

• Histoire des mathématiques

La notion apparemment familière de nombre ne va pas de soi. Deux exemples : la crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs, la différence entre « nombres réels » et « nombres de la calculatrice ». Il s'agit également de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le calcul littéral, en expliquant qu'une grande partie des mathématiques n'a pu se développer qu'au fur et à mesure de l'élaboration, au cours des siècles, de symbolismes efficaces. Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que Diophante, Euclide, Al-Khwarizmi, Fibonacci, Viète, Fermat, Descartes et mettre en évidence leurs aspects algorithmiques.

• Manipuler les nombres réels

Au cycle 4, les élèves ont étudié les inégalités pour comparer des valeurs numériques. La notion d'intervalle, présentée comme ensemble de nombres vérifiant des inégalités, est nouvelle.

La notation de la valeur absolue est introduite pour exprimer la distance entre deux nombres réels et caractériser les intervalles de centre donné. Toute autre utilisation est hors programme.

Contenus

- Ensemble \mathbb{R} des nombres réels, droite numérique.
- Intervalles de \mathbb{R} . Notations $+\infty$ et $-\infty$.
- Notation $|a|$. Distance entre deux nombres réels.
- Représentation de l'intervalle $[a - r, a + r]$ puis caractérisation par la condition $|x - a| \leq r$.
- Ensemble \mathbb{D} des nombres décimaux. Encadrement décimal d'un nombre réel à 10^{-n} près.
- Ensemble \mathbb{Q} des nombres rationnels. Nombres irrationnels ; exemples fournis par la géométrie, par exemple $\sqrt{2}$ et π .

Capacités attendues

- Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement.
- Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.
- Donner un encadrement, d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.
- Dans le cadre de la résolution de problèmes, arrondir en donnant le nombre de chiffres significatifs adapté à la situation étudiée.

Démonstrations

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.
- Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exemple d'algorithme

- Déterminer par balayage un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n} .

Approfondissements possibles

- Développement décimal illimité d'un nombre réel.
- Observation, sur des exemples, de la périodicité du développement décimal de nombres rationnels, du fait qu'un développement décimal périodique correspond à un rationnel.