Capacités attendues

- Reconnaître sur une représentation graphique une fonction convexe, concave, un point d'inflexion.
- Étudier la convexité, la concavité, d'une fonction deux fois dérivable sur un intervalle.

• Intégration

On s'appuie sur la notion intuitive d'aire rencontrée au collège et sur les propriétés d'additivité et d'invariance par translation et symétrie. On met en relation les écritures $\int_a^b f(x)dx$ et $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i$.

Contenus

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a,b]$ comme aire sous la courbe. Notation $\int_a^b f(x)dx$. Relation de Chasles.
- Valeur moyenne d'une fonction continue sur $[a,b]$. Approche graphique et numérique. La valeur moyenne est comprise entre les bornes de la fonction.
- Approximation d'une intégrale par la méthode des rectangles.
- Présentation de l'intégrale des fonctions continues de signe quelconque.
- Théorème : si f est continue sur $[a,b]$, la fonction F définie sur $[a,b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ est dérivable sur $[a,b]$ et a pour dérivée f.
- Calcul d'intégrales à l'aide de primitives : si F est une primitive de f, alors $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Capacités attendues

- Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne.
- Calculer une intégrale, une valeur moyenne.
- Calculer l'aire sous une courbe ou entre deux courbes.
- Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d'une autre discipline.

Démonstration possible

- Dérivée de $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ lorsque f est une fonction continue positive croissante.

Exemples d'algorithme

- Méthode des rectangles, des trapèzes.
- Méthode de Monte-Carlo pour un calcul d'aire.

Probabilités et statistique

• Histoire des mathématiques

La parution de l'*Ars Conjectandi* de Jacques Bernoulli (1713) marque une rupture dans l'histoire des probabilités. On y trouve la première étude de la distribution binomiale, introduite dans le cadre d'un tirage sans remise pour un modèle d'urne. Le résultat majeur de cet ouvrage est la loi des grands nombres de Bernoulli, qui relie fréquences et probabilité, et valide le principe de l'échantillonnage. Il constitue le premier exemple de « théorème limite » en théorie des probabilités. Bayes puis Laplace théorisent un peu plus tard les problèmes de probabilités inverses.

Au XVIIIe siècle, sous l'influence d'hommes politiques et d'économistes, les publications de données sur la démographie, les maladies, les impôts, etc., se multiplient considérablement, consacrant la naissance de la statistique en tant qu'instrument mathématique d'observation sociale. Avec Bayes, on assiste aux débuts de la statistique inférentielle.