UNIVERSITE DE PAU ET DES PAYS DE L'ADOUR

Master Economie Appliquée

Parcours Europe Internationale Environnement et Développement (EIED)

An analytically solvable core-periphery model

(Rickard Forslid et Gianmarco Ottaviano, 2002)

Réalisé par :

Boubacar KANDE

Responsable du cours :

Dr. CASSAGNARD

Année Universitaire : 2023/2024

Table des matières

1 Objectif de l'étude

L'objectif principal de cet article est d'analyser l'effet de l'intégration économique sur la localisation industrielle, en se concentrant sur les modèles de géographie économique et de commerce, en particulier le modèle Centre-périphérie (CP) développé par Krugman en 1991.

La problématique de cet article se tourne autour de la compréhension et de la modélisation des dynamiques économiques entre les régions centrales (core) et périphériques (periphery). Ces dynamiques sont souvent cruciales dans l'analyse des phénomènes tels que la croissance économique régionale, les flux commerciaux, les migrations de main-d'œuvre, etc.

La question de recherche principale peut être de déterminer comment les interactions entre les régions centrales et périphériques affectent la performance globale de l'économie, et comment ces interactions peuvent être modélisées de manière analytique pour fournir des fondements théoriques robustes.

2 Modèle canonique

2.1 Définition du modèle

Dans notre économie, nous avons deux régions 1 et 2. Nous avons également deux types de main d'oeuvres non qualifiés notés L et qualifiés noté H. Donc nous avons $H_1 + H_2 = H$ et $L_1 + L_2 = L$.
Une différentiation horizontale du bien manufacturiers (X) et le bien agricole est homogène (A).

La fonction de préférence de consommateurs de la région i est définit comme suit :

$$U_i = X_i^{\mu} A_i^{1-\mu} \tag{1}$$

Où $\mu \in [0,1]$ et avec :

$$X_i = \left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{2}$$

Où $\sigma > 1$ est l'élasticité de substitution entre les variétés, X_i la consommation du bien manufacturier de la région i qui prend la forme de la Dixit et Stiglitz (1977), $d_i(s)$ la consommation de la variété s dans la région i.

2.2 Comportement du consommateur

Nous déterminons d'abord les demandes des deux biens dans la région i

2.2.1 Demandes agrégées

$$MaxU_i = X_i^{\mu} A_i^{1-\mu}$$

$$\text{Sc. } P_i X_i + P_{A_i} A_i = Y_i$$

Par lagrangien :

$$\mathcal{L} = X_i^{\mu} A_i^{1-\mu} - \lambda(P_i X_i + P_{A_i} A_i - Y_i)$$

Les CPO sont données par :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_i} = 0 \Rightarrow \mu X_i^{\mu-1} A_i^{1-\mu} = \lambda P_i \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_i} = 0 \Rightarrow (1-\mu) X_i^{\mu} A_i^{-\mu} = \lambda P_{A_i} \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow P_i X_i + P_{A_i} A_i = Y_i \tag{5}$$

Prenons (3)/(4) pour que λ disparaît. On obtient :

$$\frac{\mu}{1-\mu} \frac{X_i^{\mu-1} A_i^{1-\mu}}{X_i^{\mu} A_i^{-\mu}} = \frac{\lambda P_i}{\lambda P_{A_i}}$$

On simplifie pour obtenir l'équation suivante :

$$\frac{\mu}{1-\mu} \frac{A_i}{X_i} = \frac{P_i}{P_{A_i}} \tag{6}$$

Nous divisons maintenant (5) par P_{A_i}

$$\frac{P_i}{P_{A_i}} X_i + A_i = \frac{Y_i}{P_{A_i}} \tag{7}$$

L'équation (6) dans l'équation (7) :

$$\frac{\mu}{1-\mu} \frac{A_i}{X_i} X_i + A_i = \frac{Y_i}{P_{A_i}}$$

On simplifie pour obtenir :

$$\frac{A_i}{1-\mu} = \frac{Y_i}{P_{A_i}}$$

Donc la demande agrégée du bien agricole de la région i est donnée par :

$$A_i = (1-\mu)\frac{Y_i}{P_{A_i}} \tag{8}$$

(8) dans (6) on obtient :

$$\frac{\mu}{(1-\mu)X_i}\frac{(1-\mu)Y_i}{P_{A_i}} = \frac{P_i}{P_{A_i}}$$

On simplifie pour obtenir :

$$\frac{\mu Y_i}{X_i} = P_i$$

Donc la demande agrégée du bien manufacturier de la région i est donnée par :

$$X_i = \mu\frac{Y_i}{P_i} \tag{9}$$

2.2.2 Demande individuelle

Nous déterminons la demande individuelle $d_i(s)$ du bien manufacturier dans la région i pour la variété s. Pour ce faire on maximise l'équation (2)

$$MaxX_i = \left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$\text{Sc.} \int_0^N p_i(s)d_i(s)ds = P_iX_i$$

Par lagrangien :

$$\mathcal{L} = \left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - \lambda\left[\int_0^N p_i(s)d_i(s)ds - P_iX_i\right]$$

CPO :

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial d_i(s)} = 0 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sigma-1}\frac{\sigma-1}{\sigma}d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1}\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} = \lambda p_i(s)$$

$$d_i(s)^{-\frac{1}{\sigma}}\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} = \lambda p_i(s) \tag{10}$$

Réécrivons l'équation (10)

$$\frac{d_i(s)^{-\frac{1}{\sigma}}}{\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{-\frac{1}{\sigma-1}}} = \lambda p_i(s)$$

On sait que : $-\frac{1}{\sigma-1} = \frac{\sigma}{\sigma-1}(-\frac{1}{\sigma})$

$$\frac{d_i(s)^{-\frac{1}{\sigma}}}{\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}(-\frac{1}{\sigma})}} = \lambda p_i(s)$$

$$\left(\frac{d_i(s)}{X_i}\right)^{-\frac{1}{\sigma}} = \lambda p_i(s) \tag{11}$$

Repronons l'équation (10) et cherchons le multiplicateur de lagrange λ
Pour cela nous multiplions (10) par $d_i(s)$

$$d_i(s)d_i(s)^{-\frac{1}{\sigma}}\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} = \lambda p_i(s)d_i(s)$$

$$d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} = \lambda p_i(s)d_i(s)$$

On intégre

$$\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{1}{\sigma-1}} = \lambda \int_0^N p_i(s)d_i(s)ds$$

$$\left[\int_0^N d_i(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} = \lambda \int_0^N p_i(s)d_i(s)ds$$

$$X_i = \lambda P_i X_i$$

$$\lambda = \frac{1}{P_i} \tag{12}$$

(12) dans (11)

$$\left(\frac{d_i(s)}{X_i}\right)^{-\frac{1}{\sigma}} = \frac{1}{P_i}p_i(s)$$

$$\frac{d_i(s)}{X_i} = \left(\frac{p_i(s)}{P_i}\right)^{-\sigma}$$

$$d_i(s) = X_i\frac{p_i(s)^{-\sigma}}{P_i^{-\sigma}} \tag{13}$$

En combinant (9) et (13) nous obtenons l'équation (14)

$$d_i(s) = \frac{\mu Y_i}{P_i^{1-\sigma}}p_i(s)^{-\sigma} \tag{14}$$

Déterminons l'indice des prix P_i

Posons $n_1 + n_2 = N$

$$X_i = \left[\int_0^{n_i} d_{ii}(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds + \int_0^{n_j} dij(s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

En reprenant l'équation (13) $d_{ii}(s) = X_i \frac{p_{ii}(s)^{-\sigma}}{P_i^{-\sigma}}$ et $d_{ij}(s) = X_i \frac{p_{ij}(s)^{-\sigma}}{P_i^{-\sigma}}$

$$X_i = \left[\int_0^{n_i} \left(X_i \frac{p_{ii}(s)^{-\sigma}}{P_i^{-\sigma}}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds + \int_0^{n_j} \left(X_i \frac{p_{ij}(s)^{-\sigma}}{P_i^{-\sigma}}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$X_i = \frac{X_i}{P_i^{-\sigma}} \left[\int_0^{n_i} p_{ii}(s)^{1-\sigma} ds + \int_0^{n_j} p_{ij}(s) ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$1 = \frac{1}{P_i^{-\sigma}} \left[\int_0^{n_i} p_{ii}(s)^{1-\sigma} ds + \int_0^{n_j} p_{ij}(s) ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$P_i^{-\sigma} = \left[\int_0^{n_i} p_{ii}(s)^{1-\sigma} ds + \int_0^{n_j} p_{ij}(s) ds\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$P_i = \left[\int_0^{n_i} p_{ii}(s)^{1-\sigma} ds + \int_0^{n_j} p_{ij}(s)^{1-\sigma} ds\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{15}$$

