```
Contents
                                                      class SparseGraph {
                                                        private:
                                                    6
                                                                               // 节点数和边数
                                                    7
                                                         int n, m;
                                                                              // 是否为有向图
                                                         bool directed;
                                                    8
  1 Math
    vector<vector<int>> g; // 图的具体数据
                                                    9
                                                   10
  2 Graph(No Weight)
                                                   11
                                                         // 构造函数
    SparseGraph(int n, bool directed) {
                                                   12
    2.3 Component .
                                                   13
                                                             assert(n >= 0);
   this -> n = n;
                                                   14
                                                             this->m = 0; // 初始化没有任何边
                                                   15
  3 Graph(Weight)
    3.1 SparseGraph
                                                  3
                                                   16
                                                             this->directed = directed;
   // g初始化为n个空的vector,
                                                   17
                                                                 表示每一个g[i]都为空,即没有任和边
                                                   18
                                                             g = vector<vector<int>>(n, vector<int>());
    19
                                                         }
                                                   20
                                                         ~SparseGraph() {}
                                                   21
                                                         int V() { return n; } // 返回节点个数
     Math
                                                         int E() { return m; } // 返回边的个数
                                                   22
                                                         // 向图中添加一个边
                                                   23
                                                         void addEdge(int v, int w) {
                                                   24
  1.1 FindPrime
                                                   25
                                                             g[v].push_back(w);
                                                   26
                                                             if (v != w && !directed)
                                                   27
                                                                g[w].push_back(v);
1 #include <bits/stdc++.h>
                                                   28
2 using namespace std;
                                                         }
                                                   29
                                                         // 验证图中是否有从v到w的边
                                                   30
4 //查找 [0,2^15] 中的所有質數 共有3515
                                                   31
                                                         bool hasEdge(int v, int w) {
                                                             for (int i = 0; i < g[v].size(); i++)</pre>
                                                   32
6 const int MAXN = 32768; \frac{1}{2^{15}} = 32768
                                                   33
                                                                 if (g[v][i] == w)
7 bool primes[MAXN];
                                                   34
                                                                    return true;
8 vector < int > p; //3515
                                                   35
                                                             return false;
                                                         }
                                                   36
10 //質數篩法Sieve of Eratosthenes
                                                   37
                                                         // 显示图的信息
  inline void findPrimes() {
                                                   38
                                                         void show() {
     for (int i = 0; i < MAXN; i++) {</pre>
                                                   39
                                                             for (int i = 0; i < n; i++) {</pre>
         primes[i] = true;
                                                                cout << "vertex " << i << ":\t";</pre>
                                                   40
                                                                for (int j = 0; j < g[i].size(); j++)</pre>
                                                   41
     primes[0] = false;
                                                   42
                                                                    cout \ll g[i][j] \ll "\t";
     primes[1] = false;
                                                                cout << endl;</pre>
                                                   43
     for (int i = 4; i < MAXN; i += 2) {
                                                    44
                                                             }
         //將2的倍數全部刪掉(偶數不會是質數)
                                                         }
                                                   45
         primes[i] = false;
                                                         // 邻边迭代器,传入一个图和一个顶点,
                                                   46
     }
                                                         // 迭代在这个图中和这个顶点向连的所有顶点
     //開始逐個檢查 --->小心 i * i 會有 overflow問題 --->使用 long<sup>7</sup>
                                                         class adjIterator {
                                                   49
                                                            private:
     for (long long i = 3; i < MAXN; i += 2) {
                                                   50
                                                             SparseGraph &G; // 图 G的引用
         if (primes[i]) {
                                                   51
                                                             int v:
                                                   52
                                                             int index;
             //如果之前還未被刪掉 才做篩法
                                                   53
            for (long long j = i * i; j < MAXN; j +=
                                                    54
                                                            public:
                i) {
                                                             // 构造函数
                //從 i * i 開始 (因為 i * 2 , i * 3 . . . 都被前面處理完學
                                                             adjIterator(SparseGraph &graph, int v):
