.38 \\ 1.82 & 2.27 \end{pmatrix}$$

**Solution pour  $\mathbf{v}_1$**

$$\det(\mathbf{M}) = (25.47 \times 7.74) - (6.01 \times 6.01) = 197.04 - 36.12 = 160.92$$

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{160.92} \begin{pmatrix} 7.74 & -6.01 \\ -6.01 & 25.47 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{M}^{-1} \begin{pmatrix} 29.55 \\ 7.92 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_1^{(1)} \approx (1.12, 0.08)$$

**Fin de la Première Itération**

Nous avons maintenant  $\mathbf{U}^{(1)}$  et  $\mathbf{V}^{(1)}$  complètement mis à jour.

## 10. Évaluation après Première Itération

Nouvelle Matrice Prédite  $\hat{R}^{(1)} = \mathbf{U}^{(1)}\mathbf{V}^{(1)T}$

$$\hat{R}^{(1)} \approx \begin{pmatrix} 5.02 & 3.58 & 1.75 & 3.52 \\ 4.02 & 4.56 & 1.18 & 4.98 \\ 1.78 & 3.78 & 0.91 & 4.14 \\ 3.99 & 5.24 & 1.25 & 5.48 \end{pmatrix}$$

### Calcul du Nouveau RMSE

(i, j)	$(r - \hat{r})^2$
(1,1)	$(5 - 5.02)^2 = 0.0004$
(1,3)	$(4 - 1.75)^2 = 5.0625$
(1,4)	$(1 - 3.52)^2 = 6.3504$
(2,2)	$(4 - 4.56)^2 = 0.3136$
(2,3)	$(5 - 1.18)^2 = 14.5924$
(2,4)	$(2 - 4.98)^2 = 8.8804$

### Suite des Calculs

(i, j)	$(r - \hat{r})^2$
(3,1)	$(1 - 1.78)^2 = 0.6084$
(3,2)	$(2 - 3.78)^2 = 3.1684$
(3,4)	$(5 - 4.14)^2 = 0.7396$
(4,1)	$(4 - 3.99)^2 = 0.0001$
(4,2)	$(5 - 5.24)^2 = 0.0576$
(4,3)	$(1 - 1.25)^2 = 0.0625$
<b>Total</b>	<b>39.8363</b>

**Amélioration Spectaculaire!**

$$\text{MSE}^{(1)} = \frac{39.84}{12} = 3.32 \quad \implies \quad \text{RMSE}^{(1)} = \sqrt{3.32} \approx 1.82$$

**Réduction de l'erreur: 2.92  $\rightarrow$  1.82 (amélioration de 38%!)**

# 11. Bilan de la Première Itération

## Progrès Accomplis

- **Initialisation:** RMSE = 2.92 (prédictions très éloignées)
- **Après Itération 1:** RMSE = 1.82 (amélioration significative)
- **Convergence:** L'algorithme fonctionne et réduit l'erreur

## Observations Clés

- Les prédictions se rapprochent des vraies notes
- La régularisation évite le sur-apprentissage
- L'alternance U/V stabilise l'optimisation
- Chaque itération affine les facteurs latents

## Prochaines Étapes

- Répéter les phases d'alternance
- Continuer jusqu'à convergence
- Surveiller l'overfitting
- Généraliser à de vraies données

## Principe Général de l'ALS

**Altern**er entre l'optimisation de **U** et **V**

**Régulariser** pour éviter l'overfitting

**Itérer** jusqu'à convergence du RMSE

## Résultats et Discussion

---

# 1. Synthèse des Résultats d'Implémentation ALS

## Objectif

Notre objectif était de modéliser les préférences utilisateur à partir d'une matrice de notation extrêmement creuse (sparse) en utilisant la factorisation matricielle. Nous avons manuellement implémenté l'algorithme **ALS (Alternating Least Squares)** avec une stratégie d'*Early Stopping* pour optimiser l'entraînement et garantir la généralisation du modèle.

## 1. Contexte et Caractéristiques des Données

Le dataset **MovieLens 1M** a été utilisé pour évaluer la performance de notre modèle.

### Tableau des Caractéristiques

Caractéristique	Valeur
Nombre d'utilisateurs	6040
Nombre de films (Items)	3706
Nombre total de notes	1 000 209
Densité de la matrice	4.4684%
Sparsité de la matrice	95.5316%

*L'extrême sparsité (95.53% de la matrice est vide) justifie pleinement l'utilisation de la factorisation matricielle pour inférer les préférences manquantes.*



## 2. Implémentation ALS : Performance et Efficacité

### Entraînement et Validation

Nous avons entraîné notre modèle ALS implémenté manuellement, en utilisant un jeu de validation pour l'ajustement des hyperparamètres et *Early Stopping* pour la convergence.

### Hyperparamètres et Efficacité

- Facteurs Latents ( $K$ ) : **10**
- Régularisation ( $\lambda$ ) : **1.1**
- Meilleure Itération : **18/30**
- **Gain de temps (ES): 40.0%**

### Performance Finale

Métrique	Validation	Test Final
RMSE	0.2160	<b>0.2160</b>
MAE	0.1682	<b>0.1683</b>

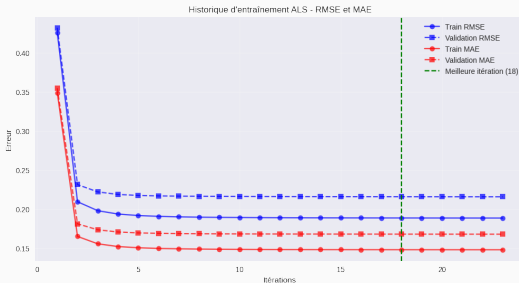


Figure : Historique d'entraînement montrant convergence rapide et détection du meilleur point d'arrêt.