2.3 Comportement du producteur

Nous définissons le revenu local comme suit :

$$Y_i = w_i H_i + w_i^L L_i \tag{16}$$

Le coût total de production de la firme localiser en i se définit comme suit

$$TC_i(s) = w_i \alpha + w_i^L \beta x_i(s) \tag{17}$$

L'équilibre sur le marché du travail se caractérise par :

$$\alpha n_i = H_i$$

$$n_i = \frac{H_i}{\alpha} \tag{18}$$

Si chaque firme utilise α unité de travailleurs qualifiés donc à l'équilibre nous obtenons l'équation (18). En utilisant l'équation (17), la firme localisée en i maximise le profit suivant :

$$\Pi_i(s) = p_{ii}(s) d_{ii}(s) + p_{ij}(s) d_{ij} - w_i^L \beta x_i(s) - \alpha w_i$$

Nous posons certaines hypothèses :

- Pour les travailleurs non qualifiés, il y a une parfaite mobilité donc $L_i = \frac{L}{2}$

- Pour le bien agricole, il y a un libre commerce autrement dit il ne subit pas de coût de transport donc $p_1^A = p_2^A$
- Les salaires pour les travailleurs non qualifiés sont identiques $w_1^L = w_2^L$
- Le bien agricole A est un bien numéraire donc $p_i^A = w_i^L = 1$

Donc la fonction de profit devient

$$\Pi_i(s) = p_{ii}(s)d_{ii}(s) + p_{ij}(s)d_{ij} - \beta x_i(s) - \alpha w_i$$

Avec $x_i = d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)$ et $\tau \in [1, +\infty[$ le coût de transport

$$\Pi_i(s) = p_{ii}(s)d_{ii}(s) + p_{ij}(s)d_{ij} - \beta[d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)] - \alpha w_i \tag{19}$$

L'équation (14) dans (19)

$$\Pi_i(s) = \frac{p_{ii}(s)^{1-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y_i + \frac{p_{ij}(s)^{1-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y_i - \beta\left[\frac{p_{ii}(s)^{-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y_i + \tau\frac{p_{ij}(s)^{-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y_i\right] - \alpha w_i$$

Nous effectuons une dérivée partielle du profit par rapport à $p_{ii}(s)$ et l'égaliser à zéro.

$$(1-\sigma)\frac{p_{ii}(s)^{-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y_i + \sigma\beta\frac{p_{ii}(s)^{-\sigma-1}(s)}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y i = 0$$

Après simplification, nous obtenons $p_{ii}(s)$

$$p_{ii}(s) = \frac{\sigma\beta}{\sigma - 1} \tag{20}$$

Nous effectuons une dérivée partielle du profit par rapport à $p_{ij}(s)$ et l'égaliser à zéro.

$$(1-\sigma)\frac{p_{ij}(s)^{-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y_i + \sigma\beta\tau\frac{p_{ij}(s)^{-\sigma-1}(s)}{P_i^{1-\sigma}}\mu Y i = 0$$

Après simplification, nous obtenons $p_{ij}(s)$

$$p_{ij}(s) = \frac{\sigma\beta\tau}{\sigma - 1} \tag{21}$$

(20) et (21) dans (15) on obtient

$$P_i = \left[\int_0^{n_i}\left(\frac{\sigma\beta}{\sigma-1}\right)^{1-\sigma} ds + \int_0^{n_j}\left(\frac{\sigma\beta\tau}{\sigma-1}\right)^{1-\sigma} ds\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$P_i = \left[n_i \left(\frac{\sigma\beta}{\sigma - 1} \right)^{1-\sigma} + n_j \tau^{1-\sigma} \left(\frac{\sigma\beta}{\sigma - 1} \right)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$P_i = \frac{\beta\sigma}{\sigma - 1} \left[n_i + n_j \tau^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

Posons $\tau^{1-\sigma} = \phi$, donc nous réécrivons l'indice des prix P_i

$$P_i = \frac{\beta\sigma}{\sigma - 1} [n_i + \phi n_j]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{22}$$

L'indice des prix diminue avec le nombre de firme locale.

Dans une condition de libre entré et libre sorti des firmes correspond au profit nul à l'équilibre. Dans ce cas nous pouvons déterminer le salaire w_i d'équilibre.
Partant de l'équation (19) et la condition de libre en entré,nous déterminons le salaire.

$$\alpha w_i = p_{ii}(s) d_{ii}(s) + p_{ij}(s) d_{ij}(s) - \beta[d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)]$$

En utilisant (20) et (21) nous obtenons :

$$\alpha w_i = \frac{\beta\sigma}{\sigma - 1} d_{ii}(s) + \frac{\tau\beta\sigma}{\sigma - 1} d_{ij}(s) - \beta[d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)]$$

$$\alpha w_i = \frac{\beta\sigma}{\sigma - 1} [d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)] - \beta[d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)]$$

On sait que $x_i = d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)$ donc

$$\alpha w_i = \frac{\beta\sigma}{\sigma - 1} x_i - \beta x_i$$

$$w_i = \frac{\beta x_i}{\alpha(\sigma - 1)} \tag{23}$$

Déterminons l'offre locale x_i

$$x_i = [d_{ii}(s) + \tau d_{ij}(s)]$$

En utilisant l'équation (14), nous réécrivons x_i

$$x_i = \left[\frac{p_{ii}(s)^{-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}} \mu Y_i + \tau \frac{p_{ij}(s)^{-\sigma}}{P_j^{1-\sigma}} \mu Y_j \right]$$

Nous substituons par (20) et (21)

$$x_i = \frac{\left(\frac{\beta\sigma}{\sigma-1}\right)^{-\sigma}}{\left(\frac{\beta\sigma}{\sigma-1}\right)^{1-\sigma} [n_i + \phi n_j]} \mu Y_i + \tau \frac{\left(\frac{\tau\beta\sigma}{\sigma-1}\right)^{-\sigma}}{\left(\frac{\beta\sigma}{\sigma-1}\right)^{1-\sigma} [\phi n_i + n_j]} \mu Y_j$$

$$x_i = \frac{\mu Y_i}{\frac{\beta\sigma}{\sigma-1}[n_i + \phi n_j]} + \tau^{1-\sigma}\frac{\mu Y_j}{\frac{\beta\sigma}{\sigma-1}[\phi n_i + n_j]}$$

$$x_i = \frac{\sigma-1}{\beta\sigma}\frac{\mu Y_i}{n_i + \phi n_j} + \phi\frac{\sigma-1}{\beta\sigma}\frac{\mu Y_j}{\phi n_i + n_j}$$

$$x_i = \frac{\sigma-1}{\beta\sigma}\left[\frac{\mu Y_i}{n_i + \phi n_j} + \frac{\phi\mu Y j}{\phi n_i + n_j}\right] \tag{24}$$

Reprenons l'équation (23) et substituons par (24)

$$w_i = \frac{\beta}{\alpha(\sigma-1)}\left[\frac{\sigma-1}{\beta\sigma}\right]\left[\frac{\mu Y_i}{n_i + \phi n_j} + \frac{\phi\mu Y_j}{\phi n_i + n_j}\right]$$

En utilisant l'équation (18) autrement dit $n_i = \frac{H_i}{\alpha}$ et $n_j = \frac{H_j}{\alpha}$, on obtient

$$w_i = \frac{\mu}{\alpha\sigma}\left[\frac{Y_i}{\frac{H_i}{\alpha} + \phi\frac{H_j}{\alpha}} + \frac{\phi Y_j}{\phi\frac{H_i}{\alpha} + \frac{H_j}{\alpha}}\right]$$

$$w_i = \frac{\mu}{\sigma}\left[\frac{Y_i}{H_i + \phi H_j} + \frac{\phi Y_j}{\phi H_i + H_j}\right] \tag{25}$$

Réécrivons le revenu local (16)

$$Y_i = \frac{L}{2} + w_i H_i \tag{26}$$

L'équation (26) dans (25), nous génère un système linaire à deux équations en w_1 et w_2. Nous résolvons ce système pour obtenir le salaire des travailleurs qualifiés à l'équilibre de façons explicite. Pour ce faire nous avons utilisé mathematica.

$$w_i = \frac{\frac{\mu}{\sigma}}{1-\frac{\mu}{\sigma}}\frac{L}{2}\frac{2\phi H_i + \left[1 - \frac{\mu}{\sigma} + (1+\frac{\mu}{\sigma})\phi^2\right]H_j}{\phi(H_i^2 + H_j^2) + \left[1 - \frac{\mu}{\sigma} + (1+\frac{\mu}{\sigma})\phi^2\right]H_i H_j} \tag{27}$$

Ainsi, nous avons déterminé toutes les variables endogènes (n_i,P_i,w_i,x_i et Y_i).

