

aborde la notion générale d'équation algébrique, mais pas celle de polynôme formel. Le professeur peut mettre en évidence l'apparition dans divers contextes de notions communes : élément neutre, opposé ou inverse.

Démontrer est une composante fondamentale de l'activité mathématique. Le programme propose quelques démonstrations exemplaires, que les élèves découvrent selon des modalités variées : présentation par le professeur, élaboration par les élèves sous la direction du professeur, devoir à la maison ...

Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur pourra, s'il le désire, s'appuyer sur l'étude de textes historiques.

Le programme propose des problèmes possibles, mais en aucun cas obligatoires. Leur nature est très diverse : certains d'entre eux sont un petit prolongement des notions du programme ; d'autres ouvrent des perspectives plus larges. Ils permettent une différenciation pédagogique et offrent des pistes pour l'épreuve orale terminale.

## Programme

### Nombres complexes

L'étude des nombres complexes est menée selon les lignes directrices suivantes.

D'un point de vue algébrique, les nombres complexes permettent de résoudre les équations de degré 2 à coefficients réels lorsque le discriminant est négatif. Plus généralement, les nombres complexes offrent un cadre privilégié pour l'étude des équations algébriques.

On met en évidence, dans un cadre général, la factorisation associée à une racine en établissant que le nombre de solutions d'une équation est majoré par son degré et en montrant que somme et produit des racines d'un polynôme se lisent sur le polynôme. Ces faits simples ouvrent la porte à de nombreuses et intéressantes activités. On peut par ailleurs revenir sur le cas des polynômes réels, en utilisant des techniques d'analyse.

Le plan euclidien  $\mathbb{R}^2$  peut être vu comme l'ensemble des nombres complexes. Cette observation prend tout son sens lorsqu'on réalise que de nombreuses notions de géométrie plane s'interprètent en termes de nombres complexes. On peut ainsi utiliser le calcul dans  $\mathbb{C}$  pour résoudre de nombreuses questions de géométrie et de trigonométrie ; une bonne maîtrise des raisonnements et techniques fondés sur ce principe est un des objectifs principaux de cette partie.

Les racines  $n$ -ièmes de l'unité fournissent par ailleurs un pont intéressant entre équations polynomiales et géométrie.

- **Histoire des mathématiques**

L'algèbre s'est longtemps identifiée à l'étude des équations polynomiales. La recherche de formules pour les racines analogues à celles du second degré a constitué un problème central chez les mathématiciens italiens de la Renaissance, notamment Tartaglia, Cardan, Bombelli, ou encore chez Descartes ou Girard, chez qui on voit apparaître des quantités complexes sous forme symboliques. Ces textes révèlent l'importance des notations en mathématiques ; ils soulignent la différence entre formules de résolution symbolique et méthodes d'approximation. Ils montrent aussi que la découverte de nouveaux objets mathématiques ne passe pas par les chemins qui semblent rétrospectivement les plus directs.