$1^{\text{ère}}$ Exercices : Factorisation des trinômes de degré 2

■ Exercice 1 – Calcul de discriminants / 4

Pour chaque trinôme ci-dessous, calculer le discriminant Δ

1. x^2+4x+5 **2.** $2x^2-x-6$ **3.** $-2x^2-4x-7$ **4.** $-x^2+2x+3$

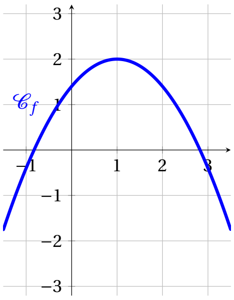
■ Exercice 2 – Nombre de solutions / 4

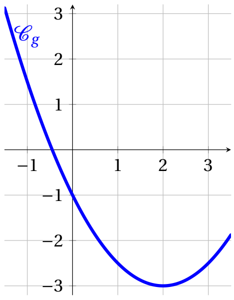
Déterminer le nombre de solutions réelles de chaque équation ci-dessous.

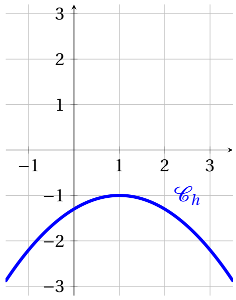
1. $x^2+3x+2=0$ **2.** $2x^2-5x+7=0$ **3.** $-\dfrac{1}{3}x^2+2x-3=0$ **4.** $2x^2+7x+11=0$

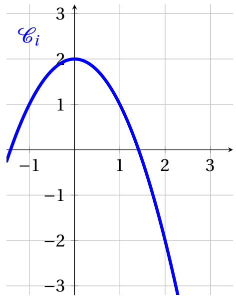
■ Exercice 3 – Signe du discriminant / 4

Pour chaque fonction représentée ci dessous, déterminer le signe de Δ.









■ Exercice 4 – Résolution d'équations / 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1. $3x^2-9x-12=0$ **2.** $2x^2+5x+7=0$ **3.** $2x^2-2x+\dfrac{1}{2}=0$

■ Exercice 5 – Racines de trinômes / 3

Déterminer, si elles existent, les racines des trinômes suivants :

1. $f(x)=-2x^2+3x-4$ **2.** $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2-4x+8$ **3.** $h(x)=-x^2-2x+35$

■ Exercice 6 – Nombres consécutifs / 3

Déterminer deux nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 4141

■ Exercice 7 – Équations quotients / 4

Résoudre les équations suivantes :

1. $\dfrac{5x^2-12{,}5x-7{,}5}{3-x}=0$ **2.** $\dfrac{x+20}{10}=\dfrac{10}{x}$

■ Exercice 8 – Programme de calcul ★★☆ / 3

On considère le programme de calcul ci-après :

1. Si on choisit le nombre 5, quel nombre obtient-on ?

2. Pour quel nombre de départ obtient on 91 ?

Code Python

```python
a=eval(input(("Choisir un nombre"))
b=a**2
c=b+2*a
d=c-8
print("Le resultat est ",d)
```

■ Exercice 9 – Somme et produit ★★☆ / 3

Trouver deux entiers dont la somme est égale à 40 et le produit à 375

■ Exercice 10 – Polygone et aires ★★★ / 6

Soit ABCD un carré de coté xcm et BEC un triangle isocèle en E de hauteur $2cm$.
On note $A(x)$ l'aire du polygone ABECD en cm^2.

1. Faire un dessin représentant la situation.

2. Quelles valeurs peut prendre x ?

3. Déterminer l'expression de $A(x)$ en fonction de x.

4. Quelle est la valeur de $A(x)$ si x est égal à 5 ?

5. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $A(x) = 24,75$?

■ Exercice 11 – Équation paramétrique ★★★ / 6

On considère l'équation $(m+8)x^2+mx+1=0$. Pour quelles valeurs de m cette équation admet-elle une unique solution ?

■ Exercice 12 – Équations degré 3 ★★★ / 5

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
On veut résoudre l'équation $f(x) = 0$.

a. Vérifier que 1 est solution de l'équation $f(x) = 0$.

b. Montrer que l'on peut écrire $f(x)$ sous la forme $(x-1)(ax^2+bx+c)$ en développant et en identifiant les coefficients. On donnera les valeurs de a, b, et c.

c. Résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

d. En déduire toutes les solutions de $f(x) = 0$, et la forme factorisée de f.

2. On souhaite maintenant résoudre l'équation $2x^3 - 20x^2 - 618x + 1980 = 0$.

a. Vérifier que 3 est solution, puis écrire le premier terme de l'équation sous la forme $(x-3) \times g(x)$, avec $g(x)$ un polynôme de degré 2.

b. En déduire toutes les solutions de l'équation.

■ Exercice 13 – Somme et produit de racines

/ 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$.

1. Calculer le discriminant Δ.

2. Vérifier que $\Delta > 0$, et en déduire le nombre de racines de f.

3. Sans calculer les racines, déterminer leur somme et leur produit.

■ Exercice 14 – Trouver une racine

/ 3,5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 4x - 1$.

1. Combien de racines f admet-elle ?

2. Vérifier que $f(1) = 0$.

3. En utilisant la somme ou le produit des racines, trouver toutes les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

■ Exercice 15 – Tableaux de signes

/ 6

Dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

1. $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$.

2. $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$.

3. $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$.

■ Exercice 16 – Inéquations du second degré

/ 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $5x^2 - 50,5x + 5 < 0$

2. $x^2 + x + 1 > 0$

3. $3x^2 - 4x + \frac{4}{3} \leqslant 0$

4. $-2x^2 + 3x - 6 < 0$

■ Exercice 17 – Bénéfice d'entreprise

/ 5

Une entreprise produit entre 0 et 50 balançoires par jour.
Le coût de fabrication de x balançoires, en euros, est donné par la fonction suivante : $f(x) = x^2 + 230x + 325$
Chaque balançoire est vendue 300€, et toute la production est vendue.

1. Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par l'entreprise en fonction de x.

2. Étudier les variations de la fonction B.

3. En déduire le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.

4. Combien de balançoires l'entreprise doit-elle produire et vendre pour être rentable ?

■ Exercice 18 – Formes factorisées

/ 6

Pour chaque trinôme ci-dessous, déterminer, si elle existe, sa forme factorisée :

1. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 12,5$

2. $g(x) = 4x^2 + 4x - 8$

3. $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$

4. $i(x) = 3x^2 - 2x + 2,4$

■ Exercice 19 – Identité remarquable

/ 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4(x-1)^2 - 16$.

1. Écrire $f(x)$ sous la forme $a^2 - b^2$

2. En utilisant une identité remarquable, en déduire la forme factorisée de f.

■ Exercice 20 – Formes et équations ★★★ / 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 27$

1. Déterminer la forme canonique de f, en utilisant les identités remarquables.

2. Déterminer la forme factorisée de f, en utilisant les identités remarquables.

3. En utilisant la forme adaptée, résoudre :

a. $f(x) = 0$ **b.** $f(x) = -27$ **c.** $f(x) = -36$

4. Soit g le fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$.

a. Vérifier que 1 est racine de g.

b. En utilisant la somme et le produit des racines, déterminer la valeur de l'autre racine de g.

5. Résoudre $f(x) < g(x)$

■ Exercice 21 – Signes sans calcul ★★☆ / 3

Sans calcul, dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci dessous.

1. $f(x) = 2(x+2)(x-3)$ **2.** $g(x) = -2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ **3.** $h(x) = x^2 + 5$

■ Exercice 22 – Tableaux de signes bis ★★☆ / 6

Dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

1. $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$ **2.** $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$ **3.** $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$

■ Exercice 23 – Inéquations sans Delta ★★☆ / 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes sans utiliser le discriminant.

1. $x^2 - 2x > 0$ **2.** $x^2 - 81 \leqslant 0$ **3.** $(x-1,5)(x+2,8) > 0$ **4.** $x^2 + 20 < 0$

■ Exercice 24 – Inéquations variées ★★☆ / 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $3x^2 - 4x + \frac{4}{3} \leqslant 0$ **2.** $5x^2 - 50,5x + 5 < 0$ **3.** $x^2 + x + 1 > 0$ **4.** $-2x^2 + 3x - 6 < 0$

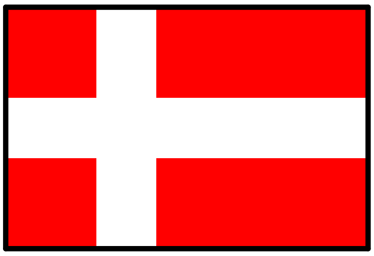
■ Exercice 25 – Inéquations produits ★★★ / 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $(3x^2 + x + 2)(x+3) \leqslant 0$ **2.** $(5x^2 - x + 3)(3 - 2x) < 0$ **3.** $(-x^2 + x - 7)(3x^2 - x + 2) \geqslant 0$

■ Exercice 26 – Drapeau danois ★★★ / 6

Le drapeau danois est formé par deux bandes de **même** largeur, comme sur la figure ci-contre. Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ? (dimensions du drapeau : 3 m × 2 m)



■ Exercice 27 – Chute libre   ★★☆   / 3

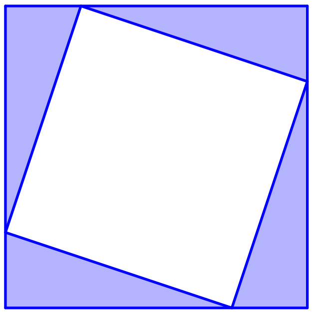
Un parachutiste saute d'un avion sans vitesse initiale.
Dans cet exercice, on néglige les frottements de l'air. Avant de déployer son parachute, son altitude en mètres est donnée par la fonction $h(t) = -4,9t^2 + 3500$, ou t désigne le temps en secondes.

1. A quelle altitude était l'avion lors du saut ?

2. Le parachute doit être déployé à une altitude de 1500 m. Au bout de combien de temps le parachutiste doit-il déployer son parachute ?

■ Exercice 28 – Carrés emboîtés   ★★★   / 7

Soit $ABCD$ un carré de coté 5 cm. E, F, G et H sont des points appartenant aux cotés du carré tels que $AE{=}BF{=}CG{=}DH{=}x$. On admet que $EFGH$ est aussi un carré.



1. Quelle est l'aire du quadrilatère $EFGH$?

2. Pour quelle valeur de x cette aire est-elle minimale ? Quelle est la valeur de l'aire minimale ?

3. Pour quelle(s) valeur(s) de x cette aire est-elle égale à $14,12$ cm^2

4. Pour quelle(s) valeur(s) de x cette aire est-elle inférieure ou égale à 13 cm^2

■ Exercice 29 – Urne et probabilités   ★★½   / 4

Une urne contient une boule rouge et n boules blanches. On tire successivement, et avec remise, deux boules dans l'urne.

1. Représenter l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilité.

2. Exprimer en fonction de n la probabilité des évènements :

a. M : « Les deux boules sont de la même couleur. »

b. N : « Les deux boules sont de couleur différente. »

3. On sait que $p(M) = 5,05 \times p(N)$. Déterminer la valeur de n.

Solution de l'Exercice 1

1. Pour x^2+4x+5 :
On a $a=1$, $b=4$ et $c=5$
$\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times1\times5=16-20=-4$

2. Pour $2x^2-x-6$:
On a $a=2$, $b=-1$ et $c=-6$
$\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times2\times(-6)=1+48=49$

3. Pour $-2x^2-4x-7$:
On a $a=-2$, $b=-4$ et $c=-7$
$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times(-2)\times(-7)=16-56=-40$

4. Pour $-x^2+2x+3$:
On a $a=-1$, $b=2$ et $c=3$
$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times(-1)\times3=4+12=16$

Solution de l'Exercice 2

1. Pour $x^2+3x+2=0$:
On a $a=1$, $b=3$ et $c=2$
$\Delta=b^2-4ac=3^2-4\times1\times2=9-8=1$
Comme $\Delta=1>0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes.

