

Persée

<http://www.persee.fr>

Les dimensions de la mortalité

Sully Ledermann;Jean Breas

Ledermann Sully, Breas Jean, . Les dimensions de la mortalité. In: Population, 14e année, n°4, 1959 pp. 637-682.

[Voir l'article en ligne](#)

La loi de mortalité selon l'âge a été abordée le plus souvent sous forme expérimentale, par construction des tables de survie pour une population donnée. En outre, des formules ont été proposées pour définir la mortalité en fonction de l'âge (Gompertz, Makeham). Elles sont surtout utilisées pourachever les tables de mortalité dans les âges élevés où le nombre de décès est trop faible pour donner des indications sûres. En 1955 , le service de la population aux Nations-Unies a construit et publié des tables-types qui permettent, au moyen d'un seul taux par âge, par exemple la mortalité infantile, de connaître toute la table d'une population et son espérance de vie. L'utilisation de telles tables suppose que la mortalité ne dépend que d'un seul paramètre ou, autrement dit, qu'elle n'a qu'une dimension. Cette approximation, fort acceptable dans certains calculs et de ce fait d'une grande commodité, ne suffit pas dans d'autres cas. M. Sully Ledermann s'est proposé d'étudier le nombre de paramètres qu'il faut considérer et connaître pour déterminer, avec une précision suffisante, la mortalité par âge d'une population. Il donne ici le résultat de ses recherches menées avec M. Jean Breas.

Avertissement

L'éditeur du site « PERSEE » – le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation – détient la propriété intellectuelle et les droits d'exploitation. A ce titre il est titulaire des droits d'auteur et du droit sui generis du producteur de bases de données sur ce site conformément à la loi n°98-536 du 1er juillet 1998 relative aux bases de données.

Les œuvres reproduites sur le site « PERSEE » sont protégées par les dispositions générales du Code de la propriété intellectuelle.

Droits et devoirs des utilisateurs

Pour un usage strictement privé, la simple reproduction du contenu de ce site est libre.

Pour un usage scientifique ou pédagogique, à des fins de recherches, d'enseignement ou de communication excluant toute exploitation commerciale, la reproduction et la communication au public du contenu de ce site sont autorisées, sous réserve que celles-ci servent d'illustration, ne soient pas substantielles et ne soient pas expressément limitées (plans ou photographies). La mention Le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation sur chaque reproduction tirée du site est obligatoire ainsi que le nom de la revue et- lorsqu'ils sont indiqués - le nom de l'auteur et la référence du document reproduit.

Toute autre reproduction ou communication au public, intégrale ou substantielle du contenu de ce site, par quelque procédé que ce soit, de l'éditeur original de l'œuvre, de l'auteur et de ses ayants droit.

La reproduction et l'exploitation des photographies et des plans, y compris à des fins commerciales, doivent être autorisés par l'éditeur du site, Le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation (voir <http://www.sup.adc.education.fr/bib/>). La source et les crédits devront toujours être mentionnés.

LES DIMENSIONS DE LA MORTALITÉ*

La loi de mortalité selon l'âge a été abordée le plus souvent sous forme expérimentale, par construction des tables de survie pour une population donnée. En outre, des formules ont été proposées pour définir la mortalité en fonction de l'âge (Gompertz, Makeham). Elles sont surtout utilisées pourachever les tables de mortalité dans les âges élevés où le nombre de décès est trop faible pour donner des indications sûres.

En 1955 , le service de la population aux Nations-Unies a construit et publié des tables-types qui permettent, au moyen d'un seul taux par âge, par exemple la mortalité infantile, de connaître toute la table d'une population et son espérance de vie. L'utilisation de telles tables suppose que la mortalité ne dépend que d'un seul paramètre ou, autrement dit, qu'elle n'a qu'une dimension. Cette approximation, fort acceptable dans certains calculs et de ce fait d'une grande commodité, ne suffit pas dans d'autres cas.

M. Sully LEDERMANN s'est proposé d'étudier le nombre de paramètres qu'il faut considérer et connaître pour déterminer, avec une précision suffisante, la mortalité par âge d'une population. Il donne ici le résultat de ses recherches menées avec M. Jean BREAS.

Les indices uniques. L'intérêt évident de pouvoir caractériser par un seul chiffre la situation de la mortalité d'une population a conduit à utiliser à cet effet des indices tels que le taux brut de mortalité, un taux construit sur une population-type, le taux de mortalité infantile, l'espérance de vie à la naissance et, plus récemment, la proportion des décès dus à des maladies infectieuses ou parasitaires dans l'ensemble des décès toutes causes, la proportion des décès survenus avant l'âge de 5 ans, ou mieux encore, de 50 ans⁽¹⁾ [1], dans l'ensemble des décès tous âges, etc.

Le nombre des indices essayés montre qu'aucun d'eux n'a satisfait entièrement les besoins exprimés par les divers utilisateurs.

* Nous remercions tout particulièrement le Haut Comité d'études et d'information sur l'alcoolisme grâce à l'appui financier duquel cette recherche a pu être poursuivie.

⁽¹⁾ Le résultat provient d'une intéressante application des fonctions de discrimination, par MM. SWAROOP et UEMUERA. L'application a été faite toutefois, non pas à des tables de mortalité, mais à la mortalité des populations telles qu'elles se présentent avec des structures par âges différentes. De ce fait, l'indice a tendance à mesurer peut-être davantage la fécondité que la mortalité.

Cette situation conduit donc à se poser une première question : dans quelle mesure un indice unique peut-il résumer la mortalité d'une population ?

En d'autres termes, avec quelle précision, dans les meilleures conditions, un indice unique permet-il de reconstituer les différents taux de mortalité d'une population, selon l'âge et éventuellement le sexe ?

Un exemple : les tables de mortalité. Les tables-types de mortalité proposées par l'Organisation des Nations-Unies pour les pays sous-développés [2] sont un exemple de table entièrement déterminées dès que l'on connaît le taux de mortalité infantile, ou encore le taux de mortalité d'un groupe d'âges quelconque. Ces tables sont construites en utilisant l'étroite liaison existant entre les taux de mortalité d'un groupe d'âges et des groupes encadrants.

Dans quelle mesure ces tables-types reflètent-elles la réalité ? A chaque taux de mortalité infantile correspond une table-type et à cette table-type, une espérance de vie à la naissance. Cependant si nous considérons les pays ayant même mortalité infantile, nous voyons que leurs espérances de vie ne sont pas identiques, mais se dispersent au contraire largement.

Par exemple, à une mortalité infantile de 11,4 % correspond d'après la table-type une espérance de vie de 54 ans. Or en fait, pour cette mortalité infantile, les espérances de vie observées se dispersent à 95 % d'entre elles de 45 à 63 années [3].

Si au lieu de l'espérance de vie à la naissance, on considère le taux de mortalité d'un groupe d'âges quelconque, 65 à 69 ans par exemple, l'estimation de 0,194 correspondant à une mortalité infantile de 0,1, dans le cas des tables-types un peu améliorées par rapport aux précédentes et proposées par GABRIEL et RONEN [3], a encore un intervalle de confiance (95 %) dont les limites s'étendent de 0,13 à 0,26.

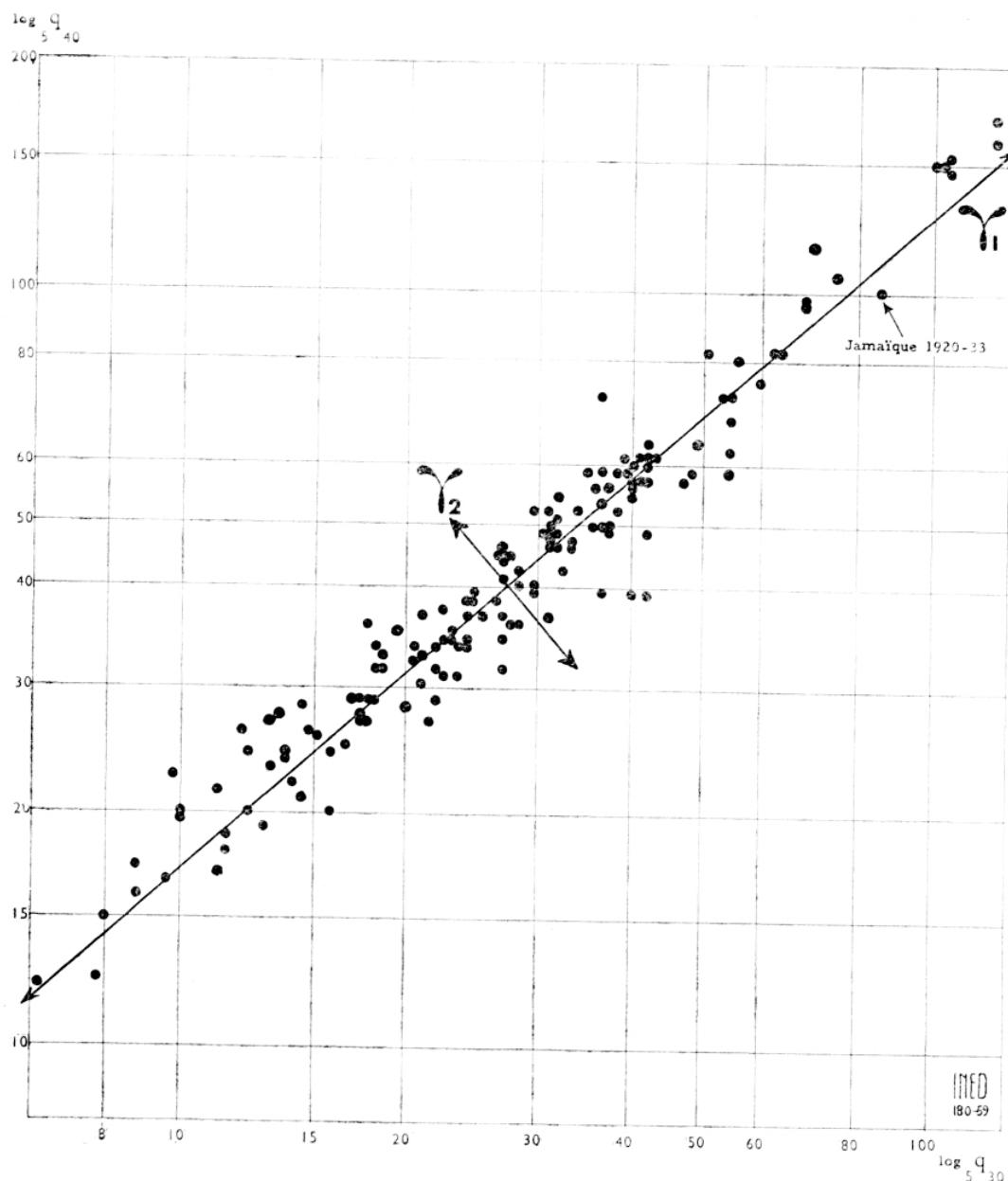
Si étendues soient-elles, les dispersions sont toutefois loin d'enlever toute valeur aux tables-types. Celles de l'O.N.U. notamment constituent pour les démographes un précieux instrument de travail, pour les pays sous-développés notamment. Pour certains calculs, elles fournissent le seul moyen d'approche. Mais on en perçoit ici certaines limites d'utilisation, liées au fait que c'est un indice unique qui détermine une table-type.

L'indice unique optimal et le nombre minimal d'indices : approche vectorielle.

pour décrire la mortalité, ou plus précisément, une table de mortalité ?

Parvenu à ce point, une question complémentaire de la première se formule naturellement : quel est le nombre minimal d'indices nécessaires

Parmi les différentes manières de répondre à ces questions, nous en envisagerons ici une, qui a l'avantage de fournir une solution indépendante de toutes considérations *a priori* quant à la structure du phénomène étudié.



Graphique n° 1. — Corrélation entre logarithmes des ${}_5q_{30}$ et les ${}_5q_{40}$
pour les 157 tables de mortalité du tableau A (sexe masculin)

Considérons la mortalité des hommes âgés, par exemple, de 30 à 34 ans, d'une part, et de 40 à 44 ans, d'autre part, mesurée par les quotients de mortalité⁽²⁾ pour 5 ans, dans les 157 tables de mortalité figurant dans le tableau 7. Portons sur un graphique les points ayant pour coordonnées les quotients de mortalité (pour 1.000) des deux groupes d'âges (en réalité leurs logarithmes pour des raisons de normalisation des distributions).

(2) On définit le quotient de mortalité, entre deux âges x_1 et x_2 , comme la proportion des individus décédés à un âge compris entre x_1 et x_2 , parmi ceux qui ont atteint l'âge x_1 [4].

Les 157 points du graphique 1 forment un nuage très allongé, de forme elliptique : les quotients varient donc de manière très liées, quand on passe des pays les plus désavantagés de 1900 aux pays les plus avantageux de 1950.

Considérons maintenant le point « Jamaïque 1920-1933 », dans le graphique 1. Sa position est déterminée par ses deux coordonnées sur les axes OX et OY : $X = 1,925 = \log 84,2$ et $Y = 2,003 = \log 100,8$. Mais elle pourra être aussi bien déterminée par ses projections sur le système de référence, constitué par le grand axe γ_1 et le petit axe γ_2 du nuage. D'où les nouvelles coordonnées dans ce deuxième système (mesurées à partir du centre du nuage) :

$$\gamma_1 = +0,63 \text{ et } \gamma_2 = 0,02$$

L'observation fondamentale ici est que si l'on veut ne conserver qu'un seul indice pour situer un pays, eu égard à la mortalité des deux groupes d'âges considérés, c'est la projection γ_1 , qui fournit la meilleure description unique cherchée. Si l'ellipse est suffisamment allongée, et que la dispersion des points autour du grand axe peut être considérée comme négligeable, cette description unique sera, de plus, suffisante.

Dans ce dernier cas, le phénomène étudié qui est au départ à deux dimensions se trouve à l'expérience n'en présenter qu'une seule : un seul paramètre au lieu de deux suffit en effet pour situer pratiquement les 157 points, les uns par rapport aux autres.

Mais dans tous les cas, le problème de l'indice unique optimal est résolu, qu'il soit suffisant ou insuffisant pour décrire complètement le phénomène étudié.

Cette approche vectorielle du problème des indices se généralise sans difficulté au cas où les points sont définis par plus de deux coordonnées. L'ellipsoïde est alors dans un espace à n dimensions. Son grand axe reste le support de l'indice unique optimal, le grand axe et l'axe perpendiculaire qui le suit immédiatement en longueur sont les supports des deux indices optimaux, si on veut décrire le phénomène avec deux indices seulement, et ainsi de suite.

L'analyse des tables de mortalité. Dans le cas présent, nous disposons de 157 tables de mortalité couvrant sensiblement la période 1900-1950 [2]. Nous nous proposons de chercher tout d'abord avec quelle précision un seul indice permet de caractériser la mortalité de cette période, telle qu'elle est décrite par les tables, et ensuite de déterminer le nombre minimal d'indices à utiliser pour décrire cette mortalité avec une précision satisfaisante.

La courbe de mortalité de chaque sexe est définie ici par 18 quotients⁽²⁾ de mortalité : 0 à 1 an, 1 à 4 ans, 5 à 9 ans..., jusqu'à 80 à 84 ans, et un résumé de cette mortalité est fourni par l'espérance de vie à la naissance e_0 . C'est sur ces 38 données numériques par table que porte l'analyse.

Les 157 tables du tableau 7 peuvent être représentées chacune par un point à $n = 38$ coordonnées X_1, \dots, X_{38} , lesquelles sont les logarithmes⁽³⁾ des quotients de mortalité pour 1.000 et ceux des espérances de vie, ou plus précisément, des quantités $100 - e_0$. La moyenne et l'écart-type des variables X sont donnés dans le tableau 1.