En définissant $h_1 = H_1/H$ comme la part de travailleurs qualifiés qui résident dans la région 1 et en faisant le rapport des deux salaires w_1 et w_2 nous obtenons (les détails voir notebook mathematica).

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{2\phi h_1 + [1-(\mu/\sigma) + (1+(\mu/\sigma))\phi^2](1-h_1)}{2\phi(1-h_1) + [1-(\mu/\sigma) + (1+(\mu/\sigma))\phi^2]h_1} \tag{28}$$

Deux forces s'opposent dans ce salaire relatif, d'un coté plus il y aura de travailleurs dans un pays plus la demande de bien y sera forte mais plus la concurrence sera forte. Pour savoir pour quel degré d'ouverture ϕ l'un des deux forces dominent, les auteurs dérivent le salaire relatif par rapport à h_1 et résolvent pour ϕ. Ce là nous donne :

$$\phi_w = \frac{1-(\mu/\sigma)}{1+(\mu/\sigma)} \tag{29}$$

Après ce point de libéralisation la force d'agglomération domine la force de dispersion. Il s'agit du résultat d'un compromis entre d'une part, les coûts de commerce, un plus grand nombre de compétences entraînant un plus grand nombre de fabricants concurrents, ce qui fait baisser l'indice des prix locaux et affecte l'entreprise ("effet d'encombrement du marché"). Une demande plus faible entraîne donc des salaires moins élevés pour les travailleurs moins qualifiés. D'autre part, des profits d'exploitation supplémentaires et donc des dépenses supplémentaires pour des compétences qualifiées sont consacrés aux fabricants locaux. En conséquence, les dépenses locales, étant donné l'indice des prix, augmentent la demande.

Jusqu'à nous avons travaillé avec les salaires relatifs, pour bien comprendre les migrations entre deux régions il faut aussi regarder les salaires réels, ou l'utilité indirecte qui représente le bien etre dans les deux régions

En partant des utilités inderectes, nous nous demandons toujours jusqu'à quel niveau d'ouverture la dispersion est stable. Pour ce faire, ils dérivent le différentiel des utilités indirecte pour une situation de dispersion $h_1 = 1/2$. Nous obtenons ainsi ce niveau de degré d'ouverture :

$$\phi_b = \phi_w \frac{(1-1/\sigma-\mu/\sigma)}{(1-1/\sigma+\mu/\sigma)} \tag{30}$$

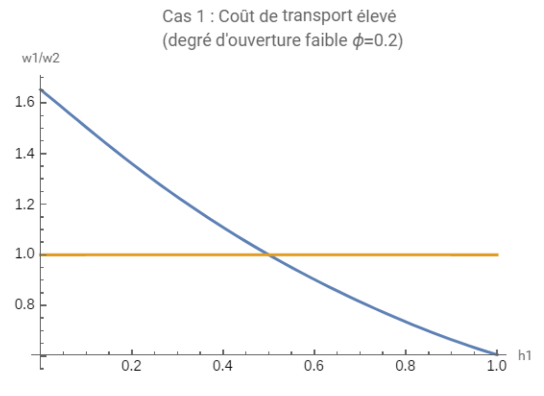
Donc entre 0 et ce point de libéralisation (que nous pouvons calcuer en calibrant les paramètres du modèle) la dispersion est stable. Par contre au delà de ce point l'agglomération peut dominer. Ce point correspond à la stabilité de l'agglométion.

2.4 Simulation du modèle

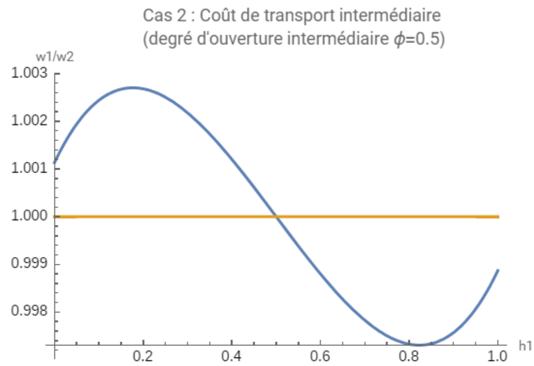
L'idée c'est de voir l'effet du coût de transport τ ou le degré d'ouverture $\phi = \tau^{1-\sigma}$ sur l'agglomération. Pour ce faire nous reprenons les salaires réels des deux pays. Nous calibrons les paramétres $\mu = 0.3$ et $\sigma = 4$ (réference Lanaspa et Sanz, 2001). Et pour ce qui concerne le degré d'ouverture ϕ, nous créons trois scénarios (faible, intermédiaire et forte) afin de faire la comparaison. Le graphique ci-dessous présente les résultats de nos simulations.

FIGURE 1 – l'effet du coût de transport τ sur l'agglomération

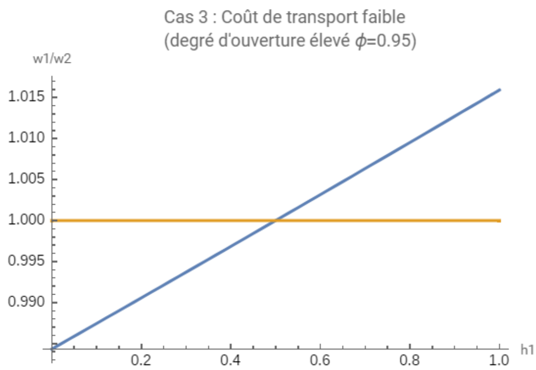
(a) Scénario 1 : $\sigma = 4$, $\mu = 0.3$ et $\phi = 0.2$



(b) Scénario 2 : $\sigma = 4$, $\mu = 0.3$ et $\phi = 0.5$



(c) Scénario 3 : $\sigma = 4$, $\mu = 0.3$ et $\phi = 0.95$



Source : Calcul de l'auteur avec Mathematica

Pour le scénario 1 nous avons un coût de transport très élevé qui implique une faible ouverture entre les deux régions. Donc un coût de transport élevé entraîne une dispersion des activités. Une augmentation du coût de transport (τ) pourrait réduire la tendance à l'agglomération, car les entreprises peuvent trouver plus rentable de se disperser sur une plus grande étendue géographique plutôt que de se concentrer dans un petit nombre de zones.

Pour le scénario 2, il y a ni agglomération ni dispersion. Nous ne pouvons pas tirer de conclusion pour le cas intermédiaire.

Le scenario 3 nous montre quand les coûts de transports sont très faibles il y a une agglomération des activités.

En conclusion, nous pouvons dire que le coût de transport réduit l'agglomération des entreprises.

3 Extensions du modèle

Nous essayons d'explorer une piste d'extension du modèle reproduit ci-dessus à savoir la non constant des coûts de transports .

Dans le modèle initial, les coûts de transport étaient traités comme des paramètres constants, indépendants du nombre de travailleurs qualifiés. Cependant, dans la réalité, les coûts de transport peuvent varier en fonction de plusieurs facteurs, dont le nombre de travailleurs qualifiés dans une région donnée. En prenant en compte cette variable, on peut explorer comment les variations dans la qualification de la main-d'œuvre influencent la structure spatiale de l'industrie et les schémas de localisation des entreprises.

Dans de nombreuses économies, les industries qui nécessitent une main-d'œuvre hautement qualifiée sont souvent plus sensibles aux coûts de transport que celles qui emploient une main-d'œuvre moins qualifiée. Par conséquent, modéliser les coûts de transport en fonction du nombre de travailleurs qualifiés peut mieux refléter les dynamiques réelles du marché.

Les industries à forte intensité de main-d'œuvre qualifiée peuvent être plus susceptibles de se regrouper dans des zones où la main-d'œuvre qualifiée est abondante, malgré des coûts de transport plus élevés. En revanche, les industries nécessitant une main-d'œuvre moins qualifiée peuvent être plus enclines à se disperser sur un territoire plus vaste pour minimiser les coûts de transport.

