

# Simulación Tiro parabólico en Matlab

Mabrouka Salmi  
Máster en Inteligencia Computacional e Internet de las Cosas  
Universidad de Córdoba  
z12salsm@uco.es

09 Junio 2024

## 1 Introducción

Este informe investiga la dinámica de la trayectoria de un proyectil bajo la influencia de la gravedad, sin resistencia del aire, utilizando técnicas de simulación numérica y analítica en MATLAB. El objetivo principal es examinar cómo los cambios en los parámetros de simulación afectan la trayectoria del proyectil y validar los resultados de la simulación numérica mediante comparación con una solución analítica.

## 2 Objetivo de la Simulación

El objetivo principal de esta simulación es modelar la trayectoria de un proyectil lanzado en una trayectoria parabólica bajo la influencia de la gravedad. El modelo busca comprender el comportamiento cinemático del proyectil y predecir su trayectoria utilizando dos métodos distintos: la integración numérica y los cálculos analíticos.

## 3 Solución de Integración Numérica

Esta sección del informe describe las modificaciones realizadas a la simulación de integración numérica de un lanzamiento parabólico en MATLAB. El objetivo principal de estas modificaciones es observar cómo los cambios en parámetros específicos afectan la trayectoria de un proyectil. Esta simulación modela inicialmente el movimiento de un proyectil bajo la influencia de la gravedad, suponiendo ausencia de resistencia del aire, proporcionando una demostración simple pero efectiva de los principios básicos de la física.

La simulación tiene como objetivo rastrear la trayectoria de un proyectil lanzado con una velocidad inicial desde una posición especificada. Utiliza las leyes de movimiento bajo gravedad uniforme para calcular el camino del proyectil a lo largo del tiempo, representándolo gráficamente. Esta configuración sirve como

una aplicación práctica para visualizar la dinámica descrita por la mecánica newtoniana.

### 3.1 Configuración Inicial de la Simulación

La configuración original de la simulación se estableció con los siguientes parámetros como se puede ver claramente en el código fuente de MATLAB contenido en el archivo *Parabolic\_Throw\_Simulation.m*:

- **Masa (m):** 1 kg
- **Paso de Tiempo (h):** 0.01 segundos
- **Número de Iteraciones (n\_steps):** 100
- **Velocidad Inicial (v0):** [1; 4] m/s, implicando una trayectoria ascendente moderada.
- **Posición Inicial (r0):** [0; 0], comenzando desde el origen.
- **Configuración del Gráfico:** La trayectoria se graficó con una línea verde dentro de un eje limitado a [0 2 -1 1].

Esta configuración proporcionó una trayectoria básica que alcanzó su punto máximo dentro de un marco pequeño y visualmente manejable, como se muestra en la Fig.1.

## 4 Configuración Modificada de la Simulación

Para explorar los efectos de diferentes condiciones, se realizaron las siguientes modificaciones como se puede ver claramente en el código fuente de MATLAB contenido en el archivo *Tiro\_parabolico\_mod.m*:

- **Masa (m):** Aumentada a 2 kg para observar el efecto bajo la misma aceleración gravitacional.
- **Paso de Tiempo (h):** Reducido a 0.005 segundos para una mayor resolución en el trazado de la trayectoria.
- **Número de Iteraciones (n\_steps):** Aumentado a 400 para extender la duración de la simulación y observar trayectorias más largas.
- **Velocidad Inicial (v0):** Mejorada a [2; 8] m/s, incrementando significativamente los componentes horizontal y vertical.
- **Posición Inicial (r0):** Ligeramente elevada a [0; 0.5] m, comenzando el proyectil por encima del origen.
- **Configuración del Gráfico:** Ajustados los ejes a [0 6 -4 4] para acomodar una trayectoria más amplia y alta y cambiado el color del trazo a rojo para mejorar la visibilidad.

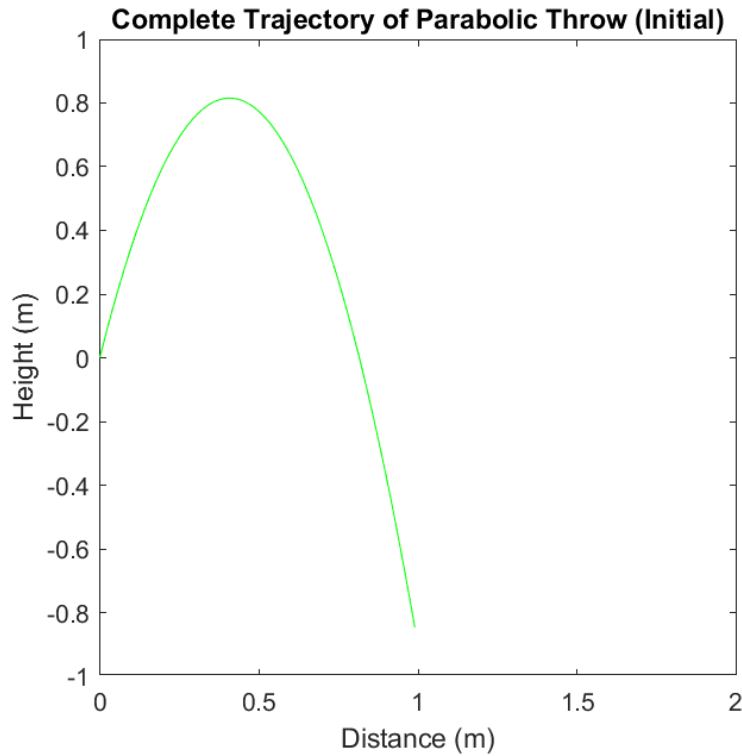


Figure 1: La trayectoria completa inicial del lanzamiento parabólico usando integración numérica

