

# Chapitre 1

## Généralité sur les capteurs et la chaîne de mesure

### 1.1 Introduction

Le savant D.Mendeleev a écrit « La science commence là où commence la mesure » ; cela signifie que nous n'avons pas de science sans mesure.

La mesure est un processus de connaissance qui grâce à l'expérience physique nous donne une information quantitative (valeur) du rapport entre la grandeur mesurable et une grandeur de même nature prise comme unité.

### 1.2 Définitions

- **Grandeur (mesurable) :** définie comme attribut d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance, qui est susceptible d'être distinguée qualitativement et déterminée quantitativement.
- **Unité de mesure :** c'est une grandeur particulière, définie et adoptée par convention, à laquelle on compare les autres grandeurs de même nature pour les exprimer quantitativement.
- **Mesurande  $x$  :** C'est la grandeur physique en générale que l'on veut mesurer (déplacement, température, pression etc....). C'est la grandeur d'entrée du capteur ou l'excitation.
- **Réponse du capteur :** C'est l'information délivrée par le capteur et qui dépend de  $x$ .
- **Mesurage :** C'est l'ensemble des opérations expérimentales qui conduisent à la connaissance de  $x$ .
- **Incertitude de mesure :** C'est un paramètre, associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.
- **Étalon de mesure :** en métrologie, un étalon est un dispositif auquel on doit se fier pour contrôler l'exactitude des résultats fournis par un appareil de mesure.

### 1.3 Les capteurs

**Définition :** Un capteur transforme une grandeur physique en une grandeur normée, généralement électrique, qui peut être interprétée par un dispositif de contrôle commande.

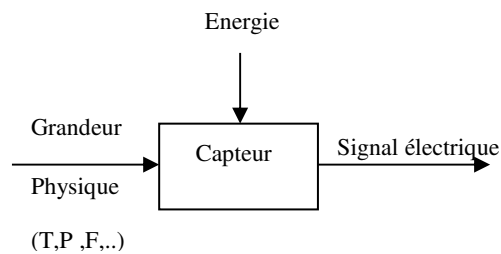


Figure 1: Capteur

#### 1.3.1 Classification des capteurs

On classifie les capteurs en deux grandes familles en fonction de la caractéristique électrique de la grandeur de sortie. Cette classification influe sur le conditionneur qui lui est associé.

##### 1.3.1.1 Capteurs passifs

Le capteur se comporte en sortie comme un dipôle passif qui peut être résistif, capacitif ou inductif. Lorsqu'on veut mesurer une telle quantité on doit lui associer une source d'énergie auxiliaire de telle sorte à générer une information exploitable.

Mesurande	Effet utilisé (grandeur de sortie)	Matériaux
Température	Résistivité	Platine, Nickel, cuivre, semi-conducteurs.
Très basse température	Cste diélectrique	Verre.
Flux optique	Résistivité	semi-conducteurs
Déformation	Résistivité Perméabilité	Alliages nickel Alliages ferromagnétiques
Position	Résistivité	Magnétorésistances: Bismuth, antimoine d'indium
Humidité	Résistivité	Chlorure de lithium

Une grandeur "passive" ou "extensive" ne sera pas en mesure de transmettre directement de l'énergie à un capteur. On citera par exemple l'élasticité d'un ressort, la masse, une impédance.

Le tableau ci-dessous résume, en fonction du mesurande, les effets utilisés pour réaliser la mesure.

**1.3.1.2 Capteurs actifs :** un capteur qui a pour sortie une charge, une tension ou un courant.

Repose en général sur un effet physique qui assure la conversion en énergie électrique de la grandeur physique à mesurer. Une grandeur dite "active" ou "intensive" sera par exemple une pression, un champ électrique, une intensité lumineuse. Le tableau suivant présente les principes physiques de base des capteurs actifs :

Mesurande	Effet utilisé	Grandeur de sortie
Température	Thermoélectricité	Tension
Flux de rayonnement optique	Pyroélectricité	Charge
	Photoémission	Courant
	Effet photovoltaïque	Tension
	Effet photoélectromagnétique	Tension
Force Pression Accélération	Piézoélectricité	Charge
Vitesse	Induction électromagnétique	Tension
Position (aimant)	Effet Hall	Tension

Précision sur les effets utilisés :

- a. **Thermoélectricité** : c'est le principe de tout thermocouple. C'est un circuit constitué de deux conducteurs de nature chimique différente et dont les jonctions sont à des températures différentes  $T_1$  et  $T_2$ . Il apparaît aux bornes de ce circuit une tension (force électromotrice) liée à la différence de température ( $T_1 - T_2$ ).
- b. **Pyroélectricité** : certains cristaux présentent une polarisation électrique proportionnelle à leur température. Ainsi, en absorbant un flux de rayonnement, le cristal pyroélectrique va s'échauffer et ainsi sa polarisation va se modifier entraînant une variation de tension détectable.
- c. **Piézoélectricité** : l'application d'une force sur ce type de matériau engendre l'apparition de charges électriques créées par la déformation du matériau. C'est un phénomène réversible.

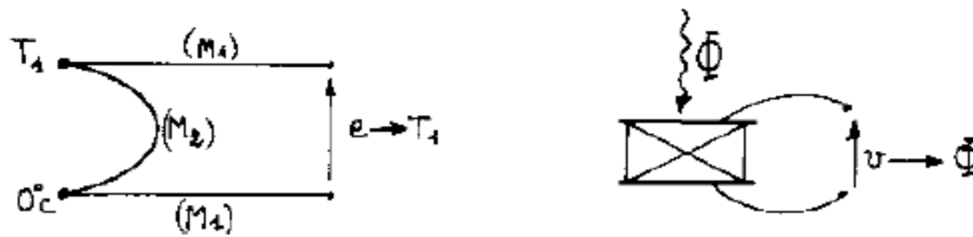


Figure 3 : Thermoélectricité et pyroélectricité

- d. **Induction** : la variation d'un flux magnétique engendre l'apparition d'une force électromotrice.