En introduisant cette extension, il est probable qu'elle générera de nouveaux types d'équilibres multiples asymétriques, reflétant les variations spatiales de la qualification de la main-d'œuvre et des coûts de transport. Cela enrichira notre compréhension des interactions complexes entre les facteurs économiques et géographiques dans la détermination des structures industrielles.

L'introduction de coûts de transport, qui dépendent de la taille du main d'oeuvre qualifié, vise à capturer les effets produits par l'arbitrage entre les coûts de congestion et les coûts de transport. sont censés capturer les effets produits par l'arbitrage entre les coûts de congestion et les avantages liés à la possession d'infrastructures.

Quel est l'intérêt de tenir en compte les coûts de transports non constant ?

- ☞ Nous mettons l'accent sur la sensibilité du résultat final (concentration par rapport à la dispersion) à la forme fonctionnelle des coûts de transport.
- ☞ Nous donne la possibilité de trouver divers équilibres stables à long terme avec des distributions distribution asymétrique du secteur manufacturier.

Nous reprenons la forme fonctionnelle de Lanaspa et Sanz (2001) qui se présente comme suit :

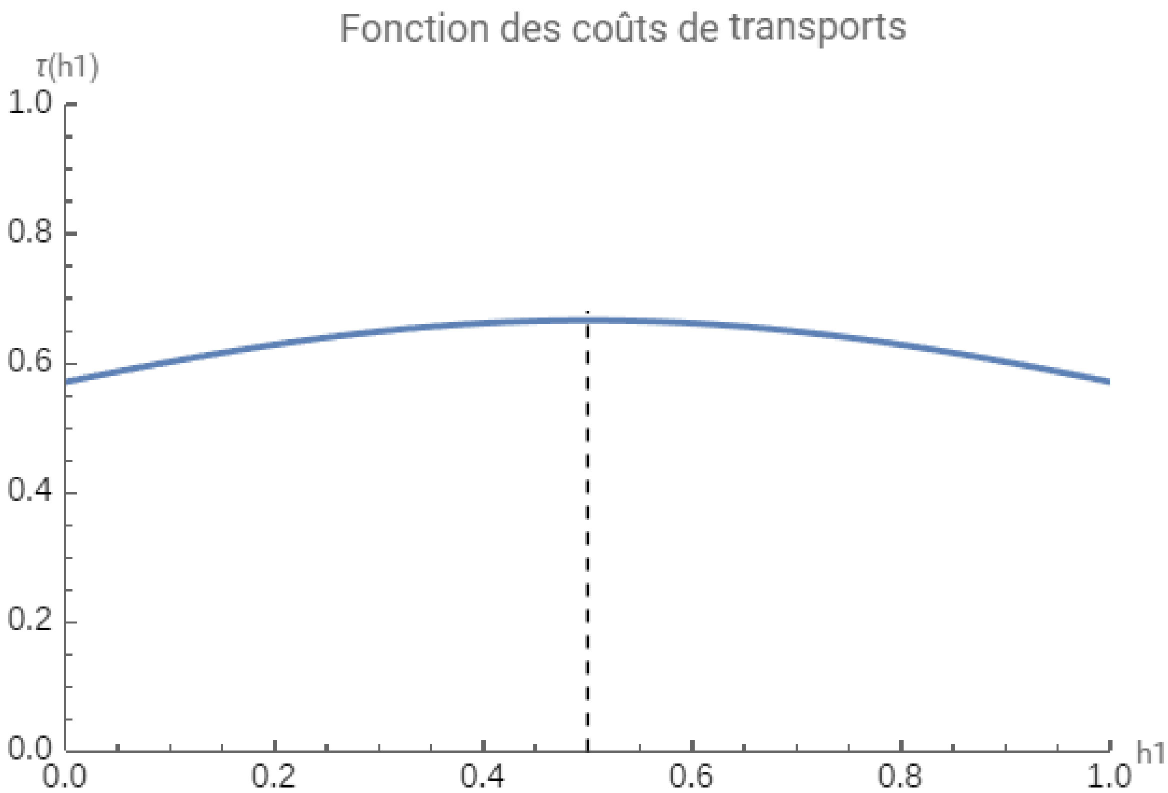
$$\tau(h_1) = \frac{A}{(h_1 - 0.5)^2 + B} \qquad 0 \leq h_1 \leq 1 \tag{31}$$

Avec A, B des constantes et h_1 la part de travailleurs qualifiés dans la région 1.

Pour garantir un coût de transport $\tau(h_1)$ entre 0 et 1, la condition suffisante est : $B > A > 0$

Faisons une étude de cette fonction d'abord.

FIGURE 2 – Coûts de transport non constants



Source : Calcul de l'auteur avec Mathematica

La fonction est symétrique autour de $h_1 = 0.5$, $\tau(0) = \tau(1) = A/(0.25 + B)$

Et $\tau'(h_1) > 0$ si $h_1 < 0.5$, $\tau'(h_1) < 0$ si $h_1 > 0.5$ donc $\tau(h_1)$ atteint son maximum en $h_1 = 0.5$

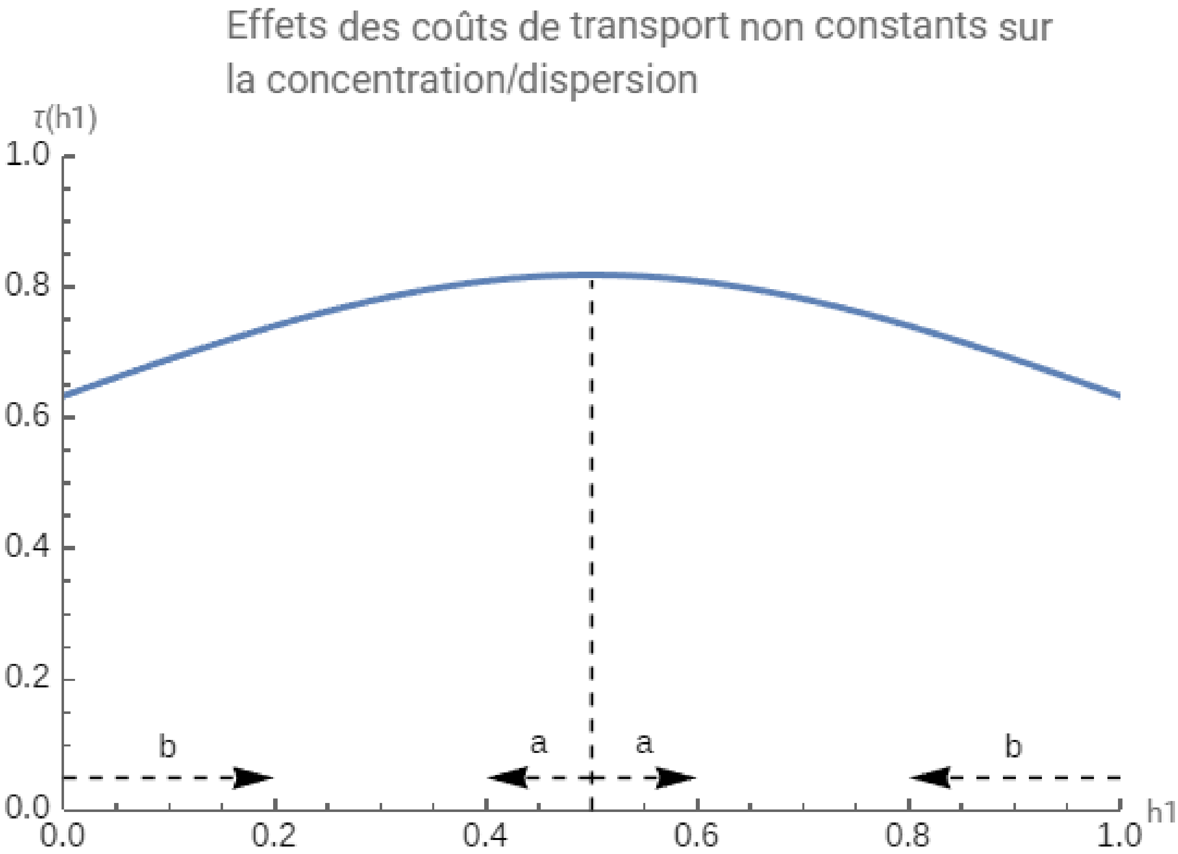
Nous poursuivons notre analyse. Le degré d'ouverture change de forme et devient :

$$\Phi = \tau(h_1)^{1-\sigma}$$

Nous réecrivons ainsi le rapport des salaires

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{2\Phi h_1 + [1 - (\mu/\sigma) + (1 + (\mu/\sigma))\Phi^2](1 - h_1)}{2\Phi(1 - h_1) + [1 - (\mu/\sigma) + (1 + (\mu/\sigma))\Phi^2]h_1} \tag{32}$$

FIGURE 3 – Effets des coûts de transport non constants sur la concentration/dispersion



Source : Calcul de l'auteur avec Mathematica

Dans ce modèle, les équilibres asymétriques stables sont rendus possibles par l'introduction d'un phénomène appelé $\tau(h_1)$, qui n'est pas pris en compte dans le modèle original. Cette introduction permet d'atteindre des équilibres qui ne seraient pas réalisables autrement.