## 5 Efectos de las Modificaciones

Estas modificaciones resultaron en una trayectoria, como se puede ver en la Fig.2, que se extendió significativamente tanto horizontal como verticalmente, demostrando una curva parabólica más pronunciada. Los ajustes en el paso de tiempo y el número de iteraciones permitieron una representación más suave y detallada del camino del proyectil, proporcionando percepciones más profundas sobre la dinámica del movimiento durante un período extendido.

Las modificaciones a los parámetros de simulación en MATLAB han ilustrado eficazmente la sensibilidad de la trayectoria del proyectil a las condiciones iniciales y a los ajustes de simulación. Estos ajustes no solo proporcionan una demostración visual de la física teórica sino que también destacan la importancia de la selección precisa de parámetros en las simulaciones numéricas.

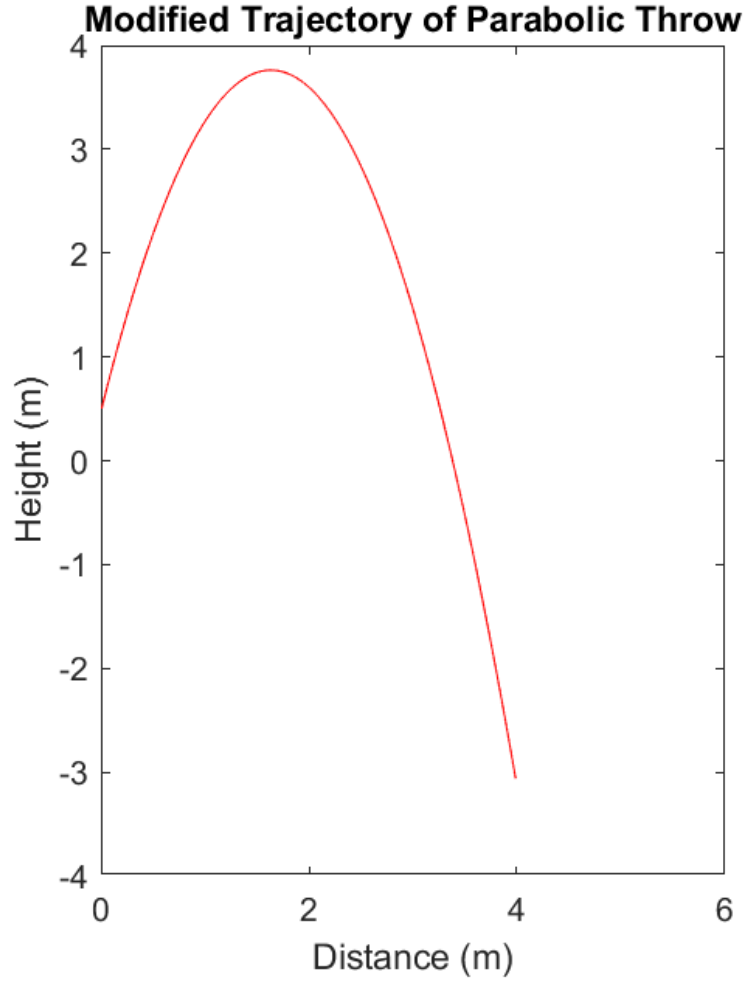


Figure 2: La trayectoria completa modificada del lanzamiento parabólico utilizando la integración numérica

## 6 Solución Analítica y su Implementación

La solución analítica al problema del tiro parabólico proporciona una fórmula exacta para la trayectoria basada en las ecuaciones cinemáticas. Se expresa como:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

donde  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{v}_0$ , y  $\vec{g}$  representan la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración gravitatoria, respectivamente. Esta solución se implementó en MATLAB junto con la simulación numérica para proporcionar una comparación directa entre ambos métodos, como se puede ver claramente en el código fuente de

MATLAB contenido en el archivo *Parabolic\_Throw\_Simulation\_Analytical.m*. El script de MATLAB calculó la posición del proyectil en cada paso de tiempo utilizando tanto el método numérico de Punto Medio como esta fórmula analítica y resultó en la Figura.3

