- ### Nombres complexes et trigonométrie

Contenus

- Formules d'addition et de duplication à partir du produit scalaire.
- Exponentielle imaginaire, notation $e^{i\theta}$. Relation fonctionnelle. Forme exponentielle d'un nombre complexe.
- Formules d'Euler : $\cos(\theta) = \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta})$, $\sin(\theta) = \frac{1}{2i}(e^{i\theta} - e^{-i\theta})$.
- Formule de Moivre : $\cos(n\theta) + i\sin(n\theta) = (\cos(\theta) + i\sin(\theta))^n$.

Capacités attendues

- Passer de la forme algébrique d'un nombre complexe à sa forme trigonométrique ou exponentielle et inversement.
- Effectuer des calculs sur des nombres complexes en choisissant une forme adaptée, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.
- Utiliser les formules d'Euler et de Moivre pour transformer des expressions trigonométriques, dans des contextes divers (intégration, suites, etc.), calculer des puissances de nombres complexes.

Démonstration

- Démonstration d'une des formules d'addition.

- ### Équations polynomiales

On utilise librement la notion de fonction polynôme à coefficients réels, plus simplement appelée polynôme. On admet que si une fonction polynôme est nulle, tous ses coefficients sont nuls.

Contenus

- Solutions complexes d'une équation du second degré à coefficients réels.
- Factorisation de $z^n - a^n$ par $z - a$.
- Si P est un polynôme et $P(a) = 0$, factorisation de P par $z - a$.
- Un polynôme de degré n admet au plus n racines.

Capacités attendues

- Résoudre une équation polynomiale de degré 2 à coefficients réels.
- Résoudre une équation de degré 3 à coefficients réels dont une racine est connue.
- Factoriser un polynôme dont une racine est connue.

Démonstrations

- Factorisation de $z^n - a^n$ par $z - a$. Factorisation de $P(z)$ par $z - a$ si $P(a) = 0$.
- Le nombre de solutions d'une équation polynomiale est inférieur ou égal à son degré.

Problèmes possibles

- Racines carrées d'un nombre complexe, équation du second degré à coefficients complexes.
- Formules de Viète.
- Résolution par radicaux de l'équation de degré 3.