

# Intensité de la concurrence et taille de l'innovation: un modèle d'oligopole de Cournot

(Auteur : Boubacar KANDE)

Problématique : quelle est l'effet de l'intensité de la concurrence sur l'intensité de l'innovation et la taille de l'innovation ?

Les coûts sont asymétriques

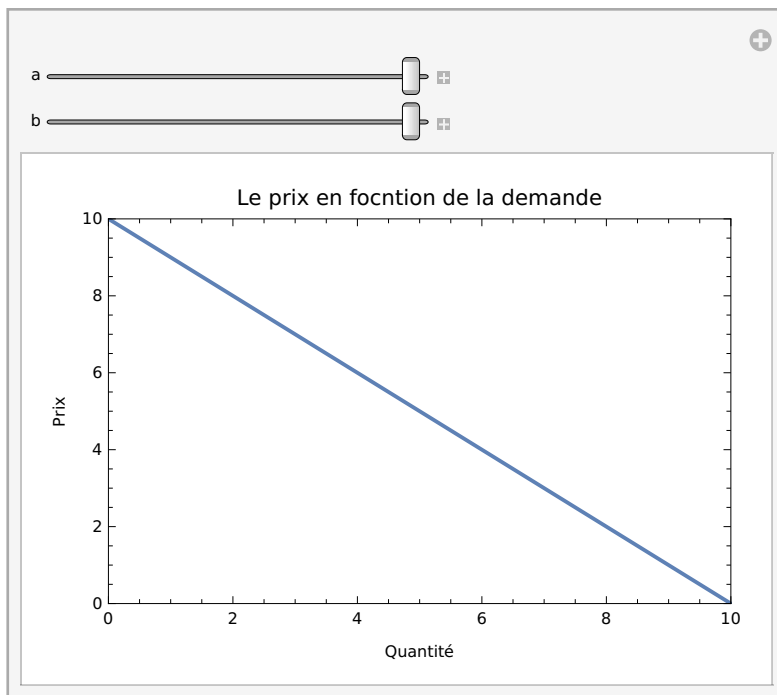
Les définitions des équations de base du modèle

In[1]:=  $P[q] := a - b q$  (\*la demande linéaire\*)

In[2]:=  $C_i = c_i q_i$  (\* coût total des firmes  $i$ \*)

In[3]:= Manipulate[Plot[ $a - b q$ , { $q$ , 0, 10}, PlotRange → {{0, 10}, {0, 10}},  
Frame → True, FrameLabel → {"Quantité", "Prix"},  
PlotLabel → "Le prix en fonction de la demande"], {{ $a$ , 10}, 0, 10}, {{ $b$ , 1}, 0, 1}]

Out[3]=



Déterminer les fonctions de réactions

In[4]:=  $sol1 = \pi_i = P[q] q_i - C_i$ ;

```
In[5]:= sol2 = sol1 /. q -> qi + qj; (* qj c'est la quantité des autres firmes*)
```

```
In[6]:= sol3 = D[sol2, qi] // FullSimplify;
```

```
In[7]:= sol4 = Solve[sol3 == 0, qi][[1, 1]] (* sa donne la fonction de réaction*)
```

Out[7]=  $qi \rightarrow \frac{a - ci - b qj}{2 b}$

```
In[8]:= sol5 =  $\pi j$  = P[qi qj - cj qj];
```

```
In[9]:= sol6 = sol5 /. q -> qi + qj;
```

```
In[10]:= sol7 = D[sol6, qj] // FullSimplify;
```

```
In[11]:= sol8 = Solve[sol7 == 0, qj][[1, 1]]
```

