

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix-Travail-Patrie

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

UNIVERSITE DE MAROUA

FACULTÉ DES SCIENCES

Email : decanat@fs.univ-maroua.cm



P.O Box/BP 814 Maroua

<http://www.fs.univ-maroua.cm>

<https://www.facebook.com/fsmaroua>

REPUBLIC OF CAMEROON

Peace-Work-Fatherland

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION

THE UNIVERSITY OF MAROUA

FACULTY OF SCIENCE

Email : decanat@fs.univ-maroua.cm

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES-INFORMATIQUE

ANNEE ACADEMIQUE 2022-2023

UE : MAT 243 – CALCUL DE PROBABILITE

ENSEIGNANT: Dr. Didier Alain NJAMEN

Grade : Chargé de Cours

TRAVAUX DIRIGES N°1 (DENOMBREMENT – ESPACES DE PROBABILITES)

Exercice 1

Combien de menus différents peut-on composer si l'on a le choix entre 5 entrées, 2 plats et 4 desserts?

Exercice 2

Une femme a dans sa garde-robe 6 pantalons, 5 hauts et 3 vestes. Elle choisit au hasard un pantalon, un haut et une veste. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller?

Exercice 3

Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 20 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles. De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire?

Exercice 4

Un clavier de 9 touches (A, B, C, 1, 2, 3, 4, 5 et 6) permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1. Combien de codes différents peut-on former ?
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 4 ?
3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 4 ?
4. Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts?
5. Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques?

Exercice 5

Au service du personnel, on compte 12 célibataires parmi les 30 employés. On désire faire un sondage : pour cela on choisit un échantillon de quatre personnes dans ce service.

1. Quel est le nombre d'échantillons différents possibles?
2. Quel est le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire?
3. Quel est le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire?

Exercice 6

Soient A et B deux événements de probabilités tels que $\mathbb{P}(A) = \frac{3}{4}$ et $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{3}$.

Montrer que

$$\frac{1}{12} \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq \frac{1}{3}.$$

Exercice 7

Supposons que 23 personnes sont dans une même salle. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre elles aient l'anniversaire le même jour? (On ne considérera pas les années bissextiles.)

Exercice 8

Dans une course, n chevaux sont au départ. On suppose qu'ils ont tous la même chance de gagner. Calculer la probabilité de gagner le tiercé avec un ticket :

1. dans l'ordre,
2. dans l'ordre ou dans un ordre différent,
3. dans un ordre différent ?

Exercice 9

Un joueur de poker reçoit une main de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité qu'il reçoive :

1. une seule paire (deux cartes de même hauteur) ;
2. deux paires ;
3. un brelan (trois cartes de même hauteur et pas de paire ni de carré) ;
4. un carré (quatre cartes de même hauteur) ;
5. un full (une paire et un brelan)?

Exercice 10

(D'après C. Bouzitat et G. Pagès, En passant par hasard... Chapitre XI. Ed. Vuibert (1999)). Au loto, le joueur doit cocher 6 numéros dans une grille en comportant 49. Un tirage consiste à extraire, sans remise, 6 boules numérotées d'une urne, dont les numéros sont dits gagnants, et une 7-ième boule fournissant le numéro dit complémentaire. Est gagnant du premier rang, toute grille sur laquelle sont cochés les 6 numéros gagnants. Est gagnante du 2-ième rang, toute grille sur laquelle sont cochés 5 des 6 numéros gagnants et dont le 6-ième numéro est le numéro complémentaire. Est gagnant du 3-ième rang, toute grille sur laquelle sont exactement cochés 5 des 6 numéros gagnants.

Considérons une grille validée et notons

$$p_k = \mathbb{P}(\text{la grille est gagnante au } k - \text{ième rang}).$$

Calculer p_k pour $k \in \{1, 2, 3\}$.

