

Les objectifs sont plutôt d'installer une pratique solide des aspects opératoires (détermination de limites) et d'introduire la problématique des théorèmes d'existence, notamment la convergence d'une suite croissante majorée.

Lors de l'étude d'une suite, on distingue les aspects globaux des aspects asymptotiques. Les élèves doivent disposer d'un répertoire d'exemples suffisamment riche pour éviter les confusions entre propriétés.

Les suites interagissent avec les autres parties du programme. Outre leurs interventions en analyse, de nombreux problèmes de probabilités conduisent naturellement à étudier un modèle probabiliste dépendant d'un entier n .

En classe terminale, le thème des fonctions s'enrichit avec la notion de fonction convexe, l'étude des fonctions trigonométriques, l'introduction du logarithme et un travail autour des notions de limite et de continuité.

Le travail sur les limites, de même nature que celui mené sur les suites, combine présentation intuitive et pratique d'exemples élémentaires. À travers le théorème des valeurs intermédiaires, l'étude de la continuité permet de préciser les arguments assurant qu'une équation du type $f(x) = k$ a des solutions.

Le dernier volet du programme d'analyse porte sur les équations différentielles et le calcul intégral.

On introduit d'abord la notion de primitive d'une fonction continue f , que l'on présente comme « problème inverse » de celui de la dérivation ou, de façon équivalente, comme résolution de l'équation différentielle $y' = f$. On étudie ensuite les équations différentielles linéaires de la forme $y' = ay + b$, d'importance fondamentale pour des questions de modélisation.

L'intégrale est introduite à partir de la notion intuitive d'aire, sur laquelle on ne soulève aucune difficulté théorique. On fait ensuite le lien avec la notion de primitive, et on présente la technique d'intégration par parties, qui enrichit considérablement les calculs possibles.

La méthode des rectangles fournit des encadrements pertinents de sommes pour lesquelles on ne dispose pas de formule exacte ; c'est l'occasion de faire dialoguer simultanément analyse et géométrie, discret et continu.

• **Histoire des mathématiques**

Le calcul infinitésimal, qui contient les fonctions usuelles, le calcul différentiel et intégral ont historiquement précédé la notion de limite qui en donnera des fondements rigoureux.

On trouve des anticipations du calcul intégral chez Archimète (longueur du cercle, quadrature de la parabole, cubature des solides), Liu-Hui (volume d'un cylindre), Ibn al-Haytham (volume d'un paraboloïde) puis, bien plus tard, chez Grégoire de Saint-Vincent (méthode d'exhaustion) ou encore chez Galilée ou Cavalieri (méthode des indivisibles).

Les procédés par lesquels les mathématiciens ont construit et tabulé le logarithme et les fonctions trigonométriques illustrent les liens entre discret et continu et fournissent une source féconde d'activités. On peut mentionner les méthodes de Ptolémée et d'Al Kashi, la méthode de Briggs ou l'utilisation de développements en série. Ces travaux, dont certains ont été anticipés hors d'Europe, par exemple en Inde par l'école du Kerala, indiquent une perception intuitive claire des questions de convergence.

Le calcul différentiel s'est développé de concert avec la physique mathématique au XVII^e siècle. Parmi les initiateurs, Fermat, Huygens, Pascal et Barrow reconnaissent que le problème des aires (le calcul intégral) est le problème inverse de celui des tangentes (la dérivation) ; ce thème peut être abordé à partir des travaux sur la quadrature de l'hyperbole.

Les travaux de Newton et Leibniz révèlent deux visions et deux pratiques différentes du calcul infinitésimal. La justification de telles méthodes nécessitait une mise au point de la notion de limite. Des fondations solides sont proposées dans le *Cours d'Analyse* de Cauchy