**Approfondissements possibles**

- Approximation d'une aire par l'utilisation de suites adjacentes.
- Encadrement de $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ par des intégrales.

**Exemples d'algorithme**

- Méthodes des rectangles, des milieux, des trapèzes.
- Méthode de Monte-Carlo.
- Algorithme de Brouncker pour le calcul de ln(*2*).

## Probabilités

- ### Objectifs

Dans cette partie, on diversifie et on approfondit les modèles probabilistes rencontrés, en exploitant des situations où interviennent les probabilités conditionnelles, l'indépendance, les variables aléatoires. Un axe majeur est l'étude de la succession d'un nombre quelconque d'épreuves aléatoires indépendantes.

Le schéma de Bernoulli est fondamental : succession de $n$ épreuves identiques indépendantes à deux issues. L'univers est formalisé par $\{0,1\}^n$ (ou $\{a,b\}^n$) mais il importe d'exploiter la représentation à l'aide d'arbres, et de conserver l'intuition des situations concrètes familières : tirage avec remise dans une urne de Bernoulli, lancers de pièce, etc. L'indépendance des expériences se traduit par la propriété multiplicative : la probabilité d'une liste de résultats est égale au produit des probabilités des résultats.

On l'introduit en s'appuyant sur le programme de la classe de première, avant d'enrichir cette approche par de nouveaux outils. Une première étape est la traduction du schéma de Bernoulli en termes de variables aléatoires, ce qui conduit à introduire la notion de variables aléatoires indépendantes, l'indépendance étant prise ici au sens d'indépendance mutuelle.

Les deux premiers indicateurs relatifs à une variable aléatoire, l'espérance et la variance, ont été introduits en classe de première. On en approfondit l'étude dans le cadre des variables aléatoires finies. La linéarité de l'espérance donne un outil très puissant permettant de déterminer l'espérance d'une variable aléatoire sans avoir à en déterminer la loi. L'additivité de la variance pour les variables indépendantes est présentée dans le cadre de la succession d'épreuves indépendantes. Elle permet d'établir l'expression de la variance de la moyenne d'un échantillon d'une variable aléatoire.

Dans la troisième section, l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev explicite le rôle de la variance comme indicateur de dispersion. Tous ces outils se conjuguent pour établir l'inégalité de concentration pour la moyenne d'un échantillon d'une variable aléatoire, qui justifie l'apparition du facteur $1/\sqrt{n}$ en théorie de l'estimation, aperçue expérimentalement en classe de seconde, et permet d'aboutir à la démonstration de la loi des grands nombres.

- ### Histoire des mathématiques

La parution de l'*Ars Conjectandi* de Jacques Bernoulli (1713), reprenant notamment d'anciens travaux de Huygens, marque une rupture dans l'histoire des probabilités. On y trouve la première étude de la distribution binomiale, introduite dans le cadre d'un tirage sans remise pour un modèle d'urne.

Un résultat majeur de cet ouvrage est son « théorème d'or », la loi des grands nombres, qui relie fréquences et probabilité, valide le principe de l'échantillonnage et est le premier exemple de « théorème limite » en théorie des probabilités. Le mathématicien français Bienaymé (en 1853, publication en 1867) et le mathématicien russe Tchebychev (en 1867) démontrent l'inégalité qui porte leur nom, en parlant de fréquences d'échantillons plutôt que