

- Opérations sur les limites.

### Capacités attendues

- Déterminer dans des cas simples la limite d'une suite ou d'une fonction en un point, en  $\pm\infty$ , en utilisant les limites usuelles, les croissances comparées, les opérations sur les limites, des majorations, minorations ou encadrements, la factorisation du terme prépondérant dans une somme.
- Faire le lien entre l'existence d'une asymptote parallèle à un axe et celle de la limite correspondante.

### Démonstration

- Croissance comparée de  $x \mapsto x^n$  et  $\exp$  en  $+\infty$ .

### Approfondissements possibles

- Asymptotes obliques. Branches infinies.

## • Compléments sur la dérivation

L'étude de la dérivation, commencée en classe de première, est étendue par l'étude de la dérivée d'une fonction composée et l'introduction de la dérivée seconde.

L'étude des fonctions convexes permet de réinvestir et d'enrichir le travail entamé en classe de première sur les dérivées. Elles donnent l'occasion de raisonner en diversifiant les registres : représentations graphiques, tableaux de variations, expressions symboliques.

### Contenus

- Composée de deux fonctions, notation  $v \circ u$ . Relation  $(v \circ u)' = (v' \circ u) \times u'$  pour la dérivée de la composée de deux fonctions dérivables.
- Dérivée seconde d'une fonction.
- Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction deux fois dérivable, équivalence admise avec la position par rapport aux tangentes, la croissance de  $f'$ , la positivité de  $f''$ .
- Point d'inflexion.

### Capacités attendues

- Calculer la dérivée d'une fonction donnée par une formule simple mettant en jeu opérations algébriques et composition.
- Calculer la fonction dérivée, déterminer les limites et étudier les variations d'une fonction construite simplement à partir des fonctions de référence.
- Démontrer des inégalités en utilisant la convexité d'une fonction.
- Esquisser l'allure de la courbe représentative d'une fonction  $f$  à partir de la donnée de tableaux de variations de  $f$ , de  $f'$  ou de  $f''$ .
- Lire sur une représentation graphique de  $f$ , de  $f'$  ou de  $f''$  les intervalles où  $f$  est convexe, concave, et les points d'inflexion. Dans le cadre de la résolution de problème, étudier et utiliser la convexité d'une fonction.

### Démonstration

- Si  $f''$  est positive, alors la courbe représentative de  $f$  est au-dessus de ses tangentes.

### Approfondissements possibles

- Courbe de Lorenz.
- Dérivée  $n$ -ième d'une fonction.
- Inégalité arithmético-géométrique.