

On illustre avec les fonctions polynômes du second degré des notions générales sur les fonctions (taux de variation, calcul de la fonction dérivée, position du graphe de $x \mapsto f(x - m)$) et on fait le lien avec la variance en probabilités et statistique.

Les élèves doivent savoir qu'une fonction polynôme du second degré admet une forme canonique, et être capables de la déterminer dans des cas simples à l'aide de l'identité $x^2 + 2ax = (x + a)^2 - a^2$ (méthode de complétion du carré). Le calcul effectif de la forme canonique dans le cas général n'est pas attendu du programme.

Les élèves sont entraînés à reconnaître et pratiquer la factorisation directe dans les cas qui s'y prêtent : racines apparentes, coefficient de x nul, racines entières détectées par calcul mental à partir de leur somme et de leur produit.

• Histoire des mathématiques

Bien avant de faire l'objet d'une étude formalisée, les suites apparaissent dans deux types de situations :

- approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) ;
- problèmes de comptage (les lapins de Fibonacci...).

Les problèmes décrits dans les livres de Fibonacci, ou chez les savants arabes qui le précèdent, se modélisent avec des suites. Oresme calcule des sommes de termes de suites géométriques au XIV^e siècle.

On trouve chez Diophante, puis chez Al-Khwârizmî, des méthodes de résolutions d'équations du second degré. Le travail novateur d'Al-Khwârizmî reste en partie tributaire de la tradition (utilisation de considérations géométriques équivalentes à la forme canonique) et de l'état alors embryonnaire de la notation algébrique, ainsi que de l'absence des nombres négatifs. Les méthodes actuelles sont un aboutissement de ce long cheminement vers un formalisme efficace et concis.

• Suites numériques, modèles discrets

Contenus

- Exemples de modes de génération d'une suite : explicite $u_n = f(n)$, par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, par un algorithme, par des motifs géométriques. Notations : $u(n)$, u_n , $(u(n))$, (u_n) .
- Suites arithmétiques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à accroissements constants. Lien avec les fonctions affines. Calcul de $1 + 2 + \dots + n$.
- Suites géométriques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à taux constant. Lien avec la fonction exponentielle. Calcul de $1 + q + \dots + q^n$.
- Sens de variation d'une suite.
- Sur des exemples, introduction intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d'une suite.

Capacités attendues

- Dans le cadre de l'étude d'une suite, utiliser le registre de la langue naturelle, le registre algébrique, le registre graphique, et passer de l'un à l'autre.
- Proposer, modéliser une situation permettant de générer une suite de nombres. Déterminer une relation explicite ou une relation de récurrence pour une suite définie par un motif géométrique, par une question de dénombrement.
- Calculer des termes d'une suite définie explicitement, par récurrence ou par un algorithme.