                primes[j] = false;
                                                                 G(graph) {
            }
                                                   57
                                                                this->v = v;
         }
                                                                this->index = 0;
                                                   58
                                                    59
     //蒐集所有質數
                                                             ~adjIterator() {}
                                                   60
     for (int i = 0; i < MAXN; i++) {
                                                             // 返回图G中与顶点v相连接的第一个顶点
                                                   61
         if (primes[i]) {
                                                   62
                                                             int begin() {
            p.emplace_back(i);
                                                   63
                                                                index = 0;
         }
                                                                if (G.g[v].size())
                                                   64
     }
                                                   65
                                                                    return G.g[v][index];
34 }
                                                   66
                                                                 // 若没有顶点和v相连接,则返回-1
                                                   67
                                                                return -1;
                                                   68
      Graph(No Weight)
                                                             // 返回图G中与顶点v相连接的下一个顶点
                                                   69
                                                             int next() {
                                                   70
                                                   71
                                                                index++;
  2.1
       SparseGraph
                                                   72
                                                                 if (index < G.g[v].size())</pre>
                                                   73
                                                                    return G.g[v][index];
                                                                 // 若没有顶点和v相连接,则返回-1
                                                   74
1 #include <bits/stdc++.h>
                                                   75
                                                                 return -1;
 using namespace std;
                                                             }
                                                   76
4 / / 稀疏图 - 邻接表
```

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

2

```
// 从栈中依次取出元素, 获得顺序的从s到w的路径
77
               查看是否已经迭代完了图G中与顶点v相连接的所有领
                                                                      vec.clear():
                                                                      while (!s.empty()) {
78
          bool end() {
                                                           63
                                                                          vec.push_back(s.top());
79
              return index >= G.g[v].size();
                                                           64
                                                                          s.pop();
80
          }
                                                                      }
                                                           65
81
      };
                                                                  }
                                                           66
82 };
                                                           67
                                                                  // 打印出从s点到w点的路径
                                                           68
                                                                  void showPath(int w) {
                                                           69
  2.2 Path(DFS)
                                                                      vector<int> vec;
                                                           70
                                                           71
                                                                      path(w, vec);
                                                                      for (int i = 0; i < vec.size(); i++) {</pre>
                                                           72
1 #include <bits/stdc++.h>
                                                           73
                                                                          cout << vec[i];</pre>
2 using namespace std;
                                                                          if (i == vec.size() - 1)
                                                           74
3
                                                           75
                                                                              cout << endl;</pre>
4 //visied from 陣列大小都是圖的頂點數量G.V()
                                                           76
                                                                          else
                                                                              cout << " -> ";
                                                           77
6 // 路径查询
                                                           78
                                                                      }
  template <typename Graph>
                                                           79
                                                                  }
7
8 class Path {
                                                           80 };
9
     private:
                      // 图的引用
10
      Graph &G;
                       // 起始点
      int s;
11
                                                              2.3
                                                                    Component
      bool *visited; // 记录dfs的过程中节点是否被访问
12
                      // 记录路径.
13
      int *from:
           from[i]表示查找的路径上i的上一个节点
                                                            1 #include <bits/stdc++.h>
                                                              using namespace std;
      // 图的深度优先遍历
14
                                                            3
      void dfs(int v) {
15
                                                              //visited id 的大小都是Graph的頂點數量G.V()
16
          visited[v] = true;
           typename Graph::adjIterator adj(G, v);
                                                            5
17
18
           for (int i = adj.begin(); !adj.end(); i =
                                                              //找連通分量
                                                            6
               adj.next()) {
                                                              template <typename Graph>
                                                            7
19
               if (!visited[i]) {