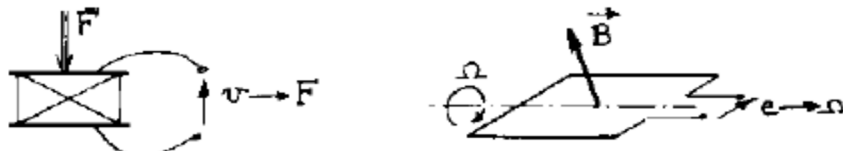


Figure 4 : Piézoélectricité et induction

- e. **Photoélectricité** : sous l'influence d'un rayonnement lumineux, le matériau libère des charges électriques et celles-ci en fonction du rayonnement.
- f. **Effet Hall** : un semi-conducteur de type parallélépipède rectangle, placé dans une induction  $B$  et parcouru par un courant  $I$ , voit l'apparition, dans la direction perpendiculaire au courant et à l'induction, d'une différence de potentiel qui a pour expression :

$$U_H = K_H \cdot I \cdot B \cdot \sin \theta$$

$K_H$  est fonction du matériau,  $\theta$  est l'angle entre  $I$  et  $B$ .

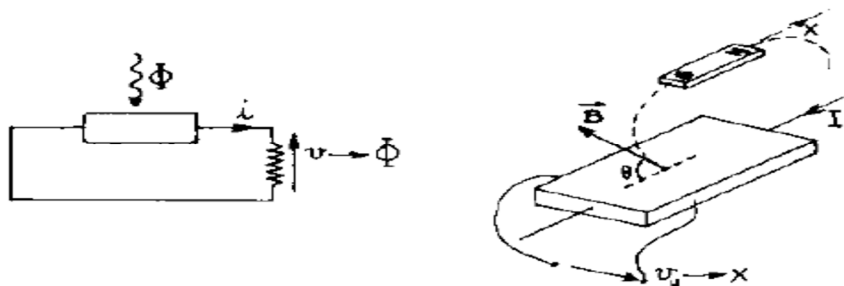


Figure 5 : Photoélectricité et effet Hall

### 1.4 Corps d'épreuve

Le corps d'épreuve est le dispositif qui transforme le mesurande primaire  $x$  en une autre grandeur non électrique appelée mesurande secondaire, qui est transformée en grandeur électrique par le capteur. L'association corps d'épreuve + capteur actif ou passif est un capteur composite.

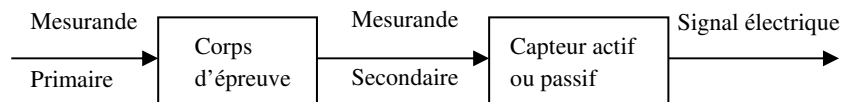


Figure 6 : Capteur composite

Exemple : En mécanique, notamment, la conversion de la grandeur physique  $x$  en grandeur électrique  $y$  n'est pas directe. Par exemple, la mesure d'une force nécessite de l'appliquer à un solide déformable auquel sera fixé un capteur de déformation. Ce solide déformable, et plus généralement tout corps intermédiaire entre le capteur et le mesurande, est appelé corps d'épreuve.

Exemple : une traction  $F$  exercée sur une barre (longueur  $L$ , section  $A$ , module Young  $Y$ ) entraîne une déformation  $\Delta L/L$  qui est mesurable par la variation  $\Delta R/R$  de la résistance d'une jauge collée sur la barre; connaissant.

L'équation du corps d'épreuve qui lie la traction, mesurande primaire, à la déformation, mesurande secondaire :

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{Y} \cdot \frac{F}{A}$$

L'équation du capteur qui liant sa grandeur d'entrée, ici la déformation, à sa réponse électrique  $\Delta R/R$  soit :

$$\frac{\Delta R}{R} = K \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

$K$  Étant le facteur de jauge, on en déduit la relation entre traction et variation de résistance :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{K}{Y} \cdot \frac{F}{A}$$

La relation, que le corps d'épreuve établit entre les mesurandes primaires et secondaires, est très souvent linéaire.

### 1.5 Caractéristiques des capteurs

Les capteurs et chaînes de mesure peuvent être définis par un certain nombre de caractéristiques. Nous indiquons ci-après les principales d'entre elles :

**Résolution** : Plus petite variation de grandeur mesurable par le capteur.

**Sensibilité** : Variation du signal de sortie par rapport à la variation du signal d'entrée.

La sensibilité  $S$  est la dérivée de la grandeur de sortie par rapport à celle d'entrée.

$$S = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

- Pour que la sensibilité soit indépendante de la valeur  $x$ , il faut que le capteur soit linéaire :
- $f'(x) = \text{Constante} = S$  soit encore  $y = Sx + y_0$   
Où  $y_0$  est la valeur du signal  $y$  pour  $x = 0$ .
- Bien entendu, on peut toujours définir une plage de valeurs de  $x$  où  $S$  est constante, c'est à dire où le capteur est linéaire.