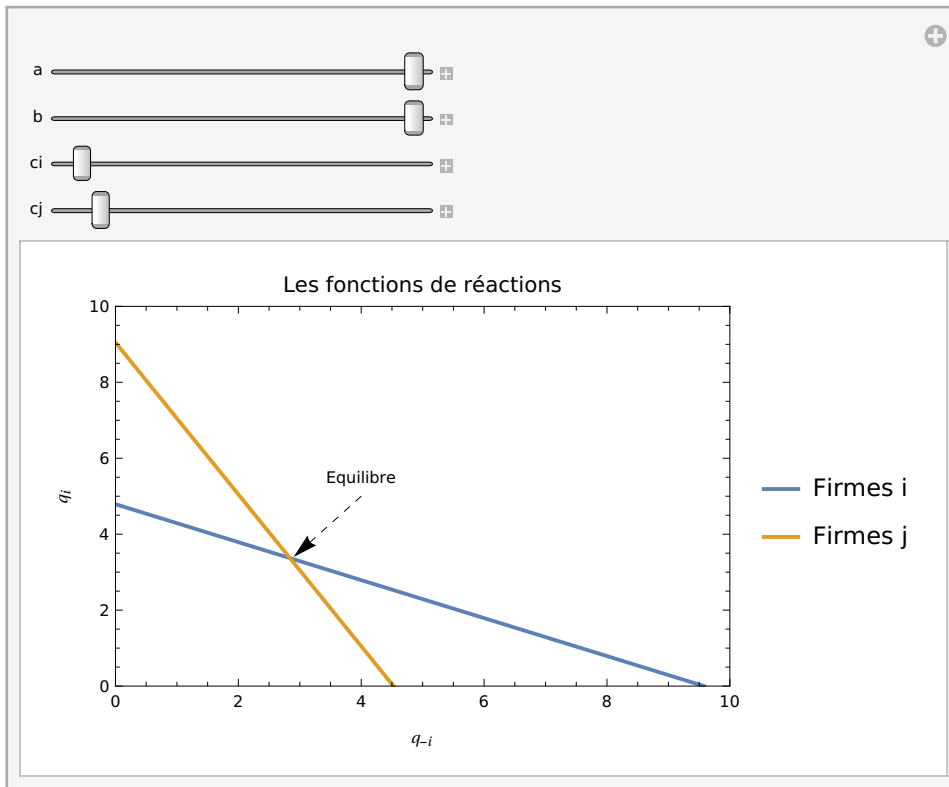
Out[11]=  $qj \rightarrow \frac{a - cj - b qi}{2 b}$

```

In[12]:= Manipulate[Plot[{ $\frac{a - c_i - b q_j}{2 b}$ ,  $\frac{a - c_j - 2 b q_j}{b}$ }, {qj, 0, 10}, PlotRange -> {{0, 10}, {0, 10}},
  Frame -> True, FrameLabel -> {"q-i", "q_i"}, PlotLabel -> "Les fonctions de réactions",
  Epilog -> {Dashed, Arrow[{{4, 5}, {2.9, 3.4}}], Text["Equilibre", {4, 5.5}]},
  PlotLegends -> {"Firmes i", "Firmes j"}],
  {{a, 10}, 0, 10}, {{b, 1}, 0, 1}, {{ci, 0.42}, 0, 10}, {{cj, 0.95}, 0, 10}]

```

Out[12]=



On cherche la quantité totale à l'équilibre

```

In[13]:= sol9 = sol4 /. qj -> q - qi ;

```

```

In[14]:= sol10 = sol9 /. {q -> n q, a -> n a, ci -> n ci};

```

```

In[15]:= sol11 = sol10 /. {n ci -> C, qi -> q};

```

```

In[16]:= qeq = q /. Solve[sol11[[1]] == sol11[[2]], q][[1]] (*C= cout total, n= nombre de firme.*)

