Решить с точностью 10^{-4} систему $Ax = y$ 4 ого порядка методами простой итерации, Зейделя 2 вариант, метод градиентного спуска. Для каждого из указанных методов найти невязку приближенного решения и оценить погрешность. Сравнить полученное приближенное решение с решением, найденным методом Гаусса с частичным выбором ведущего элемента.

№ 15. $$\begin{cases} 0.17x_1 - 0.13x_2 - 0.11x_3 - 0.12x_4 = 0.22; \\ 1.00x_1 - 1.00x_2 - 0.13x_3 + 0.13x_4 = 0.11; \\ 0.35x_1 + 0.33x_2 + 0.12x_3 + 0.13x_4 = 0.12; \\ 0.13x_1 + 0.11x_2 - 0.13x_3 - 0.11x_4 = 1.00. \end{cases}$$

МПИ

1 способ

$Ax = y$

$x = Bx + b$

x_0 - взять

сх-ся?

дост. $\|B\| < 1$ - оценить погрешность

1 норма max Sum модулей по строкам

2 норма . . . . по столбцам

3 норма max из корней модулей собственных чисел $B^T B$

необх. дост.

МПИ сх-ся, если

МГС

④ Метод градиентного спуска

$Ax = b$

x^0

$x^{k+1} = x^k + \tau_k r^k$

$r^k = b - Ax^k$

$\tau_k = \frac{(r^k, r^k)}{(r^k, Ar^k)}, \ k = 0, 1, 2$

если A сим-ная и $A > 0$, то

Теорема

Если матрица A – симметричная и положительно определенная, то метод град спуска сходится и справедлива оценка: $\|x^* - x^k\|_3 \le \frac{\|r^0\|_3}{m}\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^k$, $M = \|A\|_3$, $m = \frac{1}{\|A^{-1}\|_3}$

Задача: $\{ 3x_1 - x_2 = \frac{1}{10}$

2 й вариант №3

$Ax = y$

$A = A_1 + A_2$

A_1 — верхнетреуг

A_2 — $A - A_1$