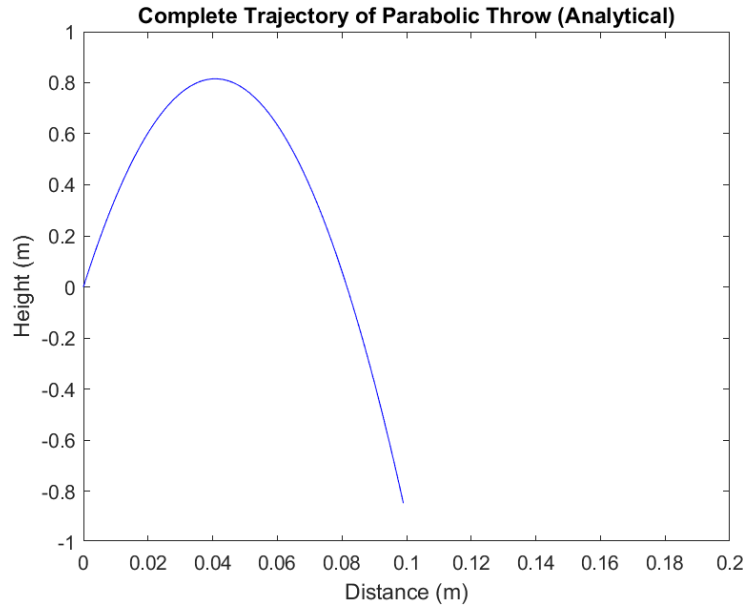


Figure 3: La trayectoria completa inicial del lanzamiento parabólico utilizando la solución analítica

## 7 Comparación de Soluciones Numéricas y Analíticas

Las trayectorias calculadas mediante los métodos numérico y analítico se trazaron simultáneamente para evaluar visualmente su concordancia. Esta comparación reveló que ambos métodos producen trayectorias altamente similares, confirmando la precisión del enfoque de integración numérica. La representación gráfica en MATLAB mostró que las discrepancias entre los dos métodos son mínimas, demostrando la fiabilidad del método numérico para esta aplicación, el código fuente completo se puede ver en el archivo de MATLAB

*Ejemplo1\_comparison.m*.

La Figura 4 muestra las trayectorias calculadas por los métodos numérico y analítico. La línea azul representa la solución numérica y la línea roja discontinua representa la solución analítica. Las trayectorias se alinean estrechamente a lo largo del período de simulación, demostrando la precisión y eficacia del método numérico.

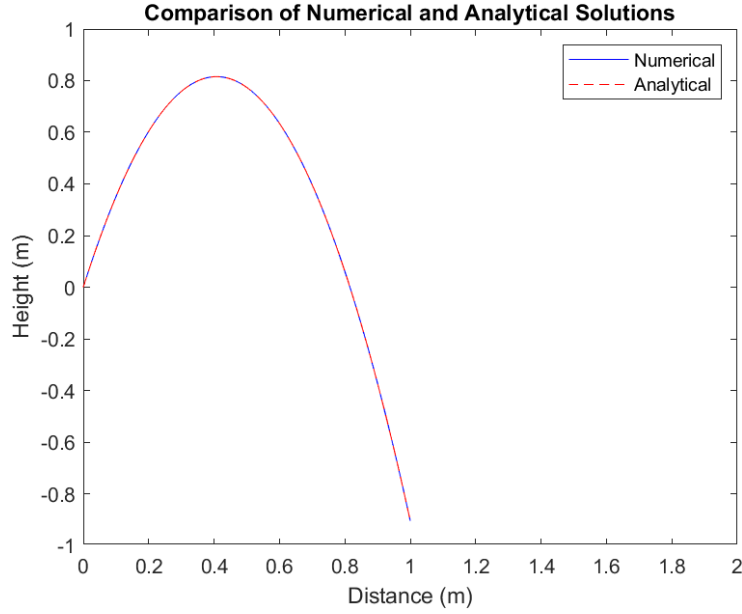


Figure 4: Comparación de Soluciones Numéricas y Analíticas

## 8 Resultados y Análisis

La comparación de las soluciones numéricas y analíticas destacó la efectividad de los métodos numéricos para resolver problemas físicos reales donde existe una solución analítica disponible para validación. Los gráficos generados ilustraron claramente la alineación de las trayectorias entre los dos enfoques, con solo ligeras desviaciones observables, probablemente debido al error de discretización inherente a la integración numérica.

La comparación revela solo pequeñas desviaciones entre las dos soluciones, más notables cerca del ápice de la trayectoria. Estas diferencias probablemente se deben al efecto acumulativo del error de discretización de la integración numérica, que es inherente a tales métodos.

## 9 Conclusión

Este análisis no solo ha validado el método numérico utilizado sino también ha demostrado la utilidad práctica de combinar enfoques numéricos y analíticos para una comprensión y verificación exhaustivas en simulaciones de física computacional. Este estudio confirma la efectividad de los métodos numéricos utilizados para simular trayectorias de proyectiles. La estrecha concordancia con la solución analítica subraya la fiabilidad del método numérico y proporciona confianza en el uso de estas técnicas para modelos físicos más complejos donde

las soluciones analíticas no son prácticas.