№ 15. (7)

$$\begin{cases} 0.63x_1 - 1.72x_2 + 3.37x_3 = -0.75; \\ -1.72x_1 - 2.27x_2 + 1.62x_3 = 1.27; \\ 3.27x_1 + 1.62x_2 - 0.43x_3 = 2.74. \end{cases}$$

$\xi = 1e^{-3}$

$Ax = y$

$A = UU^T$, $U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} u_{11}^2+u_{12}^2+u_{13}^2 & u_{12}u_{22}+u_{13}u_{23} & u_{13}u_{33} \\ u_{12}u_{22}+u_{13}u_{23} & u_{22}^2+u_{23}^2 & u_{23}u_{33} \\ u_{13}u_{33} & u_{23}u_{33} & u_{33}^2 \end{pmatrix}$

Все решения

$u_{33} = \pm 0{,}66i$

$\{u_{11} \approx -2.0949\,i, u_{12} \approx -5.6062, u_{13} \approx -5.1392\,i, u_{22} \approx -1.9579, u_{23} \approx -2.4705\,i\}$ — дерз 1-ое $\Rightarrow u_{33}$ дерзст

$\{u_{11} \approx -2.0949\,i, u_{12} \approx -5.6062, u_{13} \approx 5.1392\,i, u_{22} \approx -1.9579, u_{23} \approx 2.4705\,i\}$

$\{u_{11} \approx -2.0949\,i, u_{12} \approx 5.6062, u_{13} \approx -5.1392\,i, u_{22} \approx 1.9579, u_{23} \approx -2.4705\,i\}$

$\{u_{11} \approx -2.0949\,i, u_{12} \approx 5.6062, u_{13} \approx 5.1392\,i, u_{22} \approx 1.9579, u_{23} \approx 2.4705\,i\}$

$\{u_{11} \approx 2.0949\,i, u_{12} \approx -5.6062, u_{13} \approx -5.1392\,i, u_{22} \approx -1.9579, u_{23} \approx -2.4705\,i\}$

$\{u_{11} \approx 2.0949\,i, u_{12} \approx -5.6062, u_{13} \approx 5.1392\,i, u_{22} \approx -1.9579, u_{23} \approx 2.4705\,i\}$

$\{u_{11} \approx 2.0949\,i, u_{12} \approx 5.6062, u_{13} \approx -5.1392\,i, u_{22} \approx 1.9579, u_{23} \approx -2.4705\,i\}$

$\{u_{11} \approx 2.0949\,i, u_{12} \approx 5.6062, u_{13} \approx 5.1392\,i, u_{22} \approx 1.9579, u_{23} \approx 2.4705\,i\}$

$Ax = y$

$UU^Tx = y$ $U^Tx = z$ $Uz = \begin{pmatrix} \frac{-209i\cdot z_1 - 560z_2 - 514i\cdot z_3}{100} \\ \frac{-196z_2 - 247i\cdot z_3}{100} \\ \frac{33i\cdot z_3}{50} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}75 \\ 1{,}27 \\ 2{,}74 \end{pmatrix}$

$Uz = y$

$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5{,}9\,i \\ -5{,}88 \\ -4{,}15i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-209i\cdot x_1}{100} \\ \frac{-140x_1 - 49x_2}{25} \\ \frac{-514i\cdot x_1 - 247i\cdot x_2 + 66i\cdot x_3}{100} \end{pmatrix} = U^Tx$

$U^Tx = z$ $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}82 \\ -5{,}07 \\ -3{,}26 \end{pmatrix}$ — ответ

точные значения $x = \begin{pmatrix} 2{,}84 \\ -5{,}11 \\ -3{,}36 \end{pmatrix}$

$||X - X_{точное}||_1 = 0{,}1$. точность теряется из-за округлений до сотых

(2)

2-ое задание (метод итераций)

$$\frac{q^k}{1-q} \cdot ||x^1 - x^0||_1 < \xi = 1e^{-3} \quad \left| \frac{(1-q)}{||x^1 - x^0||_1} \right.$$

$$q^k < \frac{\xi(1-q)}{||x^1 - x^0||_1} \quad \left| \log_q \dots \right.$$

$$k > \log_q \frac{\xi(1-q)}{||x^1 - x^0||_1}$$

$$k = \left\lceil \log_q \frac{\xi(1-q)}{||x^1 - x^0||_1} \right\rceil$$

3

№ 15. $\begin{cases} 7.8x_1 + 5.3x_2 + 4.8x_3 = 1.8; \\ 3.3x_1 + 1.1x_2 + 1.8x_3 = 2.3; \\ 4.5x_1 + 3.3x_2 + 2.8x_3 = 3.4. \end{cases}$

$Ax = y$

$x = Bx + b$

корни > 1

$x = Fx + Hx + b$

$x = (E - H)^{-1} Fx + (E - H)^{-1} b$

$x = \tilde{B}x + \tilde{b}$

$\tilde{B} = B_1 + B_2$

$\det(\lambda B_1 + B_2 - \lambda E) = 0$

$\max |\lambda_i| > 1 \Rightarrow$ не сходится

4-е задание (метод Зейделя 2-ой вариант)

все нормы $-A_1^{-1} \cdot A_2 > 1$, поэтому приведём A к диагонально-преобладающей матрице.

```
1-ая норма: 20.082442067736185
2-ая норма: 15.082780748663101
3-ая норма: 14.177122175527723
спектральный радиус -A1^-1 @ A2 = 5.2405108584012465
```

$$A = \begin{pmatrix} [0.17, -0.13, -0.11, -0.12], \\ [1.0, -1.0, -0.13, 0.13], \\ [0.35, 0.33, 0.12, 0.13], \\ [0.13, 0.11, -0.13, -0.11], \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)=(1)+(3)} \sim \begin{pmatrix} [0.52, 0.2, 0.01, 0.01] \\ [1., -1., -0.13, 0.13] \\ [0.35, 0.33, 0.12, 0.13] \\ [0.13, 0.11, -0.13, -0.11] \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)=(2)-(3)} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} [0.52, 0.2, 0.01, 0.01] \\ [0.65, -1.33, -0.25, 0.] \\ [0.35, 0.33, 0.12, 0.13] \\ [0.13, 0.11, -0.13, -0.11] \end{pmatrix} \sim$$