```

Out[16]=

$$\frac{-C + a n}{b (1 + n)}$$

On cherche le prix d'équilibre

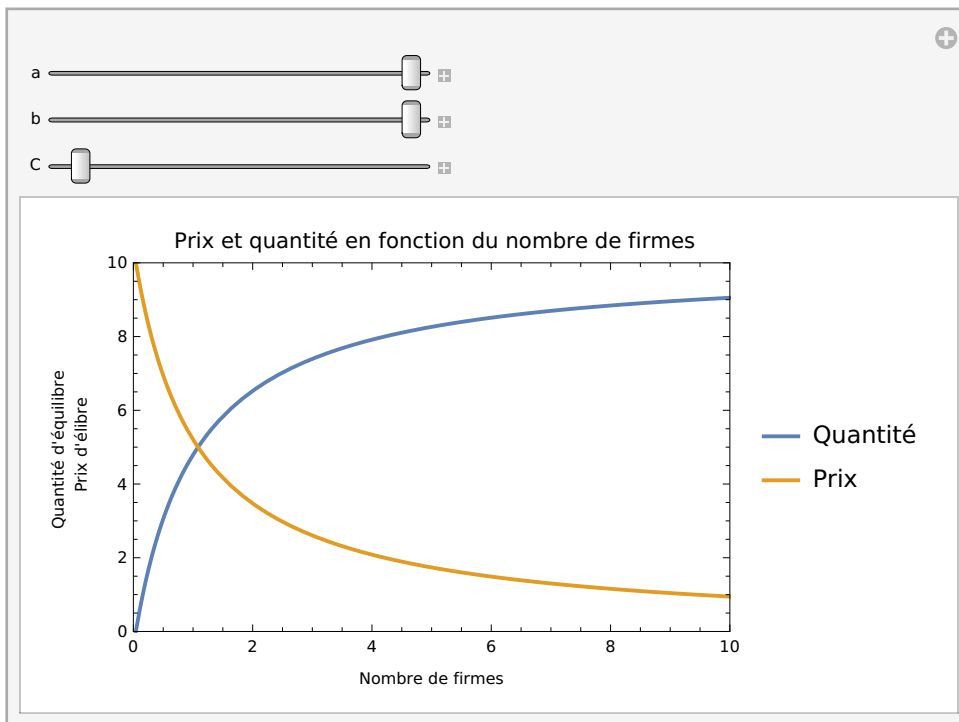
```
In[17]:= peq = P[qeq] // FullSimplify
```

```
Out[17]=
```

$$\frac{a + C}{1 + n}$$

```
In[18]:= Manipulate[Plot[{ $\frac{-C + a n}{b (1 + n)}$ ,  $\frac{a + C}{1 + n}$ }, {n, 0, 10}, PlotRange -> {{0, 10}, {0, 10}}, Frame -> True,
  FrameLabel -> {"Nombre de firmes", "Quantité d'équilibre \n Prix d'équilibre"},
  PlotLabel -> " Prix et quantité en fonction du nombre de firmes",
  PlotLegends -> {"Quantité", "Prix"}], {{a, 10}, 0, 10}, {{b, 1}, 0, 1}, {{C, 0.42}, 0, 10}]
```

```
Out[18]=
```



Chercher les quantités individuelles à l'équilibre :

```
In[19]:= sol12 = sol9 /. q -> qeq;
```

```
In[20]:= sol13 = Solve[sol12[[1]] == sol12[[2]], qi][[1, 1]];
```

```
In[21]:= qeqi = sol13 /. C -> ci -> cj
```

```
Out[21]=
```

$$qi \rightarrow \frac{a + cj - ci n}{b (1 + n)}$$

Déterminons le profit individuelle d'équilibre

```
In[22]:= sol14 = D[sol2, qi]*qi // Expand;
```

In[23]:= `profiteqi = b (qi)^2;`

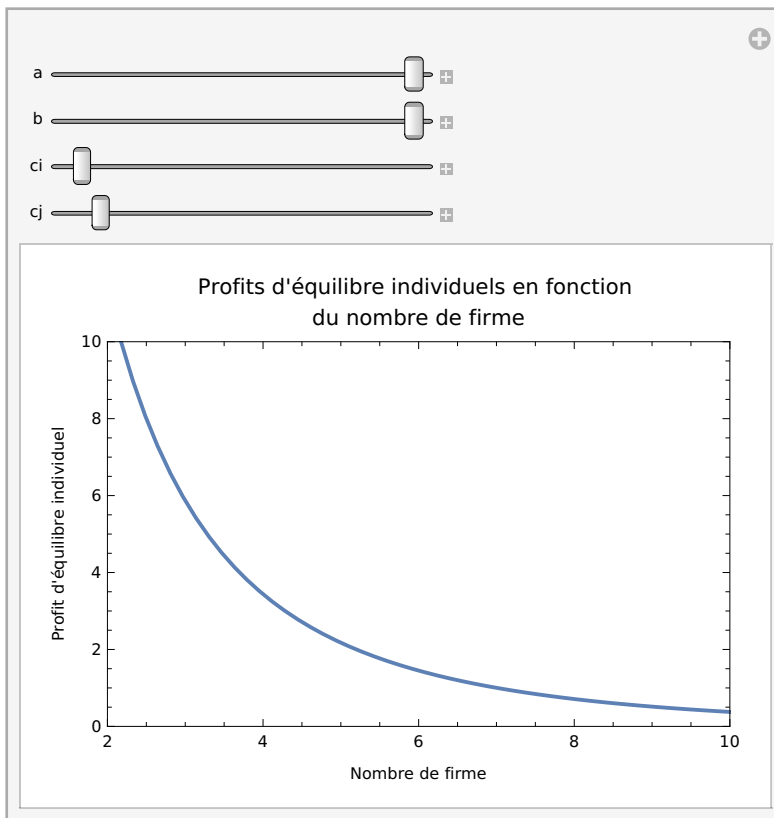
In[24]:= `sol15 = % /. qeqi (*le profit individuel d'équilibre*)`