Les 157 points dessinent un ellipsoïde dans cet espace à 38 dimensions, dont la forme est suggérée, par exemple, par sa projection sur le plan des deux axes $X_9 = {}_5q_{30}$ et $X_{11} = {}_5q_{40}$ du graphique 1.

Les corrélations. Cet ellipsoïde est très allongé, car les quotients de mortalité présentent entre eux des corrélations élevées. Soit, Z_{ji} , avec $j = 1, 2, \dots, n = 38$ et $i = 1, 2, \dots, N = 157$:

$$(1) \quad Z_{ji} = \frac{X_{ji} - M_j}{\sigma}$$

la variable normale réduite Z_j correspondant⁽⁴⁾ à X_j . Les valeurs Z_{ji} pour les $n = 38$ variables j et les $N = 157$ tables i constituent une matrice $(n \times N)$, c'est-à-dire à n lignes et N colonnes. La matrice $(n \times n)$ des corrélations, notée \mathbf{R} , des variables associées deux à deux est donnée par la relation matricielle⁽⁵⁾ :

$$(2) \quad \mathbf{R}_{nn} = \frac{1}{N} \mathbf{Z}_{nn} \cdot \mathbf{Z}'_{nn}$$

Les valeurs des corrélations obtenues par un calcul effectué sur ordinateur 704 sont reproduites dans le tableau 2 pour les quotients masculins associés deux à deux, dans le tableau 3 pour les quotients féminins et dans le tableau 4 pour les quotients masculins associés aux quotients féminins.

Prenons, par exemple, la mortalité du groupe 15 à 19 ans chez les hommes (tableau 2). Son coefficient de corrélation avec la mortalité infantile est de 0,80; avec le groupe âgé de 1 à 4 ans, 0,87; avec celui âgé de 5 à 9 ans, 0,88; 10 à 14 ans, 0,95; 20 à 24 ans, 0,99; 25 à 29, 0,97; les corrélations diminuent ensuite d'une manière continue 0,94-0,89-0,85, etc., jusqu'à 0,42 pour le groupe âgé de 80 à 84 ans. Le coefficient de corrélation avec l'espérance de vie à la naissance, ou plutôt avec $100 - e_0$, est de 0,91.

⁽³⁾ Les valeurs logarithmiques constituent des variables distribuées à peu près normalement et conduisent à des relations pratiquement linéaires entre variables

⁽⁴⁾ Si l'on procède à des estimations à partir de taux annuels de mortalité, au lieu de quotients portant ici sur cinq ans (sauf pour la mortalité infantile et le groupe 1-4ans), il faudra multiplier ces taux par 5 pour obtenir un logarithme X adéquat.

⁽⁵⁾ Pour faciliter l'utilisation et la lecture des notations matricielles, nous accompagnerons la lettre symbolisant la matrice, des nombres de lignes et de colonnes, en indice.

Les corrélations les plus élevées sont observées, naturellement, entre groupes d'âges voisins. Il en est de même quand on compare la mortalité des âges d'un sexe à l'autre (tableau 4, diagonale principale); ce sont ces liaisons élevées qui ont été utilisées pour élaborer la série d'estimations en chaîne qui constituent les tables-types de l'O.N.U. [2]. Notons que les tables de GABRIEL et RONEN [3] ont été calculées à partir des liaisons existant entre la mortalité infantile, d'une part, et la mortalité des autres groupes d'âges, d'autre part, c'est-à-dire, celles mesurées ici par les corrélations figurant dans la deuxième colonne des tableaux 2 et 3.

Les composantes principales. Nous n'insisterons pas sur la détermination des axes principaux de l'ellipsoïde. Elle exige la recherche des valeurs propres de la matrice \mathbf{R} (38×38), qui est présentée ici en trois tableaux, les tableaux 2, 3 et 4. La matrice \mathbf{R} a été complétée par des 1 dans la première diagonale.

L'extraction des 38 valeurs propres de cette matrice n'offre pas d'intérêt. Les valeurs fourniraient les 38 axes que l'ellipsoïde pourrait avoir et qu'il n'a pas, en fait. Une programmation appropriée permet actuellement l'extraction des premières valeurs par ordre d'importance décroissante. Il reste donc à savoir quand on arrêtera cette extraction? En d'autres termes, combien d'axes principaux ont-ils un sens? sur combien de dimensions l'ellipsoïde peut-il être considéré comme plat?

Nous ne disposons pas actuellement de tests statistiques appropriés. Ceux qui existent supposent, en effet, que les observations constituant l'échantillon étudié proviennent d'un tirage au hasard de caractère individuel dans une population-mère normale multi-variate. Ce n'est pas le cas ici, où chaque pays est représenté par plusieurs tables échelonnées dans le temps, le passage d'une table à une autre pour un pays donné s'effectuant par une évolution relativement continue. Le schéma de tirage n'a donc pas le caractère individuel requis. Il s'agit plutôt d'un tirage de grappes d'observations.

Dans ces conditions, l'arrêt de l'analyse en composantes, c'est-à-dire le nombre minimal d'indices à retenir, se détermine sur des critères purement externes, la précision de la reconstitution des tables, c'est-à-dire des quotients, ou bien celle des corrélations de la matrice \mathbf{R} . Si l'on adopte p composantes principales, l'analyse conduit en effet à expliquer le système des relations de la matrice \mathbf{R} par un modèle linéaire et additif de la forme :

$$(3) \quad \hat{Z}_{ji} = a_{ji} \gamma_{1i} + \dots + a_{jp} \gamma_{pi}$$

(en distinguant par un accent circonflexe les Z estimés des Z observés.)

Les a_{ji} sont des coefficients de corrélation caractérisant l'intensité avec laquelle chacune des composantes intervient dans les variations de la variable Z_j . Les p valeurs γ caractérisent chacune des tables. Les Z constituent une matrice ($n \times N$), les γ une matrice ($p \times N$). Le système d'équation peut donc se noter sous forme matricielle :

$$(4) \quad \widehat{\mathbf{Z}}_{nN} = \boldsymbol{\alpha}_{np} \cdot \boldsymbol{\Gamma}_{pN}$$

Quant au coefficient de corrélation entre les variables Z_j et Z_s , il est égal à (en distinguant par un accent circonflexe les corrélations estimées des corrélations observées) :

$$(5) \quad \widehat{r}_{js} = a_{j1} a_{s1} + \dots + a_{jp} a_{sp}$$

Soit encore, en notations matricielles :

$$(6) \quad \widehat{\mathbf{R}}_{nn} = \boldsymbol{\alpha}_{np} \cdot \boldsymbol{\alpha}'_{pn}$$

La fixation du nombre de composantes pourra découler ici de l'examen empirique de la différence $\mathbf{R} - \widehat{\mathbf{R}}$, c'est-à-dire de ce qu'on appelle la matrice des résidus (tableau 6) ou encore de la différence $\mathbf{Z} - \widehat{\mathbf{Z}}$.

Les coefficients a des trois premières composantes principales sont donnés dans le tableau 5 (colonnes 2, 3 et 4; équation 3, avec $p = 3$). Le modèle réduit à 3 composantes fournit donc les estimations suivantes des espérances de vie à la naissance et des quotients de mortalité :

Hommes	$100 - e_0$	$Z_{1i} = 0,974 \gamma_{1i} - 0,089 \gamma_{2i} + 0,073 \gamma_{3i}$
	1^7_0	$Z_{2i} = 0,884 \gamma_{1i} - 0,099 \gamma_{2i} + 0,232 \gamma_{3i}$
	4^7_1	$Z_{3i} = 0,906 \gamma_{1i} - 0,230 \gamma_{2i} + 0,242 \gamma_{3i}$
jusqu'à		
Femmes	5^7_{80}	$Z_{38i} = 0,598 \gamma_{1i} + 0,537 \gamma_{2i} + 0,519 \gamma_{3i}$

La part de la dispersion des 157 valeurs prises par les 38 variables, expliquée par la première composante principale γ_1 , est mesurée par la quantité :

$$(7) \quad \frac{1}{n} \sum_j a_{j1}^2$$

On trouve ici 81,5 % tandis que les parts expliquées par les deuxième et troisième composantes ne sont respectivement que de 7,4 et 3,7 %. A elles trois, au total, ces composantes rendent donc compte de 92,6 % de la dispersion des 38 variables dans les 157 tables.

Le tableau 6 donne un échantillon des résidus des trois premières composantes et de ceux des cinq premières.

Le résidu le plus élevé des trois premières composantes 0,147 (arrondi à 0,15) est relatif à la corrélation, très élevée au départ 0,996 (tableau 4), existant entre les mortalités infantiles des deux sexes. Le résidu suivant en importance 0,070 est relatif aux mortalités des deux sexes pour les groupes 1 à 4 ans

voisins des précédents. Les autres résidus sont inférieurs. En l'absence de test, il est tentant d'arrêter l'analyse à trois composantes et c'est ce que nous faisons ici. Nous verrons plus loin avec quelle précision trois composantes permettent de reconstruire les tables, c'est-à-dire la différence entre les matrices $\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}}$.

L'indice général optimal : E. La première composante principale domine de très loin les autres composantes, puisqu'elle rend compte à elle seule de 81,5 % de la dispersion des 38 variables Z . C'est elle qui constitue l'indice unique optimal résumant la mortalité d'une population. Elle laisse échapper $100 - 81,5 = 18,5\%$ de la dispersion des variables. Étant optimal, cet indice donne la limite supérieure d'efficacité de n'importe quel autre indice unique.

Examinons maintenant les coefficients a_{j1} du tableau 5 (colonne 2). Ce sont les coefficients de corrélation de la première composante avec chacune des variables. Le carré a^2 de ces coefficients donne le pourcentage de la dispersion de chacune des variables dont la première composante rend compte.

Les corrélations les plus élevées s'observent avec les espérances de vie à la naissance 0,974 et, curieusement, avec la mortalité féminine entre 35 et 44 ans. Il faut donc conclure, d'une part, que l'espérance de vie à la naissance e_0 est un indice très proche de l'optimum et, d'autre part, que la mortalité des femmes âgées de 35 à 44 ans constitue un indice de classement des 157 tables ainsi intéressant que l'espérance de vie à la naissance e_0 .

La mortalité infantile ne se présente pas du tout d'une manière aussi favorable, puisque la première composante principale n'explique que $0,88^2 = 77\%$ de sa variance, et réciproquement.

La valeur numérique de la première composante principale γ_1 peut être calculée, pour chaque table, par une première méthode utilisant une lourde régression mobilisant les 38 variables Z_j . Les coefficients de régression b_{1j} sont égaux aux coefficients a_{j1} du tableau 5 divisés par la première racine caractéristique ou valeur propre de la matrice \mathbf{R} , $\lambda_1 = 30,982\ 687$. On a :

$$(8) \quad b_{1j} = \frac{a_{j1}}{\lambda_1}$$

La régression à $n = 38$ variables peut être notée :

$$(9) \quad \gamma_{1i} = b_{11} Z_{1i} + \dots + b_{1j} Z_{ji} + \dots + b_{1n} Z_{ni}$$

soit en notations matricielles :

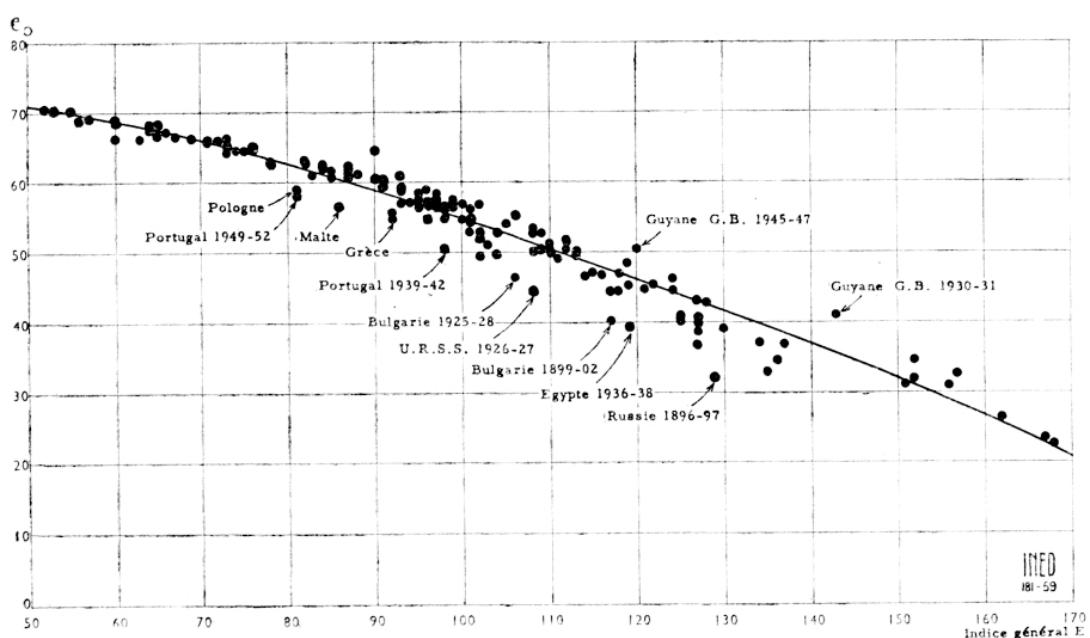
$$(10) \quad \Gamma_{1N} = \mathbf{b}_{1n} \cdot \mathbf{Z}_{nN}$$

Les 157 valeurs numériques de γ_1 sont distribuées normalement avec une variance unité, autour d'une moyenne nulle. Ces valeurs numériques ont été calculées sur ordinateur (tableau 8).

Pour des raisons de commodité, il a paru préférable d'utiliser au lieu de ces valeurs γ_1 tantôt positives et tantôt négatives, un indice nommé E défini par :

$$(11) \quad E = 100 + 25 \gamma_1$$

E est distribué autour d'une moyenne 100 avec un écart-type de 25. En d'autres termes, il varie sensiblement de 50 à 150. Les valeurs figurent dans le tableau 7. Sa correspondance est bonne avec l'espérance de vie à la naissance, comme le montre le graphique 2.



Graphique n° 2. — Correspondance entre la valeur de l'indice E et l'espérance de vie à la naissance sans distinction de sexe

Estimation par une régression réduite.

On peut calculer les valeurs numériques de E par une deuxième méthode, utilisant une régression portant sur quelques groupes d'âges seulement. Ceci présente un intérêt notamment pour des pays n'offrant que des données fragmentaires sur la mortalité par âge⁽⁴⁾.

Supposons que nous ne retenions qu'un nombre K de variables numérotées de 1 à K, indépendamment de la numérotation générale de 1 à n. Soit β au lieu de b les coefficients de la régression réduite sur K variables :

$$(12) \quad \gamma_{1i} = \beta_1 Z_{1i} + \dots + \beta_{1K} Z_{Ki}$$

ou encore en notations matricielles :

$$(13) \quad \Gamma_{1N} = \beta_{1K} \cdot Z_{KN}$$

Soit R_{KK} la matrice de corrélation des K variables entre elles, extraite de la grande matrice R_{nn} .