2. Pour $2x^2-5x+7=0$:
On a $a=2$, $b=-5$ et $c=7$
$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times7=25-56=-31$
Comme $\Delta=-31<0$, l'équation n'admet pas de solution réelle.

3. Pour $-\frac{1}{3}x^2+2x-3=0$:
On a $a=-0.333333$, $b=2$ et $c=-3$
$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times(-0.333333)\times(-3)=4-3{,}999\,996=0$
Comme $\Delta=0$, l'équation admet une solution unique.

4. Pour $2x^2+7x+11=0$:
On a $a=2$, $b=7$ et $c=11$
$\Delta=b^2-4ac=7^2-4\times2\times11=49-88=-39$
Comme $\Delta=-39<0$, l'équation n'admet pas de solution réelle.

Solution de l'Exercice 3

1. **Figure 1 :** La parabole coupe l'axe des abscisses en deux points distincts donc $\Delta>0$

2. **Figure 2 :** La parabole est tangente à l'axe des abscisses (un seul point d'intersection) donc $\Delta=0$

3. **Figure 3 :** La parabole ne coupe pas l'axe des abscisses donc $\Delta<0$

4. **Figure 4 :** La parabole coupe l'axe des abscisses en deux points distincts donc $\Delta>0$

Solution de l'Exercice 4

1. Pour $3x^2-9x-12=0$:

Coefficients : $a=3,\ b=-9,\ c=-12$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-9)^2-4\times3\times(-12)=81+144=225$

Deux racines : $\Delta=225>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9-\sqrt{225}}{2\times3}=\frac{9-15}{6}=\frac{-6}{6}=-1$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9+\sqrt{225}}{2\times3}=\frac{9+15}{6}=\frac{24}{6}=4$$

Solution de l'équation : $S=\{-1;4\}$

2. Pour $2x^2+5x+7=0$:

Coefficients : $a=2,\ b=5,\ c=7$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=5^2-4\times2\times7=25-56=-31$

Aucune racine : $\Delta=-31<0$ donc l'équation n'admet pas de solution réelle.
$S=\varnothing$

3. Pour $2x^2-2x+\dfrac{1}{2}=0$:

Coefficients : $a=2,\ b=-2,\ c=0.5$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times2\times0.5=4-4=0$

Racine double : $\Delta=0$ donc l'équation admet une solution double :
$$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2\times2}=\frac{2}{2\times2}=-\frac{2}{4}=0{,}5$$
Solution de l'équation : $S=\{0.5\}$

Solution de l'Exercice 5

1. Pour $f(x)=-2x^2+3x-4$:

Coefficients : $a=-2,\ b=3,\ c=-4$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=3^2-4\times(-2)\times(-4)=9-32=-23$

Aucune racine : $\Delta=-23<0$ donc l'équation n'admet pas de solution réelle.
$S=\varnothing$

2. Pour $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2-4x+8$:

Coefficients : $a=0.5,\ b=-4,\ c=8$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times0.5\times8=16-16=0$

Racine double : $\Delta=0$ donc l'équation admet une solution double :
$$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\times0.5}=\frac{4}{2\times0.5}=-\frac{4}{1}=4$$
Solution de l'équation : $S=\{4\}$

3. Pour $h(x)=-x^2-2x+35$:

Coefficients : $a=-1,\ b=-2,\ c=35$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times(-1)\times35=4+140=144$

Deux racines : $\Delta=144>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2-\sqrt{144}}{2\times(-1)}=\frac{2-12}{-2}=\frac{-10}{-2}=5$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2+\sqrt{144}}{2\times(-1)}=\frac{2+12}{-2}=\frac{14}{-2}=-7$$

Solution de l'équation : $S=\{5;-7\}$

Solution de l'Exercice 6

Soit n le premier nombre, le suivant est $n+1$.
On a donc : $n^2+(n+1)^2=4141$
$n^2+n^2+2n+1=4141$
$2n^2+2n+1=4141$
$2n^2+2n-4140=0$
On divise par 2 : $n^2+n-2070=0$

Coefficients : $a=1,\ b=1,\ c=-2070$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-2070)=1+8280=8281$

Deux racines : $\Delta=8281>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-\sqrt{8281}}{2\times1}=\frac{-1-91}{2}=\frac{-92}{2}=-46$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1+\sqrt{8281}}{2\times1}=\frac{-1+91}{2}=\frac{90}{2}=45$$

Solution de l'équation : $S=\{-46;45\}$
On garde la solution positive : $n=45$
Les deux nombres sont donc 45 et 46.
Vérification : $45^2+46^2=2025+2116=4141$ ✓

Solution de l'Exercice 7

1. $\dfrac{5x^2-12,5x-7,5}{3-x}=0$

Une fraction est nulle si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul.
Condition d'existence : $3-x\neq0$ donc $x\neq3$
On résout $5x^2-12,5x-7,5=0$:

Coefficients : $a=5,\ b=-12.5,\ c=-7.5$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-12.5)^2-4\times5\times(-7.5)=156,25+150=306,25$

Deux racines : $\Delta=306,25>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{12.5-\sqrt{306,25}}{2\times5}=\frac{12.5-17,5}{10}=\frac{-5}{10}=-0,5$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{12.5+\sqrt{306,25}}{2\times5}=\frac{12.5+17,5}{10}=\frac{30}{10}=3$$

Solution de l'équation : $S=\{-0,5;3\}$
Les solutions sont 3 et $-0,5$. Mais $x=3$ est exclu, donc $S=\{-0,5\}$

2. $\dfrac{x+20}{10}=\dfrac{10}{x}$

Condition d'existence : $x\neq0$
On multiplie en croix : $x(x+20)=10\times10$
$x^2+20x=100$
$x^2+20x-100=0$

Coefficients : $a=1,\ b=20,\ c=-100$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=20^2-4\times1\times(-100)=400+400=800$

Deux racines : $\Delta=800>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-20-\sqrt{800}}{2\times1}=\frac{-20-\sqrt{800}}{2}$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-20+\sqrt{800}}{2\times1}=\frac{-20+\sqrt{800}}{2}$$

Solution de l'équation : $S=\{\frac{-20-\sqrt{800}}{2};\frac{-20+\sqrt{800}}{2}\}$

Solution de l'Exercice 8

1. Si $a=5$: $b=5^2=25,\ c=25+2\times5=35,\ d=35-8=27$

On obtient **27**.