Dans ces équilibres, les forces opposées se compensent dans une certaine mesure, avec une plage de variation entre 25% et 75%. Cela signifie que ces équilibres sont atteints lorsque deux forces concurrentes, liées à la concentration et à la dispersion des activités économiques, atteignent un équilibre relatif.

4 Conclusion

Dans ce projet de modélisation théorique, nous avons reproduit examiné les implications de l'introduction des coûts de transports non constant sur les équilibres asymétriques stables. Nous avons constaté que cette introduction permet d'atteindre des équilibres qui ne seraient pas réalisables autrement dans le modèle original.

Il est important de souligner que ces résultats théoriques mettent en lumière l'importance de considérer des facteurs tels que $\tau(h1)$ pour une compréhension plus précise des dynamiques économiques dans le cadre d'un modèle d'économie géographique, notamment en ce qui concerne la concentration et la dispersion des activités économiques.

Ctte étude apporte des éclaircissements sur les mécanismes sous-jacents aux équilibres asymétriques stables dans un cadre économique, et souligne l'importance d'intégrer des variables telles que $\tau(h1)$ pour une modélisation plus réaliste et précise des échanges interrégionale.

Pour des travaux futures, nous développerons un modèle centre-périphérie d'économie géographique en introduisant trois régions et trois secteurs d'activités.

En incluant trois régions au lieu d'une seule, le modèle peut mieux capturer la diversité géographique et économique qui existe dans de nombreuses régions du monde. Cela permet une représentation plus réaliste des interactions économiques entre différentes régions.

Avec trois régions, le modèle permet d'analyser les interactions économiques et commerciales entre les régions centrales et périphériques, ainsi que les interactions entre les régions elles-mêmes. Cela offre une perspective plus complète sur la manière dont les économies régionales interagissent et s'influencent mutuellement.

Avec trois secteurs d'activités, le modèle peut être utilisé pour étudier la spécialisation économique dans chaque région. On peut analyser comment chaque région se spécialise dans différents secteurs en fonction de ses avantages comparatifs, de ses ressources naturelles, de son capital humain, etc.

Nous pourrons également évaluer les effets des politiques régionales, telles que les politiques de développement régional, les incitations fiscales régionales, les investissements dans les infrastructures régionales, etc. On peut examiner comment ces politiques affectent la croissance économique, la répartition spatiale des activités économiques et les disparités régionales.

Références

[1] Castro, S. B., Correia-da-Silva, J., & Mossay, P. (2012). The core-periphery model with three regions and more. *Papers in Regional Science*, 91(2), 401-419.

[2] Forslid, R., & Ottaviano, G. I. (2003). An analytically solvable core-periphery model. *Journal of Economic Geography*, 3(3), 229-240.

[3] Charlot, S., Gaigné, C., Robert-Nicoud, F., & Thisse, J. F. (2006). Agglomeration and welfare : the core–periphery model in the light of Bentham, Kaldor, and Rawls. *Journal of Public Economics*, 90(1-2), 325-347.

[4] Lanaspa, L. F., & Sanz, F. (2001). Multiple equilibria, stability, and asymmetries in Krugman's core-periphery model. *Papers in Regional Science*, 80(4), 425-438.

5 Annexes (code Mathematica)

An analytically Solvable Core-Periphery model

Nous repérons les équations principales dans le modèle de Forslid et Ottaviano les salaires sont essentiels pour expliquer les migrations centre-périphérie. Nous allons donc partir de l'équation 14 dans l'article de base. Dans cette équation les revenus Y dépendent des salaires, on commence donc par évaluer cette expression

A) Reproduction du modèle canonique

In[1]:=
```
Y1 = (h1 * w1 + L / 2);
```

In[2]:=
```
Y2 = (h2 * w2 + L / 2);
```

On évalue ensuit 14 sous la forme suivante pour pouvoir résoudre un système (pour simplifier l'écriture nous posons $b = \frac{\mu}{\sigma}$)

In[3]:=
```
eq1[w1, w2] := w1 - b * (Y1 / (h1 + ϕ * h2) + ϕ * (Y2 / (ϕ * h1 + h2)));
```

Puis son symétrique dans le pays 2 (n'apparaissent pas dans l'article)

In[4]:=
```
eq2[w1, w2] := w2 - b * (ϕ * (Y1 / (h1 + ϕ * h2)) + Y2 / (ϕ * h1 + h2));
```

Nous avons donc un système à deux équations et deux inconnus donc résolvable facilement, qui donne l'équation 15 de l'article.

In[5]:=
```
eqns = {eq1[w1, w2] == 0, eq2[w1, w2] == 0};
```

In[6]:=
```
Simplify[Solve[eqns, {w1, w2}]][[1]]
```

Out[6]=

$$\left\{w1 \to -\frac{b\,L\left(2\,h1\,\phi + h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)}{2\,(-1+b)\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)},\right.$$
$$\left. w2 \to -\frac{b\,L\left(2\,h2\,\phi + h1\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)}{2\,(-1+b)\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)}\right\}$$

le rapport des deux nous donne le salaire relatif, l'équation 17 des auteurs

In[7]:=
```
h2 = 1 - h1;
```

In[8]:=

$$w1 = -\frac{b\,L\left(2\,h1\,\phi + h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)}{2\,(-1+b)\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)};$$

In[9]:=

$$w2 = -\frac{b\,L\left(2\,h2\,\phi + h1\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)}{2\,(-1+b)\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)};$$

In[10]:= `Simplify[w1 / w2]`

Out[10]=

$$\frac{1 - h1\,(-1 + \phi)^2 + \phi^2 - b\,(-1 + h1)\,(-1 + \phi^2)}{2\,\phi + h1\,(-1 + \phi)\,\left(-1 + b + \phi + b\,\phi\right)}$$

Deux forces s'opposent dans ce salaire relatif, d'un coté plus il y aura de travailleurs dans un pays plus la demande de bien y sera forte mais plus la concurrence sera forte. Pour savoir pour quel degré d'ouverture ϕ l'un des deux forces dominent, les auteurs dérivent le salaire relatif par rapport à h et résolvent pour ϕ

In[11]:= $c = D\left[\frac{1 - h1\,(-1 + \phi)^2 + \phi^2 - b\,(-1 + h1)\,(-1 + \phi^2)}{2\,\phi + h1\,(-1 + \phi)\,\left(-1 + b + \phi + b\,\phi\right)},\ h1\right];$

In[12]:= `Solve[c == 0, ϕ]`

Out[12]=

$$\left\{\{\phi \to -1\},\ \{\phi \to 1\},\ \left\{\phi \to \frac{1 - b}{1 + b}\right\},\ \left\{\phi \to \frac{-1 + b}{1 + b}\right\}\right\}$$

La troisième racine est celle obtenu par les auteurs (voir l'équation 18 dans l'article). Après ce point de libéralisation la force d'agglomération domine la force de dispersion.

Pour bien comprendre les migrations il faut aussi regarder les salaires réels, ou l'utilité indirecte qui représente le bien etre dans les deux régions

En partant des utilités inderectes, nous nous demandons toujours jusqu'à quel niveau d'ouverture la dispersion est stable. Pour ce faire, ils dérivent le différentiel des utilités indirecte pour une situation de dispersion h1=1/2.