On peut montrer que les valeurs β donnant la meilleure estimation $\hat{\gamma}$ des valeurs γ , fournies par l'équation (10), sont les solutions du système :

$$(14) \quad \beta_{1K} = a_{1K} \cdot R_{KK}^{-1}$$

Pour les calculs, l'équation (14) s'explicite :

$$(15) \quad \beta_1 \times 1 + \beta_2 r_{12} + \dots + \beta_K r_{1K} = a_1$$

.....

$$\beta_1 r_{K1} + \beta_2 r_{K2} + \dots + \beta_K \times 1 = a_K$$

On peut montrer de plus que l'on a :

$$(16) \quad \sigma_{\hat{\gamma}_1}^2 = r_{\gamma_1 \hat{\gamma}_1}^2 = \beta_1 a_1 + \dots + \beta_K a_K$$

Moins la régression restreinte est capable de reproduire les valeurs γ de (10), moins donc les valeurs estimées $\hat{\gamma}$ par (13) se dispersent autour de la moyenne.

Si le choix est laissé, il y a évidemment intérêt à choisir les K variables de manière à obtenir un coefficient de corrélation multiple (16) le plus élevé possible. Mais on ignore au départ la valeur des coefficients β . Remplaçons toutefois alors les β par leur expression (14). On obtient :

$$(17) \quad r_{\gamma \hat{\gamma}}^2 = \beta_{1K} \cdot a'_{K1} = a_{1K} \cdot R_{KK}^{-1} \cdot a'_{K1}$$

Cette relation montre que si la valeur de r dépend de celle des a , c'est-à-dire des corrélations des K variables avec la composante à estimer, elle dépend non moins autant des corrélations des K variables entre elles, c'est-à-dire des composantes autres que celle que l'on cherche à estimer. Retenir les seules variables ayant le plus grand coefficient a avec la composante γ ne conduit donc pas automatiquement à l'estimation de γ la meilleure. C'est plutôt dans la mesure où, en plus, le jeu des variables retenues permet d'éliminer les autres composantes ou facteurs intervenant dans la valeur de ces variables que l'estimation de la composante considérée sera meilleure.

Cette question ne se pose pas trop pour l'estimation de γ_1 étant donné l'importance de cette composante. Il n'en va pas de même pour certaines des composantes obtenues par rotation, que l'on verra plus loin (F_8 notamment).

La considération de la mortalité des seuls groupes d'âges 15 à 19 ans et 25 à 29 ans (variables nos 6, 8, 25 et 27) conduit ainsi, par exemple, à l'estimation suivante de γ_1 :

$$(18) \quad \hat{\gamma}_1 = 0,5369 Z_6 + 0,0243 Z_8 - 0,8954 Z_{25} + 1,3057 Z_{27}$$

dont la précision est mesurée par :

$$r_{\gamma_1 \hat{\gamma}_1} = \sigma_{\hat{\gamma}_1} = \sqrt{0,9220} = 0,9602$$

Recherche d'une structure simple. Si la composante γ_1 ou l'indice dérivé E apparaît l'indice unique le plus adéquat pour situer une table de mortalité, c'est-à-dire pour fournir la meilleure description moyenne d'un ensemble en lui-même hétérogène, on peut chercher à voir si cet ensemble hétérogène ne se prête pas à une décomposition en sous-ensembles relativement homogènes auxquels pourraient être accolées des étiquettes et affectés des indices propres.

Les corrélations de la matrice R_{nn} , fournies par la relation (2) peuvent être reconstituées par une structure vectorielle de la forme (4) conduisant à l'estimation (6).

Dans le sous-espace des p composantes principales, effectuons un changement d'axes de référence. Soit T la matrice $(p \times p)$ orthogonale de la rotation, c'est-à-dire que :

$$(19) \quad TT' = I$$

Soit F la matrice des nouvelles composantes, ou « facteurs », après rotation et A la matrice des nouveaux coefficients. On a, avec :

$$(19 \text{ bis}) \quad A = a \cdot T^{-1}$$

$$(20) \quad Z_{nN} = a_{np} \cdot \Gamma_{pN} = A_{np} \cdot F_{pN}$$

et de plus :

$$(21) \quad \hat{R} = aa' = ATT'A' = AA'$$

En d'autres termes, dans le sous-espace considéré, une infinité de systèmes orthogonaux de composantes reproduit les corrélations de la matrice R . Le système des composantes principales Γ n'est qu'un système particulier parmi une infinité d'autres.

Le privilège du système des composantes principales consiste dans le fait que chacune des composantes γ successivement obtenues a apporté l'information maximale sur l'univers qu'il lui revenait d'explorer : γ_1 sur l'ensemble; γ_2 sur l'univers résiduel non explicité par γ_1 ; γ_3 sur celui non

explicité par γ_1 et γ_2 , etc. C'est pour cette raison notamment que la première composante principale γ_1 coïncide avec l'indice unique d'efficacité maximale.

Il s'agit maintenant de passer à un autre système de référence, par une rotation. Le principe de cette recherche sera celui d'économie. Une première économie a été obtenue, puisqu'il a été possible de décrire chacune des n variables de départ en terme de composantes, en nombre p inférieur à n (coefficients a du tableau 5). Si maintenant une rotation fait apparaître un système de p nouvelles composantes qui, elles, n'interviennent pas toutes dans les n variables, une économie supplémentaire aura été réalisée, puisque certaines des n variables n'exigent plus p composantes pour être décrites. Il est exclu qu'un tel résultat éventuel puisse provenir d'une matrice de corrélation arbitraire de rang n . Il mérite donc au moins un commentaire, car il constituera probablement un pas accompli dans la détection d'un certain ordre sous-jacent simple.

Nous nous bornerons ici à la recherche d'une structure orthogonale, c'est-à-dire de composantes ou de facteurs indépendants, laissant de côté provisoirement la recherche possible d'une structure oblique relative à des sous-ensembles peut-être plus séduisants sur le plan descriptif, mais s'interpénétrant, c'est-à-dire non indépendants.

Les rotations retenues. La recherche d'un nouveau système de composantes, caractérisé par le maximum de coefficients A nuls s'effectue avec l'aide de graphiques de points représentatifs des n variables et ayant pour coordonnées ici tout d'abord a_{j1} et a_{j2} (graphique 3-I).

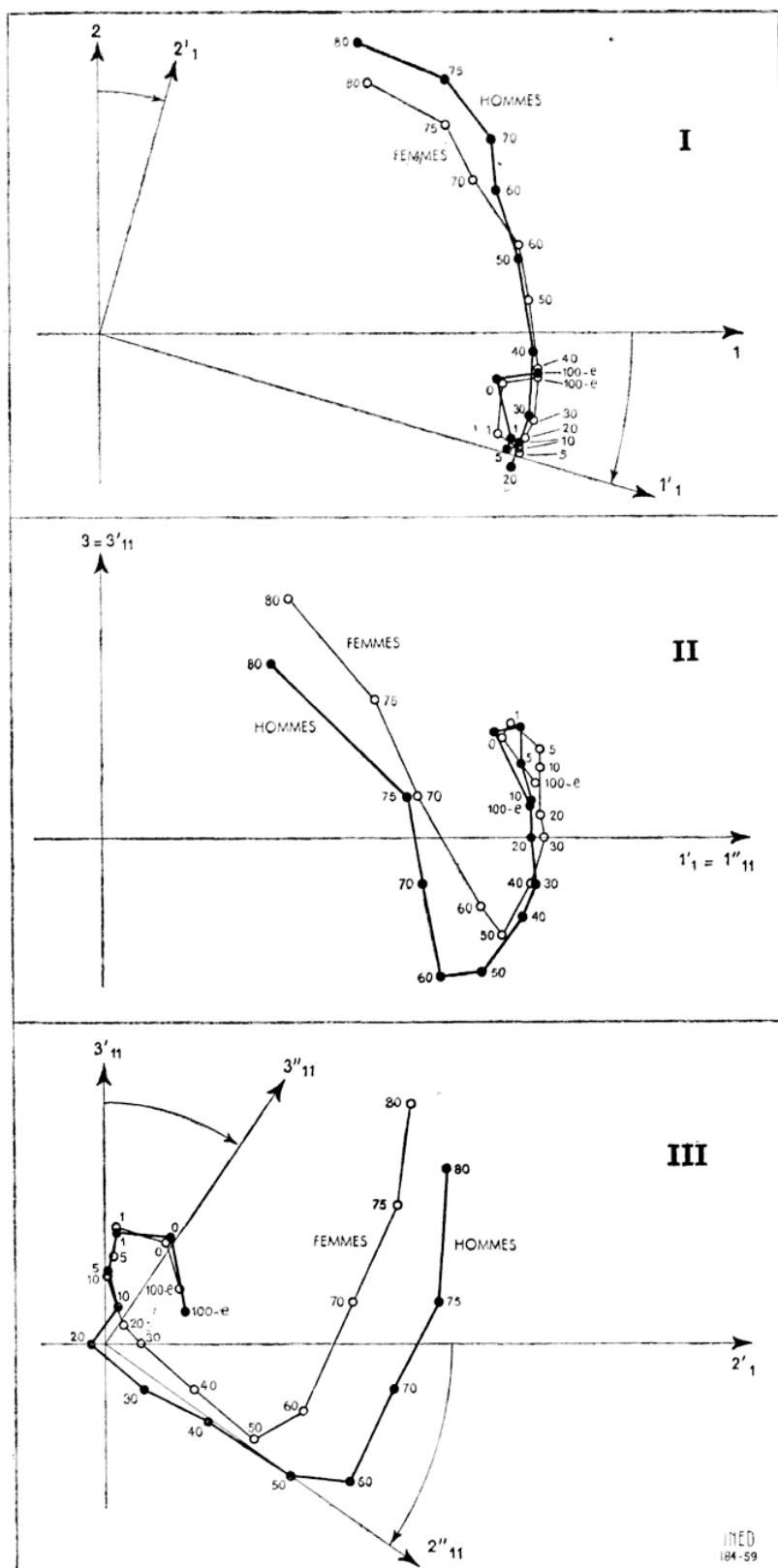
Les 38 points dessinent une certaine figure et une rotation de l'axe 1 vers une position l'_1 attire l'attention. L'abscisse des points sur l'axe l'_1 est égale aux coefficients de corrélation de la mortalité pour l'âge considéré avec le facteur l'_1 proposé. Il en est de même pour le facteur perpendiculaire $2'_1$.

L'axe l'_1 paraît l'amorce d'une sorte de facteur général représenté de la manière la plus pure par la mortalité des jeunes, et l'axe $2'_1$, celle d'un facteur indépendant du premier, propre aux seuls adultes.

Rien n'interdit évidemment de considérer d'autres positions, telle par exemple que la position l'_2 , $2'_2$. Comme l'_1 , l'axe l'_2 annoncerait un facteur général, représenté de la façon la plus pure par le niveau de mortalité des jeunes. Mais l'axe $2'_2$ dessinerait aussi un facteur général, un peu en double emploi du premier, et dont l'interprétation n'apparaît pas. Pour la combinaison 1.2 donc, la marge de liberté est faible et nous adopterons la position l'_1 , $2'_1$.

Passons maintenant à la combinaison suivante 1.3. La rotation d'ensemble est en effet décomposée en une suite de rotations élémentaires, chacune dans un plan. Ici, il y en a trois. L'axe 1 a cédé la place à l'axe l'_1 , chaque point du graphique 4 a pour coordonnées les composantes de la mortalité des groupes d'âges considérés sur les axes l'_1 et 3.

L'axe l'_1 présente un intérêt incontestable et, dans le graphique 4, on peut chercher une rotation qui l'améliorerait, mais on n'en voit pas. Une rotation vers la position $l''_{1.2}$, marquée en pointillé, donnerait un facteur l'' définitif, d'ordre général,

Graphique n° 3. — Rotation conduisant à la structure factorielle F_1 , F_2 , F_3

qui serait représenté au mieux, non plus par la mortalité des jeunes, mais par celle de la population âgée de 40 à 55 ans. Or si l'on s'en réfère à l'expérience française, la mortalité de ce groupe d'âges est assez composite, et il paraît peu indiqué de la considérer comme la plus représentative d'un facteur général dont une des vertus les plus attendues est une certaine homogénéité, même au sein d'une complexité. Nous n'effectuerons donc aucune rotation dans ce plan, tout en gardant en réserve, à toutes fins utiles, la possibilité moins satisfaisante, au stade du graphique 3-II, d'une rotation $1''_{12} \cdot 3'_{12}$.

La troisième combinaison, celle des axes 2.3 ou plus précisément des axes $2'_1 \cdot 3'_{11}$, conduit au graphique 3-III. Le sort de l'axe 1, devenu l'axe définitif $1''_{11} - 1'_1$ est réglé. Il s'agit maintenant de trouver des axes $2''$ et $3''$ définitifs. Une rotation vers la position $2''_{11}$ paraît s'imposer. Elle conduit à un facteur $2''_{11}$, facteur additionnel et particulier à la mortalité des adultes, qui se dessinait avec l'axe provisoire $2'_1$ du graphique 3-II. La population sur laquelle il agit le plus nettement est la population masculine âgée de 60 à 75 ans (tabl. 5, col. A_{j2}). Il est pratiquement sans action au-dessous de 35 ans.

Quant à l'axe $3''_{11}$, il est le support d'une composante additionnelle spécifiquement relative aux extrémités de la vie; les grands âges, de 75 à 84 ans, un peu moins, les groupes 70 à 74 ans et les enfants âgés de moins de 5 ans (tabl. 5, col. A_{j3}).

Ce qu'il faut retenir, en fin de compte, c'est que sur le plan des « étiquettes » la solution $1''_{11} \cdot 2''_{11} \cdot 3''_{11}$ apparaît relativement unique. L'arbitraire des rotations possibles se réduit à peu de choses, à quelques degrés.

Les indices de structure : calcul et estimation. Le tableau 5 présente dans ses colonnes 5, 6 et 7 les coefficients de corrélations A_j des mortalités et des espérances de vie avec les nouvelles composantes.

A elles trois, les nouvelles composantes F épuisent, comme les composantes principales γ , 92,6 % de la variance totale des quotients. Mais la contribution de chacune d'elles (formule (7) en remplaçant a par A et l'indice 1 par celui de la composante) est différente de celle des composantes principales : 76,6 %, 9,5 %, 6,5 % au lieu de 81,5 %, 7,4 %, 3,7 %.

Voyons quelques détails techniques sur le calcul des F . Les coefficients A sont donnés par la relation (19 bis) la matrice T de rotation étant :

$$T = \begin{vmatrix} 0,9658 & 0,2125 & 0,1488 \\ -0,2594 & 0,7912 & 0,5539 \\ 0 & -0,5735 & 0,8192 \end{vmatrix}$$

Entre les composantes principales γ et les nouvelles composantes F existe la relation :

$$(22) \quad \Gamma_{pN} = T_{pp} \cdot F_{pN}$$

Les variables Z sont donc maintenant sous la forme (20) qui s'explique :

$$(23) \quad Z_{ji} = A_{j1}F_{1i} + A_{j2}F_{2i} + A_{j3}F_{3i}$$

La valeur numérique des indices F distribués normalement autour d'une moyenne nulle avec une variance unité peut être obtenue, comme celle de γ_1 , de deux façons

1^o Tout d'abord par une régression lourde portant sur les 38 variables (avec ici $p = 3$)

$$(24) \quad F_{pN} = \mathbf{B}_{pn} \cdot \mathbf{Z}_{nN}$$

qui s'explicite (avec $n = 38$ et $p = 1, 2$ ou 3) :

$$(25) \quad F_{pi} = B_{p1} Z_{1i} + \dots + B_{pn} Z_{ni}$$

Le calcul des B lui-même peut s'effectuer d'une manière avantageuse, grâce à la relation qu'on peut établir sans difficulté (avec $p = 3$) :

$$(26) \quad \mathbf{B}'_{np} = \mathbf{b}'_{np} \cdot \mathbf{T}_{pp}$$

Ces valeurs sont données dans le tableau 7 (col. 2, 3 et 4).