2. Le programme calcule : a^2+2a-8

On cherche a tel que $a^2+2a-8=91$

$a^2+2a-8=91$

$a^2+2a-99=0$

Coefficients : $a=1,\ b=2,\ c=-99$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times1\times(-99)=4+396=400$

Deux racines : $\Delta=400>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-\sqrt{400}}{2\times1}=\frac{-2-20}{2}=\frac{-22}{2}=-11$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+\sqrt{400}}{2\times1}=\frac{-2+20}{2}=\frac{18}{2}=9$$

Solution de l'équation : $S=\{-11;9\}$

Solution de l'Exercice 9

Soit x et y les deux nombres.

On a : $\begin{cases}x+y=40\\ xy=375\end{cases}$

De la première équation : $y=40-x$

En substituant dans la seconde : $x(40-x)=375$

$40x-x^2=375$

$-x^2+40x-375=0$ ou $x^2-40x+375=0$

Coefficients : $a=1,\ b=-40,\ c=375$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-40)^2-4\times1\times375=1\,600-1\,500=100$

Deux racines : $\Delta=100>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{40-\sqrt{100}}{2\times1}=\frac{40-10}{2}=\frac{30}{2}=15$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{40+\sqrt{100}}{2\times1}=\frac{40+10}{2}=\frac{50}{2}=25$$

Solution de l'équation : $S=\{15;25\}$

Les deux nombres sont 15 et 25.

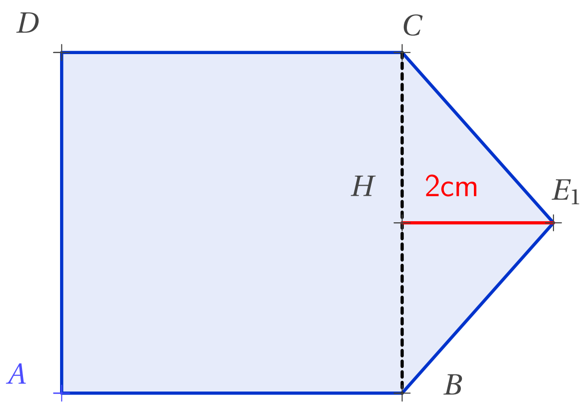
Vérification : $15+25=40$ et $15\times25=375$ ✓

Solution de l'Exercice 10

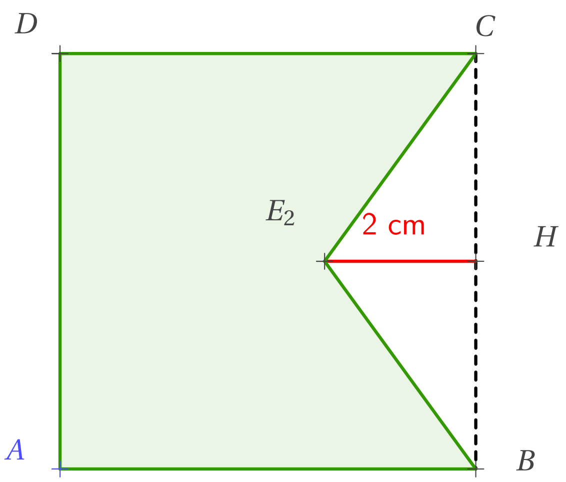
1. Il y a deux cas possibles : E est **intérieur au carré**, ou E est **extérieur au carré**.

⚠ Dans la suite de l'exercice, on traitera uniquement le cas avec E **extérieur** au carré.
L'autre cas se traite de la même manière que le premier et la solution est fournie dans la seconde image pour auto-vérification.

Le cas avec E extérieur :



Le cas avec E intérieur :



2. $x > 0$ (côté strictement positif)

3. $A(x) = \text{Aire carré} + \text{Aire triangle} = x^2 + \dfrac{x \times 2}{2} = x^2 + x$

4. $A(5) = 5^2 + 5 = 25 + 5 = 30\ \text{cm}^2$

5. On résout $x^2 + x = 24,75$:
$x^2 + x - 24,75 = 0$

Coefficients : $a = 1,\ b = 1,\ c = -24.75$

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-24.75) = 1 + 99 = 100$

Deux racines : $\Delta = 100 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{100}}{2\times 1} = \frac{-1-10}{2} = \frac{-11}{2} = -5{,}5$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{100}}{2\times 1} = \frac{-1+10}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$$

Solution de l'équation : $S = \{-5{,}5; 4{,}5\}$
Comme $x > 0$, on garde $x = 4,5$ cm.

Solution de l'Exercice 11

Une équation du second degré admet une unique solution si et seulement si son discriminant est nul.
On a : $a = m+8,\ b = m,\ c = 1$
Discriminant de l'équation en x (en fonction de m) :
$\Delta_x = b^2 - 4ac = m^2 - 4(m+8)(1) = m^2 - 4m - 32$
On cherche $\Delta_x = 0$:
$m^2 - 4m - 32 = 0$

Résolution de l'équation en m :

Coefficients : $a=1,\ b=-4,\ c=-32$	**Discriminant :** $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times(-32)=16+128=144$

Deux racines : $\Delta=144>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{4-\sqrt{144}}{2\times1}=\dfrac{4-12}{2}=\dfrac{-8}{2}=-4$	$x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{4+\sqrt{144}}{2\times1}=\dfrac{4+12}{2}=\dfrac{16}{2}=8$

Solution de l'équation : $S=\{-4;8\}$

L'équation en x admet une unique solution pour $m=-4$ ou $m=8$.

