Au début du XIXe siècle, la modélisation des erreurs de mesure va devenir centrale pour faire de la statistique une science à part entière. Lagrange et Laplace développent une approche probabiliste de la théorie des erreurs. Gauss (1809, 1821), après Legendre (1805), imagine une méthode des moindres carrés qu'il applique avec succès à la prédiction de la position d'un astéroïde. Il y propose de comprendre l'écart-type comme une « erreur moyenne à craindre ».

L'introduction de méthodes statistiques en sociologie est l'œuvre du mathématicien et astronome belge Quételet dans les années 1830. Il réfléchit à la distribution de données autour de la moyenne, ce qui sera approfondi notamment par l'Anglais Galton. De son côté, Pearson s'intéresse à la corrélation entre variables quantitatives, à la base de la régression linéaire. Au XXe siècle, Student et Fisher développent la biométrie et précisent la différence entre le domaine des probabilités et celui d'une statistique devenue mathématique.

Aujourd'hui, les statistiques jouent un rôle essentiel dans les algorithmes de l'intelligence artificielle et de l'apprentissage machine.

- **Lois discrètes**

Contenus

- Loi uniforme sur $\{1,2,\ldots,n\}$. Espérance.
- Épreuve de Bernoulli. Loi de Bernoulli : définition, espérance et écart type.
- Schéma de Bernoulli. Représentation par un arbre.
- Coefficients binomiaux : définition (nombre de façons d'obtenir k succès dans un schéma de Bernoulli de taille n), triangle de Pascal, symétrie.
- Variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$. Interprétation : nombre de succès dans le schéma de Bernoulli. Expression, espérance et écart type (admis). Représentation graphique.
- Loi géométrique : définition, expression, espérance (admise), représentation graphique et propriété caractéristique (loi sans mémoire).

Capacités attendues

- Identifier des situations où une variable aléatoire suit une loi de Bernoulli, une loi binomiale ou une loi géométrique.
- Déterminer des coefficients binomiaux à l'aide du triangle de Pascal.
- Dans le cas où X suit une loi binomiale, calculer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, les probabilités des événements de type $P(X=k)$ ou $P(X \leqslant k)$, etc. Calculer explicitement ces probabilités pour une variable aléatoire suivant une loi géométrique.
- Dans le cas où X suit une loi binomiale, déterminer un intervalle I pour lequel la probabilité $P(X \in I)$ est inférieure à une valeur donnée α, ou supérieure à $1 - \alpha$.
- Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser l'espérance des lois précédentes.
- Utiliser en situation la caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire.
- Calculer des probabilités dans des situations faisant intervenir des probabilités conditionnelles, des répétitions d'expériences aléatoires.

Démonstrations possibles

- Espérance et écart type d'une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli.
- Espérance d'une variable aléatoire uniforme sur $\{1,2,\ldots,n\}$.
- Espérance d'une variable aléatoire suivant une binomiale ($n \leqslant 3$).
- Caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire.

© Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse > www.education.gouv.fr