In[13]:= `h1 =.; ϕ =.;`

In[14]:= $w1 = -\frac{b\,L\,\left(2\,h1\,\phi + h2\,\left(1 + \phi^2 + b\,(-1 + \phi^2)\right)\right)}{2\,(-1 + b)\,\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\,\left(1 + \phi^2 + b\,(-1 + \phi^2)\right)\right)};$

In[15]:= $w2 = -\frac{b\,L\,\left(2\,h2\,\phi + h1\,\left(1 + \phi^2 + b\,(-1 + \phi^2)\right)\right)}{2\,(-1 + b)\,\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\,\left(1 + \phi^2 + b\,(-1 + \phi^2)\right)\right)};$

In[16]:= `br = D[(w1 / (h1 + ϕ * h2) ^ (μ / (1 - σ))) / (w2 / (ϕ * h1 + h2) ^ (μ / (1 - σ))), h1];`

In[17]:= `h1 = 1 / 2;`

In[18]:= `Simplify[br];`

In[19]:=
```
Simplify[Solve[br == 0, ϕ]]
```

Out[19]=

$$\left\{\{\phi \to 1\}, \left\{\phi \to \frac{(-1+b)(1+\mu-\sigma)}{(1+b)(-1+\mu+\sigma)}\right\}\right\}$$

la deuxième racine est celle obtenu par les auteurs à l'équation 26. Donc entre 0 et ce point de libéralisation (que nous pouvons calcuer en calibrant les paramètres du modèle) la dispersion est stable. Par contre au delà de ce point l'agglomération peut dominer. Ce point correspond à la stabilité de l'agglométion

Un peu de simulation

Pour ce faire nous reprenons les salaires réels des deux pays.
Nous calibrons les paramétres $\sigma = 4$ et $\mu = 0.3$ (réference Lanaspa et Sanz, 2001)

In[20]:=
```
h1 =.;
```

In[21]:=
```
h2 = 1 - h1; b = μ / σ;
```

In[22]:=

$$w1 = -\frac{b\,L\left(2\,h1\,\phi + h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)}{2\,(-1+b)\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)};$$

In[23]:=

$$w2 = -\frac{b\,L\left(2\,h2\,\phi + h1\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)}{2\,(-1+b)\left(h1^2\,\phi + h2^2\,\phi + h1\,h2\left(1+\phi^2+b\,(-1+\phi^2)\right)\right)};$$

In[24]:=
```
salreel = (w1 / (h1 + ϕ * h2) ^ (μ / (1 - σ))) / (w2 / (ϕ * h1 + h2) ^ (μ / (1 - σ)));
```

In[25]:=
```
salreel = Simplify[salreel]
```

Out[25]=

$$-\frac{\left(1+h1\,(-1+\phi)\right)^{\frac{\mu}{1-\sigma}}\left(h1+\phi-h1\,\phi\right)^{\frac{\mu}{-1+\sigma}}\left(\sigma\left(-1+h1\,(-1+\phi)^2-\phi^2\right)+(-1+h1)\,\mu\,(-1+\phi^2)\right)}{2\,\sigma\,\phi+h1\,(-1+\phi)\left(\sigma\,(-1+\phi)+\mu\,(1+\phi)\right)}$$

- Cas où τ le coût de transport élevé (degré d'ouverture faible ϕ) exemple ϕ=0.2

In[26]:=
```
salreel1 = salreel /. {ϕ → 0.2, σ → 4, μ → 0.3}
```

Out[26]=

$$-\frac{\left(4\left(-1.04+0.64\,h1\right)-0.288\,(-1+h1)\right)\left(0.2+0.8\,h1\right)^{0.1}}{\left(1-0.8\,h1\right)^{0.1}\left(1.6+2.272\,h1\right)}$$

- Cas où τ le coût de transport intermédiaire (degré d'ouverture intermédiaire ϕ) exemple ϕ=0.5

In[27]:=
```
salreel2 = salreel /. {ϕ → 0.5, σ → 4, μ → 0.3}
```

Out[27]=

$$-\frac{\left(4\left(-1.25+0.25\,h1\right)-0.225\,(-1+h1)\right)\left(0.5+0.5\,h1\right)^{0.1}}{\left(1-0.5\,h1\right)^{0.1}\left(4.+0.775\,h1\right)}$$

- Cas où τ le coût de transport faible (degré d'ouverture forte ϕ) exemple ϕ=0.95

In[28]:=
```
salreel3 = salreel /. {ϕ → 0.95, σ → 4, μ → 0.3}
```

Out[28]=

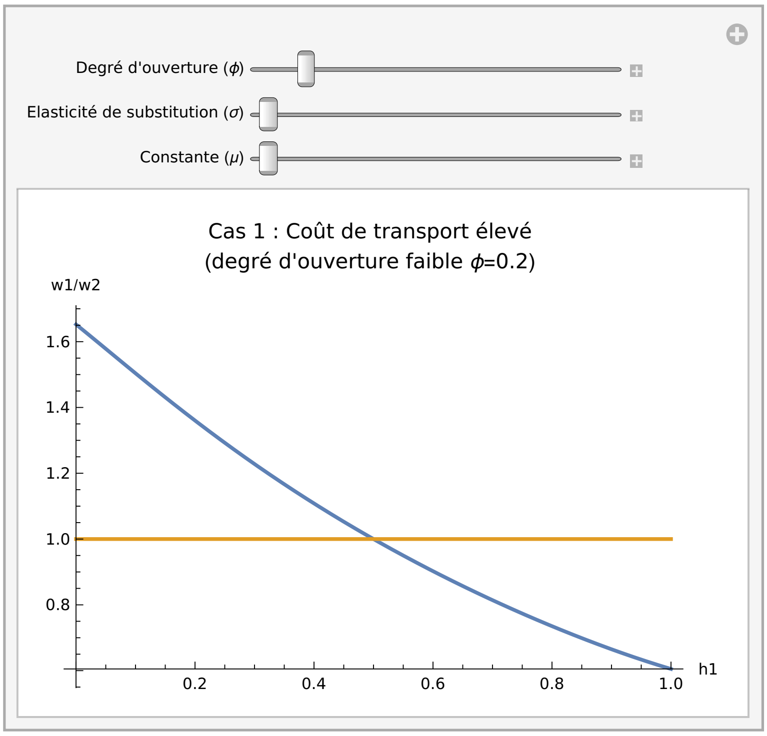
$$-\frac{\left(4\left(-1.9025+0.0025\,h1\right)-0.02925\,(-1+h1)\right)\left(0.95+0.05\,h1\right)^{0.1}}{\left(1-0.05\,h1\right)^{0.1}\left(7.6-0.01925\,h1\right)}$$

In[29]:= plt1 = Manipulate[Plot[

$$\left\{-\frac{\left(1+h1\,(-1+\phi)\right)^{\frac{\mu}{1-\sigma}}\left(h1+\phi-h1\,\phi\right)^{\frac{\mu}{-1+\sigma}}\left(\sigma\left(-1+h1\,(-1+\phi)^2-\phi^2\right)+(-1+h1)\,\mu\,(-1+\phi^2)\right)}{2\,\sigma\,\phi+h1\,(-1+\phi)\left(\sigma\,(-1+\phi)+\mu\,(1+\phi)\right)},\ 1\right\},\ \{h1,\ 0,\ 1\},$$

```
PlotLabel → "Cas 1 : Coût de transport élevé \n(degré d'ouverture faible ϕ=0.2) ",
AxesLabel → {"h1", "w1/w2"}], {{ϕ, 0.2, "Degré d'ouverture (ϕ)"}, 0.1, 0.99},
{{σ, 3, "Elasticité de substitution (σ)"}, 3, 10}, {{μ, 0.4, "Constante (μ)"}, 0.4, 1}]
```

