1$^{\text{ère}}$ Exercices : Factorisation des trinômes de degré 2

■ Exercice 1 – Calcul de discriminants ★☆☆ / 4

Pour chaque trinôme ci-dessous, calculer le discriminant Δ

1. x^2+4x+5 **2.** $2x^2-x-6$ **3.** $-2x^2-4x-7$ **4.** $-x^2+2x+3$

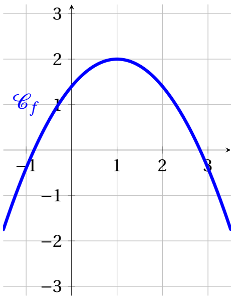
■ Exercice 2 – Nombre de solutions ★☆☆ / 4

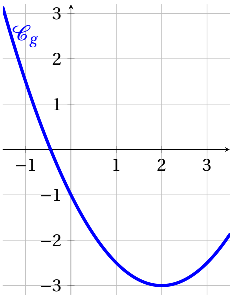
Déterminer le nombre de solution réelles de chaque équation ci-dessous.

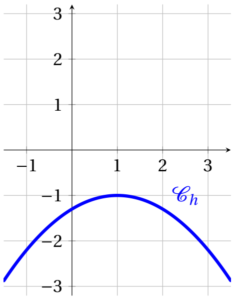
1. $x^2+3x+2=0$ **2.** $2x^2-5x+7=0$ **3.** $-\frac{1}{3}x^2+2x-3=0$ **4.** $2x^2+7x+11=0$

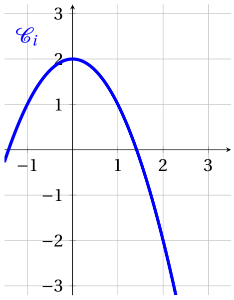
■ Exercice 3 – Signe du discriminant ★★☆ / 4

Pour chaque fonction représentée ci dessous, déterminer le signe de Δ.









■ Exercice 4 – Résolution d'équations ★★☆ / 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1. $3x^2-9x-12=0$ **2.** $2x^2+5x+7=0$ **3.** $2x^2-2x+\frac{1}{2}=0$

■ Exercice 5 – Racines de trinômes ★★☆ / 3

Déterminer, si elles existent, les racines des trinômes suivants :

1. $f(x)=-2x^2+3x-4$ **2.** $g(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+8$ **3.** $h(x)=-x^2-2x+35$

■ Exercice 6 – Nombres consécutifs ★★☆ / 3

Déterminer deux nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 4141

■ Exercice 7 – Équations quotients ★★☆ / 4

Résoudre les équations suivantes :

1. $\dfrac{5x^2-12,5x-7,5}{3-x}=0$ **2.** $\dfrac{x+20}{10}=\dfrac{10}{x}$

■ Exercice 8 – Programme de calcul

/ 3

On considère le programme de calcul ci-après :

1. Si on choisit le nombre 5, quel nombre obtient-on ?

2. Pour quel nombre de départ obtient on 91 ?

Code Python

```python
a=eval(input(("Choisir un nombre"))
b=a**2
c=b+2*a
d=c-8
print("Le resultat est ",d)
```

■ Exercice 9 – Somme et produit

/ 3

Trouver deux entiers dont la somme est égale à 40 et le produit à 375

■ Exercice 10 – Polygone et aires

/ 6

Soit ABCD un carré de coté xcm et BEC un triangle isocèle en E de hauteur $2cm$.
On note $A(x)$ l'aire du polygone ABECD en cm^2.

1. Faire un dessin représentant le situation.

2. Quelles valeurs peut prendre x ?

3. Déterminer l'expression de $A(x)$ en fonction de x.

4. Quelle est la valeur de $A(x)$ si x est égal à 5 ?

5. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $A(x) = 24,75$?

■ Exercice 11 – Équation paramétrique

/ 6

On considère l'équation $(m+8)x^2+mx+1 = 0$. Pour quelles valeurs de m cette équation admet-elle une unique solution ?

■ Exercice 12 – Équations degré 3

/ 5

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
On veut résoudre l'équation $f(x) = 0$.

a. Vérifier que 1 est solution de l'équation $f(x) = 0$.

b. Montrer que l'on peut écrire $f(x)$ sous la forme $(x-1)(ax^2 + bx + c)$ en développant et en identifiant les coefficients. On donnera les valeurs de a, b, et c.

c. Résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

d. En déduire toutes les solutions de $f(x) = 0$, et la forme factorisée de f.

2. On souhaite maintenant résoudre l'équation $2x^3 - 20x^2 - 618x + 1980 = 0$.

a. Vérifier que 3 est solution, puis écrire le premier terme de l'équation sous la forme $(x-3) \times g(x)$, avec $g(x)$ un polynôme de degré 2.

b. En déduire toutes les solutions de l'équation.

■ Exercice 13 – Somme et produit de racines

★★☆ / 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$.

1. Calculer le discriminant Δ.

2. Vérifier que $\Delta > 0$, et en déduire les nombre de racines de f.

3. Sans calculer les racines, déterminer leur somme et leur produit.

■ Exercice 14 – Trouver une racine

★★☆ / 3,5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 4x - 1$.

1. Combien de racines f admet-elle ?

2. Vérifier que $f(1) = 0$.

3. En utilisant la somme ou le produit des racines, trouver toutes les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

■ Exercice 15 – Tableaux de signes

★★☆ / 6

Dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

1. $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$.

2. $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$.

3. $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$.