Solution de l'Exercice 12

1. Partie 1 :

a. $f(1)=1^3-2(1)^2-5(1)+6=1-2-5+6=0$ ✓

b. On développe $(x-1)(ax^2+bx+c)=ax^3+bx^2+cx-ax^2-bx-c=ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$

Par identification avec x^3-2x^2-5x+6 :

- Coefficient de x^3 : $a=1$
- Coefficient de x^2 : $b-a=-2$ donc $b=-2+1=-1$
- Coefficient de x : $c-b=-5$ donc $c=-5-1=-6$
- Terme constant : $-c=6$ donc $c=-6$ ✓

Donc $a=1,\ b=-1,\ c=-6$

c. On résout $x^2-x-6=0$:

Coefficients : $a=1,\ b=-1,\ c=-6$	**Discriminant :** $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-6)=1+24=25$

Deux racines : $\Delta=25>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{1-\sqrt{25}}{2\times1}=\dfrac{1-5}{2}=\dfrac{-4}{2}=-2$	$x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{1+\sqrt{25}}{2\times1}=\dfrac{1+5}{2}=\dfrac{6}{2}=3$

Solution de l'équation : $S=\{-2;3\}$

d. Les solutions de $f(x)=0$ sont $x=1,\ x=-2$ et $x=3$

Forme factorisée : $f(x)=(x-1)(x+2)(x-3)$

2. Partie 2 :

a. $2(3)^3-20(3)^2-618(3)+1980=54-180-1854+1980=0$ ✓

Par division euclidienne ou identification : $2x^3-20x^2-618x+1980=(x-3)(2x^2-14x-660)$

b. On résout $2x^2-14x-660=0$ ou $x^2-7x-330=0$:

Coefficients : $a=1,\ b=-7,\ c=-330$	**Discriminant :** $\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times1\times(-330)=49+1320=1369$

Deux racines : $\Delta=1369>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{7-\sqrt{1369}}{2\times1}=\dfrac{7-37}{2}=\dfrac{-30}{2}=-15$	$x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{7+\sqrt{1369}}{2\times1}=\dfrac{7+37}{2}=\dfrac{44}{2}=22$

Solution de l'équation : $S=\{-15;22\}$

Les solutions sont $x=3,\ x=-15$ et $x=22$

Solution de l'Exercice 13

1. On a $a=2$, $b=-5$ et $c=1$
$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times1=25-8=17$

2. On a $\Delta=17>0$, donc f admet deux racines réelles distinctes.

3. D'après les formules de Viète :
Somme des racines : $S=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-5}{2}=\dfrac{5}{2}$
Produit des racines : $P=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$

Solution de l'Exercice 14

1. On a $a=5$, $b=-4$ et $c=-1$
$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times5\times(-1)=16+20=36$
Comme $\Delta=36>0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes.

2. $f(1)=5(1)^2-4(1)-1=5-4-1=0$ ✓

3. Notons $x_1=1$ et x_2 l'autre racine.
Méthode 1 (produit) : $x_1\times x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-1}{5}$
Donc $1\times x_2=-\dfrac{1}{5}$ d'où $x_2=-\dfrac{1}{5}$
Méthode 2 (somme) : $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-4}{5}=\dfrac{4}{5}$
Donc $1+x_2=\dfrac{4}{5}$ d'où $x_2=\dfrac{4}{5}-1=-\dfrac{1}{5}$
Les solutions sont $S=\{-\dfrac{1}{5};1\}$

Solution de l'Exercice 15

1. Pour $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$:
On a $a = 2$, $b = -4$ et $c = -16$
$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times (-16) = 16 + 128 = 144$
$\Delta = 144 > 0$ donc deux racines :
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 - \sqrt{144}}{2 \times 2} = \dfrac{4 - 12}{4} = \dfrac{-8}{4} = -2$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 + \sqrt{144}}{2 \times 2} = \dfrac{4 + 12}{4} = \dfrac{16}{4} = 4$
Tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. Pour $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$:
On a $a = 9$, $b = 24$ et $c = 16$
$\Delta = b^2 - 4ac = 24^2 - 4 \times 9 \times 16 = 576 - 576 = 0$
$\Delta = 0$ donc une racine double :
$x_0 = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{24}{2 \times 9} = -\dfrac{24}{2 \times 9} = \dfrac{24}{18} = -1{,}3333$
Tableau de signes :

x	$-\infty$		-1.3333		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

3. Pour $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$:
On a $a = 2$, $b = -5$ et $c = 6$
$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 6 = 25 - 48 = -23$
$\Delta = -23 < 0$ donc pas de racine réelle.
Le trinôme est toujours du signe de $a = 2 > 0$, donc toujours positif.
Tableau de signes :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Solution de l'Exercice 16

1. Pour $5x^2-50,5x+5<0$:
On a $a=5$, $b=-50{,}5$, $c=5$
$\Delta=b^2-4ac=(-50{,}5)^2-4\times5\times5=2550{,}25-100=2450{,}25>0$
Donc deux racines : $x_1=\dfrac{50{,}5-\sqrt{2450{,}25}}{10}=0{,}1$ et $x_2=\dfrac{50{,}5+\sqrt{2450{,}25}}{10}=10$
Tableau de signes : $a=5>0$, donc f négative entre les racines.
$S=\left[0{,}1;10\right[$

