- Pour une équation différentielle $y' = ay + f$: à partir de la donnée d'une solution particulière, déterminer toutes les solutions.

Démonstrations

- Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante.
- Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$ où a est un nombre réel.

Approfondissements possibles

- Autres exemples d'équations différentielles, éventuellement en lien avec une modélisation, par exemple l'équation logistique.

Exemple d'algorithme

- Résolution par la méthode d'Euler de $y' = f$, de $y' = ay + b$.

• Calcul intégral

La définition de l'intégrale s'appuie sur la notion intuitive d'aire rencontrée au collège. Les élèves développent une vision graphique de l'intégrale et maîtrisent le calcul approché, en liaison avec la méthode des rectangles et le calcul exact par les primitives.

On met en regard les écritures $\int_a^b f(x)dx$ et $\sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x_i$.

Contenus

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment $[a,b]$, comme aire sous la courbe représentative de f. Notation $\int_a^b f(x)dx$.
- Théorème : si f est une fonction continue positive sur $[a,b]$, alors la fonction F_a définie sur $[a,b]$ par $F_a(x) = \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a.
- Sous les hypothèses du théorème, relation $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de f. Notation $[F(x)]_a^b$.
- Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.
- Définition par les primitives de $\int_a^b f(x)dx$ lorsque f est une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle contenant a et b.
- Linéarité, positivité et intégration des inégalités. Relation de Chasles.
- Valeur moyenne d'une fonction.
- Intégration par parties.

Capacités attendues

- Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne.
- Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive, à l'aide d'une intégration par parties.
- Majorer (minorer) une intégrale à partir d'une majoration (minoration) d'une fonction par une autre fonction.
- Calculer l'aire entre deux courbes.
- Étudier une suite d'intégrales, vérifiant éventuellement une relation de récurrence.
- Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d'une autre discipline.

Démonstrations

- Pour une fonction positive croissante f sur $[a,b]$, la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f. Pour toute primitive F d f, relation $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.
- Intégration par parties.