                                                              class Component {
20
                   from[i] = v;
                                                            9
                                                                 private:
21
                  dfs(i);
                                                                  Graph &G;
                                                           10
22
              }
                                                           11
                                                                  bool *visited;
23
          }
                                                           12
                                                                  int ccount = 0;
      }
24
                                                            13
                                                                  int *id;
                                                                  void dfs(int v) {
25
                                                           14
26
     public:
                                                           15
                                                                      visited[v] = true;
27
      // 构造函数, 寻路算法,
                                                           16
                                                                      id[v] = ccount;
                                                                      typename Graph::adjIterator adj(G, v);
                                                           17
           寻找图graph从s点到其他点的路径
                                                            18
                                                                      for (int i = adj.begin(); !adj.end(); i =
28
      Path(Graph &graph, int s) : G(graph) {
                                                                          adj.next())
          // 算法初始化
29
                                                                          if (!visited[i])
                                                           19
          visited = new bool[G.V()];
30
                                                           20
                                                                              dfs(i);
31
          from = new int[G.V()];
                                                           21
                                                                  }
          for (int i = 0; i < G.V(); i++) {
32
                                                           22
               visited[i] = false;
33
                                                                 public:
                                                           23
34
               from[i] = -1;
                                                           24
                                                                  Component(Graph &graph) : G(graph) {
35
                                                           25
                                                                      visited = new bool[G.V()];
36
          this -> s = s;
                                                           26
                                                                      id = new int[G.V()];
           // 寻路算法
37
                                                           27
                                                                      for (int i = 0; i < G.V(); i++) {
          dfs(s);
38
                                                           28
                                                                          visited[i] = false;
39
      }
                                                           29
                                                                          id\Gamma i = -1:
40
                                                           30
      // 析构函数
41
                                                           31
                                                                      ccount = 0;
42
      ~Path() {
                                                           32
43
          delete[] visited;
                                                           33
                                                                      for (int i = 0; i < G.V(); i++)
          delete[] from;
44
                                                           34
                                                                          if (!visited[i]) {
45
                                                           35
                                                                              dfs(i);
      // 查询从s点到w点是否有路径
46
                                                                              ccount += 1;
                                                           36
      bool hasPath(int w) {
47
                                                                          }
                                                           37
          assert(w >= 0 && w < G.V());
48
                                                           38
49
          return visited[w];
                                                           39
                                                                  ~Component() {
50
      }
                                                                      delete[] visited;
                                                           40
      // 查询从s点到w点的路径, 存放在vec中
51
                                                            41
                                                                      delete[] id;
52
      void path(int w, vector<int> &vec) {
                                                                  }
                                                           42
          stack<int> s:
53
                                                           43
                                                                  int count() {
           // 通过from数组逆向查找到从s到w的路径,
54
                                                           44
                                                                      return ccount;
               存放到栈中
                                                           45
55
           int p = w;
                                                            46
                                                                  bool isConnected(int v, int w) {
                                                           47
56
          while (p != -1) {
                                                                      assert(v \ge 0 \&\& v < G.V());
                                                                      assert(w \ge 0 \&\& w < G.V());
57
              s.push(p);
                                                           48
                                                                      assert(id[v] != -1 && id[w] != -1);
58
               p = from[p];
                                                           49
59
          }
                                                            50
                                                                      return id[v] == id[w];
```

```
51
                                                         64
                                                                       s.push(p);
52 };
                                                                       p = from[p];