**Précision** : Aptitude du capteur à donner une mesure proche de la valeur vraie.

**Rapidité** : Temps de réaction du capteur. La rapidité est liée à la bande passante.

**Linéarité** : représente l'écart de sensibilité sur l'étendue de mesure.

**L'étendue de mesure (EM)** : c'est la différence entre le plus petit signal détecté et le plus grand perceptible sans risque de destruction pour le capteur.

$$EM = x_{\max} - x_{\min}.$$

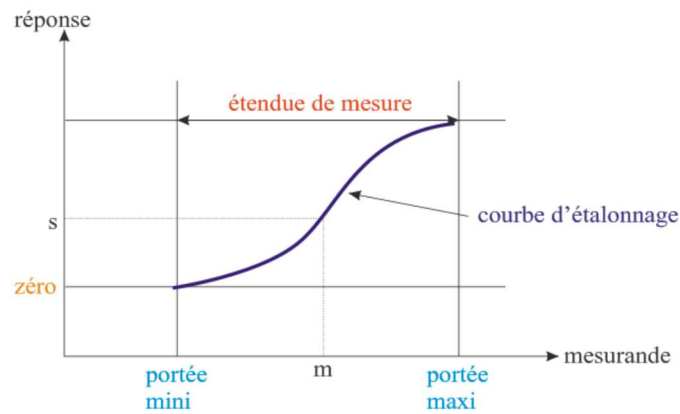
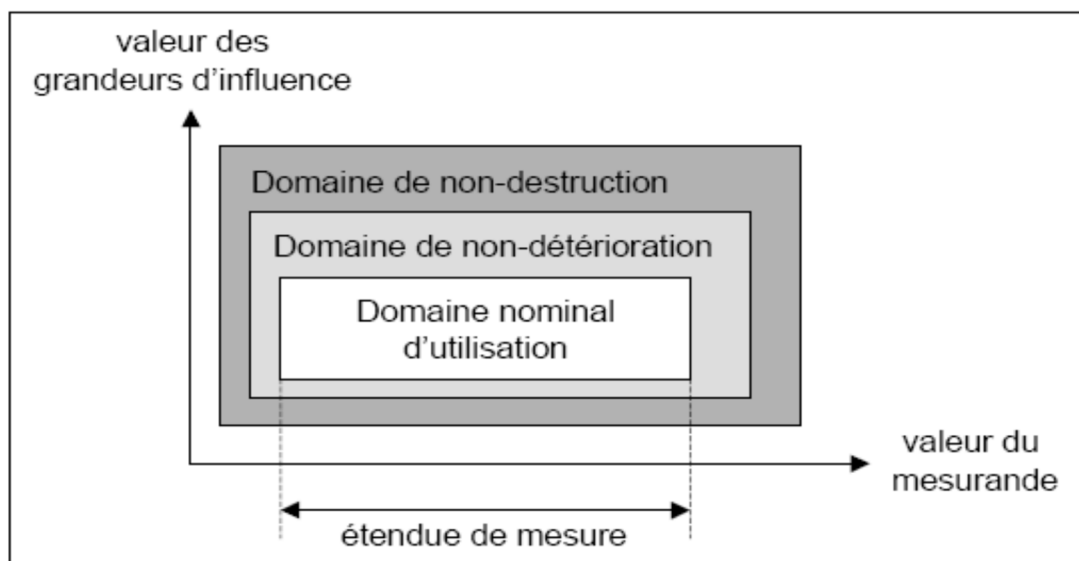


Figure 7: Etendue de mesure et courbe d'étalonnage

**Le domaine de non détérioration** : il est défini par les valeurs limites que peuvent atteindre et conserver le mesurande et les grandeurs d'influence sans que les caractéristiques métrologiques du capteur ne soient altérées après retour des valeurs dans le domaine nominal.

Figure 8: limites d'utilisation d'un capteur (extrait de Ragot *et al.*, 1990)

**Le domaine de non-destruction** : il est défini par les valeurs limites que peuvent atteindre le mesurande et les grandeurs d'influence sans qu'il y ait détérioration irréversible ou destruction physique du capteur. Dans le cas contraire, le capteur doit être changé.

**La vitesse de poursuite (ou rapidité)** : aptitude du capteur à suivre dans le temps les variations du mesurande. Une vitesse de poursuite élevée permet de suivre des variations rapides du mesurande.

## 1.6 Grandeurs d'influence

Ce sont des grandeurs « parasites » superposées au mesurande et auxquelles la réponse du capteur (signal électrique) peut être sensible.

La réponse du capteur  $y = f(x)$  dépend souvent d'autres grandeurs physiques propres à l'environnement (par exemple la température ou l'humidité). La fonction  $y = f(x)$  devient  $y = f(x, g_i)$ . Où  $g_i$  grandeurs d'influence.

Les principales grandeurs d'influence sont :

- Température : modifications des caractéristiques électriques, mécaniques et dimensionnelles
- Pression, vibrations : déformations et contraintes pouvant altérer la réponse
- Humidité : modification des propriétés électriques (constante diélectrique ou résistivité). Dégradation de l'isolation électrique
- Champs magnétiques : création de fém d'induction pour les champs variables ou modifications électriques (résistivité) pour les champs statiques
- Tension d'alimentation : lorsque la grandeur de sortie du capteur dépend de celle-ci directement (amplitude ou fréquence) Nécessité de :
  - Réduire les grandeurs d'influence (tables anti-vibration, blindages magnétiques...)
  - Stabiliser les grandeurs d'influence à des valeurs parfaitement connues
  - Compenser l'influence des grandeurs parasites par des montages adaptés (pont de Wheastone)

## 1.7 Eléments constitutifs d'une chaîne de mesure

Généralement, la grandeur à mesurer, appelée mesurande, n'est pas accessible directement et les méthodes de mesure mises en œuvre font appel à différentes lois physiques et propriétés des matériaux. Une chaîne de mesure est généralement constituée des éléments suivants, schématisés sur la figure 9 :

- **Un transducteur** : c'est l'élément fondamental du dispositif, fondé sur l'utilisation d'une loi physique particulière. Il fait correspondre à une valeur  $G_e$  de la grandeur à mesurer une valeur  $G_s$  d'une autre grandeur, généralement électrique, appelée grandeur de sortie. On recherche généralement des transducteurs tels que la relation entre la variation du mesurande et la variation du signal sortant du transducteur soit



linéaire, ou tout au moins à utiliser la partie linéaire de cette relation si celle-ci est plus complexe.