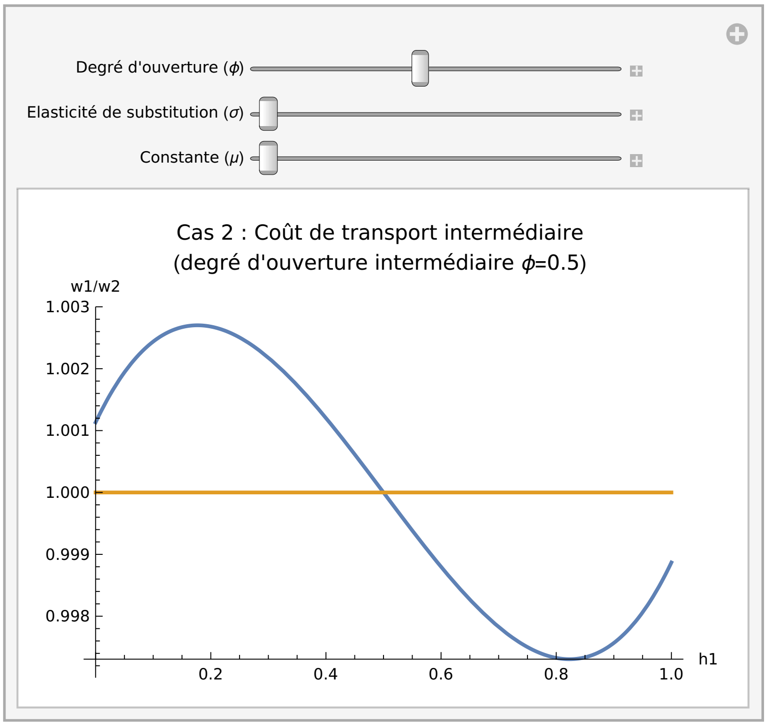
Out[29]=



In[30]:=
```
plt2 = Manipulate[
  Plot[{-((1 + h1 (-1 + ϕ))^(μ/(1-σ)) (h1 + ϕ - h1 ϕ)^(μ/(-1+σ)) (σ (-1 + h1 (-1 + ϕ)^2 - ϕ^2) + (-1 + h1) μ (-1 + ϕ^2)))/(2 σ ϕ + h1 (-1 + ϕ) (σ (-1 + ϕ) + μ (1 + ϕ))), 1},
   {h1, 0, 1}, PlotLabel → "Cas 2 : Coût de transport
     intermédiaire \n(degré d'ouverture intermédiaire ϕ=0.5) ",
   AxesLabel → {"h1", "w1/w2"}], {{ϕ, 0.5, "Degré d'ouverture (ϕ)"}, 0.1, 0.99},
  {{σ, 3, "Elasticité de substitution (σ)"}, 3, 10},
  {{μ, 0.4, "Constante (μ)"}, 0.4, 1}]
```

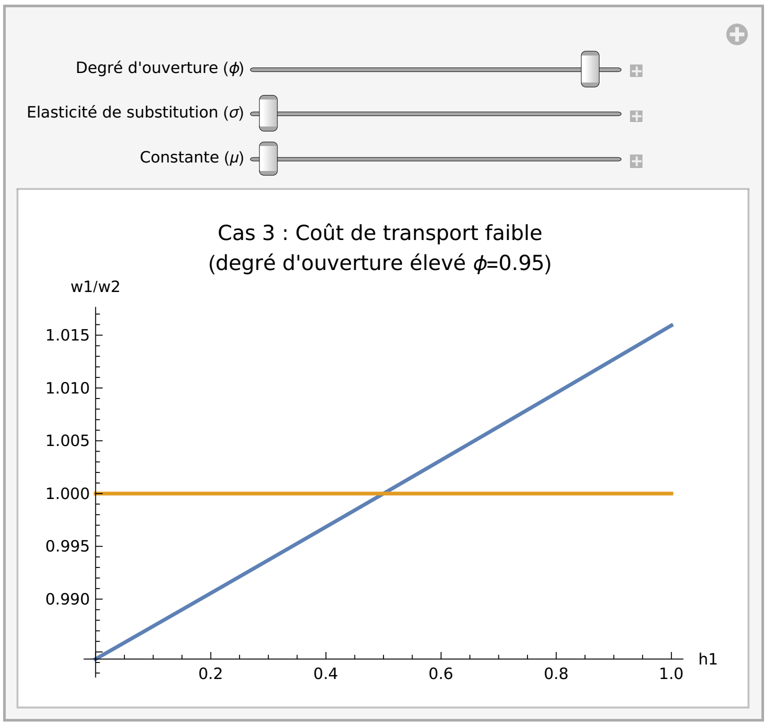
$$-\frac{(1+h1(-1+\phi))^{\frac{\mu}{1-\sigma}}(h1+\phi-h1\,\phi)^{\frac{\mu}{-1+\sigma}}\left(\sigma\left(-1+h1(-1+\phi)^2-\phi^2\right)+(-1+h1)\,\mu\,(-1+\phi^2)\right)}{2\,\sigma\,\phi+h1(-1+\phi)\left(\sigma(-1+\phi)+\mu(1+\phi)\right)}$$

Out[30]=



In[31]:=
```
plt3 = Manipulate[Plot[
  {-((1 + h1 (-1 + ϕ))^(μ/(1-σ)) (h1 + ϕ - h1 ϕ)^(μ/(-1+σ)) (σ (-1 + h1 (-1 + ϕ)^2 - ϕ^2) + (-1 + h1) μ (-1 + ϕ^2)))/(2 σ ϕ + h1 (-1 + ϕ) (σ (-1 + ϕ) + μ (1 + ϕ))), 1}, {h1, 0, 1},
  PlotLabel → "Cas 3 : Coût de transport faible \n(degré d'ouverture élevé ϕ=0.95) ",
  AxesLabel → {"h1", "w1/w2"}], {{ϕ, 0.95, "Degré d'ouverture (ϕ)"}, 0.1, 0.99},
 {{σ, 3, "Elasticité de substitution (σ)"}, 3, 10}, {{μ, 0.4, "Constante (μ)"}, 0.4, 1}]
```

Out[31]=



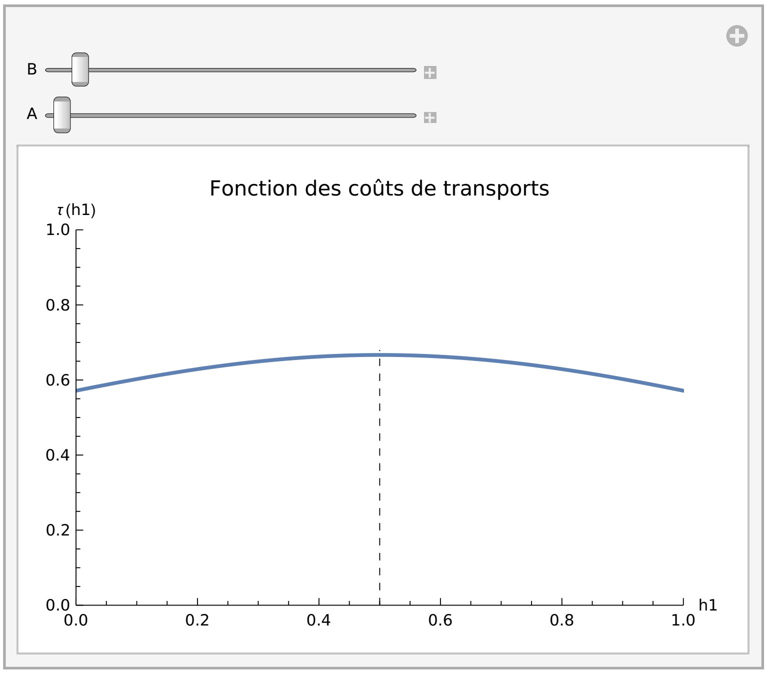
In[32]:=
```
GraphicsGrid[{{plt1, plt2}, {SpanFromLeft, plt3}}, ImageSize → 800];
```

B) Extensions du modèle

Etude de fonction couts de transports (equation 31)

In[33]:=
```
plt = Manipulate[
  Plot[A / ((h1 - 0.5)^2 + B), {h1, 0, 1}, PlotLabel → "Fonction des coûts de transports",
   AxesLabel → {"h1", "τ(h1)"}, PlotRange → {{0, 1}, {0, 1}},
   Epilog → {Dashed, Line[{{0.5, 0}, {0.5, 0.68}}]}], {{B, 1.5}, 1, 10}, {A, 1, 10}]
```

Out[33]=



In[34]:= $$\text{salReel} = -\frac{(1 + h1\,(-1 + \phi))^{\frac{\mu}{1-\sigma}}\,(h1 + \phi - h1\,\phi)^{\frac{\mu}{-1+\sigma}}\,\left(\sigma\left(-1 + h1\,(-1 + \phi)^2 - \phi^2\right) + (-1 + h1)\,\mu\,(-1 + \phi^2)\right)}{2\,\sigma\,\phi + h1\,(-1 + \phi)\left(\sigma\,(-1 + \phi) + \mu\,(1 + \phi)\right)};$$