2^o La valeur numérique des F ou des indices dérivés φ établis sur le modèle (11) (avec $p = 1, 2$ ou 3) :

$$(27) \quad \varphi_p = 100 + 25 F_p$$

peut être estimée par une régression restreinte du type (3) en remplaçant dans les calculs \mathbf{b} par \mathbf{B} et \mathbf{a} par \mathbf{A} . Tenir compte de la relation (17), lorsque le choix des variables est laissé, prend ici une importance particulière.

F_1 peut être estimé, par exemple, à partir de la mortalité de la population âgée de 15 à 19 ans et de 25 à 29 ans c'est-à-dire des variables n°s 6, 8, 25 et 27. On obtient⁽⁴⁾ :

$$(28) \quad \begin{aligned} \hat{F}_1 &= 0,321\,36 Z_6 + 0,200\,46 Z_8 - 0,180\,38 Z_{25} + 0,65754 Z_{27} \\ &= 1,2812 X_6 + 0,7750 X_8 - 0,5575 X_{25} + 2,2121 X_{27} - 5,000 \end{aligned}$$

d'où l'estimation⁽⁴⁾ de φ_1 , par (27) :

$$(29) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= 32,030 X_6 + 19,375 X_8 - 13,938 X_{25} \\ &\quad + 55,303 X_{27} - 22,64 \end{aligned}$$

L'écart-type de cette estimation \hat{F}_1 est donné par l'expression (16). On trouve ici:

$$\sigma_{\hat{F}_1} = r_{F_1 \hat{F}_1} = \sqrt{0,9685} = 0,9842$$

Le facteur F_2 peut être estimé, entre autres, à partir de la mortalité des hommes âgés de 5 à 9 ans et de 60 à 64 ans, et des femmes âgées de 20 à 24 ans et de 60 à 64 ans, c'est-à-dire des variables n°s 4, 15, 26 et 34. On obtient⁽⁴⁾ :

$$(30) \quad \hat{F}_2 = -0,63171 Z_4 + 1,04455 Z_{15} - 0,63390 Z_{26} + 0,50104 Z_{34} \\ = -1,9714 X_4 + 8,2626 X_{15} - 2,0345 X_{26} + 3,6038 X_{34} - 20,4246$$

L'écart-type de cette estimation est (16) :

$$\sigma_{\hat{F}_2} = r_{F_2 \hat{F}_2} \sqrt{0,9109} = 0,9544$$

Par (27), on obtient l'indice dérivé⁽⁴⁾ :

$$(31) \quad \varphi_2 = -49,283 X_4 + 206,565 X_{15} - 50,865 X_{26} + 90,095 X_{34} \\ - 410,61$$

Le facteur F_3 se laisse moins facilement estimer⁽⁶⁾. Il coexiste en effet avec les facteurs F_1 et F_2 dans les groupes d'âges élevés. A cause de la relation (17), il faut donc adjoindre un groupe d'âges au moins ne comprenant que F_1 et F_2 , puis un groupe au moins ne comprenant que F_1 , de façon à avoir une régression capable d'extraire du groupe 80-84 ans très chargé en F_3 , l'influence de F_1 et F_2 .

La mortalité de la seule population âgée de 75 à 84 ans, c'est-à-dire les variables n°s 18, 19, 37 et 38, conduit ainsi à l'estimation relativement médiocre⁽⁶⁾ :

$$(32) \quad \hat{F}_3 = 0,6153 Z_{18} - 0,6727 Z_{19} + 0,0741 Z_{37} - 0,7440 Z_{38}$$

caractérisé par :

$$\sigma_{\hat{F}_3} = r_{F_3 \hat{F}_3} = \sqrt{0,7595} = 0,8715$$

Prenons maintenant une estimation utilisant la mortalité des hommes âgés de 15 à 19 ans, 25 à 29 ans, 80 à 84 ans et des femmes âgées de 45 à 49 ans et de 80 à 84 ans, c'est-à-dire des variables n°s 6, 8, 19, 31 et 38. On obtient⁽⁴⁾⁽⁶⁾ :

$$(33) \quad \hat{F}_3 = -0,65972 Z_6 + 0,72986 Z_8 - 0,20782 Z_{19} \\ + 0,47338 Z_{31} - 0,87779 Z_{38}$$

dont la précision est :

$$\sigma_{\hat{F}_3} = r_{F_3 \hat{F}_3} = \sqrt{0,9224} = 0,9604$$

La précision de l'estimation (33) est supérieure à celle de l'estimation (32), bien que les variables n°s 6, 8 et 31 soient en corrélation presque nulles avec F_3 (coefficient A_{j3} du tabl. 5).

Voyons maintenant l'information apportée par les nouvelles composantes $F_1 F_2 F_3$ ou par leur indice dérivé $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3$ (formule 27).

La toile de fond : l'indice φ_1 . Les valeurs du premier indice φ^1 sont présentées dans le tableau 7. Nous avons vu comment les calculer (24) et (25) ou les estimer (28) et (29).

L'indice φ_1 diminue avec le temps, comme l'indice général E dont il est très voisin. Dans l'Union sud-africaine, il diminue de 100 à 71, de 1920 à 1947; aux États-Unis, de 117 à 60, de 1900 à 1951; de même en France, etc. L'indice φ_1 paraît marquer les progrès survenus avec le temps, l'évolution des conditions de fond, et différencie bien les pays entre eux, pays sous-développés, etc. Cet indice, rappelons-le, explicite 77 %, c'est-à-dire les 3/4 de la dispersion totale des quotients de mortalité des 157 tables. Mais il explicite plus particulièrement la mortalité de la population masculine, âgée de 10 à 34 ans et de la population féminine âgée de 5 à 44 ans : sa contribution à cette mortalité est en effet de 93 %. Cette contribution a une importance égale sur les espérances de vie à la naissance.

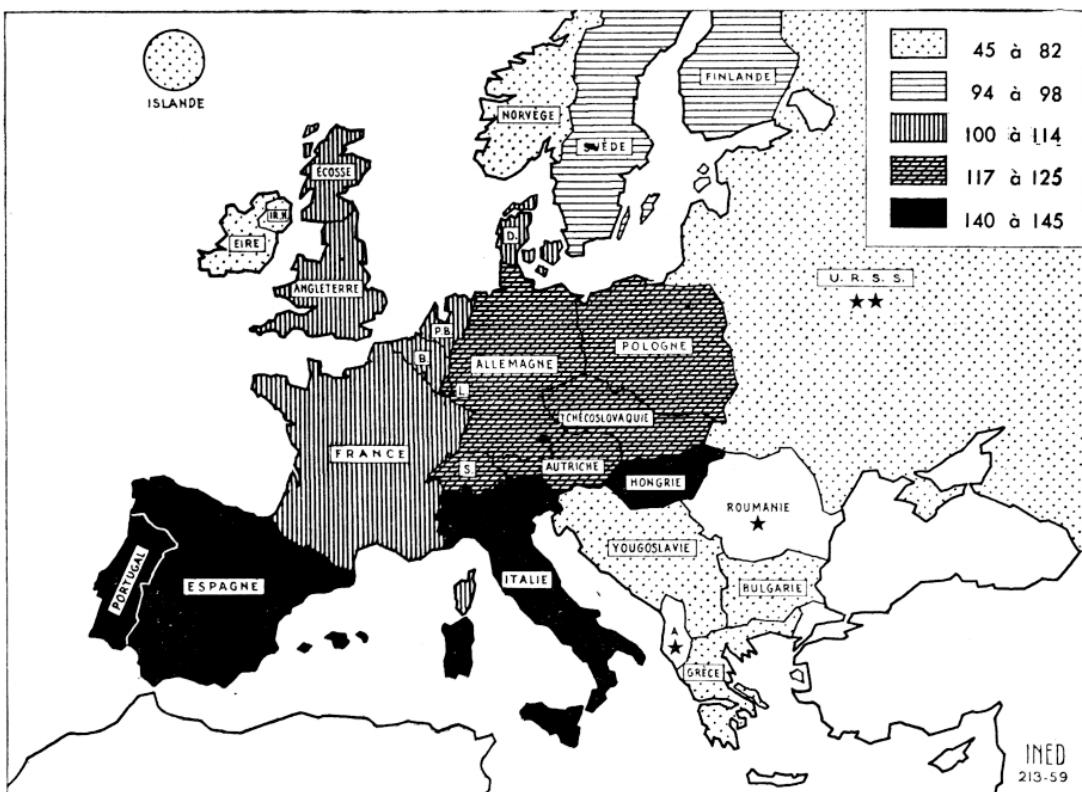
Les adultes : Les valeurs numériques de l'indice φ_2 une mortalité additionnelle φ_2 , dérivé de F_2 (formule 27) figurent dans les tableaux 8 et 9. On peut les calculer par (24) et (25), ou les estimer par (30) et (31).

Cette composante explicite 10 % de la dispersion totale des quotients tous âges, mais au-dessus de 40 ans, 26 % de celle des quotients des hommes et 13 % de celle des femmes. Elle caractérise une mortalité additionnelle des adultes, indépendante des conditions de fond. La valeur de l'indice a augmenté en général en 50 ans.

Les variations de φ_2 pour la France méritent une remarque. Elles coïncident, en effet, avec celles de la surmortalité masculine et de la consommation de vin et d'alcool. Si φ_2 paraît avoir enregistré les variations de l'alcoolisation du pays et d'une mortalité additionnelle des adultes en France, il ne saurait naturellement être question de l'interpréter de la même façon dans les autres pays. La composante φ_2 explicite en effet un certain nombre de mouvements de la mortalité des adultes dans les 157 tables de mortalité, qui se sont produits en dehors des mouvements de fond, lesquels ont été pris en charge par la composante φ_1 . Pour la France, on constate que φ_2 a bien enregistré une mortalité additionnelle, variable d'une période à une autre et indépendante de la lente amélioration des possibilités médico-sociales de lutte contre la mort.

Les extrémités de la vie : Les valeurs numériques ⁽⁶⁾ de la composante φ_3 l'indice φ_3 , dérivée de F_3 (formule 27) figurent dans les tableaux 7 et 10. Rappelons qu'elle explicite 6,5 % de la variance de l'ensemble des quotients tous âges, mais 61 % de la

⁽⁶⁾ Le facteur F_3 utilisé ici est celui obtenu par les rotations, mais changé de signe. Les régressions données tiennent compte de ce changement.



Graphique n° 4. — Valeur moyenne de l'indice φ_3 pour l'Europe, suivant les pays

* Pas d'estimation

** Estimation d'après les taux de mortalité de la période 1953-56.

dispersion des quotients des deux groupes 80-84 ans : 56 % pour les hommes, 66 % pour les femmes.

Il s'agit d'une composante de mortalité additionnelle indépendante des deux premières, agissant surtout sur le groupe 80-84 ans, et aussi, mais moins, sur les groupes 70-79 ans (16 % pour les hommes et 26 % pour les femmes) et, à l'autre extrémité et beaucoup moins, sur la mortalité des très jeunes enfants (6 %).

En tendance générale, ce facteur semble diminuer avec le temps, mais faiblement.

Deux pays méritent d'être notés, le Danemark et la Finlande, avec deux évolutions exactement en sens inverse, caractérisées par un sommet en 1931-1935 au Danemark et un creux en 1931-1940 en Finlande : respectivement

Danemark : 102 108 114 116 110 104

Finlande : 121 106 90 76 90 103

L'interprétation de la composante φ_3 n'est pas aisée. Il s'agit en effet d'une composante marginale, relative aux âges extrêmes, mobilisant à la fois des

conditions locales, des erreurs d'enregistrement des décès, des variations dues à la technique actuarielle mise en œuvre dans l'élaboration des tables, et peut-être une fragilité particulière des individus aux extrémités de la vie.

Les faibles mouvements de cet indice dans le temps autorisent le calcul d'une valeur moyenne par pays, reproduite dans le tableau 10.

Le curieux décalage observable dans le tableau 10 entre les pays d'Amérique et ceux d'Asie n'est certainement pas le fruit du hasard, mais il nous est impossible d'en dire davantage.

Il en est de même de groupes homogènes qui se dessinent (graphique n° 4) : l'Europe occidentale, avec la France (106), la Belgique (110), les Pays-Bas (114), la Grande-Bretagne (107); l'Europe centrale avec la Suisse (117), l'Autriche (121), la Tchécoslovaquie (125), l'Allemagne (125); un ensemble de 3 pays méditerranéens, l'Italie (141), l'Espagne (145) et le Portugal (142). L'Europe du Nord se divise, par contre, en Norvège et Islande d'un côté, avec 71 et 64, en Suède et Finlande, d'un autre, avec 94 et 98. Le Danemark n'en est pas très éloigné avec 109, mais entrerait plutôt peut-être dans un ensemble « Mer du Nord », comprenant Grande-Bretagne (107), Belgique (110) et Pays-Bas (114)⁽⁷⁾.

La reconstitution numérique des tables. Les indices φ ou F fournissent une estimation des espérances de vie à la naissance et des quotients de mortalité des groupes d'âges par l'intermédiaire des régressions (20), dont les coefficients A figurent dans le tableau 5, et à partir des valeurs numériques de F figurant dans le tableau 7.