Exercice 11

On considère la distribution aléatoire de r boules dans n urnes. Quelle est la probabilité qu'une urne donnée contienne exactement k boules? ($k \leq r$)

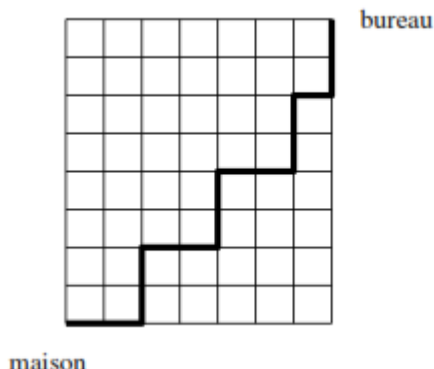
Exercice 12

Combien l'équation $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ a-t-elle de solutions entières et non négatives?

Exercice 13

Un homme travaille à Manhattan, dans un quartier où les avenues sont orientées nord-sud et les rues est-ouest. Il travaille à 7 pâtés de maison à l'est et 8 pâtés de maisons au nord de son domicile. Pour aller à son travail chaque jour il parcourt donc la longueur de 15 pâtés de maison (il ne se dirige ni vers le sud, ni vers l'ouest). On suppose qu'il existe une voie le long de chaque pâté de maisons et qu'il peut prendre n'importe lesquelles de ce schéma rectangulaire.

La figure ci-dessous illustre la situation; un exemple de trajet est représenté en ligne grasse.



1. Proposer un codage permettant de décrire le trajet représenté.
2. Combien de trajets différents l'homme peut-il emprunter?

3. L'homme prétend que le nombre de trajets est aussi le nombre de suites de 8 entiers naturels dont la somme est 8. A-t-il raison?

Exercice 14

Un étudiant s'habille très vite le matin et prend, au hasard dans la pile d'habits, un pantalon, un tee-shirt, une paire de chaussettes ; il y a ce jour-là dans l'armoire 5 pantalons dont 2 noirs, 6 tee-shirt dont 4 noirs, 8 paires de chaussettes, dont 5 paires noires. Combien y-a-t-il de façons de s'habiller? Quelles sont les probabilités des événements suivants :

1. il est tout en noir;
2. une seule pièce est noire sur les trois.

Exercice 15

On lance un dé équilibré à six faces. Calculer les probabilités d'obtenir un nombre pair, un multiple de 3, un nombre pair et supérieur à 3.

Exercice 16

Lors d'une loterie de Noël, 300 billets sont vendus aux enfants de l'école ; 4 billets sont gagnants. J'achète 10 billets, quelle est la probabilité pour que je gagne au moins un lot?

Exercice 17

Une entreprise décide de classer 20 personnes susceptibles d'être embauchées; leurs CV étant très proches, le patron décide de recourir au hasard : combien y-a-il de classements possibles : sans ex-aequo; avec exactement 2 ex-aequo?

Exercice 18

Un étudiant s'habille très vite le matin et prend, au hasard dans la pile d'habits, un pantalon, un tee-shirt, une paire de chaussettes; il y a ce jour-là dans l'armoire 5 pantalons dont 2 noirs, 6 tee-shirt dont 4 noirs, 8 paires de chaussettes, dont 5 paires noires. Combien y-a-t-il de façons de s'habiller? Quelles sont les probabilités des événements suivants : il est tout en noir; une seule pièce est noire sur les trois.

Exercice 19

Si 30 personnes sont présentes à un réveillon et si, à minuit, chaque personne fait 2 bises à toutes les autres, combien de bises se sont-elles échangées en tout? (On appelle bise un contact entre deux joues...)

Exercice 20

Un QCM comporte 10 questions, pour chacune desquelles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Combien y-a-t-il de grilles-réponses possibles ? Quelle est la probabilité de répondre au hasard au moins 6 fois correctement ?

Exercice 21

Amédée, Barnabé, Charles tirent sur un oiseau; si les probabilités de succès sont pour Amédée : 70%, Barnabé : 50%, Charles : 90%, quelle est la probabilité que l'oiseau soit touché?

Exercice 22

Lors d'une loterie de Noël, 300 billets sont vendus aux enfants de l'école; 4 billets sont gagnants. J'achète 10 billets, quelle est la probabilité pour que je gagne au moins un lot?