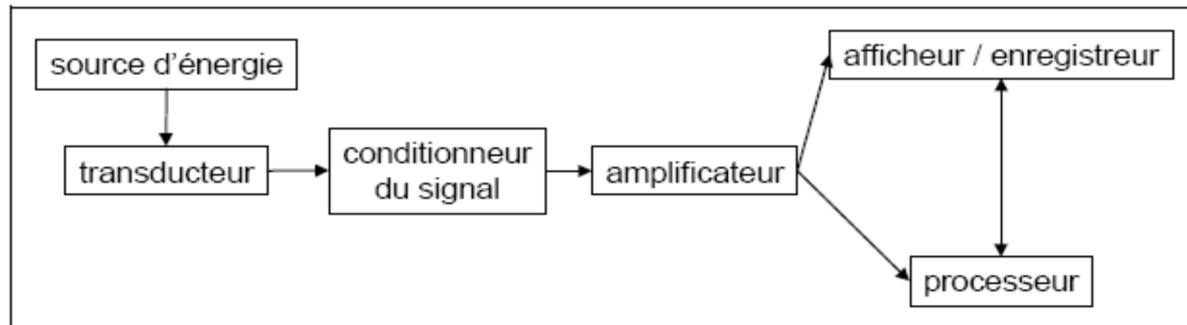


Figure 9 : Schéma type d'une chaîne de mesure

- **Le conditionneur** : c'est un circuit électrique ou électronique qui convertit, compense ou modifie le signal de sortie du transducteur afin de le transformer en un signal électrique usuel. Le conditionneur est souvent physiquement indissociable du transducteur. Le pont de Wheatstone évoqué à l'alinéa précédent permet ainsi de transformer la variation de résistance du transducteur en une variation de tension aux bornes du pont.
- **L'amplificateur** : c'est un élément indispensable lorsque le signal de sortie du conditionneur est faible, il est très souvent nécessaire de les amplifier dans des rapports de 10 à 1000, ou plus. Après amplification, on atteint des tensions comprises généralement entre 0 et 5 ou 10V.
- **L'afficheur/enregistreur** : c'est un élément qui mesure le signal (courant ou tension) sortant de l'amplificateur pour le restituer sous une forme lisible et interprétable par l'utilisateur.
- **Le processeur** : c'est un élément présent sur tous les dispositifs de mesure affichant et/ou délivrant un signal numérique. Il s'agit généralement d'un convertisseur analogique/numérique.

Dans la pratique, le terme « capteur » désigne des choses différentes selon les auteurs et les interlocuteurs :

- Le transducteur lui-même ;
- L'ensemble transducteur + conditionneur ;

- l'ensemble de la chaîne de mesure représentée Figure 9.

### 1.8 Qualité d'une chaîne de mesure

- Fidélité* : la fidélité est la quantité d'un appareillage de mesure dont les erreurs accidentelles sont faibles ; on dit qu'un capteur est fidèle si l'écart-type qu'il fournit est faible.
- Justesse* : la justesse est la quantité d'un appareillage de mesure dont les erreurs systématiques sont faibles ; on dit qu'un capteur est juste s'il est dépourvu d'erreur systématique.
- Précision* : c'est le paramètre qui caractérise le fait que chaque mesure soit très proche de la valeur réelle du mesurande. La précision est spécifiée numériquement comme l'intervalle autour de la valeur mesurée à l'intérieur duquel on est assuré de trouver la vraie. L'exploitation convenable des mesures exige une limite max à l'incertitude de mesure  $\delta X$ . on peut définir l'erreur de précision  $\delta X / (X_{\max} - X_{\min})$ . La précision sera d'autant plus grande que ce rapport sera petit.

Un étalonnage à postériori de la chaîne de mesure permettra d'estimer l'incertitude réelle.

On dit qu'un capteur est exact s'il est à la fois juste et fidèle. La figure 2.1 montre l'allure de la densité de probabilité dans les quatre cas possibles.

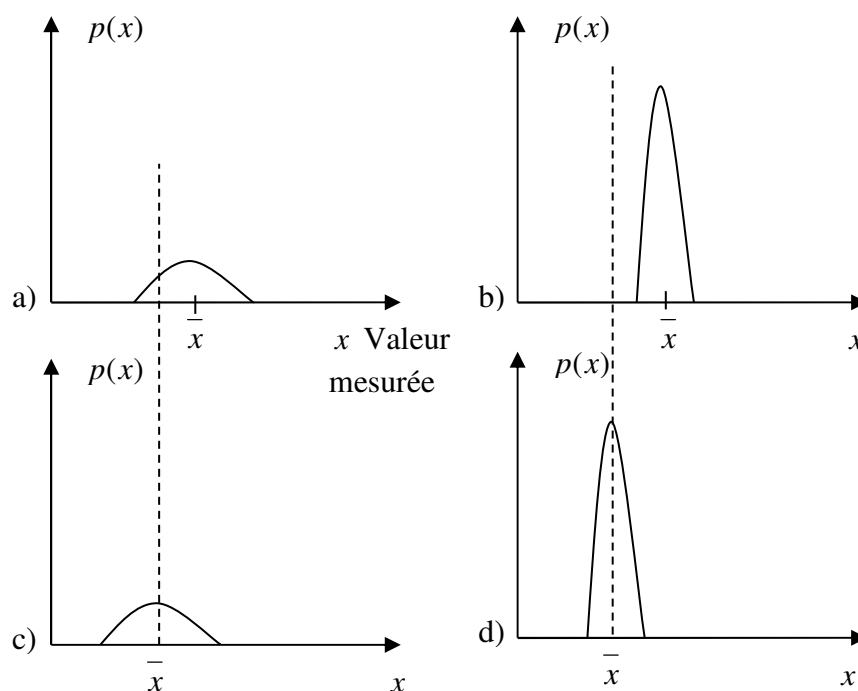


Figure 2.1 : Fidélité, justesse, exactitude. Les pointillés indiquent la valeur vraie. En a) le capteur ni juste ni fidèle, en b) le capteur est fidèle mais non juste, en c) le capteur est juste mais non fidèle, en d) le capteur est juste et fidèle.