Voyons d'abord les espérances de vie à la naissance. La régression conduisant aux estimations est pour les hommes (variable n° 1, tableau 5)

$$\hat{Z}_1 = 0,9633 F_1 + 0,0946 F_2 + 0,1559 F_3$$

ou encore pour le logarithme (tableau 1) :

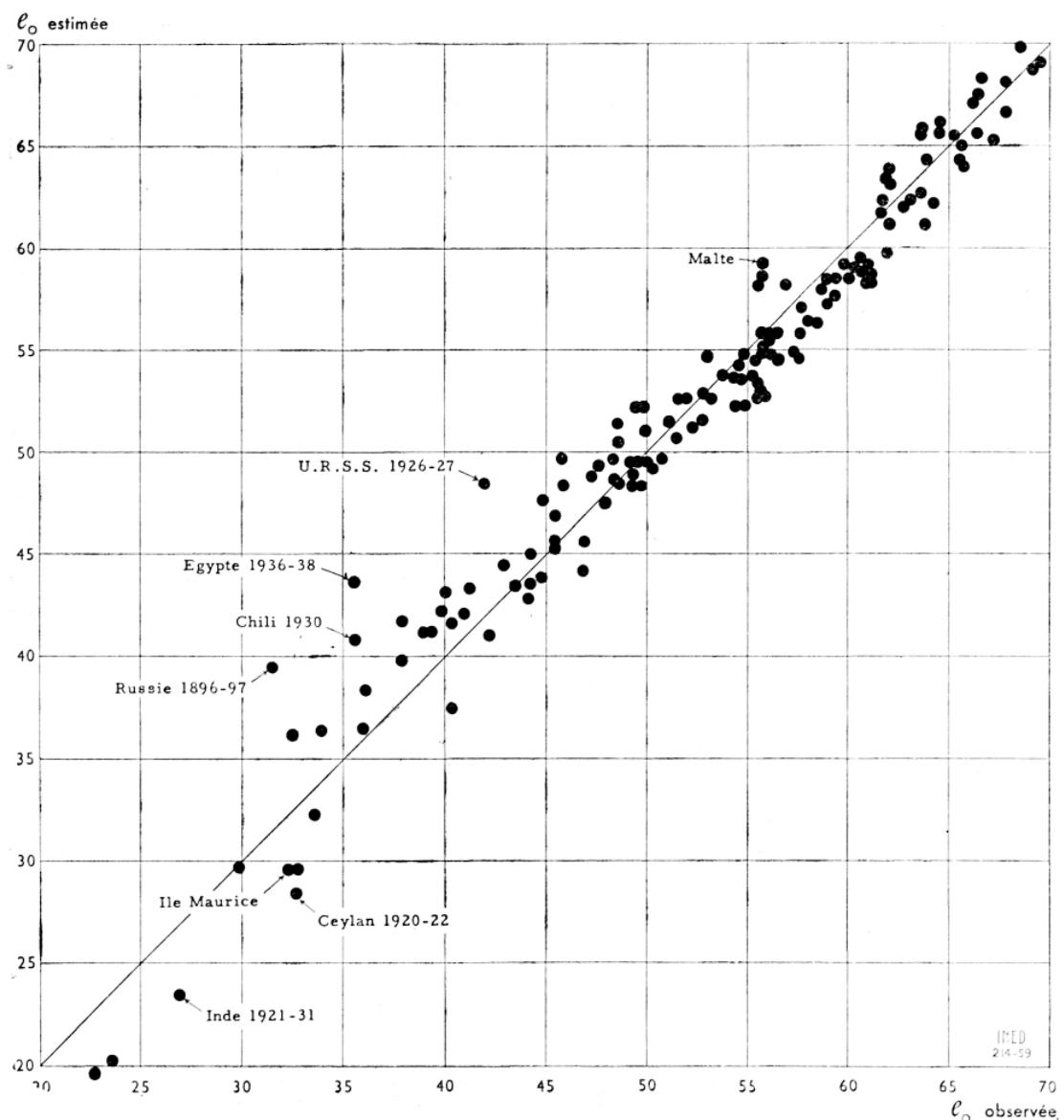
$$\hat{X}_1 = 0,090\ 32 F_1 + 0,00887 F_2 + 0,014\ 62 F_3 + 1,666\ 37$$

Pour les femmes (variable 20), on a :

$$\hat{Z}_{20} = 0,9679 F_1 + 0,0577 F_2 + 0,1825 F_3$$

$$\hat{X}_{20} = 0,10317 F_1 + 0,006\ 15 F_2 + 0,019\ 45 F_3 + 1,635\ 27$$

⁽⁷⁾ L'Allemagne est à 125, et ne paraît pas s'intégrer à cet ensemble, mais il faut noter que ses tables sont relatives à l'ensemble du territoire, et pas seulement à la région cotière allant des Pays-Bas au Danemark.



Graphique n° 5. — Hommes. — Comparaison entre les espérances de vie à la naissance observées et estimées à partir des 3 premières composantes principales

La précision de l'estimation peut être mesurée, à l'avance, par un coefficient de corrélation multiple analogue à (16), mais qui prend ici la forme générale, pour la variable n° j :

$$(33) \quad \sigma^2 Z_j = r_{Zj\hat{Z}j}^2 = A_{j1}^2 + A_{j2}^2 + A_{j3}^2$$

Cette quantité est évidemment à rapprocher de celle dénommée habituellement la « communauté » h^2_j . Ses valeurs numériques sont données dans la dernière colonne du tableau 5.

Si l'on considère la régression \hat{Z} sur Z , la dispersion résiduelle de \hat{Z} autour de la régression, mesurée par les 'écart verticaux :

$$(34) \quad d = \hat{Z} - Z,$$

peut être mesurée par l'écart-type (sans tenir compte du phénomène de grappes) :

$$(35) \quad s^2 = \frac{1}{N} \sum d^2 = (1 - r^2) \frac{\Sigma Z^2}{N} = 1 - r^2$$

En admettant que les écarts se maintiennent à 95 % dans l'intervalle $\pm 2s$, on passe aux limites d'erreur sur les logarithmes X par la formule (1), pour la variable j , la quantité S correspondant à s étant :

$$(36) \quad S_j = \sigma_j \cdot s_j$$

Prenons un exemple : pour l'espérance masculine de vie à la naissance, variable n° 1 dans l'analyse, $\sigma_1 = 0,09376$ (tabl. 1), $r^2_1 = 0,9612 = \Sigma A^2_1$ (tabl. 5) d'où $s^2_1 = 0,0388$; $s_1 = 0,1970$; $S_1 = 0,09376 \times 0,1970 = 0,0186$ dont l'antilogarithme est 1,044. Les écarts en logarithmes seront donc, à 95 % d'entre eux, compris sensiblement dans l'intervalle $\pm 2 \times 0,0186 = \pm 0,0372$ soit en prenant l'antilogarithme $\pm 9\%$, l'erreur moyenne étant de l'ordre de 4,4 %. L'espérance de vie moyenne pour les 157 tables étant de 46 ans environ, les estimations se disperseront donc dans un intervalle (95 %) de 42,2 à 50,1 ans, l'erreur-type étant de l'ordre de 2,0 années. La comparaison des espérances de vie estimées et observées pour les hommes est précisée dans le graphique 5.

Si les 5 premières composantes principales avaient été retenues au lieu des trois premières seulement, on aurait eu $r^2_1 = 0,9904$ d'où alors $s_1^2 = 0,0096$; $s_1 = 0,0980$ et $S_1 = 0,09376 \times 0,0980 = 0,00919$ dont l'antilog est 1,021. L'erreur-type de l'estimation tomberait ainsi, comme on peut le voir, de 4,4 % à 2,1 %; c'est-à-dire de 2 à 1 année.

Le tableau 12 donne l'erreur-type relative des estimations des 38 variables sur laquelle a porté l'analyse. Elle est encore importante. Trois composantes principales ne suffisent donc pas pour reconstituer les tables de mortalité d'une façon satisfaisante. A titre d'exemple, trois tables ont été estimées : France 1950-1951, Pays-Bas 1947-1949 et Inde 1941-1950 (tableau 11). Les résultats confirment les calculs théoriques, avec toutefois un enseignement supplémentaire.

L'erreur relative importante de 5 à 14 ans (tabl. 12) en liaison probable avec la petitesse des quotients de mortalité à ces âges, se traduit par une erreur absolue peu importante. Il n'en est pas de même pour la mortalité infantile et son prolongement dans le groupe 1 à 4 ans. Il semble, en fin de compte, que ce soit la mortalité infantile et la différence de mortalité entre les sexes après 35 ans qui ne soit pas suffisamment saisie par les trois premières composantes principales.

Estimation directe de la mortalité d'un groupe d'âges.

Les données des tableaux 1 à 4 permettent d'estimer directement la mortalité d'un groupe d'âges à partir de la mortalité d'autres groupes, sans qu'il soit nécessaire de passer par l'intermédiaire des composantes principales, méthode qui se traduirait par une perte de précision. Ceci peut être intéressant pour des pays où seules sont disponibles des données fragmentaires sur la mortalité par âge.

Le calcul est identique à celui effectué pour la régression réduite (12) ou (13) permettant d'estimer une composante à partir de données partielles. Les coefficients a ou A sont ici remplacés par les coefficients de corrélation de la mortalité du groupe d'âges considéré avec celle des autres groupes d'âges retenus.

Il est même possible de concevoir l'établissement de tables-types de mortalité un peu plus précises que les tables-types [2] et [3], dans la mesure où elles pourraient être à double et même triple entrée. Ce problème fait l'objet d'une étude en cours.

Conclusion. La technique de l'analyse factorielle appliquée à l'étude de 157 tables de mortalité provenant d'une cinquantaine de pays et couvrant sensiblement la période 1900-1950 permet de poser d'une façon relativement claire le problème des indices représentatifs d'un phénomène complexe.

Dans la présente étude, chacune des tables est caractérisée par 38 données numériques, 19 par sexe, constituées par l'espérance de vie à la naissance e_0 et 18 quotients de mortalité permettant de dessiner la courbe de la mortalité de 0 à 85 ans (tabl. 1). Chacune des tables peut être ainsi représentée par un point dans un espace à 38 dimensions. Les 157 points dessinent un ellipsoïde (graphique 1) dont le grand axe constitue le support de l'indice optimal, si l'on cherche à résumer en un seul chiffre l'ensemble des données énumérées⁽⁸⁾.

L'espérance de vie à la naissance e_0 et aussi la mortalité des femmes âgées de 35 à 44 ans sont des indices très proches de cet indice optimal, nommé ici E (tabl. 7 et graphique 2).

Si l'on abandonne la description par un indice unique et que l'on cherche à analyser les tables au moyen de plusieurs indices, l'analyse en composantes montre que les données numériques constituant les tables peuvent être considérées comme relevant de trois sous-ensembles, suffisamment délimités pour qu'il puisse leur être accolé une « étiquette » de commodité et des indices,

⁽⁸⁾ L'indice est optimal dans le cadre d'un modèle statistique où l'échelle de la mortalité est logarithmique et où la variation des logarithmes des quotients s'explique sous la forme d'une combinaison linéaire de composantes.

nommés ici φ_1 , φ_2 et φ_3 . Ces indices sont distribués normalement autour d'une moyenne 100, avec un écart-type de 25.

a. L'indice φ_1 très voisin de E, ainsi que de l'espérance de vie e_0 , explicite 77 %, c'est-à-dire les 3/4 de la dispersion des quotients de mortalité des 157 tables (ou plutôt de leur logarithme). L'importance de son influence (tabl. 5, col. 5), les groupes d'âges dont la mortalité le représente le mieux, 5 à 35 ans environ, et sa diminution avec le temps (tabl. 7) donnent à penser qu'il reflète des conditions sanitaires très générales, une « toile de fond ».

b. φ_2 est un indice secondaire, relatif à une part additionnelle de la mortalité des adultes, variable et indépendante des facteurs saisis par φ_1 . Il explique 10 % seulement de la dispersion des quotients tous âges, au lieu de 77 % pour φ_1 , mais au-dessus de 40 ans, 26 % de la dispersion des quotients des hommes et 13 % de celle des femmes (tabl. 5, col. 6).

Les causes de cette mortalité additionnelle, liée au genre de vie des adultes, doivent varier d'un pays à un autre. En France (tabl. 7 et 9), on peut observer que φ_2 paraît avoir enregistré, dans le temps, les variations de l'alcoolisation du pays et de la surmortalité masculine. Il s'agit bien là d'une mortalité additionnelle type, indépendante des possibilités médico-sociales générales.

c. φ_3 est un indice également secondaire, indépendant de φ_1 et de φ_2 . Il explicite seulement 6,5 % de la dispersion des quotients tous âges. Ce qu'il reflète se localise strictement aux extrémités de la vie humaine, mais surtout vers les grands âges. Il explicite ainsi 6 % de la dispersion des quotients de mortalité entre 0 et 5 ans (tabl. 5, col. 7), puis plus rien, pour réapparaître ensuite avec 16 % de la dispersion de la mortalité des hommes et 26 % de celle des femmes, de 70 à 79 ans, et enfin 56 % de la mortalité des hommes et 66 % de celle des femmes, de 80 à 84 ans, dernier groupe d'âges des tables considérées.

Il présente une tendance, légère seulement, à diminuer avec le temps (tabl. 9), c'est-à-dire peu d'élasticité. Ceci est probablement lié à la faible évolution de la mortalité aux grands âges. Son interprétation est difficile, technique actuarielle ayant présidé à l'élaboration des tables, conditions d'enregistrement des décès, fragilité particulière des individus aux extrémités de la vie, etc., mais il faut constater qu'il détermine des groupements de pays peu imputables à un simple hasard (graphique 4 et tabl. 10).

Les trois indices φ_1 , φ_2 , φ_3 , tout en restituant les ordres de grandeur, conduisent à une estimation encore insuffisamment précise des quotients de mortalité des tables (tabl. 11 et 12).

Pour une telle reconstitution, il paraît nécessaire de faire intervenir probablement deux composantes supplémentaires, qui expliciteraient des variations locales marginales, notamment de la mortalité infantile et de la différence de mortalité entre les sexes au-dessus de 25 ans.

Sully LEDERMANN et Jean BREAS.

(Tableaux en annexe)

BIBLIOGRAPHIE

- [1] S. SWAROOP et K. UEMURA. Proportional mortality of 50 years and above. *Bull. Organisation mondiale de la Santé*, 1957, 17, 439-481.
- [2] Age and sex patterns of mortality: model life-tables for under-developped countries, *Nations-Unies*, New-York 1955, 28 pages.
- [3] K.R. GABRIEL et I. RONEN. Estimates of mortality from infant mortality. *Population Studies*, XII, n° 2, 1958, 164-169.
- [4] Dictionnaire démographique multilingue. Partie française. *Étude démographique n° 29*, Nations-Unies, New-York 1958.

ANNEXE

TABLEAU I. — ÉCART-TYPE ET MOYENNE DES VARIABLES X
RETIENUES POUR L'ANALYSE FACTORIELLE :

(logarithme des quotients pour 1000 ou de 100 — e_0)

Variable	n° j	Hommes		Femmes	
		Écart-type σ_j	Moyenne M_j	Écart-type σ_j	Moyenne M_j
100 — e_0	1	0,093	76233	1,666	369
0 à 1 an.....	2	0,241	5175	1,980	917
1 à 4 ans....	3	0,413	9039	1,597	076
5 à 9 ans....	4	0,320	4443	1,152	357
10 à 14 ans .	5	0,276	4592	0,996	688
15 à 19 ans .	6	0,250	8278	1,223	363
20 à 24 ans .	7	0,254	5773	1,374	229
25 à 29 ans .	8	0,258	6694	1,391	191
30 à 34 ans .	9	0,257	3312	1,428	605
35 à 39 ans .	10	0,245	8347	1,509	896
40 à 44 ans .	11	0,223	6253	1,609	726
45 à 49 ans .	12	0,192	6032	1,736	299
50 à 54 ans .	13	0,166	7506	1,874	790
55 à 59 ans .	14	0,148	5669	2,017	121
60 à 64 ans .	15	0,126	4185	2,171	274
65 à 69 ans .	16	0,103	5824	2,329	115
70 à 74 ans .	17	0,086	01517	2,485	841
75 à 79 ans .	18	0,069	41226	2,632	650
80 à 84 ans .	19	0,057	90518	2,763	204
	20	0,106	59356	1,635	274
	21	0,261	3751	1,903	121
	22	0,442	3889	1,575	369
	23	0,374	9564	1,101	032
	24	0,339	9394	0,979	312
	25	0,323	7116	1,187	529
	26	0,311	5593	1,316	822
	27	0,297	0094	1,362	051
	28	0,283	6164	1,400	032
	29	0,258	4979	1,458	204
	30	0,231	6733	1,525	433
	31	0,202	1655	1,619	325
	32	0,178	4093	1,747	662
	33	0,161	5930	1,892	732
	34	0,139	0322	2,063	127
	35	0,132	9841	2,219	459
	36	0,093	45996	2,422	306
	37	0,081	96895	2,586	025
	38	0,064	54807	2,730	045

TABLEAU 2. — SEXE MASCULIN : COEFFICIENTS DE CORRÉLATION ($\times 1000$)
ENTRE LES QUOTIENTS DE MORTALITÉ DES GROUPES D'ÂGES, DANS LES 157 TABLES DE MORTALITÉ*

Variable	n°	100 - e_x										100 - e_y									
		(1)	(2)	0-1	1-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84
100 - e_y	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0-1	2	937	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1-4	3	918	905	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5-9	4	915	844	917	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10-14	5	933	842	906	929	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15-19	6	911	801	872	879	949	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20-24	7	898	782	856	861	916	985	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
25-29	8	917	793	865	869	921	967	984	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
30-34	9	932	810	874	875	920	940	949	982	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
35-39	10	904	790	841	839	888	891	890	925	939	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
40-44	11	933	811	841	844	890	889	888	936	974	933	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
45-49	12	915	790	800	805	853	846	840	891	940	920	988	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50-54	13	886	758	744	757	805	800	792	844	889	887	956	982	-	-	-	-	-	-	-	-
55-59	14	850	722	697	703	753	749	740	790	832	849	910	949	983	-	-	-	-	-	-	-
60-64	15	828	696	676	671	736	726	715	765	809	835	888	931	970	991	-	-	-	-	-	-
65-69	16	815	702	672	647	691	704	691	735	782	796	862	907	940	951	972	-	-	-	-	-
70-74	17	818	713	684	653	692	705	687	726	763	780	836	875	909	939	927	963	-	-	-	-
75-79	18	715	635	597	559	602	614	591	618	647	653	714	746	777	820	844	871	946	-	-	-
80-84	19	520	479	456	409	419	384	412	441	462	498	524	542	576	610	665	749	878	-	-	-

Note* — 1^o Le tableau est symétrique. Seule la partie inférieure est notée.
2^o Les calculs ont été effectués sur les logarithmes des variables, c'est-à-dire des quotients de mortalité et de la variable supplémentaire constituée par $100 - e_x$.