Exercice 23

La probabilité pour une population d'être atteinte d'une maladie A est p donné; dans cette même population, un individu peut être atteint par une maladie B avec une probabilité q donnée aussi; on suppose que les maladies sont indépendantes : quelle est la probabilité d'être atteint par l'une et l'autre de ces maladies? Quelle est la probabilité d'être atteint par l'une ou l'autre de ces maladies?

Exercice 24

Dans un jeu de 52 cartes, on prend une carte au hasard : les événements «tirer un roi» et «tirer un pique» sont-ils indépendants? Quelle est la probabilité de «tirer un roi ou un pique» ?

Exercice 25

La famille Potter comporte 2 enfants; les événements A : «il y a deux enfants de sexes différents chez les Potter» et B : «la famille Potter a au plus une fille» sont-ils indépendants? Même question si la famille Potter comporte 3 enfants. Généraliser.

Exercice 26

- 1) Combien de mots de passe de 8 symboles peut-on créer avec 66 caractères
- 2) Si, dans un pays, les voitures ont des plaques avec deux lettres (leur alphabet a 26 caractères) et ensuite trois chiffres, combien de plaques possibles y a-t-il?
- 3) En turbo Pascal, un entier relatif (type integer) est codé sur 16 bits. Cela signifie que l'on réserve 16 cases mémoires contenant des 0 ou des 1 pour écrire un entier. La première case étant réservée au signe, combien peut-on écrire d'entiers positifs? En déduire combien on peut écrire de nombres du type "integer".

Exercice 27

- 1) Un professeur dispose de 32 livres sur un rayon de sa bibliothèque. Vingt trois (23) d'entre eux sont des livres de mathématiques et neuf (9) de physique. Le professeur aimerait ranger ses livres de sorte que tous les livres traitant du même sujet restent groupés. Combien y a-t-il de dispositions possibles?
- 2) Quatre Américains, 3 Suisses et 5 Anglais doivent s'asseoir sur un même banc. Les gens de même nationalité doivent rester ensemble. Combien de dispositions peut-on imaginer?

Exercice 28

- 1) On veut former un comité comprenant 4 des 23 personnes d'un groupe. Combien y a-t-il de ces comités?
- 2) Dans un jeu de 32 cartes, on appelle "main" toute combinaison de 5 cartes.
 - a) Combien de mains existe-t-il?
 - b) Combien de mains contiennent 3 rois?
 - c) Combien de mains contiennent 3 piques?

Exercice 29

- 1) Il faut répartir 14 étudiants en deux groupes de 7 personnes chacun. Les deux groupes seront placés dans deux salles distinctes. Combien y a-t-il de répartitions possibles?
- 2) Combien de façons y a-t-il de répartir n boules indiscernables dans k urnes discernables?
- 3) Si 10 tableaux noirs doivent être affectés à 4 écoles, de combien de manières peut-on les répartir?
Qu'en est-il si chaque école doit recevoir au moins un tableau?

Exercice 30

Un groupe de dix personnes comprend cinq hommes et cinq femmes.

- (a) Combien y a-t-il de manières de les disposer autour d'une table ronde, en ne tenant compte que de leurs positions relatives?
- (b) Même question si l'on veut respecter l'alternance homme-femme?

Exercice 31

Un caractère de l'écriture Braille, destinée aux aveugles, est formé de points obtenus en piquant la feuille de papier à travers au moins un des six trous de la grille ci-dessous.



- (a) Combien de caractères Braille peut-on ainsi former?
- (b) Combien de caractères Braille sont-ils formés de quatre points?

Exercice 32

Au cours d'un sommet européen, on désire installer autour d'une table ronde les 12 chefs d'Etats ou de gouvernements des pays de la C.E.E. Combien y a-t-il de plans de tables si

- (a) l'on ne tient compte que de leur position les uns par rapport aux autres?
- (b) l'on tient compte de leur position par rapport à la table?

Exercice 33

Combien de mains de huit cartes choisies dans un jeu de 32 cartes contiennent:

- (a) exactement un roi?
- (b) exactement une dame?
- (c) exactement deux dames?
- (d) exactement deux coeurs?
- (e) aucune dame?
- (f) au moins une dame?
- (g) exactement une dame et un coeur?