## 1.9 Etude des différentes erreurs instrumentales :

Un capteur idéal doit fournir un signal de sortie  $G_s$  (réponse) proportionnel au signal d'entrée  $G_e$  sur l'étendue de mesure. En dehors de l'étendue de mesure, la réponse du capteur n'est plus nécessairement linéaire. Sur l'étendue de mesure, délimitée par les bornes  $G_{e\min}$  et  $G_{e\max}$  correspondant respectivement aux valeurs minimales et maximales de la grandeur que l'on veut mesurer, on construit généralement le capteur de telle sorte que la valeur  $G_s$  de la grandeur de sortie correspondant à la valeur  $G_e$  du mesurande soit donnée par la relation linéaire suivante :

$$G_s = S_e \cdot G_e + Z_0$$

avec  $S_e$  la sensibilité du capteur et  $Z_0$  l'offset.

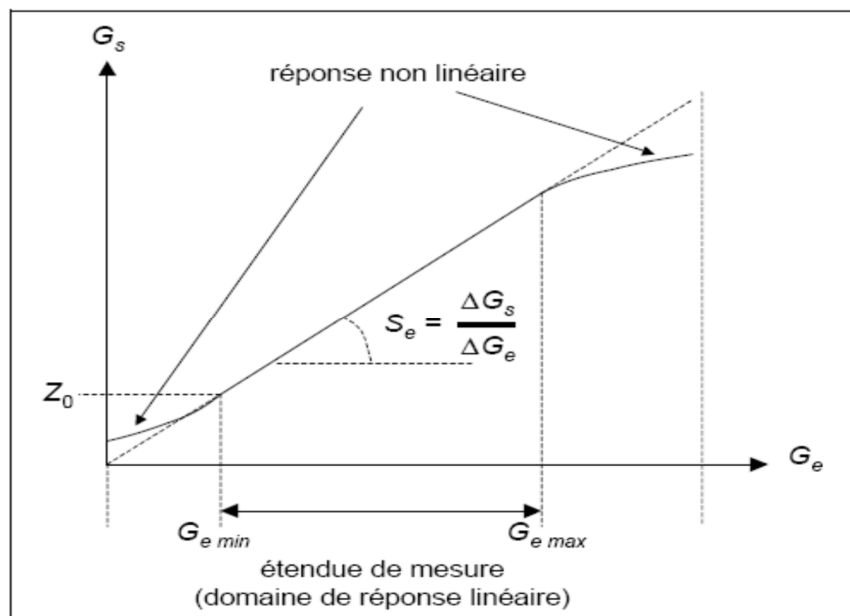


Figure 10 : Réponse  $G_s$  d'un capteur en fonction de la valeur  $G_e$  du mesurande

L'offset  $Z_0$  est souvent appelé « Zéro » car, dans de nombreux cas, la réponse  $G_s$  du capteur est fixée ou ajustée mécaniquement ou électriquement à 0 (zéro) pour  $G_e = G_{e\min}$ . Dans ces conditions, la relation précédente se simplifie :

$$G_s = S_e \cdot G_e$$

Notons dès à présent que le rôle de l'afficheur ou du processeur de la chaîne de mesure consiste à restituer, de manière analogique ou numérique selon les cas, la valeur  $G_e$  du mesurande à partir de la valeur  $G_s$  du signal de sortie du capteur :

$$G_e = \frac{G_s - Z_0}{S_e}$$

Dans la pratique, les capteurs ne sont pas idéaux et des écarts existent qui conduisent à des erreurs systématiques. Parmi ces erreurs, qui sont généralement analysées sur l'ensemble de la chaîne de mesure mais qui peuvent également être analysées au niveau du capteur ou du transducteur lui-même, les quatre principales sont :

- **L'erreur d'offset** : dans ce cas, l'offset est décalé et vaut  $Z_0'$  au lieu de  $Z_0$ . La valeur théorique attendue  $G_s$  pour une valeur  $G_e$  du mesurande est remplacée par une valeur  $G_s'$  telle que la différence  $G_s' - G_s$  est constante sur l'étendue de mesure et égale à l'erreur d'offset.
- **L'erreur de sensibilité** : dans ce cas, la sensibilité (ou pente)  $S_e$  est incorrecte et vaut  $S_e'$  au lieu de  $S_e$ . La valeur théorique attendue  $G_s$  pour une valeur  $G_e$  du mesurande est remplacée par une valeur  $G_s'$  telle que le rapport  $G_s'/G_s$  est égal au rapport des pentes  $S_e'/S_e$ ;

