

L'étude générale des systèmes linéaires n'est pas un objectif du programme mais des exemples seront traités dans le contexte de la géométrie repérée : décomposition de vecteurs, intersections de plans, etc.

• Histoire des mathématiques

Véritable porte d'entrée sur l'infini, le raisonnement par récurrence a été formalisé comme principe fondamental de raisonnement par Pascal, et surtout par Peano et ses collaborateurs et avait été anticipé comme mode de démonstration par les mathématiciens anciens (nombres latéraux et diagonaux), médiévaux (al-Karaji, As-Samaw'al, Fibonacci) et renaissants (Maurolico).

Des propriétés arithmétiques du Triangle de Pascal étaient présentes dans les travaux combinatoires des mathématiques indiennes et chinoises. La combinatoire était un objet de prédilection des récréations mathématiques dès l'Antiquité et est encore présente chez des arithméticiens du XIXe siècle (Lucas, Delannoy, Laisant). Il est par ailleurs pertinent de souligner le développement récent des « mathématiques discrètes », motivé notamment par l'informatique et l'intelligence artificielle.

Les concepts sous-jacents à la notion de vecteur apparaissent comme modèles physiques dynamiques longtemps avant leur formalisation. On trouve un concept de force et la composition des forces chez Newton ; ces notions, comme celles de vitesse, sont présentes dans le calcul géométrique de Leibniz. Au XIXe siècle, la notion de vecteur va émerger comme objet algébrique et géométrique, comme transformation ou comme outil de repérage. Hamilton construit les vecteurs par une approche algébrique. Dans sa théorie des forces et des marées de 1839, Grassmann propose une approche géométrique qui étend à l'espace la notion de vecteur et lui associe des règles de calcul algébrique, notamment un « produit linéaire » utilisant la projection orthogonale et qui deviendra notre produit scalaire. À la fin du siècle, des auteurs proches des mathématiques comme de la physique (Maxwell, Gibbs, Heaviside ou Peano) dégagent les principes du calcul vectoriel à trois dimensions ou plus, lui donnant une dimension dynamique tout en établissant la structure d'espace vectoriel.

• Combinatoire et dénombrement

Les ensembles considérés dans cette section sont finis mais on introduit dans le cas général (ensembles quelconques) les notions suivantes : couple, triplet, k -uplet (ou k -liste) ; produit cartésien de deux, trois, k ensembles ; ensemble A^k des k -uplets d'éléments d'un ensemble A .

Contenus

- Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints.
- Principe multiplicatif : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k -uplets (ou k -listes) d'un ensemble à n éléments.
- Nombre des parties d'un ensemble à n éléments. Lien avec les n -uplets de $\{0,1\}$, les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments, les chemins dans un arbre, les issues dans une succession de n épreuves de Bernoulli.
- Nombre des k -uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Définition de $n!$ Nombre de permutations d'un ensemble fini à n éléments.
- Combinaisons de k éléments d'un ensemble à n éléments : parties à k éléments de l'ensemble. Représentation en termes de mots ou de chemins.
- Pour $0 \leq k \leq n$, formules :
$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$$
- Explicitation pour $k = 0, 1, 2$. Symétrie. Relation et triangle de Pascal.