■ Exercice 16 – Inéquations du second degré

★★☆ / 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $5x^2 - 50,5x + 5 < 0$

2. $x^2 + x + 1 > 0$

3. $3x^2 - 4x + \frac{4}{3} \leqslant 0$

4. $-2x^2 + 3x - 6 < 0$

■ Exercice 17 – Bénéfice d'entreprise

★★★ / 5

Une entreprise produit entre 0 et 50 balançoire par jour.
Le cout de fabrication de x balançoires, en euros, est donné par la fonction suivante : $f(x) = x^2 + 230x + 325$
Chaque balançoire est vendue 300€, et toute la production est vendue.

1. Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par l'entreprise en fonction de x.

2. Étudier les variations de la fonction B.

3. En déduire le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.

4. Combien de balançoire l'entreprise doit-elle produire et vendre pour être rentable ?

■ Exercice 18 – Formes factorisées

★★☆ / 6

Pour chaque trinôme ci-dessous, déterminer si elle existe sa forme factorisée :

1. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 12,5$

2. $g(x) = 4x^2 + 4x - 8$

3. $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$

4. $i(x) = 3x^2 - 2x + 2,4$

■ Exercice 19 – Identité remarquable

★★☆ / 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4(x-1)^2 - 16$.

1. Écrire $f(x)$ sous la forme $a^2 - b^2$

2. En utilisant une identité remarquable, en déduire la forme factorisée de f.

■ Exercice 20 – Formes et équations ★★★ / 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 27$

1. Déterminer la forme canonique de f, en utilisant les identités remarquables.

2. Déterminer la forme factorisée de f, en utilisant les identités remarquables.

3. En utilisant la forme adaptée, résoudre :

a. $f(x) = 0$ **b.** $f(x) = -27$ **c.** $f(x) = -36$

4. Soit g le fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$.

a. Vérifier que 1 est racine de g.

b. En utilisant la somme et le produit des racines, déterminer la valeur de l'autre racine de g.

5. Résoudre $f(x) < g(x)$

■ Exercice 21 – Signes sans calcul ★★☆ / 3

Sans calcul, dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci dessous.

1. $f(x) = 2(x+2)(x-3)$ **2.** $g(x) = -2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ **3.** $h(x) = x^2 + 5$

■ Exercice 22 – Tableaux de signes bis ★★☆ / 6

Dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

1. $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$ **2.** $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$ **3.** $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$

■ Exercice 23 – Inéquations sans Delta ★★☆ / 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes sans utiliser le discriminant.

1. $x^2 - 2x > 0$ **2.** $x^2 - 81 \leqslant 0$ **3.** $(x-1,5)(x+2,8) > 0$ **4.** $x^2 + 20 < 0$

■ Exercice 24 – Inéquations variées ★★☆ / 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $3x^2 - 4x + \frac{4}{3} \leqslant 0$ **2.** $5x^2 - 50,5x + 5 < 0$ **3.** $x^2 + x + 1 > 0$ **4.** $-2x^2 + 3x - 6 < 0$

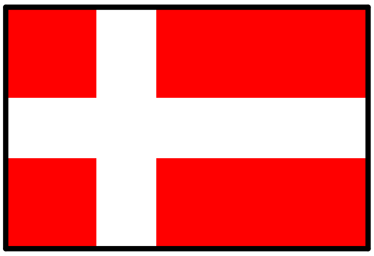
■ Exercice 25 – Inéquations produits ★★★ / 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $(3x^2 + x + 2)(x+3) \leqslant 0$ **2.** $(5x^2 - x + 3)(3 - 2x) < 0$ **3.** $(-x^2 + x - 7)(3x^2 - x + 2) \geqslant 0$

■ Exercice 26 – Drapeau danois ★★★ / 6

Le drapeau danois est formé par deux bandes de **même** largeur, comme sur la figure ci-contre. Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ? (dimensions du drapeau : 3 m × 2 m)



■ Exercice 27 – Chute libre

★★☆ / 3

Un parachutiste saute d'un avion sans vitesse initiale.
Dans cet exercice, on néglige les frottements de l'air. Avant de déployer son parachute, son altitude en mètres est donnée par la fonction $h(t) = -4,9t^2 + 3500$, ou t désigne le temps en secondes.

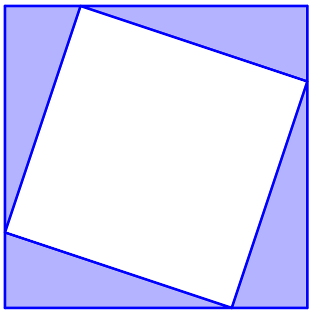
1. A quelle altitude était l'avion lors du saut ?

2. Le parachute doit être déployé à une altitude de 1500 m. Au bout de combien de temps le parachutiste doit-il déployer son parachute ?

■ Exercice 28 – Carrés emboîtés

★★★ / 7

Soit $ABCD$ un carré de coté 5 cm. E, F, G et H sont des points appartenant aux cotés du carré tels que AE=BF=CG=DH=x. On admet que $EFGH$ est aussi un carré.



1. Quelle est l'aire du quadrilatère $EFGH$?

2. Pour quelle valeur de x cette aire est-elle minimale ? Quelle est la valeur de l'aire minimale ?

3. Pour quelle(s) valeur(s) de x cette aire est-elle égale à $14,12$ cm^2

4. Pour quelle(s) valeur(s) de x cette aire est-elle inférieure ou égale à 13 cm^2

■ Exercice 29 – Urne et probabilités

★★½ / 4

Une urne contient une boule rouge et n boules blanches. On tire successivement, et avec remise, deux boules dans l'urne.

1. Représenter l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilité.

2. Exprimer en fonction de n la probabilité des évènements :

a. M : « Les deux boules sont de la même couleur. »

b. N : « Les deux boules sont de couleur différente. »

3. On sait que $p(M) = 5,05 \times p(N)$. Déterminer la valeur de n.