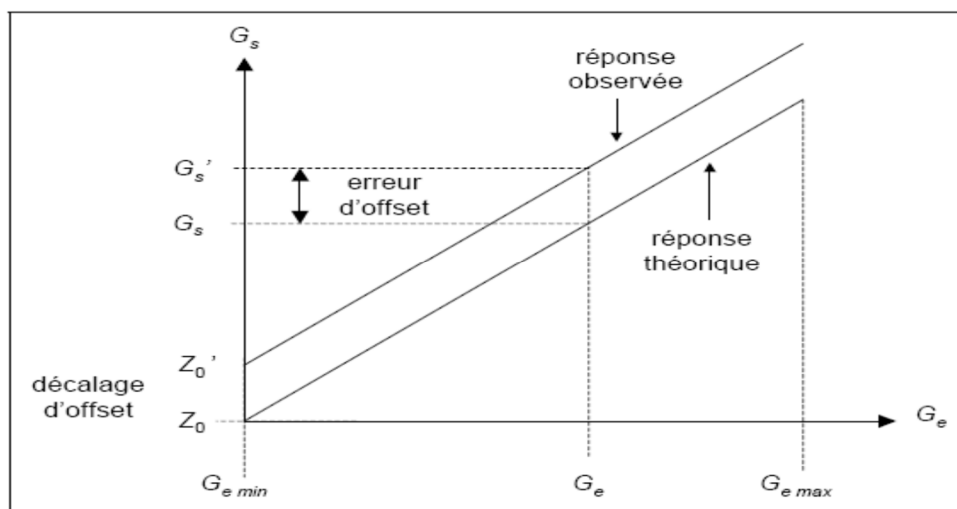


Figure 11 : Illustration d'une erreur d'offset (ou de Zéro) sur un capteur

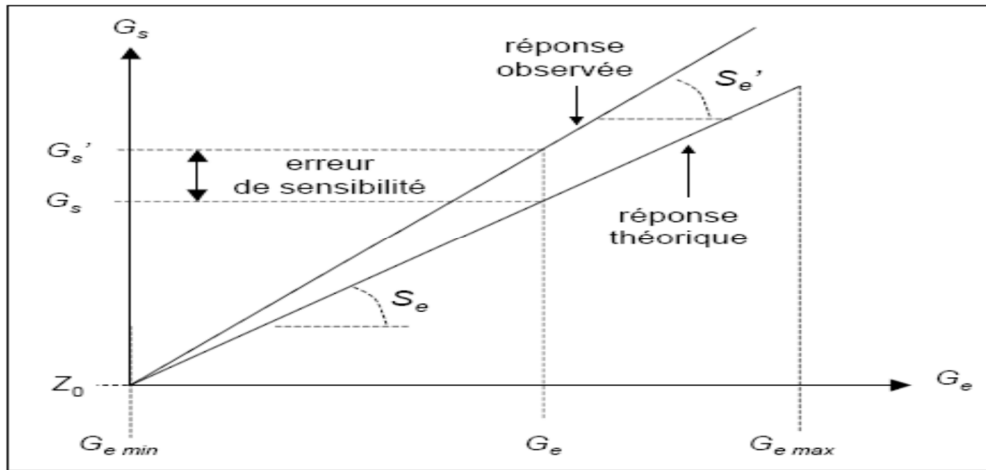


Figure 12 : Illustration d'une erreur de sensibilité (ou de pente) sur un capteur

- **L'erreur liée aux grandeurs d'influence** : dans ce cas, les grandeurs d'influence peuvent conduire à une valeur observée  $G_s'$  présentant simultanément une erreur d'offset et une erreur de sensibilité. Il est bien sûr possible de rencontrer des cas où ces deux erreurs peuvent être présentes simultanément, en raison d'un mauvais étalonnage, sans que les grandeurs d'influence n'interviennent. Dans ces deux cas, l'offset est décalé et vaut  $Z_0'$  au lieu de  $Z_0$  et la sensibilité  $S_e$  est incorrecte et vaut  $S_e'$  au lieu de  $S_e$ . La valeur théorique attendue  $G_s$  pour une valeur  $G_e$  du mesurande est remplacée par une valeur  $G_s'$  telle que :

$$G_s' = \frac{S_e'}{S_e} (G_s - Z_0) + Z_0'$$

- **L'erreur de linéarité** : dans ce cas, la relation liant  $G_s$  à  $G_e$  n'est plus linéaire, ou tout au moins ne peut plus être assimilée à une droite sans conduire à des erreurs dépassant les limites spécifiées. Elle est exprimée en pourcentage de la valeur maximale de l'étendue de mesure (EM).

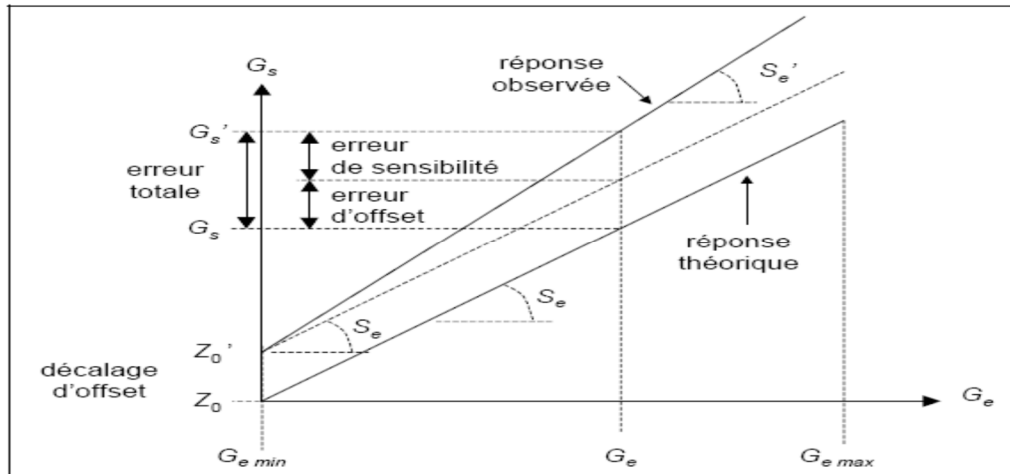


Figure 13 : Illustration d'une erreur due aux grandeurs d'influence et/ou aux erreurs simultanées d'offset et de sensibilité

## 1.10 Etalonnage des capteurs

L'étalonnage est l'opération qui établit la relation entre le mesurande et la grandeur électrique de sortie. Cette relation peut dépendre non seulement du mesurande mais aussi des grandeurs d'influence. S'il n'y a pas de grandeurs d'influence, l'étalonnage est simple, dans le cas contraire il est multiple.