TABLEAU 3. — SEXE FÉMININ : COEFFICIENTS DE CORRÉLATION ($\times 1000$)
ENTRE LES QUOTIENTS DE MORTALITÉ DES GROUPES D'ÂGES, DANS LES 157 TABLES DE MORTALITÉ*

Variable	n°	100 - e_0	0-1	1-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84
	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)	(32)	(33)	(34)	(35)	(36)	(37)	(38)	
100 - e_0	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
0-1	21	945	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
1-4	22	931	895	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
5-9	23	954	879	928	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
10-14	24	935	856	876	961	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
15-19	25	928	840	854	926	961	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
20-24	26	929	833	854	923	947	991	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
25-29	27	941	841	854	932	951	983	993	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
30-34	28	951	848	866	941	950	972	981	993	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
35-39	29	957	858	863	935	945	959	964	979	991	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
40-44	30	945	834	835	914	922	935	939	959	977	991	-	-	-	-	-	-	-	-	
45-49	31	915	801	780	864	870	887	892	917	939	963	985	-	-	-	-	-	-	-	
50-54	32	894	779	750	826	833	856	862	888	911	939	968	990	-	-	-	-	-	-	
55-59	33	880	775	727	797	803	825	832	858	882	914	943	974	989	-	-	-	-	-	
60-64	34	883	785	740	797	795	815	820	843	867	897	926	953	976	986	-	-	-	-	
65-69 (1)	35	796	708	673	705	686	699	715	738	759	783	809	833	867	892	901	-	-	-	
70-74	36	857	789	732	768	757	765	762	782	797	819	833	851	877	898	940	864	-	-	
75-79	37	731	683	633	672	655	646	634	650	660	678	683	696	713	738	771	717	876	-	
80-84	38	567	529	495	518	501	494	484	499	507	497	508	516	540	584	556	751	872	-	

1^o Le tableau est symétrique. Seule a partie inférieure est notée. 2^o Les calculs ont été effectués sur les logarithmes des variables, c'est-à-dire des quotients de mortalité et de la variable supplémentaire constituée par $100 - e_0$.

(1) Voir note 1 tableau 4.

TABLEAU 4. — COEFFICIENTS DE CORRÉLATION ($\times 1000$)
ENTRE LES QUOTIENTS DE MORTALITÉ DES GROUPES D'ÂGES DU SEXE MASCULIN ET CEUX DU SEXE FÉMININ*

Variable femmes	n°	100- e (1)	0-1 (2)	1-4 (3)	5-9 (4)	10-14 (5)	15-19 (6)	20-24 (7)	25-29 (8)	30-34 (9)	35-39 (10)	40-44 (11)	45-49 (12)	50-54 (13)	55-59 (14)	60-64 (15)	65-69 (16)	70-74 (17)	75-79 (18)	80-84 (19)
100 - e_0	(20)	989	935	957	922	937	907	887	904	916	889	908	886	856	821	798	783	789	690	516
0-1.....	(21)	946	996	917	852	852	813	794	804	822	800	821	802	770	732	707	715	719	634	476
1-4.....	(22)	921	882	979	890	880	814	825	832	835	865	801	769	719	676	664	660	668	575	457
5-9.....	(23)	938	873	956	958	950	909	884	893	899	859	868	822	767	715	687	665	676	588	443
10-14.....	(24)	922	852	909	923	961	954	931	924	913	860	872	825	771	717	686	668	676	604	436
15-19.....	(25)	915	834	886	878	925	967	957	954	936	887	893	851	803	760	739	714	720	630	456
20-24.....	(26)	911	825	884	876	909	950	949	955	939	893	898	855	809	763	741	715	713	612	413
25-29.....	(27)	923	834	890	886	922	942	937	955	948	897	917	877	832	788	762	731	733	631	456
30-34.....	(28)	933	841	898	896	935	936	926	951	953	913	930	894	850	806	780	745	744	636	456
35-39.....	(29)	939	848	896	893	940	932	914	940	951	914	939	911	876	830	806	776	766	656	471
40-44.....	(30)	928	825	869	876	928	913	891	923	942	913	945	926	899	862	836	794	787	671	470
45-49.....	(31)	899	793	813	833	889	859	836	877	911	897	935	933	918	894	870	825	812	695	486
50-54.....	(32)	877	772	776	797	851	826	801	844	878	879	915	923	924	908	890	847	833	715	504
55-59.....	(33)	861	769	750	773	821	790	762	805	840	851	884	899	915	912	897	859	850	738	525
60-64.....	(34)	864	779	758	771	804	782	753	793	829	843	876	895	909	904	900	874	870	760	556
65-69 (1).....	(35)	773	699	685	690	701	665	630	675	704	727	752	774	800	810	809	788	803	714	545
70-74.....	(36)	841	789	743	739	759	736	700	724	753	772	803	822	835	839	845	851	890	846	700
75-79.....	(37)	708	688	645	639	647	608	573	584	612	617	645	652	661	680	682	696	762	807	786
80-84.....	(38)	546	537	507	480	474	438	396	414	442	438	487	497	499	519	534	576	659	772	903

*Voir tableau 2, note 2.

⁽¹⁾ Une erreur s'est glissée dans le calcul des corrélations du groupe des femmes âgées de 65 à 69 ans. Elle ne modifie pas toutefois les résultats d'ensemble de l'analyse. Pour certaines utilisations, il serait préférable de remplacer les corrélations du tableau par des estimations obtenues par interpolation entre les groupes encadrants : 50-54 et 70-74 ans.

TABLEAU 5. — COEFFICIENTS DE CORRÉLATION ENTRE LES QUOTIENTS
DE MORTALITÉ* ET LES 3 PREMIÈRES COMPOSANTES PRINCIPALES
(COEFFICIENTS a_j) ET LES TROIS COMPOSANTES FACTORIELLES F
(COEFFICIENTS A_{j1} , A_{j2} , A_{j3})

n°j	Variable	a_{j1}	a_{j2}	a_{j3}	A_{j1}	A_{j2}	A_{j3}	$\Sigma a^2 = \Sigma A^2$
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
<i>Hommes :</i>								
1	100 - e_0 .	.97359	-.08868	.07335	.9633	.0946	.1559	.9612
2	0-1	.88386	-.09919	.23193	.8793	-.0237	.2666	.8448
3	1-4	.90610	-.22962	.24210	.9347	-.1280	.2059	.9324
4	5-9	.89782	-.24808	.16447	.9315	-.0998	.1309	.8948
5	10-14	.93319	-.23986	.07581	.9634	-.0350	.0681	.9340
6	15-19	.92453	-.25953	.03049	.9602	-.0263	.0189	.9230
7	20-24	.90725	-.28881	-.00338	.9511	-.0338	.0279	.9065
8	25-29	.93623	-.24254	.07689	.9671	.0511	-.0580	.9413
9	30-34	.95090	-.18324	-.09753	.9658	.1130	-.0399	.9471
10	35-39	.93258	-.10955	-.12480	.9291	.1831	-.0241	.8973
11	40-44	.95941	-.03847	-.17212	.9366	.2721	-.0195	.9516
12	45-49	.94752	.05944	-.23067	.8997	.3806	-.0151	.9545
13	50-54	.92610	.16073	-.28942	.8527	.4899	-.0103	.9672
14	55-59	.90593	.31219	-.23628	.7939	.5750	.1141	.9739
15	60-64	.88172	.30980	-.29531	.7711	.6019	.0609	.9606
16	65-69	.86286	.36449	-.22295	.7387	.5997	.1477	.9271
17	70-74	.86586	.41994	-.10159	.7273	.5746	.2782	.9365
18	75-79	.77169	.54630	.08853	.6036	.5454	.4899	.9018
19	80-84	.58241	.63435	.37597	.3979	.4101	.7461	.8832
<i>Femmes :</i>								
20	100 - e_0 .	.97416	-.10442	.11634	.9679	.0577	.1825	.9735
21	0-1	.89195	-.10751	.21694	.8893	-.0200	.2509	.8542
22	1-4	.88095	-.21550	.25146	.9067	-.1275	.2177	.8858
23	5-9	.92809	-.24684	.19321	.9603	-.1089	.1597	.9595
24	10-14	.92912	-.26047	.14671	.9649	-.0928	.1142	.9527
25	15-19	.94180	-.22519	.06250	.9680	-.0139	.0666	.9417
26	20-24	.94083	-.22939	.03630	.9681	-.0024	.0426	.9390
27	25-29	.95436	-.20316	.01891	.9744	.0312	.0450	.9525
28	30-34	.96455	-.18869	-.00310	.9804	.0575	.0365	.9658
29	35-39	.97391	-.14758	-.03188	.9789	.1085	.0371	.9714
30	40-44	.97237	-.09773	-.10068	.9645	.1872	.0081	.9654
31	45-49	.95658	.00154	-.17458	.9234	.3046	.0002	.9454
32	50-54	.94674	.06862	-.21347	.8965	.3779	.0040	.9465
33	55-59	.92949	.14600	-.19934	.8598	.4273	.0559	.9250
34	60-64	.92939	.18919	-.15180	.8485	.4343	.1187	.9227
35	65-69	.82924	.24681	-.10030	.7369	.4290	.1779	(1).7587
36	70-74	.89170	.32660	.08725	.7765	.3979	.3851	.9096
37	75-79	.7671	.45075	.29632	.6265	.3503	.6069	.8835
38	80-84	.59810	.53660	.51949	.4384	.2538	.8118	.9156
	Σa	34,15259	0,71930	0,40199	32,7969	7,5962	5,8098	-
	Σa^2	30,98293	2,80874	1,41498	29,0871	3,6231	2,4973	35,2073
	Contri- butio-	81,5 %	7,4 %	3,7 %	76,6 %	9,5 %	6,5 %	92,6 %

(1) Voir note 1, tableau 4.

TABLEAU 6. — RÉSIDUS DES 3 ET DES 5 PREMIÈRES COMPOSANTES

Variable	n° j	Hommes					Femmes							
		100-e _o (1)	0-1 (2)	1-4 (3)	10-14 (5)	30-34 (9)	50-54 (13)	80-84 (19)	100-e (20)	0-1 (21)	1-4 (22)	10-14 (24)	30-34 (28)	50-54 (30)
Hommes 100-e _o	(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0- 1	(2)	-0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1- 4	(3)	-0.3	-	0.3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10-14	(5)	-	-0.2	-	0.2	0.1	-	-	-	-	-	-	-	-
30-34	(9)	0.2	-0.3	-	0.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50-54	(13)	-0.2	-0.2	-	0.1	-	-	-	-	-0.1	-	-	-	-
80-84	(19)	0.2	0.6	-	0.2	-	-	-	-0.4	-0.1	-	-	-	-
Femmes 100-e _o	(20)	-0.2	-0.4	-	0.2	0.1	0.2	-	-	-	-	0.3	-	-
0- 1	(21)	-0.5	-1.5	-	0.3	0.2	0.3	-	0.2	0.6	-	0.4	-	-
1- 4	(22)	-0.3	-0.2	-	0.7	0.1	0.2	-	0.1	0.1	-	0.2	-	-0.3
10-14	(24)	0.2	0.3	-	0.3	-0.2	-	-	-	-0.1	0.1	0.3	0.4	-
30-34	(28)	0.2	0.3	0.2	0.1	-	-	-	0.1	-0.2	0.1	0.3	0.2	-
50-54	(32)	0.2	-	0.1	-	0.3	0.3	0.1	-	0.1	0.2	-	-0.1	-
80-84	(38)	0.3	0.6	0.4	-	-0.2	-0.1	-0.2	0.2	0.6	0.5	0.1	-0.2	-0.02
Résidus des 5 premières composantes.														
Hommes 100-e _o	(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0- 1	(2)	-0.01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1- 4	(3)	-0.02	0.30	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10-14	(5)	-	0.14	0.07	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
30-34	(9)	-	-0.01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50-54	(13)	-0.02	-	0.04	-	-0.01	-	-	-	-	-	-	-	-
80-84	(19)	-	0.03	-0.06	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Femmes 100-e _o	(20)	-0.07	0.02	-0.03	0.02	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0- 1	(21)	-0.01	-0.43	0.25	0.12	-0.02	-0.01	0.01	-	-0.01	-	-	-	-
1- 4	(22)	0.10	0.42	-0.33	0.07	-	0.09	-	0.02	-	-	-	-	-
10-14	(24)	-	-0.03	0.10	-0.17	-	-	-	0.03	-	-	0.14	-	-
30-34	(28)	0.02	-0.05	-0.02	-	-	0.01	-0.06	-	-0.03	-0.01	-	-	-
50-54	(32)	0.01	-	-0.03	-	0.09	0.02	-0.14	-	-0.07	-0.04	-	0.06	-
80-84	(38)	-0.06	-0.02	0.03	-	-	-	-	-0.01	-0.02	0.06	-	-0.02	-0.006

* Les virgules de décimales ont été supprimées. — Dans le premier tableau : 0.5, par exemple, signifie 0,05 ; dans le second 0.01 signifie 0,001.