2. Pour $x^2+x+1>0$:
On a $a=1$, $b=1$, $c=1$
$\Delta=1^2-4\times1\times1=1-4=-3<0$
Pas de racine réelle. Comme $a=1>0$, le trinôme est toujours positif.
$S=\mathbb{R}$

3. Pour $3x^2-4x+\dfrac{4}{3}\leqslant0$:
On a $a=3$, $b=-4$ et $c=\dfrac{4}{3}$
$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times3\times\dfrac{4}{3}=16-16=0$
Donc le trinôme admet une racine double :
$x_0=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{4}{2\times3}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$
Comme $a>0$ et $\Delta=0$, le trinôme est positif ou nul, et s'annule uniquement en $x_0=\dfrac{2}{3}$.
L'inéquation $3x^2-4x+\dfrac{4}{3}\leqslant0$ n'est vérifiée que pour $x=\dfrac{2}{3}$.
$S=\{\dfrac{2}{3}\}$

4. Pour $-2x^2+3x-6<0$:
On a $a=-2$, $b=3$, $c=-6$
$\Delta=3^2-4\times(-2)\times(-6)=9-48=-39<0$
Pas de racine réelle. Comme $a=-2<0$, le trinôme est toujours négatif.
$S=\mathbb{R}$

Solution de l'Exercice 17

1. Bénéfice = Recettes - Coûts
$B(x) = 300x - (x^2 + 230x + 325) = 300x - x^2 - 230x - 325 = -x^2 + 70x - 325$

2. Forme canonique : $B(x) = -x^2 + 70x - 325 = -(x^2 - 70x) - 325$
$= -(x^2 - 70x + 35^2 - 35^2) - 325 = -(x-35)^2 + 1225 - 325 = -(x-35)^2 + 900$
Le sommet est en $(35;900)$. Comme $a = -1 < 0$, la parabole est tournée vers le bas.
B est croissante sur $[0;35]$ et décroissante sur $[35;50]$.

3. Le bénéfice maximal est atteint pour $x = 35$ balançoires, et vaut 900€.

4. On cherche $B(x) \geq 0$:
$-x^2 + 70x - 325 \geq 0$ ou $x^2 - 70x + 325 \leq 0$

Coefficients : $a = 1,\ b = -70,\ c = 325$

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = (-70)^2 - 4 \times 1 \times 325 = 4900 - 1300 = 3600$

Racines : $\Delta = 3600 > 0$ donc le trinôme admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{70-\sqrt{3600}}{2\times 1} = \frac{70-60}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{70+\sqrt{3600}}{2\times 1} = \frac{70+60}{2} = \frac{130}{2} = 65$$

Tableau de signes de $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$:
On a $a = 1 > 0$ et $x_1 = 5$ et $x_2 = 65$ donc $5 < 65$

x	$-\infty$		5		65		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	0	+	

Solution de l'inéquation :
On cherche où le trinôme est ≤ 0, donc les signes − et 0 :
$\boxed{S = [5;65]}$

Solution de l'Exercice 18

1. Pour $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 12{,}5$:
On a $a = -0.5$, $b = 5$ et $c = -12.5$
$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times (-0.5) \times (-12.5) = 25 - 25 = 0$
$\Delta = 0$ donc f admet une racine double : $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2 \times (-0.5)} = -\frac{5}{2 \times (-0.5)} = \frac{5}{-1} = 5$

Forme factorisée : $f(x) = -\frac{1}{2}(x-5)^2$

2. Pour $g(x) = 4x^2 + 4x - 8$:

Coefficients : $a = 4$, $b = 4$, $c = -8$	**Discriminant :** $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 4 \times (-8) = 16 + 128 = 144$

Deux racines : $\Delta = 144 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-\sqrt{144}}{2 \times 4} = \frac{-4-12}{8} = \frac{-16}{8} = -2$	$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+\sqrt{144}}{2 \times 4} = \frac{-4+12}{8} = \frac{8}{8} = 1$

Solution de l'équation : $S = \{-2; 1\}$
Forme factorisée : $g(x) = 4(x+2)(x-1)$

3. Pour $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$:
On a $a = 2$, $b = -5$ et $c = 6$
$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 6 = 25 - 48 = -23$
$\Delta = -23 < 0$ donc h n'admet pas de forme factorisée dans $\mathbb{R}$.

4. Pour $i(x) = 3x^2 - 2x + 2{,}4$:
On a $a = 3$, $b = -2$ et $c = 2.4$
$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 3 \times 2.4 = 4 - 28{,}8 = -24{,}8$
$\Delta = -24{,}8 < 0$ donc i n'admet pas de forme factorisée dans $\mathbb{R}$.

Solution de l'Exercice 19

1. $f(x) = 4(x-1)^2 - 16 = [2(x-1)]^2 - 4^2$
Donc $f(x) = [2(x-1)]^2 - 4^2$ avec $a = 2(x-1)$ et $b = 4$

2. En utilisant $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$:
$f(x) = [2(x-1) - 4][2(x-1) + 4]$
$= [2x - 2 - 4][2x - 2 + 4]$
$= (2x - 6)(2x + 2)$
$= 2(x-3) \times 2(x+1)$
$= 4(x-3)(x+1)$

Solution de l'Exercice 20

1. Forme canonique :
$f(x) = x^2 - 6x - 27 = (x^2 - 6x) - 27$
$= (x^2 - 6x + 9 - 9) - 27$
$= (x-3)^2 - 9 - 27$
$= (x-3)^2 - 36$

2. Forme factorisée (à partir de la canonique) :
$f(x) = (x-3)^2 - 36 = (x-3)^2 - 6^2$
$= [(x-3)-6][(x-3)+6]$
$= (x-9)(x+3)$

3. Résolutions :

a. $f(x) = 0$: avec la forme factorisée
$(x-9)(x+3) = 0$ donc $x = 9$ ou $x = -3$
$S = \{-3; 9\}$

b. $f(x) = -27$: avec la forme canonique
$(x-3)^2 - 36 = -27$
$(x-3)^2 = 9$
$x - 3 = 3$ ou $x - 3 = -3$
$x = 6$ ou $x = 0$
$S = \{0; 6\}$

c. $f(x) = -36$: avec la forme canonique
$(x-3)^2 - 36 = -36$
$(x-3)^2 = 0$
$x = 3$
$S = \{3\}$