                                                         65
                                                         66
                                                         67
                                                                   // 从栈中依次取出元素, 获得顺序的从s到w的路径
        ShortestPath(BFS)
                                                         68
                                                                   vec.clear();
                                                         69
                                                                   while (!s.empty()) {
                                                         70
                                                                       vec.push_back(s.top());
1 #include <bits/stdc++.h>
                                                         71
                                                                       s.pop():
  using namespace std;
                                                         72
                                                                   }
                                                               }
                                                         73
4 //visited from ord 陣列大小都是圖的頂點數量G.V()
                                                         74
                                                         75
                                                                // 打印出从s点到w点的路径
6 // 寻找无权图的最短路径
                                                                void showPath(int w) {
                                                         76
7 template <typename Graph>
                                                         77
                                                                   vector<int> vec;
8 class ShortestPath {
                                                         78
                                                                   path(w, vec);
     private:
                                                         79
                                                                   for (int i = 0; i < vec.size(); i++) {</pre>
                     // 图的引用
                                                         80
                                                                       cout << vec[i];
10
      Graph &G;
                                                                       if (i == vec.size() - 1)
                     // 起始点
                                                         81
11
      int s;
                                                         82
                                                                           cout << endl;</pre>
      bool *visited; // 记录dfs的过程中节点是否被访问
12
                                                         83
                      // 记录路径,
13
      int *from;
                                                                           cout << " -> ";
                                                         84
          from[i]表示查找的路径上i的上一个节点
                                                         85
      int *ord;
14
                                                               }
          记录路径中节点的次序。ord[i]表示i节点在路径中的
15
                                                                // 查看从s点到w点的最短路径长度
16
     public:
                                                               int length(int w) {
                                                         89
17
      // 构造函数,
                                                         90
                                                                   assert(w \ge 0 \&\& w < G.V());
          寻找无权图graph从s点到其他点的最短路径
                                                         91
                                                                   return ord[w];
      ShortestPath(Graph &graph, int s) : G(graph) {
18
                                                               }
                                                         92
19
          visited = new bool[graph.V()];
                                                         93 };
          from = new int[graph.V()];
20
21
          ord = new int[graph.V()];
22
          for (int i = 0; i < graph.V(); i++) {</pre>
              visited[i] = false;
                                                                Graph(Weight)
23
24
              from[i] = -1;
              ord[i] = -1;
25
                                                                  SparseGraph
26
                                                           3.1
27
          this -> s = s;
          // 无向图最短路径算法,
28
                                                          1 #include <bits/stdc++.h>
              从s开始广度优先遍历整张图
                                                          2
                                                           using namespace std;
          queue<int> q;
29
                                                          3
30
          q.push(s);
                                                          4
                                                           // 边
          visited[s] = true;
31
                                                           template <typename Weight>
32
          ord[s] = 0;
                                                          6
                                                           class Edge {
33
          while (!q.empty()) {
                                                               // 输出边的信息
                                                          7
34
              int v = q.front();
                                                                friend ostream& operator << (ostream& os, const
35
              q.pop();
                                                                   Edge& e) {
36
                                                                   os << e.a << "-" << e.b << ": " << e.weight;
37
              typename Graph::adjIterator adj(G, v);
                                                         10
                                                                   return os;
              for (int i = adj.begin(); !adj.end(); i =
38
                                                               }
                                                         11
                  adj.next())
                                                         12
                  if (!visited[i]) {
39
                                                         13
                                                              private:
40
                     q.push(i);
                                                                               // 边的两个端点
                                                         14
                                                               int a, b;
41
                      visited[i] = true;
                                                               Weight weight; // 边的权值
                                                         15
42
                      from[i] = v;
                                                         16
                                                              public:
43
                      ord[i] = ord[v] + 1;
                                                                // 构造函数
                  }
                                                         17