### 1.10.1. Etalonnage simple

On distingue deux méthodes possibles :

- l'étalonnage direct dans lequel les valeurs du mesurande sont issues d'étalons ou d'objets de référence pour lesquels le mesurande est connu avec une incertitude donnée.
- l'étalonnage par comparaison dans lequel on compare les mesures du capteur à étalonner avec celles provenant d'un autre capteur lui-même préalablement étalonné et considéré comme étant la référence, ce qui signifie que son étalonnage est raccordé à des étalons et que l'incertitude correspondante est connue.

### 1.10.2. Etalonnage multiple

L'existence de grandeurs d'influence susceptibles de varier au cours des mesures oblige à paramétrer l'étalonnage pour différentes valeurs de ces grandeurs : c'est l'étalonnage multiple. Quelques cas particuliers d'étalonnages multiples méritent d'être mentionnés :

- pour les capteurs présentant une hystérésis, il est nécessaire de procéder à l'étalonnage par une succession ordonnée et spécifiée des valeurs du mesurande.
- pour les capteurs de grandeurs dynamiques, il faut relever la réponse en fréquence pour un mesurande d'amplitude fixée et la réponse en amplitude pour une fréquence fixée.
- dans certains cas, notamment pour beaucoup de capteurs mécaniques et thermiques, lorsque le constructeur ne donne pas d'indication relative à l'usage du capteur, il est souvent souhaitable d'effectuer l'étalonnage après son installation sur le site. Ainsi, l'étalonnage d'un accéléromètre peut être effectué après sa fixation à la structure dont on veut mesurer l'accélération, en particulier si, dans le certificat d'étalonnage, le constructeur a spécifié une procédure différente.

### 1.11 Sensibilité

Plus un capteur est sensible plus la mesure pourra être précise. C'est une caractéristique importante pour l'exploitation et l'interprétation des mesures. De façon générale la sensibilité  $S$  est définie, autour d'une valeur  $x_i$  constante du mesurande, par le rapport de la variation  $\Delta y$  de la grandeur de sortie à la variation du mesurande  $\Delta x$  soit :

$S = \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_{x=x_i}$  La valeur de sensibilité, dans des conditions d'emploi spécifiques est généralement

fournie par le constructeur ; elle permet à l'utilisateur :

D'estimer l'ordre de grandeur de la réponse du capteur, connaissant l'ordre de grandeur des variations du mesurande, de choisir le capteur de façon que la chaîne de mesure dans son ensemble satisfasse aux conditions de mesure imposées.

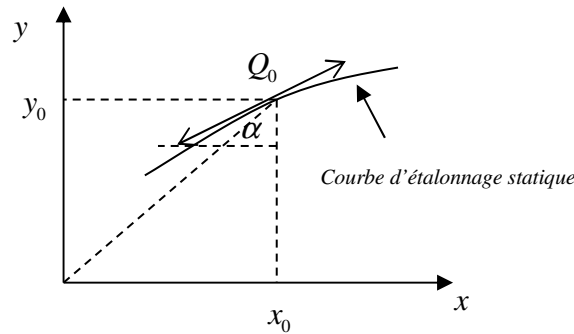
#### 1.11.1 Sensibilité en régime statique

La sensibilité en régime statique au point de fonctionnement  $Q_0$  peut s'écrire si le régime permanent est atteint et si la courbe  $y = f(x)$  correspond à l'étalonnage statique;

$$S_{0stat} = \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_{Q_0} = \tan \alpha .$$

Le rapport statique  $r_0$  s'écrit  $r_0 = \left( \frac{y_0}{x_0} \right)_{Q_0}$  .

Il est égal à  $S_{0stat}$  uniquement dans le cas où la courbe d'étalonnage  $y = f(x)$  est une droite passant par l'origine.



### 1.11.2 Sensibilité en régime dynamique

La sensibilité en régime dynamique peut être définie lorsque le mesurande est une fonction périodique du temps ; dans ces conditions la grandeur de sortie  $y$  a en régime permanent même périodicité que le mesurande.

Soit le mesurande :  $x(t) = x_0 + x_1 \cos wt$

Où  $x_0$  est une valeur constante à laquelle est superposée une variation sinusoïdale d'amplitude  $x_1$  et de pulsation  $w$ .

La réponse du capteur est de la forme :

$$y(t) = y_0 + y_1 \cos(wt + \varphi)$$

Où  $y_0$  est la valeur constante correspondant à  $x_0$  qui définit le point de repos  $Q_0$  sur la courbe d'étalonnage statique,  $w = 2\pi f$ .

$y_1$  est l'amplitude de variation provoquée par la partie variable de mesurande et  $\varphi$  le déphasage entre variations de la sortie et de l'entrée.

La sensibilité  $S = \left( \frac{y_i}{x_i} \right)_{h=h_0}$

Où  $h_0$  est le point de repos sur la courbe d'étalonnage statique.



### 1.11.2.1 Réponse en fréquence d'un système du premier ordre

L'équation différentielle d'un tel système est de la forme :

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = x(t) \quad a_1 \text{ et } a_0 \text{ étant des constants.}$$

Pour un mesurande sinusoïdal  $x(t) = x_1 \cos wt$ , la réponse du capteur en régime permanent est aussi sinusoïdale:  $y(t) = y_1 \cos(wt + \varphi)$ .