Exercice 33

Dans une urne, on dépose huit boules blanches, six boules noires et quatre boules rouges. On tire simultanément trois boules de l'urne. Combien y a-t-il de manières de tirer:

- (a) aucune boule noire?
- (b) exactement une boule noire?
- (c) exactement deux boules noires?
- (d) 3 boules noires?
- (e) 3 boules quelconques? Que remarque-t-on?
- (f) 3 boules de couleurs différentes deux à deux?

Exercice 34

Combien peut-on former de tiercés différents dans une course de 18 chevaux

- (a) dans l'ordre?
- (b) dans le désordre?
- (c) mêmes questions avec les quartés?
- (d) mêmes questions avec les quintés?

Exercice 35

A l'entrée d'un immeuble, on dispose d'un clavier de douze touches: trois lettres A , B , et C , et les neuf chiffres autres que 0. Le code déclenchant l'ouverture de la porte peut être changé par le régisseur. Ce code est toujours composé d'une lettre suivie d'un nombre de trois chiffres.

- (a) Dans cette question, les trois chiffres ne sont pas nécessairement distincts.
 - Combien de codes commençants par la lettre A le régisseur peut-il proposer?
 - Combien de codes peut-il proposer?
- (b) Dans cette question, la lettre du code est B et les trois chiffres sont tous distincts
 - Combien de codes le régisseur peut-il proposer?
 - Combien de codes comportant au moins un des chiffres 7, 8 ou 9 peut-il proposer?

Exercice 1

Un groupe de dix personnes comprend cinq hommes et cinq femmes.

- (a) Combien y a-t-il de manières de les disposer autour d'une table ronde, en ne tenant compte que de leurs positions relatives?
- (b) Même question si l'on veut respecter l'alternance homme-femme?

Exercice 2

Un caractère de l'écriture Braille, destinée aux aveugles, est formé de points obtenus en piquant la feuille de papier à travers au moins un des six trous de la grille ci-dessous.



- (a) Combien de caractères Braille peut-on ainsi former?
- (b) Combien de caractères Braille sont-ils formés de quatre points?

Exercice 3

Au cours d'un sommet européen, on désire installer autour d'une table ronde les 12 chefs d'Etats ou de gouvernements des pays de la C.E.E. Combien y a-t-il de plans de tables si

- (a) l'on ne tient compte que de leur position les uns par rapport aux autres?
- (b) l'on tient compte de leur position par rapport à la table?

Exercice 4

Combien de mains de huit cartes choisies dans un jeu de 32 cartes contiennent:

- (a) exactement un roi?
- (b) exactement une dame?
- (c) exactement deux dames?
- (d) exactement deux coeurs?
- (e) aucune dame?
- (f) au moins une dame?
- (g) exactement une dame et un coeur?

Exercice 5

Dans une urne, on dépose huit boules blanches, six boules noires et quatre boules rouges. On tire simultanément trois boules de l'urne. Combien y a-t-il de manières de tirer:

- (a) aucune boule noire?
- (b) exactement une boule noire?
- (c) exactement deux boules noires?
- (d) 3 boules noires?
- (e) 3 boules quelconques? Que remarque-t-on?
- (f) 3 boules de couleurs différentes deux à deux?

Exercice 6

Combien peut-on former de tiercés différents dans une course de 18 chevaux

- (a) dans l'ordre?
- (b) dans le désordre?
- (c) mêmes questions avec les quartés?
- (d) mêmes questions avec les quintés?

Exercice 7

A l'entrée d'un immeuble, on dispose d'un clavier de douze touches: trois lettres A , B , et C , et les neuf chiffres autres que 0. Le code déclenchant l'ouverture de la porte peut être changé par le régisseur. Ce code est toujours composé d'une lettre suivie d'un nombre de trois chiffres.

- (a) Dans cette question, les trois chiffres ne sont pas nécessairement distincts.
 - Combien de codes commençants par la lettre A le régisseur peut-il proposer?
 - Combien de codes peut-il proposer?
- (b) Dans cette question, la lettre du code est B et les trois chiffres sont tous distincts
 - Combien de codes le régisseur peut-il proposer?
 - Combien de codes comportant au moins un des chiffres 7, 8 ou 9 peut-il proposer?