4. Fonction g :

a. $g(1) = 2(1)^2 - \frac{3}{2}(1) - \frac{1}{2} = 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 2 - 2 = 0$ ✓

b. Soit x_2 l'autre racine. On utilise le produit :
$1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$
Donc $x_2 = -\frac{1}{4}$

5. Résoudre $f(x) < g(x)$:
$x^2 - 6x - 27 < 2x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$
$0 < x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{53}{2}$ ou $x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{53}{2} > 0$
On a $a = 1$, $b = \frac{9}{2}$ et $c = \frac{53}{2}$
$\Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - 4 \times 1 \times \frac{53}{2} = \frac{81}{4} - \frac{212}{4} = \frac{-131}{4} < 0$
Comme $a = 1 > 0$ et $\Delta < 0$, le trinôme est strictement positif pour tout $x \in \mathbb{R}$.
Donc l'inéquation $x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{53}{2} > 0$ est toujours vraie.
$S = \mathbb{R}$

Solution de l'Exercice 21

1. $f(x) = 2(x+2)(x-3)$: forme factorisée avec racines -2 et 3, $a = 2 > 0$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. $g(x) = -2\left(x - \dfrac{1}{3}\right)^2$: forme canonique, racine double $\frac{1}{3}$, $a = -2 < 0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$-$	

3. $h(x) = x^2 + 5$: $\Delta < 0$ et $a = 1 > 0$, toujours positif

x	$-\infty$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	

Solution de l'Exercice 22

(Voir correction de l'exercice sur les tableaux de signes précédent - même exercice)

Solution de l'Exercice 23

1. $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x-2) > 0$
Racines : 0 et 2. Tableau de signes $(a = 1 > 0)$:
$S = \left]-\infty; 0\right[\cup \left]2; +\infty\right[$

2. $x^2 - 81 \leqslant 0 \Leftrightarrow (x-9)(x+9) \leqslant 0$
Racines : -9 et 9. Tableau de signes $(a = 1 > 0)$:
$S = \left[-9; 9\right]$

3. $(x-1,5)(x+2,8) > 0$
Racines : $-2,8$ et $1,5$. Produit positif quand les deux facteurs ont même signe :
$S = \left]-\infty; -2,8\right[\cup \left]1,5; +\infty\right[$

4. $x^2 + 20 < 0$
$x^2 + 20$ est toujours $\geq 20 > 0$, donc jamais négatif.
$S = \emptyset$

Solution de l'Exercice 24

1. Pour $3x^2-4x+\dfrac{4}{3}\leqslant 0$:

On a $a=3$, $b=-4$ et $c=\dfrac{4}{3}$

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times 3\times\dfrac{4}{3}=16-16=0$

Donc le trinôme admet une racine double : $x_0=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

Comme $a>0$ et $\Delta=0$, le trinôme est positif ou nul, et s'annule uniquement en $x_0=\dfrac{2}{3}$.

$S=\{\dfrac{2}{3}\}$

2. Pour $5x^2-50{,}5x+5<0$:
On a $a=5$, $b=-50{,}5$, $c=5$
$\Delta=b^2-4ac=(-50{,}5)^2-4\times5\times5=2550{,}25-100=2450{,}25>0$
Donc deux racines : $x_1=\dfrac{50{,}5-\sqrt{2450{,}25}}{10}=0{,}1$ et $x_2=\dfrac{50{,}5+\sqrt{2450{,}25}}{10}=10$
Tableau de signes : $a=5>0$, donc f négative entre les racines.
$S=[0{,}1;10[$

3. Pour $x^2+x+1>0$:
On a $a=1$, $b=1$, $c=1$
$\Delta=1^2-4\times1\times1=1-4=-3<0$
Pas de racine réelle. Comme $a=1>0$, le trinôme est toujours positif.
$S=\mathbb{R}$

4. Pour $-2x^2+3x-6<0$:
On a $a=-2$, $b=3$, $c=-6$
$\Delta=3^2-4\times(-2)\times(-6)=9-48=-39<0$
Pas de racine réelle. Comme $a=-2<0$, le trinôme est toujours négatif.
$S=\mathbb{R}$

Solution de l'Exercice 25

1. $(3x^2+x+2)(x+3) \leqslant 0$
On a $a=3$, $b=1$ et $c=2$
$\Delta = b^2-4ac = 1^2-4\times3\times2 = 1-24 = -23$
$\Delta = -23 < 0$ et $a=3>0$ donc $3x^2+x+2>0$ toujours.
L'inéquation devient : $x+3 \leqslant 0$ donc $x \leqslant -3$
$S = \left]-\infty; -3\right]$

2. $(5x^2-x+3)(3-2x) < 0$
On a $a=5$, $b=-1$ et $c=3$
$\Delta = b^2-4ac = (-1)^2-4\times5\times3 = 1-60 = -59$
$\Delta = -59 < 0$ et $a=5>0$ donc $5x^2-x+3>0$ toujours.
L'inéquation devient : $3-2x<0$ donc $x > \dfrac{3}{2}$
$S = \left]\dfrac{3}{2}; +\infty\right[$

3. $(-x^2+x-7)(3x^2-x+2) \geqslant 0$
Pour $-x^2+x-7$: $\Delta = 1-28 = -27 < 0$ et $a=-1<0$ donc toujours négatif.
Pour $3x^2-x+2$: $\Delta = 1-24 = -23 < 0$ et $a=3>0$ donc toujours positif.
Produit : (négatif) $\times$ (positif) $=$ négatif toujours <0
$S = \emptyset$