In[35]:=
```
salReel1 = salReel /. ϕ → (A / ((h1 - 0.5)^2 + B))^(1 - σ);
```

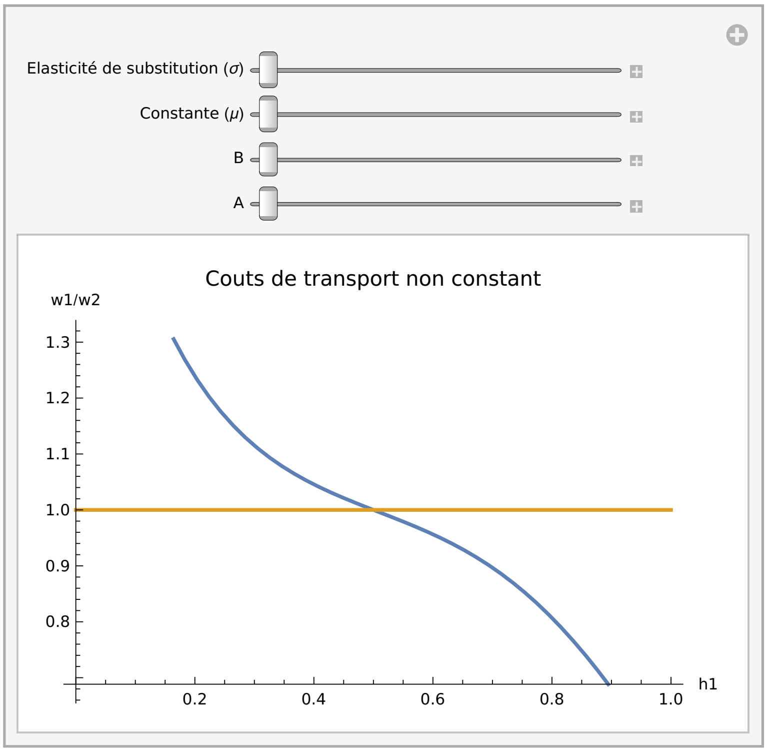
In[36]:=
```
salReel1 = Simplify[salReel1];
```

In[37]:= Manipulate[

$$\text{Plot}\Bigg[\Bigg\{-\Bigg(\Bigg(\Bigg(h1\left(\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{1-\sigma}-1\right)+1\Bigg)^{\frac{\mu}{1-\sigma}}\left(h1-\frac{1.`\,A\,(h1-1.`)\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{-\sigma}}{B+h1^2-1.`\,h1+0.25`}\right)^{\frac{\mu}{\sigma-1}}\Bigg((h1-1)\,\mu\left(\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{2-2\sigma}-1\right)+\sigma\left(-\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{2-2\sigma}+h1\left(\left(\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{1-\sigma}-1\right)^2-1\right)\right)\Bigg)\Bigg)\Bigg/\Bigg(h1\left(\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{1-\sigma}-1\right)\left(\mu\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{1-\sigma}+\sigma\left(\left(\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{1-\sigma}-1\right)+\mu\right)+2\,\sigma\left(\frac{A}{B+(h1-0.5`)^2}\right)^{1-\sigma}\right)\Bigg),\ 1\Bigg\},$$

```
  {h1, 0, 1}, PlotLabel → "Couts de transport non constant",
  AxesLabel → {"h1", "w1/w2"}],
 {{σ, 3, "Elasticité de substitution (σ)"},
  3, 10},
 {{μ, 0.4, "Constante (μ)"}, 0.4, 1},
 {{B, 0.855566}, 1, 10},
 {{A, 0.7}, 1, 10}]
```

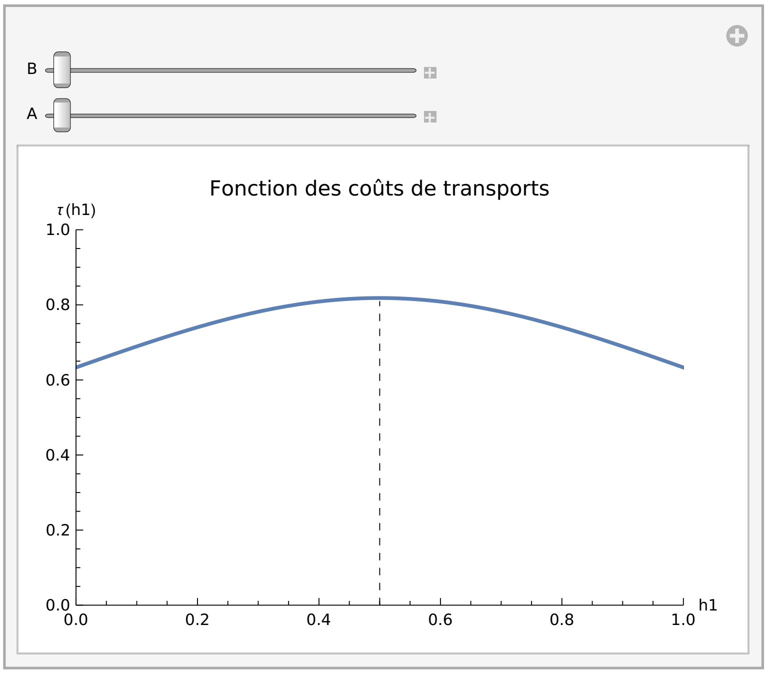
Out[37]=



In[38]:=

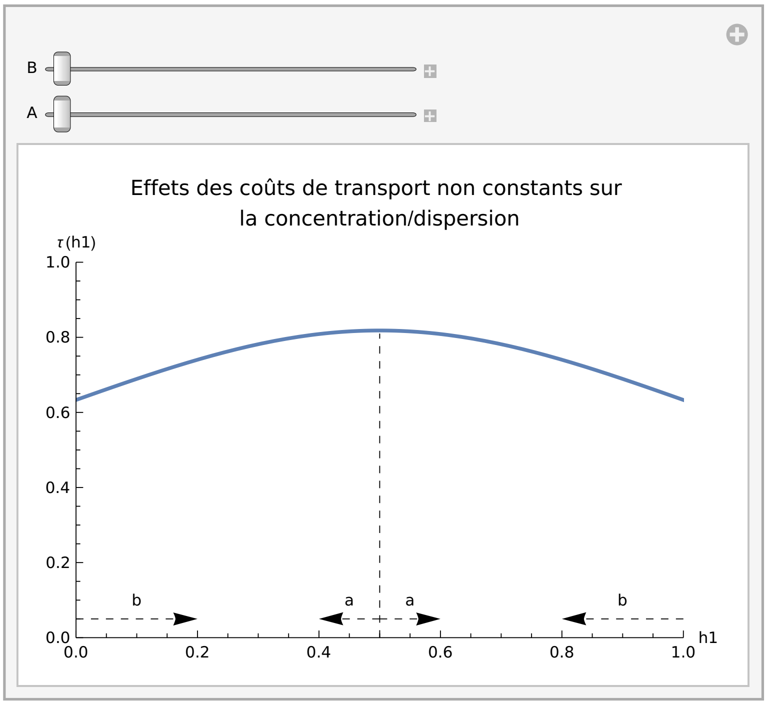
In[39]:=
```
plt = Manipulate[
  Plot[A / ((h1 - 0.5) ^ 2 + B), {h1, 0, 1} , PlotLabel → "Fonction des coûts de transports",
   AxesLabel → {"h1", "τ(h1)"}, PlotRange → {{0, 1}, {0, 1}},
   Epilog → {Dashed, Line[{{0.5, 0}, {0.5, 0.81}}]}], {{B, 0.855566}, 1, 10}, {{A, 0.7}, 1, 10}]
```

Out[39]=



In[40]:=
```
Manipulate[
 Plot[A / ((h1 - 0.5)^2 + B), {h1, 0, 1},
  PlotLabel →
   "Effets des coûts de transport non constants sur \nla concentration/dispersion",
  AxesLabel → {"h1", "τ(h1)"},
  PlotRange → {{0, 1}, {0, 1}},
  Epilog → {
   Dashed, Line[{{0.5, 0}, {0.5, 0.81}}],
   Arrow[{{0, 0.05}, {0.2, 0.05}}],
   Text["b", {0.1, 0.1}],
    Arrow[{{1, 0.05}, {0.8, 0.05}}],
   Text["b", {0.9, 0.1}],
      Arrow[{{0.5, 0.05}, {0.6, 0.05}}],
   Text["a", {0.55, 0.1}],
     Arrow[{{0.5, 0.05}, {0.4, 0.05}}],
   Text["a", {0.45, 0.1}]
  }
 ],
 {{B, 0.855566}, 1, 10},
 {{A, 0.7}, 1, 10}
]
```

Out[40]=


B
A
Effets des coûts de transport non constants sur
la concentration/dispersion
τ(h1)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
b
a
a
b
h1
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0