TABLEAU 7. — VALEUR NUMÉRIQUE DES

Numéros	Pays	Années	E	φ_1
Afrique				
148	Congo belge.....	1950-52	144	136
1	Égypte.....	1936-38	119	122
6	Ile Maurice.....	1942-46	157	146
2	Union sud-africaine.....	1920-22	97	100
3		1925-27	91	93
4	{ (Population europ.).....	1935-37	88	88
5		1945-47	73	71
149	(Population asiatique).	1945-47	123	112
Amérique				
23	Argentine.....	1947	91	85
24	Brésil.....	1949-51	108	107
7		1930-32	85	90
8		1940-42	76	77
9	{ Canada.....	1947	66	67
10		1951	60	59
150		1950-52	60	59
25	{ Chili	1930	127	134
26		1940	127	130
15		1900-02	113	117
16		1909-11	110	110
17	{ États-Unis.....	1919-21	102	106
18		1929-31	96	95
19		1939-41	82	78
151		1949-51	64	60
12	Guatémala.....	1939-41	133	133
27		1910-12	156	152
28	{ Guyane britannique.....	1920-22	152	146
29		1930-31	143	129
30		1945-47	120	112
20	{ Jamaïque.....	1910-12	127	134
21		1920-22	137	141
22		1945-47	109	108
13	{ Mexique.....	1930	135	140
14		1940	130	134
11	Salvador.....	1949-51	103	122

INDICES E, φ_1 , φ_2 , φ_3 , γ_1 , F_1 , F_2 et F_3

φ_3	φ_3	γ_1	F_1	F_2	F_3
137	108	1,747	+ 1,439	+ 1,467	+ 0,306
77	120	0,779	+ 0,885	- 0,923	+ 0,809
176	79	2,302	+ 1,843	+ 3,036	- 0,830
96	86	- 0,139	- 0,019	- 0,173	- 0,563
97	88	- 0,355	- 0,269	- 0,101	- 0,494
109	87	- 0,453	- 0,470	+ 0,357	- 0,505
126	71	- 1,074	- 1,165	+ 1,038	- 1,145
150	107	0,945	+ 0,498	+ 1,993	+ 0,274
120	105	- 0,378	- 0,594	+ 0,782	+ 0,205
127	68	0,293	+ 0,263	+ 1,073	- 1,272
77	97	- 0,617	- 0,419	- 0,909	- 0,127
95	94	- 0,979	- 0,935	- 0,199	- 0,226
102	81	- 1,356	- 1,307	+ 0,095	- 0,764
111	83	- 1,596	- 1,643	+ 0,432	- 0,680
111	83	- 1,597	- 1,643	+ 0,438	- 0,690
88	77	1,080	+ 1,364	- 0,483	- 0,904
101	84	1,068	+ 1,200	+ 0,025	- 0,648
93	90	0,547	+ 0,689	- 0,263	- 0,416
108	93	0,425	+ 0,410	+ 0,319	- 0,261
92	83	0,072	+ 0,238	- 0,328	- 0,662
117	84	- 0,131	- 0,185	+ 0,698	- 0,671
130	79	- 0,720	- 0,882	+ 1,202	- 0,826
139	62	- 1,440	- 1,603	+ 1,575	- 1,526
114	95	1,389	+ 1,339	+ 0,579	- 0,181
160	52	2,221	+ 2,067	+ 2,404	- 1,924
162	60	2,069	+ 1,847	+ 2,471	- 1,614
172	100	1,729	+ 1,155	+ 2,878	+ 0,014
159	70	0,795	+ 0,492	+ 2,352	- 1,210
93	72	1,085	+ 1,362	- 0,289	- 1,137
106	76	1,497	+ 1,642	+ 0,252	- 0,959
114	87	0,352	+ 0,327	+ 0,543	- 0,532
84	100	1,413	+ 1,608	- 0,654	- 0,005
96	87	1,193	+ 1,351	- 0,173	- 0,504
63	27	0,107	+ 0,891	- 1,499	- 2,921

TABLEAU 7 (*Suite*). — VALEUR NUMÉRIQUE DES

Numéros	Pays	Années	E	φ_1
Asie				
31		1920-22	151	144
32		1945-47	119	123
33	Ceylan.....	1950	92	94
152		1951-52	94	90
47	Chypre.....	1948-50	61	65
34	Formose.....	1936-40	127	120
35		1891-01	167	157
36		1901-11	168	160
37	Inde.....	1921-31	162	154
38		1941-50	152	147
39	Israël.....	1950	64	65
153		1953	56	51
40		1899-03	124	124
41		1909-13	121	125
42		1921-25	128	125
43	Japon.....	1926-30	122	120
44		1935-36	119	117
45		1947	112	110
46		1949-50	97	98
Europe				
76		1901-10	115	109
77		1910-11	111	104
78	Allemagne.....	1924-26	94	90
79		1932-34	85	81
80	(Fédérale).....	1949-51	65	61
48		1901-05	127	124
49	Autriche.....	1930-33	99	94
50		1949-51	73	67
51		1891-00	115	114
52	Belgique.....	1928-32	95	93
53		1946-49	75	72
54	Bulgarie.....	1899-02	117	144
55		1925-28	106	123

INDICES E, φ_1 , φ_2 , φ_3 , γ_1 , F_1 , F_2 et F_3 .

φ_2	φ_3	γ_1	F_1	F_2	F_3
110	143	2,055	+ 1,773	+ 0,411	+ 1,722
83	105	0,780	+ 0,926	- 0,679	+ 0,199
58	144	- 0,306	- 0,223	- 1,661	+ 1,758
50	196	- 0,244	- 0,408	- 1,991	+ 3,851
65	110	- 1,580	- 1,388	- 1,409	+ 0,404
134	103	1,081	+ 0,809	+ 1,341	+ 0,103
135	128	2,674	+ 2,283	+ 1,414	+ 1,135
130	123	2,695	+ 2,389	+ 1,184	+ 0,917
136	114	2,492	+ 2,178	+ 1,426	+ 0,572
134	96	2,098	+ 1,897	+ 1,358	- 0,154
89	100	- 1,433	- 1,381	- 0,458	- 0,014
106	115	- 1,764	- 1,967	+ 0,221	+ 0,597
98	110	0,954	+ 0,948	- 0,091	+ 0,385
86	102	0,849	+ 0,986	- 0,544	+ 0,080
103	123	1,130	+ 0,999	+ 0,123	+ 0,934
102	115	0,894	+ 0,809	+ 0,098	+ 0,618
101	113	0,747	+ 0,685	+ 0,044	+ 0,512
109	100	0,461	+ 0,399	+ 0,353	+ 0,010
105	89	- 0,082	- 0,062	+ 0,209	- 0,444
<hr/>					
106	129	0,579	+ 0,368	+ 0,238	+ 1,160
109	136	0,446	+ 0,166	+ 0,344	+ 1,434
99	124	-- 0,235	- 0,381	- 0,050	+ 0,970
100	123	- 0,596	- 0,762	+ 0,018	+ 0,914
104	114	-- 1,374	- 1,542	+ 0,152	+ 0,556
98	131	1,086	+ 0,951	- 0,074	+ 1,237
107	120	- 0,064	- 0,250	+ 0,283	+ 0,787
115	113	- 1,080	- 1,330	+ 0,611	+ 0,503
98	116	0,619	+ 0,556	- 0,067	+ 0,647
98	118	- 0,188	- 0,291	- 0,074	+ 0,733
113	96	- 0,981	- 1,112	+ 0,535	- 0,142
35	20	0,668	+ 1,755	- 2,592	- 3,197
46	69	0,254	+ 0,930	- 2,161	- 1,245

TABLEAU 7 (*Suite.*). — VALEUR NUMÉRIQUE DES

Numéros	Pays	Années	E	φ_1
Europe (suite)				
58		1901-05	100	104
59		1911-15	93	95
60		1921-25	83	85
61	Danemark.....	1931-35	78	77
62		1941-45	67	66
63		1946-50	56	55
135		1920-22	102	100
136	Écosse.....	1930-32	96	92
137		1950	69	63
113		1900	136	128
114		1910	125	119
115	Espagne.....	1920	125	120
116		1930	110	106
117		1940	113	107
64		1901-10	116	119
65		1911-20	124	125
66		1921-30	108	112
67	Finlande.....	1931-40	100	105
68		1941-45	99	100
154		1950-51	78	67
69		1898-03	118	117
70		1908-13	112	110
71		1920-23	105	104
72		1828-33	101	99
73	France.....	1933-38	97	94
74		1946-49	74	72
75		1950-51	68	61
		(1953-55)		(43)
129		1901-10	109	106
130		1910-12	104	101
131	Grande-Bretagne.....	1920-22	96	95
132		1930-32	90	86
133		1950	60	50
81		1920	118	124
82	Grèce.....	1926-30	104	120
83		1940	92	104

INDICES E, φ_1 , φ_2 , φ_3 , γ_1 , F_1 , F_2 et F_3 .

φ_2	φ_3	γ_1	F_1	F_2	F_3
79	102	— 0,026	+ 0,146	— 0,852	+ 0,094
83	108	— 0,300	— 0,210	— 0,666	+ 0,305
79	114	-- 0,678	— 0,601	— 0,852	+ 0,557
91	116	-- 0,874	— 0,925	— 0,360	+ 0,639
90	110	-- 1,332	— 1,353	— 0,396	+ 0,394
96	104	-- 1,759	— 1,805	— 0,177	+ 0,146
104	110	0,112	+ 0,019	+ 0,166	+ 0,395
105	118	-- 0,156	— 0,322	+ 0,218	+ 0,734
139	73	-- 1,262	— 1,488	+ 1,574	— 1,068
98	163	1,452	+ 1,129	— 0,072	+ 2,534
95	152	0,998	+ 0,763	— 0,217	+ 2,061
89	151	0,998	+ 0,819	— 0,443	+ 2,023
94	140	0,435	+ 0,256	— 0,241	+ 1,603
115	119	0,519	+ 0,289	+ 0,601	+ 0,754
75	121	0,652	+ 0,762	— 0,983	+ 0,842
83	106	0,842	+ 0,985	— 0,668	+ 0,225
89	90	0,326	+ 0,497	— 0,441	— 0,402
94	76	— 0,013	+ 0,186	— 0,224	— 0,974
102	90	-- 0,044	— 0,003	+ 0,079	— 0,393
144	103	— 0,879	— 1,313	+ 1,752	+ 0,113
93	121	0,706	+ 0,663	— 0,288	+ 0,851
102	114	0,500	+ 0,419	+ 0,068	+ 0,542
98	111	0,221	+ 0,179	— 0,088	+ 0,453
108	106	0,039	— 0,065	+ 0,315	+ 0,238
119	94	-- 0,128	— 0,258	+ 0,744	— 0,246
109	97	-- 1,045	— 1,140	+ 0,341	— 0,111
128	98	-- 1,261	— 1,542	+ 1,135	— 0,090
(145)					
113	104	0,374	+ 0,247	+ 0,527	+ 0,153
110	106	0,156	+ 0,035	+ 0,401	+ 0,252
99	109	— 0,158	— 0,210	— 0,029	+ 0,343
106	103	— 0,426	— 0,571	+ 0,220	+ 0,522
135	113	— 1,609	— 1,994	+ 1,412	+ 0,114
77	98	0,734	+ 0,976	— 0,914	— 0,099
53	67	0,190	+ 0,814	— 1,874	— 1,328
59	80	— 0,299	+ 0,171	— 1,634	— 0,786

TABLEAU 7 (*Suite.*). — VALEUR NUMÉRIQUE DES

Numéros	Pays	Années	E	φ_1
Europe (suite)				
84		1920-21	123	122
85	Hongrie.....	1930-31	111	106
86		1941	95	94
91		1925-27	97	103
92	Irlande.....	1935-37	93	98
93		1940-42	91	92
94		1945-47	87	85
134	Irlande du Nord	1925-27	102	104
87		1901-10	110	119
88	Islande.....	1911-20	102	113
89		1921-30	95	109
90		1931-40	82	94
95		1901-11	117	115
96	Italie.....	1921-22	108	107
97		1930-32	96	98
98	Luxembourg.....	1946-48	78	72
138	Malte.....	1948	86	89
104		1901-02	98	114
105		1911-21	97	112
106		1921-31	84	96
107	Norvège.....	1931-41	74	82
108		1945-48	57	69
155		1946-50	51	58
99		1900-09	102	104
100		1910-20	98	100
101	Pays-Bas	1921-30	82	82
102		1931-40	71	68
103		1947-49	52	51
109	Pologne.....	1931-32	102	108
110		1948	81	90
111	Portugal	1939-42	98	104
112		1949-52	81	88

INDICES E, φ_1 , φ_2 , φ_3 , γ_1 , F_1 , F_2 et F_3 .

φ_2	φ_3	γ_1	F_1	F_2	F_3
76	147	0,931	+ 0,883	- 0,961	+ 1,898
90	148	0,412	+ 0,221	- 0,397	+ 1,900
84	125	- 0,208	- 0,224	- 0,653	+ 0,986
91	71	- 0,125	+ 0,129	- 0,366	- 1,153
100	68	- 0,263	- 0,081	+ 0,019	- 1,269
102	87	- 0,361	- 0,310	+ 0,062	- 0,507
108	101	- 0,523	- 0,618	+ 0,314	+ 0,046
104	79	0,065	+ 0,166	+ 0,156	- 0,857
75	80	0,384	+ 0,745	- 1,017	- 0,808
73	68	0,081	+ 0,525	- 1,096	- 1,300
72	47	- 0,198	+ 0,367	- 1,117	- 2,118
68	65	- 0,716	- 0,238	- 1,296	- 1,417
76	149	0,671	+ 0,597	- 0,940	+ 1,979
70	149	0,294	+ 0,268	- 1,196	+ 1,942
73	125	- 0,145	-- 0,071	- 1,065	+ 1,007
117	107	- 0,875	-- 1,103	+ 0,688	+ 0,295
104	71	- 0,579	- 0,452	+ 0,148	- 1,162
49	67	- 0,097	+ 0,553	- 2,042	- 1,326
54	67	- 0,111	+ 0,496	- 1,841	- 1,340
66	67	- 0,628	- 0,149	- 1,342	- 1,339
74	75	- 1,058	- 0,712	- 1,050	- 0,986
61	69	- 1,704	- 1,231	- 1,549	- 1,252
73	82	- 1,966	- 1,683	- 1,090	- 0,732
80	119	0,118	+ 0,179	- 0,783	+ 0,748
79	115	- 0,099	- 0,008	- 0,847	+ 0,597
86	116	- 0,729	- 0,732	- 0,560	+ 0,649
96	116	- 1,178	- 1,282	- 0,173	+ 0,649
92	108	- 1,927	- 1,970	- 0,323	+ 0,304
52	139	0,147	+ 0,328	- 1,900	+ 1,570
47	113	- 0,772	- 0,413	- 2,120	+ 0,516
42	146	- 0,063	+ 0,168	- 2,332	+ 1,821
37	137	- 0,778	- 0,474	- 2,532	+ 1,468

TABLEAU 7 (*Suite*). — VALEUR NUMÉRIQUE DES

Numéros	Pays	Années	E	φ_1
Europe (suite)				
117 bis	(1)	(1816-40)	(130)	(126)
117 ter	(1)	(1841-55)	(127)	(122)
118		1901-10	98	109
119		1911-20	97	108
120	Suède.....	1921-30	84	92
121		1931-40	77	80
122		1941-45	65	68
123		1946-50	55	53
124		1910-11	112	104
125		1920-21	106	98
126	Suisse.....	1929-32	93	85
127		1933-37	87	80
128		1939-44	90	73
56	Tchécoslovaquie.....	1899-02	125	122
57		1929-32	101	99
139	Russie.....	1896-97	129	138
140	U. R. S. S.....	1926-27	108	119
Océanie				
141		1901-10	99	98
142	Australie.....	1920-22	87	87
143		1932-34	76	75
144		1946-48	64	58
145		1901-05	93	95
146	Nouvelle Zélande.....	1911-15	87	87
147		1934-38	71	70
156	(Européen).....	1950-52	53	48
157	(Maori).....	1950-52	109	104
MOYENNE.....			100	100

(1) Ces deux tables suédoises anciennes ne font parties des tables analysées. Les valeurs des composantes résultent

INDICES E, φ_1 , φ_2 , φ_3 , γ_1 , F_1 , F_2 et F_3 .