Associant à chacun des termes la forme complexe correspondante :

$$x(t) \rightarrow x_1 e^{j\omega t} \quad y(t) \rightarrow y_1 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Où  $x_1$  et  $y_1$  sont réels, l'équation du système devient:

$$j\omega a_1 y_1 e^{j(\omega t + \varphi)} + a_0 y_1 e^{j(\omega t + \varphi)} = x_1 e^{j\omega t}$$

$$(j\omega a_1 y_1 + a_0 y_1) e^{j(\omega t + \varphi)} = x_1 e^{j\omega t} = (j\omega a_1 y_1 + a_0 y_1) e^{j\varphi} = x_1$$

On déduit, en posant  $f_c = \frac{a_0}{2\pi a_1}$  fréquence de coupure:

$$y_1 = \frac{x_1}{j \frac{a_0 2\pi f}{2\pi f_c} e^{j\varphi} + a_0 e^{j\varphi}} = \frac{x_1}{j a_0 \frac{f}{f_c} e^{j\varphi} + a_0 e^{j\varphi}} = \frac{x_1}{a_0 e^{j\varphi} \left( 1 + j \frac{f}{f_c} \right)}$$

$$y_1 = \frac{x_1}{a_0} \frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_c)^2}}$$

$$\varphi = -\text{Arctg}(f / f_c)$$

L'expression de la sensibilité en fonction de la fréquence est:

$$S(f) = \frac{y_1}{x_1} = \frac{1}{a_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_c)^2}}$$

Lorsque  $f$  tend vers zéro, la sensibilité en régime dynamique tend vers la sensibilité en régime statique  $S(0) = \frac{1}{a_0}$  ; la réponse en fréquence peut donc s'écrire :

$$S(f) = S(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}$$

Les figure 2.2 et figure 2.3 représentent respectivement l'évolution de la réponse en module et en phase en fonction de la fréquence. On y constate en particulier que pour :

Si  $f \ll f_c$  on a pratiquement  $S(f) = S(0)$  et  $\varphi = 0$ ,

Si  $f = f_c$ ,  $S(f_c) = \frac{S(0)}{\sqrt{2}}$  soit  $20 \log_{10} \left( \frac{S(f_c)}{S(0)} \right) = -3 \text{ db}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

Si  $f \gg f_c$ ,  $S(f) = S(0) \frac{f_c}{f}$ , la sensibilité décroît de 20 db et  $\varphi$  tend vers

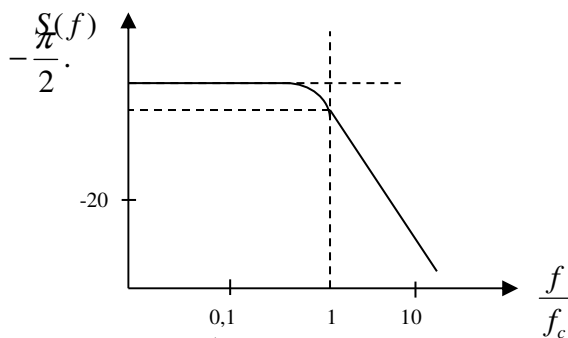


Figure 2.2 : Sensibilité dynamique d'un capteur du premier ordre

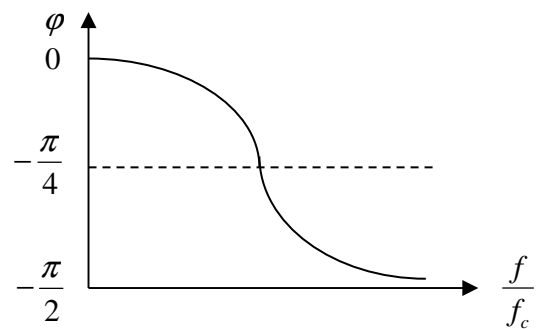


Figure 2.3 : Déphasage d'un capteur du premier ordre

### 1.11.2.2 Réponse en fréquence d'un système du second ordre

L'équation différentielle qui caractérise un tel système est de la forme :

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = x(t) \quad a_2, a_1 \text{ et } a_0 \text{ étant des constants.}$$

On peut mettre cette équation sous la forme suivante :

$$\frac{1}{w_0^2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2}{w_0} \xi \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{x(t)}{a_0}$$

Tel que  $w_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$  pulsation du système non amorti,

$$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}, \text{ coefficient d'amortissement du système,}$$

Lorsque le mesurande sinusoïdal :  $x(t) = x_1 \cos wt$ , la réponse électrique en régime permanent peut s'écrire:  $y(t) = y_1 \cos(wt + \varphi)$ .

L'emploi de la notation complexe amenant aux transformations suivantes :

$x(t) \rightarrow x_1 e^{j\omega t}$   $y(t) \rightarrow y_1 e^{j(\omega t + \varphi)}$  avec  $x_1$  et  $y_1$  sont réels : l'équation du système devient :

$$-\frac{w^2}{w_0^2} y_1 e^{j(\omega t + \varphi)} + j y_1 \frac{2w}{w_0} \xi e^{j(\omega t + \varphi)} + y_1 e^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{x_1}{a_0} e^{j\omega t}$$

On obtient:

$$y_1 = \frac{x_1}{a_0 \sqrt{(1 - (f/f_0)^2)^2 + 4\xi^2 (f/f_0)^2}}$$

$$\varphi = -\text{Arctg} \left( \frac{2\xi}{\frac{f}{f_0} \left( 1 - \left( \frac{f}{f_0} \right)^2 \right)} \right)$$

L'expression de la sensibilité en régime dynamique en fonction de la fréquence est:

$$S(f) = \frac{y_1}{x_1} = \frac{1}{a_0 \sqrt{(1 - (f/f_0)^2)^2 + 4\xi^2 (f/f_0)^2}}$$

Lorsque  $f = 0$ , alors  $S(0) = \frac{1}{a_0}$  sensibilité en régime statique  $S(0) = \frac{1}{a_0}$ ,

la sensibilité en fonction de la fréquence peut donc s'écrire:

$$S(f) = S(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - (f/f_0)^2\right)^2 + 4\xi^2 (f/f_0)^2}}.$$

### 1.12 Linéarité

Un capteur est dit linéaire si sa sensibilité est indépendante de la valeur du mesurande, i.e. la réponse du capteur (le signal électrique) est proportionnelle à la variation du mesurande.