La réalisation géométrique des nombres complexes apparaît plus tard chez Gauss, Argand ou Mourey, où l'on trouve un lien entre les nombres complexes et la tentative de formaliser ce qui deviendra les vecteurs. Une illustration de l'efficacité de ce lien entre calcul et géométrie est le calcul de cos(π/5), qu'on peut mettre en perspective avec la construction du pentagone régulier dans les *Éléments* d'Euclide. Klein introduit, dans son programme d'Erlangen, un point de vue sur la géométrie qui transparaît dans l'étude des similitudes directes du plan complexe.

Les nombres complexes, introduits pour des raisons internes aux mathématiques, sont désormais des outils importants en physique (électricité notamment) et économie (cycle de croissance, de prix).

- **Nombres complexes : point de vue algébrique**

Contenus

- Ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes. Partie réelle et partie imaginaire. Opérations.
- Conjugaison. Propriétés algébriques.
- Inverse d'un nombre complexe non nul.
- Formule du binôme dans $\mathbb{C}$.

Capacités attendues

- Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes.
- Résoudre une équation linéaire $az = b$.
- Résoudre une équation simple faisant intervenir z et $\bar{z}$.

Démonstrations

- Conjugué d'un produit, d'un inverse, d'une puissance entière.
- Formule du binôme.

- **Nombres complexes : point de vue géométrique**

Contenus

- Image d'un nombre complexe. Image du conjugué. Affixe d'un point, d'un vecteur.
- Module d'un nombre complexe. Interprétation géométrique.
- Relation $|z|^2 = z\bar{z}$. Module d'un produit, d'un inverse.
- Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1. Stabilité de $\mathbb{U}$ par produit et passage à l'inverse.
- Arguments d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique.
- Forme trigonométrique.

Capacités attendues

- Déterminer le module et les arguments d'un nombre complexe.
- Représenter un nombre complexe par un point. Déterminer l'affixe d'un point.

Démonstrations

- Formule $|z|^2 = z\bar{z}$. Module d'un produit. Module d'une puissance.

Problèmes possibles

- Suite de nombres complexes définie par $z_{n+1} = az_n + b$.
- Inégalité triangulaire pour deux nombres complexes ; cas d'égalité.
- Étude expérimentale de l'ensemble de Mandelbrot, d'ensembles de Julia.