φ_2	φ_3	γ_1	F_1	F_2	F_3
(114)	(115)	(1,229)	(+ 1,056)	(+ 0,560)	(+ 0,606)
(111)	(124)	(1,093)	(+ 0,893)	(+ 0,429)	(+ 0,944)
57	93	— 0,065	+ 0,358	— 1,736	— 0,283
58	89	— 0,120	+ 0,314	— 1,669	— 0,454
68	91	— 0,612	— 0,303	— 1,263	— 0,346
85	99	— 0,909	— 0,805	— 0,583	— 0,053
85	92	— 1,415	— 1,289	— 0,590	— 0,303
103	101	— 1,800	— 1,894	+ 0,116	+ 0,029
122	126	0,477	+ 0,141	+ 0,886	+ 1,029
120	125	0,224	— 0,097	+ 0,796	+ 1,003
126	112	— 0,287	— 0,602	+ 1,057	+ 0,464
122	110	— 0,516	— 0,788	+ 0,874	+ 0,395
116	113	— 0,848	— 1,100	+ 0,653	+ 0,506
100	128	1,022	+ 0,885	+ 0,013	+ 1,100
95	121	0,059	— 0,025	— 0,210	+ 0,857
78	77	1,130	+ 1,504	— 0,884	— 0,910
68	79	0,361	+ 0,779	— 1,262	— 0,829
106	95	— 0,051	— 0,076	+ 0,247	— 0,200
98	100	— 0,512	— 0,511	— 0,074	— 0,014
107	91	— 0,958	— 0,996	+ 0,265	— 0,350
130	89	— 1,450	— 1,699	+ 1,204	— 0,434
94	92	— 0,298	— 0,205	— 0,250	— 0,315
101	97	— 0,526	— 0,530	+ 0,033	— 0,138
105	96	— 1,161	— 1,219	+ 0,197	— 0,172
127	85	— 1,854	— 2,064	+ 1,077	— 0,605
148	66	0,354	+ 0,150	+ 1,939	— 1,362
100	100	0	0	0	0

donc d'une extrapolation vers le passé et sont données ici seulement à titre indicatif.

TABLEAU 8. — COEFFICIENTS B DES ÉQUATIONS DE RÉGRESSION
DES COMPOSANTES F_1 , F_2 , F_3 EN FONCTION
DES VALEURS LOGARITHMIQUES *réduites* DES QUOTIENTS DE MORTALITÉ

Variable j (1)	B ₁ (2)	B ₂ (3)	B ₃ (4)
1- e_0	+ .0395	- .0480	+ .0296
0- 1.....	.0368	- .1159	.1190
1- 4.....	.0494	- .1566	.0993
5- 9.....	.0509	- .1303	.0506
10-14.....	.0513	- .0919	.0011
15-19.....	.0528	- .0791	- .0291
20-24.....	.0550	- .0737	- .0546
25-29.....	.0516	- .0307	- .0878
30-34.....	.0465	- .0056	- .0880
35-39.....	.0392	+ .0261	- .0894
40-44.....	.0335	.0655	- .1026
45-49.....	.0240	.1167	- .1172
50-54.....	.0141	.1689	- .1314
55-59.....	- .0006	.1899	- .0709
60-64.....	- .0011	.2130	- .1056
65-69.....	- .0068	.1990	- .0531
70-74.....	- .0118	.1654	+ .0282
75-79.....	- .0265	.1233	.1627
80-84.....	- .0404	.0303	.3455
1- e_0	+ .0400	- .0699	+ .0514
0- 1.....	.0377	- .1121	.1086
1- 4.....	.0474	- .1566	.1073
5- 9.....	.0517	- .1415	.0676
10-14.....	.0530	- .1265	.0381
15-19.....	.0502	- .0823	- .0037
20-24.....	.0505	- .0729	- .0197
25-29.....	.0485	- .0583	- .0245
30-34.....	.0475	- .0453	- .0344
35-39.....	.0440	- .0220	- .0428
40-44.....	.0393	+ .0200	- .0729
45-49.....	.0297	.0777	- .0962
50-54.....	.0232	.1123	- .1056
55-59.....	.0155	.1283	- .0822
60-64.....	.0115	.1212	- .0461
65-69.....	.0030	.1159	- .0054
70-74.....	- .0024	.0628	+ .1192
75-79.....	- .0176	.0122	.2641
80-84.....	- .0309	- .0553	.4094
ΣB	+ 0,9992	+ 0,2740	+ 0,5385
ΣB^2	0,05415	0,45678	0,58408

TABLEAU 9. — COMPOSANTE ADDITIONNELLE DES ADULTES ϕ_2

	1900	05	1910	15	1920	25	1930	35	1940	45	1950	55
AFRIQUE												
Congo belge												
Egypte												
Ile Maurice												
Union Sud Afr.					96	97						
AMERIQUE												
Argentine												
Brésil												
Canada												
Chili												
Etats-Unis	93		108		92							
Guatemala												
Guyane Britan.			160		162		172					
Jamaïque			93		106							
Mexique							84					
Salvador											63	
ASIE												
Ceylan							110					
Chypre												
Formose												
Inde	135	<	130	>								
Israël												
Japon	98		86			103	102					
EUROPE												
Allemagne		<	106	>	109							
Autriche		98										
Belgique		98										
Bulgarie		35										
Danemark		79		83		79						
Ecosse												
Espagne		98		95		89						
Finlande					83	<	89	>				
France		93		102		98						
Gr. Bretagne						99						
Grèce						77						
Hongrie						76						
Irlande												
Irlande du N.												
Islande												
Italie												
Luxembourg												
Malte												
Norvège		49										
Pays-Bas												
Pologne												
Portugal												
Suède												
Suisse												
Tchécoslovaquie	100											
URSS ou Russie	78											
OCEANIE												
Australie												
Nouv. Zélande		94		106		101						

TABLEAU 10. — COMPOSANTE φ_3

φ_3	Afrique	φ_3	Amérique
79	Ile Maurice..... (1) 1942/1946	70	Brésil (1) 1949/1951 Guyane britannique.... (4) 1910/1947
83	Union Sud-africaine ... (4) 1920/1947	78	Jamaïque (3) 1910/1947
		81	Chili..... (2) 1930/1940
		82	U. S. A..... (6) 1900/1951
108	Congo Belge..... (1) 1950/1952	88	Canada (5) 1930/1952
120	Égypte..... (1) 1936/1938	93	Mexique..... (2) 1930/1940
		95	Guatémala..... (1) 1939/1941
		105	Argentine (1) 1947

* Entre parenthèses, le nombre de tables entrant dans le calcul de la valeur moyenne.

DES GRANDS ÂGES : VALEUR MOYENNE

φ_3	Asie et Océanie	φ_3	Europe
		45	Bulgarie (2) 1899/1928
		54	Yougoslavie ("') 1953/1955
		64	Islande (4) 1901/1940
		71	Norvège (6) 1901/1950
		78	Russie (2) 1896/1927
		82	Grèce (3) 1920/1940
		82	Irlande (4) 1925/1947
	Océanie :		
92	Nouvelle-Zélande (4) 1901/1952		
94	Australie (4) 1901/1948	94	Suède (6) 1901/1950
	Asie :		
103	Formose (1) 1936/1940	98	Finlande (6) 1901/1951
		100	Écosse (3) 1920/1950
107	Japon (7) 1899/1950	106	France (7) 1898/1891
108	Israël (2) 1950/1953	107	Luxembourg (1) 1946/1948
110	Chypre (1) 1948/1950	107	Grande-Bretagne (5) 1901/1950
115	Inde (4) 1891/1950	109	Danemark (6) 1901/1950
		110	Belgique (3) 1891/1949
		114	Pays-Bas (5) 1900/1949
		117	Suisse (5) 1910/1944
		121	Autriche (3) 1901/1951
		123	Pologne (2) 1931/1948
		125	Tchécoslovaquie (2) 1899/1932
		125	Allemagne (5) 1901/1951
		140	Hongrie (3) 1920/1941
		141	Italie (3) 1901/1930
		142	Portugal (2) 1939/1952
		145	Espagne (5) 1900/1940
147	Ceylan (4) 1920/1952		

(") Estimation d'après les taux de mortalité de la période 1953-1955

TABLEAU 11. — COMPARAISON DES ESPÉRANCES DE VIE À LA NAISSANCE
À PARTIR DES 3 INDICES

Variable	Hommes			
	Observés (1)	Estimés (2)	Différences	
			(3)	(4) %
France				
e_0	63,6	65,7	+ 2,1	+ 3
0- 1.....	52,1	43,8	- 8,3	- 16
1- 4.....	9,8	8,6	- 1,2	- 12
5-14.....	7,1	8,2	+ 1,1	+ 15
15-24.....	14,9	16,7	+ 1,8	+ 12
25-34.....	24,5	22,4	- 2,1	- 9
35-44.....	44,8	38,5	- 6,3	- 14
45-54.....	102	89,7	- 12,3	- 12
55-64.....	206	202	- 4	- 2
65-74.....	420	415	- 5	- 1
75-84.....	766	740	- 26	- 3
Pays-Bas				
e_0	69,4	69,1	- 0,3	- 0,4
0- 1.....	33,5	38,4	+ 4,9	+ 15
1- 4.....	8,9	7,6	- 1,3	- 15
5-14.....	7,9	6,9	- 1,0	- 13
15-24.....	11,1	13,6	+ 1,5	+ 14
25-34.....	15,0	16,1	+ 1,1	+ 7
35-44.....	24,5	25,9	+ 1,4	+ 6
45-54.....	58,3	59,6	+ 1,3	+ 2
55-64.....	134	143	+ 9,0	+ 7
65-74.....	326	339	+ 13,0	+ 4
75-84.....	673	695	+ 22,0	+ 3
Inde				
e_0	32,5	29,6	- 2,9	- 9
0- 1.....	190	232	+ 42	+ 22
1- 4.....	135	176	+ 41	+ 30
5-14.....	129	76	- 53	- 41
15-24.....	102	110	+ 8	+ 8
25-34.....	132	157	+ 25	+ 19
35-44.....	183	212	+ 29	+ 16
45-54.....	277	300	+ 23	+ 8
55-64.....	441	448	+ 7	+ 2
65-74.....	663	658	- 5	- 0,8
75-84.....	869	863	- 6	- 0,7

* Pour la commodité de la lecture, les résultats relatifs à des groupes de 5 ans ont été réunis en résultats

ET DES QUOTIENTS DE MORTALITÉ POUR 1000, OBSERVÉS ET ESTIMÉS

 $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3$ OU $F_1 F_2 F_3^*$

Femmes				Ensemble			
Observés (5)	Estimés (6)	Différences		Observés (9)	Estimés (10)	Différences	
		(7)	(8) %			(11)	(12) %
1950-1951							
69,3	69,7	+ 0,4	+ 1	66,4	67,7	+ 1,3	+ 2
40,2	34,1	- 6,1	- 15	46,1	39,0	- 7,1	- 16
8,7	7,7	- 1,0	- 11	9,2	8,2	- 1,0	- 12
5,3	5,5	+ 0,2	+ 4	6,2	6,8	+ 0,4	+ 6
10,5	12,1	+ 1,6	+ 15	12,7	14,4	+ 1,7	+ 13
17,9	18,1	+ 0,2	+ 1	21,2	20,2	- 2,0	- 9
28,9	29,4	+ 0,5	+ 2	36,9	34,0	- 2,9	- 8
58,6	62,0	+ 3,4	+ 6	80,6	75,9	- 4,7	- 6
123	141	+ 18	+ 15	165	172	+ 7,0	+ 4
299	328	+ 29	+ 10	361	373	+ 12,0	+ 3
654	691	+ 37	+ 6	713	716	+ 3,0	+ 0,4
1947-1949							
71,5	72,7	+ 1,2	+ 2	70,5	70,9	+ 0,4	+ 0,6
26,7	29,3	+ 2,6	+ 14	30,1	33,9	+ 3,8	+ 13
7,2	6,8	- 0,4	- 6	8,1	7,2	- 0,9	- 11
5,2	4,7	- 0,5	- 10	6,5	5,8	- 0,7	- 11
7,7	9,1	+ 1,4	+ 18	9,4	11,3	+ 1,9	+ 20
12,8	13,3	+ 0,5	+ 4	13,9	14,7	+ 0,8	+ 6
21,8	20,0	- 1,8	- 8	23,1	23,0	- 0,1	- 0,4
46,9	42,5	- 4,4	- 9	52,6	51,1	- 1,5	- 3
114	103	- 11,0	- 10	124	119	- 5,0	- 4
306	274	- 32,0	- 10	316	306	- 10,0	- 3
649	644	- 5,0	- 0,8	661	670	+ 9,0	+ 1
1944-1950							
31,7	31,4	- 0,3	- 0,9	32,1	30,5	- 1,6	- 21
175	212	+ 37	+ 21	183	222	+ 39	+ 21
175	176	+ 1	+ 0,6	155	176	+ 21	+ 14
133	82	- 51	- 38	131	79	- 52	- 40
80	132	+ 52	+ 64	91	121	+ 30	+ 33
150	165	+ 15	+ 10	141	161	+ 20	+ 14
216	187	-- 29	- 13	200	199	-- 1	- 0,5
272	237	-- 35	- 13	274	269	-- 5	- 2
394	369	- 25	- 6	418	409	- 9	- 2
597	583	- 14	- 2	631	621	- 10	- 2
806	821	+ 15	+ 2	839	842	+ 4	- 0,5

relatifs à des groupes de 10 ans.

TABLEAU 12.— ERREUR-TYPE DE L'ESTIMATION DES 38 VARIABLES
À PARTIR DES TROIS PREMIÈRES COMPOSANTES PRINCIPALES

Variable	s^2	s	S	Erreur-type %
Hommes				
100- e_0	0,0388	0,1970	0,0185	4,4
0- 1.....	0,1552	0,3940	0,0952	24,5
1- 4.....	0,0676	0,2600	0,1076	28,1
5- 9.....	0,1052	0,3243	0,1039	27,0
10-14.....	0,0660	0,2569	0,0710	17,8
15-19.....	0,0770	0,2775	0,0696	17,4
20-24.....	0,0935	0,3058	0,0778	19,6
25-29.....	0,0587	0,2423	0,0627	15,5
30-34.....	0,0529	0,2300	0,0592	14,6
35-39.....	0,1027	0,3205	0,0788	19,9
40-44.....	0,0484	0,2200	0,0492	12,0
45-49.....	0,0455	0,2133	0,0411	9,9
50-54.....	0,0328	0,1811	0,0302	7,2
55-59.....	0,0261	0,1616	0,0240	5,7
60-64.....	0,0394	0,1985	0,0251	5,9
65-69 (1).....	0,0729	0,2700	0,0280	6,7
70-74.....	0,0635	0,2520	0,0217	5,1
75-79.....	0,0982	0,3134	0,0218	5,1
80-84.....	0,1168	0,3418	0,0198	4,7
Femmes				
100- e_0	0,0265	0,1628	0,0174	4,1
0- 1.....	0,1458	0,3818	0,0998	25,9
1- 4.....	0,1142	0,3379	0,1495	41,1
5- 9.....	0,0405	0,2012	0,0754	19,0
10-14.....	0,0473	0,2175	0,0739	18,5
15-19.....	0,0583	0,2415	0,0782	19,8
20-24.....	0,0610	0,2470	0,0770	19,6
25-29.....	0,0475	0,2179	0,0647	16,1
30-34.....	0,0342	0,1849	0,0524	12,8
35-39.....	0,0286	0,1691	0,0437	10,6
40-44.....	0,0346	0,1860	0,0431	10,6
45-49.....	0,0546	0,2337	0,0472	11,5
50-54.....	0,0535	0,2313	0,0413	10,0
55-59.....	0,0750	0,2739	0,0443	10,8
60-64.....	0,0773	0,2780	0,0387	9,3
65-69 (1).....	(0,2413)	(0,4912)	(0,0653)	(16,2)
70-74.....	0,0904	0,3001	0,0280	6,7
75-79.....	0,1165	0,3413	0,0280	6,7
80-84.....	0,0844	0,2905	0,0188	4,4

(1) Voir note 1 du tableau 4.