Solution de l'Exercice 26

Soit x la largeur de la croix en mètres.
Aire totale du drapeau : $3\times2 = 6$ m^2
Aire de la croix : bande horizontale + bande verticale - intersection
$= (3\times x)+(2\times x)-(x\times x) = 3x+2x-x^2 = 5x-x^2$
On veut que l'aire de la croix soit égale à l'aire restante, donc la moitié de l'aire totale :
$5x-x^2 = \dfrac{6}{2} = 3$
$-x^2+5x-3=0$ ou $x^2-5x+3=0$

Coefficients : $a=1$, $b=-5$, $c=3$	**Discriminant :** $\Delta = b^2-4ac = (-5)^2-4\times1\times3 = 25-12 = 13$

Deux racines : $\Delta = 13 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5-\sqrt{13}}{2\times1} = \dfrac{5-\sqrt{13}}{2}$	$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5+\sqrt{13}}{2\times1} = \dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$

Solution de l'équation : $S = \left\{\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}; \dfrac{5+\sqrt{13}}{2}\right\}$

Les deux solutions sont possibles géométriquement. La plus petite ($x\approx0{,}7$ m) donne une croix fine, la plus grande ($x\approx4{,}3$ m) est impossible car supérieure aux dimensions du drapeau.
Donc $x = \dfrac{5-\sqrt{13}}{2} \approx 0{,}7$ m.

Solution de l'Exercice 27

1. A $t=0$: $h(0)=-4,9(0)^2+3500=3500$ m

2. On cherche t tel que $h(t)=1500$:
$-4,9t^2+3500=1500$
$-4,9t^2=-2000$
$t^2=\dfrac{2000}{4,9}\approx 408,16$
$t=\sqrt{408,16}\approx 20,2$ secondes (on garde la solution positive)

Solution de l'Exercice 28

1. Par le théorème de Pythagore sur un triangle rectangle de côtés $(5-x)$ et x :
Côté de EFGH : $c=\sqrt{x^2+(5-x)^2}=\sqrt{x^2+25-10x+x^2}=\sqrt{2x^2-10x+25}$
Aire : $A(x)=c^2=2x^2-10x+25$

2. Forme canonique : $A(x)=2(x^2-5x)+25=2(x-\frac{5}{2})^2-2\times\frac{25}{4}+25$
$=2(x-2,5)^2+12,5$
Minimum atteint pour $x=2,5$ cm, aire minimale $=$ 12,5 cm^2

3. On résout $2x^2-10x+25=14,12$:
$2x^2-10x+10,88=0$ ou $x^2-5x+5,44=0$

Coefficients : $a=1,\ b=-5,\ c=5.44$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times5.44=25-21,76=3,24$

Deux racines : $\Delta=3,24>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5-\sqrt{3,24}}{2\times1}=\frac{5-1,8}{2}=\frac{3,2}{2}=1,6$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5+\sqrt{3,24}}{2\times1}=\frac{5+1,8}{2}=\frac{6,8}{2}=3,4$$

Solution de l'équation : $\boxed{S=\{1,6;3,4\}}$

4. On résout $2x^2-10x+25\leq 13$:
$2x^2-10x+12\leq 0$ ou $x^2-5x+6\leq 0$

Coefficients : $a=1,\ b=-5,\ c=6$

Discriminant : $\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times6=25-24=1$

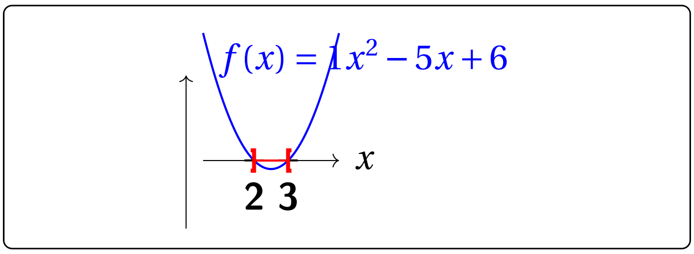
Racines : $\Delta=1>0$ donc le trinôme admet deux racines réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5-\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5+\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$$

Tableau de signes de $f:x\mapsto ax^2+bx+c$:
On a $a=1>0$ et $x_1=2$ et $x_2=3$ donc $2<3$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	



Solution de l'inéquation :
On cherche où le trinôme est ≤ 0, donc les signes $-$ et 0 :
$\boxed{S=[2;3]}$

Solution de l'Exercice 29

1. Arbre à dessiner (1ère branche : R avec proba $\frac{1}{n+1}$, B avec proba $\frac{n}{n+1}$)

2. Probabilités :

a. $p(M) = p(RR) + p(BB) = \dfrac{1}{n+1} \times \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{n}{n+1} \times \dfrac{n}{n+1}$
$= \dfrac{1+n^2}{(n+1)^2}$

b. $p(N) = p(RB) + p(BR) = 2 \times \dfrac{1}{n+1} \times \dfrac{n}{n+1} = \dfrac{2n}{(n+1)^2}$

3. $p(M) = 5{,}05 \times p(N)$:
$\dfrac{1+n^2}{(n+1)^2} = 5{,}05 \times \dfrac{2n}{(n+1)^2}$
$1 + n^2 = 10{,}1n$
$n^2 - 10{,}1n + 1 = 0$

Coefficients : $a = 1,\ b = -10.1,\ c = 1$	**Discriminant :** $\Delta = b^2 - 4ac = (-10.1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 102{,}01 - 4 = 98{,}01$

Deux racines : $\Delta = 98{,}01 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{10.1-\sqrt{98{,}01}}{2\times 1} = \dfrac{10.1-9{,}9}{2} = \dfrac{0{,}2}{2} = 0{,}1$	$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{10.1+\sqrt{98{,}01}}{2\times 1} = \dfrac{10.1+9{,}9}{2} = \dfrac{20}{2} = 10$

Solution de l'équation : $S = \{0{,}1; 10\}$
Comme n est un nombre entier de boules, on garde $n = 10$.