Out[24]=

$$\frac{(a + c_j - c_i n)^2}{b (1 + n)^2}$$

In[25]:= `Manipulate[Plot[ $\frac{(a + c_j - c_i n)^2}{b (1 + n)^2}$ , {n, 2, 10}, PlotRange -> {{2, 10}, {0, 10}}, Frame -> True,  
FrameLabel -> {"Nombre de firme", "Profit d'équilibre individuel"},  
PlotLabel -> "Profits d'équilibre individuels en fonction \ndu nombre de firme"],  
{a, 10}, {0, 10}, {b, 1}, {0, 1}, {{ci, 0.42}, {0, 10}}, {{cj, 0.95}, {0, 10}]`

Out[25]=



## L'innovation

- Considerons le même type d'oligopole avec  $b=1$
- Toutes les firmes produisent initialement au Coût marginal  $c_i=c_0$
- Innovation de procédé faite par un laboratoire indépendante

■  $c_0$  avant innovation

■  $c_1$  post innovation

■  $c_1 < c_0$

In[26]:=  $\pi_{pre} = \text{sol15} /. \{c_i \rightarrow c_0, c_j \rightarrow (n-1) c_0, b \rightarrow 1\} // \text{FullSimplify} (* \text{ avant l'innovation} *)$

Out[26]=

$$\frac{(a - c_0)^2}{(1 + n)^2}$$

Après innovation par une firme  $i$ ,  $c_i = c_1$

In[27]:=  $\pi_{post} = \text{sol15} /. \{c_i \rightarrow c_1, c_j \rightarrow (n-1) c_0, b \rightarrow 1\} // \text{FullSimplify} (* \text{ après l'innovation} *)$

Out[27]=

$$\frac{(a + c_0(-1 + n) - c_1 n)^2}{(1 + n)^2}$$

L'incitations à innover noter  $\psi$  est la différence entre le profit avant et après innovation

$$\psi = \frac{c_0 - c_1}{a - c_0}$$

In[28]:=  $\text{sol17} = \pi_{post} - \pi_{pre} // \text{FullSimplify};$

In[29]:=  $\text{sol18} = \text{sol17} /. (2 a + c_0(-2 + n) - c_1 n) \rightarrow (2 a - 2 c_0 + n(c_0 - c_1));$

In[30]:=  $\text{PI} = \text{sol18} /. c_0 - c_1 \rightarrow \psi(a - c_0) // \text{FullSimplify}$

Out[30]=

$$\frac{(a - c_0)^2 n \psi (2 + n \psi)}{(1 + n)^2}$$

Si la taille de l'innovation est fixé à  $\psi = 0,6$

In[31]:=  $\text{PI1} = \text{PI} /. \{\psi \rightarrow 0.6, a - c_0 \rightarrow 2\}$

Out[31]=

$$\frac{2.4 (2 + 0.6 n) n}{(1 + n)^2}$$

Si la taille de l'innovation est fixé à  $\psi = 0,5$

In[32]:=  $\text{PI2} = \text{PI} /. \{\psi \rightarrow 0.5, a - c_0 \rightarrow 2\}$