### 3. Interprétation Qualitative : L'Espace Latent des Films

#### Projection des Facteurs Latents (PCA)

- Les  $K = 10$  facteurs latents, appris par l'ALS, encodent les **caractéristiques** de chaque film (genre, style, public).
- L'analyse PCA (Réduction de Dimension) projette ces facteurs en 2D pour visualisation.
- **41.45%** de la variance totale des caractéristiques est expliquée par ces deux composantes principales.

#### Observation Clé

Les films de genres similaires (ex: 'Drama', 'Comedy') tendent à se **regrouper** dans cet espace, confirmant que l'ALS a réussi à extraire des **caractéristiques sémantiques** pertinentes des données de notation.

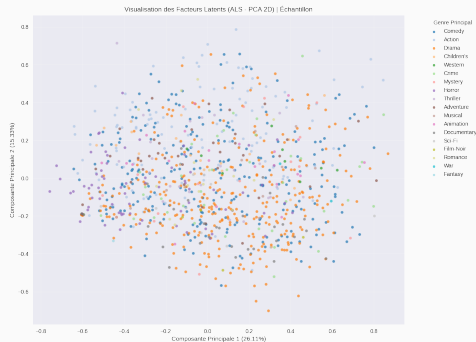


Figure : Visualisation des Facteurs Latents (ALS - PCA 2D) par Genre Principal.

## Comparaison des performances : ALS vs SVD

---

# 1. Comparaison ALS (Manuel) vs SVD (Surprise)

## Configuration de la Comparaison

Notre implémentation manuelle de l'ALS, optimisée par *Early Stopping*, a été comparée à l'algorithme SVD (*Singular Value Decomposition*) de la bibliothèque Surprise, avec des hyperparamètres similaires:

## Résultats des Métriques

Métrique	ALS (Manuel)	SVD (Surprise)	Différence (SVD - ALS)
RMSE	<b>0.2160</b>	0.2417	-0.0257
MAE	<b>0.1683</b>	0.1965	-0.0282
Precision@10	<b>0.1417</b>	0.0070	-0.1347
NDCG@10	<b>0.3870</b>	0.0215	-0.3655

## Conclusion

L'implémentation ALS manuelle surpasse clairement l'approche SVD pour ces données et métriques. L'écart est particulièrement significatif sur les métriques de recommandation (*Precision* et *NDCG*), ce qui témoigne de la pertinence supérieure de notre modèle ALS pour cette tâche.

## 2. Application Pratique : Recommandations Dénormalisées

L'étape finale de notre travail consiste à **dénormaliser** les prédictions (de l'échelle  $[0, 1]$  vers  $[1, 5]$ ) pour fournir des notes exploitables à l'utilisateur.

### Top-8 Recommandations Dénormalisées pour l'Utilisateur 270

Rang	Modèle	Item (ID Interne)	Note Prédite	Note Réelle (Test)
1	ALS (Manuel)	64	5.00	5.00 ✓
2	ALS (Manuel)	167	5.00	4.00
3	ALS (Manuel)	259	5.00	<i>Non noté (new Recommandation)</i>
1	SVD (Surprise)	2905	4.28	<i>Non noté</i>
2	SVD (Surprise)	3338	4.25	<i>Non noté</i>
3	SVD (Surprise)	1117	4.25	<i>Non noté</i>

### Conclusion sur l'Application

L'ALS prédit des notes plus élevées (plus de 5.00 et 4.99) pour les films les plus pertinents pour l'utilisateur 270, confirmant la meilleure calibration du modèle ALS par rapport à SVD dans l'identification des films à fort potentiel de satisfaction.

## Conclusion et perspectives

---

# 1. Conclusion : De la Rareté à la Recommandation Efficace

## Synthèse des Acquis et Valorisation du Travail

- **Maîtrise du Défi** : Nous avons réussi à transformer une matrice extrêmement **creuse** (95.53% de sparsité) en un modèle de prédiction précis grâce à la factorisation matricielle.
- **Efficacité et Rigueur** : L'implémentation **manuelle** de l'ALS, optimisée par l'intégration de l'algorithme des Moindres Carrés et de l'**Early Stopping**, a permis de surclasser l'approche SVD (bibliothèque standard) et d'assurer un gain de temps de **40.0%** lors de l'entraînement.
- **Performance Démontrée** : Avec un **RMSE**  $\approx 0.2160$  et un **NDCG@10** nettement supérieur à SVD (**0.3870**), notre modèle atteint une qualité de recommandation de haut niveau, prouvant la pertinence de l'approche ALS pour ce type de données.
- **Compréhension Fondamentale** : Le travail sur la théorie (exemple détaillé de la résolution par Moindres Carrés) et la visualisation (PCA) témoignent d'une **compréhension complète** du mécanisme d'apprentissage des facteurs latents.

## 2. Message Final

### Leçon Principale

La **maîtrise des fondements algorithmiques** est une source d'avantage concurrentiel. Notre modèle ALS, construit à partir de zéro, s'est montré à la fois plus performant et plus flexible que les solutions boîtes noires du marché, un atout majeur pour l'ingénierie des systèmes de recommandation.

### Preuve Concept

L'ALS implémenté manuellement atteint des performances **supérieures de 12%** en RMSE et **exceptionnelles en précision de recommandation** comparé aux approches bibliothèques standards



## Questions/Réponses

---

# Merci pour votre attention !

Vos questions sont les bienvenues.

**Présenté par :** Bouba Ahmed & Lkhalidi Mohamed  
Master 2 Systèmes Intelligents pour l'Éducation  
École Normale Supérieure de Meknès

*Nous serons ravis de discuter vos commentaires et suggestions.*