Out[32]=

$$\frac{2. (2 + 0.5 n) n}{(1 + n)^2}$$

Si la taille de l'innovation est fixé à  $\psi = 0.4$

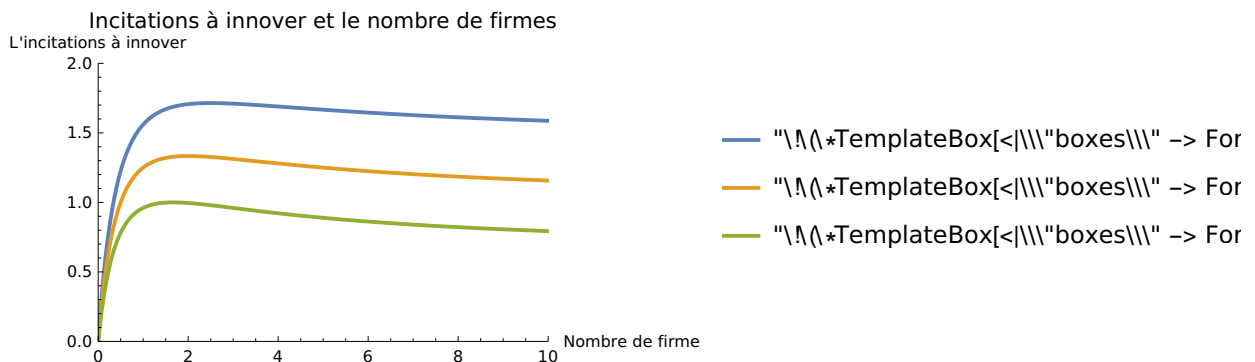
In[33]:=  $PI3 = PI /. \{\psi \rightarrow 0.4, a - c\theta \rightarrow 2\}$

Out[33]=

$$\frac{1.6(2 + 0.4n)n}{(1+n)^2}$$

In[34]:=  $\text{Plot}[\{PI1, PI2, PI3\}, \{n, 0, 10\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{\{0, 10\}, \{0, 2\}\},$   
 $\text{AxesLabel} \rightarrow \{\text{"Nombre de firme"}, \text{"L'incitations à innover"}\},$   
 $\text{PlotLabel} \rightarrow \text{"Incitations à innover et le nombre de firmes"},$   
 $\text{PlotLegends} \rightarrow \{\text{"!\(\(*TemplateBox[<|\\\"boxes\\\"} \rightarrow \text{FormBox[RowBox[{\\"psi\\\", \\"=\\\",$   
 $\text{"0.6\\\"}]}, \text{TraditionalForm}], \text{"errors\\\"} \rightarrow \{\}, \text{"input\\\"} \rightarrow \text{"\\\"\\\"\\\"psi$   
 $\text{=0.6\\\"}, \text{"state\\\"} \rightarrow \text{"Boxes\\\"|>, \text{"TeXAssistantTemplate\\\"|\\\"}],$   
 $\text{"!\(\(*TemplateBox[<|\\\"boxes\\\"} \rightarrow \text{FormBox[RowBox[{\\"psi\\\", \\"=\\\", \\"0.5\\\"}]},$   
 $\text{TraditionalForm}], \text{"errors\\\"} \rightarrow \{\}, \text{"input\\\"} \rightarrow \text{"\\\"\\\"\\\"psi=0.5\\\"},$   
 $\text{"state\\\"} \rightarrow \text{"Boxes\\\"|>, \text{"TeXAssistantTemplate\\\"|\\\"}],$   
 $\text{"!\(\(*TemplateBox[<|\\\"boxes\\\"} \rightarrow \text{FormBox[RowBox[{\\"psi\\\", \\"=\\\", \\"0.4\\\"}]},$   
 $\text{TraditionalForm}], \text{"errors\\\"} \rightarrow \{\}, \text{"input\\\"} \rightarrow \text{"\\\"\\\"\\\"psi=0.4\\\"},$   
 $\text{"state\\\"} \rightarrow \text{"Boxes\\\"|>, \text{"TeXAssistantTemplate\\\"|\\\"}]\}$

Out[34]=



Nous avons considéré le nombre de firmes comme indicateur de l'intensité concurrentielle

- Relation en U inversée entre l'incitation à innover et l'intensité concurrentielle
- Le sommet est proche de l'origine, mais s'écarte progressivement lorsque la taille de l'innovation augmente
- Avec des innovations relativement mineures ( $\psi$  faible) la structure de marché donnant plus d'incitations à innover est le monopole.
- Pour des innovations intermédiaires ou supérieures c'est l'oligopole, avec un nombre de firmes croissant en  $\psi$