44
                                                         18
                                                               Edge(int a, int b, Weight weight) {
45
          }
      }
                                                         19
                                                                   this -> a = a:
46
                                                         20
                                                                   this -> b = b;
47
                                                                   this->weight = weight;
                                                         21
      // 析构函数
48
                                                         22
49
      ~ShortestPath() {
                                                         23
                                                                // 空的构造函数, 所有的成员变量都取默认值
          delete[] visited;
50
                                                               Edge() {}
                                                         24
51
          delete[] from;
                                                         25
52
          delete[] ord;
                                                         26
                                                               ~Edge() {}
53
                                                         27
      // 查询从s点到w点是否有路径
54
                                                                                               // 返回第一个顶点
55
      bool hasPath(int w) {
                                                         28
                                                               int v() { return a; }
                                                               int w() { return b; }
          return visited[w];
                                                                                               // 返回第二个顶点
56
                                                         29
      }
57
                                                                Weight wt() { return weight; } // 返回权值
                                                         30
58
      // 查询从s点到w点的路径, 存放在vec中
                                                                // 给定一个顶点,返回另一个顶点
                                                         31
      void path(int w, vector<int> &vec) {
59
                                                                int other(int x) {
                                                         32
60
          stack<int> s;
                                                                   assert(x == a || x == b);
                                                         33
          // 通过 from数组逆向查找到从s到w的路径,
61
                                                         34
                                                                   return x == a ? b : a;
              存放到栈中
                                                         35
                                                                // 边的大小比较, 是对边的权值的大小比较
62
          int p = w;
                                                         36
          while (p != -1) {
                                                               bool operator < (Edge < Weight > & e) {
63
```

```
38
           return weight < e.wt();</pre>
39
40
      bool operator <= (Edge < Weight > & e) {
          return weight <= e.wt();</pre>
41
42
43
      bool operator>(Edge<Weight>& e) {
          return weight > e.wt();
44
45
46
      bool operator >= (Edge < Weight > & e) {
          return weight >= e.wt();
47
48
49
      bool operator == (Edge < Weight > & e) {
50
           return weight == e.wt();
51
      }
52 };
1 #include <bits/stdc++.h>
2
  #include "Edge.h"
4 using namespace std;
6 // 稀疏图 - 邻接表
7 template <typename Weight>
8 class SparseGraph {
     private:
9
10
      int n, m;
                                            //
           节点数和边数
11
      bool directed;
           是否为有向图
      vector<vector<Edge<Weight> *> > g; //
12
           图的具体数据
13
     public:
      // 构造函数
14
15
      SparseGraph(int n, bool directed) {
          assert(n >= 0);
16
17
          this->n = n;
          this->m = 0; // 初始化没有任何边
18
          this->directed = directed;
19
           // g初始化为n个空的vector,
20
               表示每一个g[i]都为空,即没有任和边
21
           g = vector<vector<Edge<Weight> *> >(n,
               vector < Edge < Weight > *>());
      }
22
      // 析构函数
23
      ~SparseGraph() {
24
          for (int i = 0; i < n; i++)</pre>
25
               for (int j = 0; j < g[i].size(); j++)</pre>
26
27
                   delete g[i][j];
      }
28
29
      int V() { return n; } // 返回节点个数
      int E() { return m; } // 返回边的个数
30
      // 向图中添加一个边, 权值为weight
31
32
      void addEdge(int v, int w, Weight weight) {
          // 注意,由于在邻接表的情况,
33
               查找是否有重边需要遍历整个链表
           // 我们的程序允许重边的出现
34
           g[v].push_back(new Edge<Weight>(v, w,
35
               weight));
           if (v != w && !directed)
36
37
               g[w].push_back(new Edge<Weight>(w, v,
                   weight));
38
          m++;
39
40
      // 验证图中是否有从v到w的边
41
      bool hasEdge(int v, int w) {
           for (int i = 0; i < g[v].size(); i++)</pre>
42
               if (g[v][i] \rightarrow other(v) == w)
43
44
                   return true;
45
           return false;
      }
46
47
      // 显示图的信息
48
49
      void show() {
50
           for (int i = 0; i < n; i++) {
               cout << "vertex " << i << ":\t";</pre>
51
               for (int j = 0; j < g[i].size(); j++)</pre>
52
```

```
cout << "( to:" << g[i][j]->w() <<
53
                      ",wt:" << g[i][j]->wt() << ")\t";
              cout << endl;</pre>
54
55
          }
56
      // 邻边迭代器,传入一个图和一个顶点,
57
      // 迭代在这个图中和这个顶点向连的所有边
58
59
      class adjIterator {
60
         private:
          SparseGraph &G; // 图G的引用
61
62
          int v;
63
          int index;
64
65
         public:
          // 构造函数
66
          adjIterator(SparseGraph &graph, int v) :
67
              G(graph) {
              this->v = v;
68
              this -> index = 0;
69
          }
70
71
          ~adjIterator() {}
          // 返回图G中与顶点v相连接的第一个边
72
          Edge<Weight> *begin() {
73
74
              index = 0;
75
              if (G.g[v].size())
76
                  return G.g[v][index];
77
              // 若没有顶点和v相连接,则返回NULL
78
              return NULL;
          }
79
          // 返回图G中与顶点v相连接的下一个边
ลด
81
          Edge<Weight> *next() {
82
              index += 1;
              if (index < G.g[v].size())</pre>
83
84
                  return G.g[v][index];
85
              return NULL;
86
          }
87
              查看是否已经迭代完了图G中与顶点v相连接的所有顶点
88
          bool end() {
89
              return index >= G.g[v].size();
90
          }
91
      };
92 };
```

3.2 MinimumSpanTree

```
1 #include <bits/stdc++.h>
  #include "Edge.h"
3
  using namespace std;
  //陣列大小為傳入的數量n(通常是圖的頂點數量)
  // Quick Union + rank + path compression
  class UnionFind {
9
     private:
10
      int* rank;
11
      int* parent; //
          parent[i]表示第i个元素所指向的父节点
                   // 数据个数
12
      int count:
13
     public:
      // 构造函数
14
15
      UnionFind(int count) {
16
          parent = new int[count];
          rank = new int[count];
17
          this->count = count;
18
19
          for (int i = 0; i < count; i++) {</pre>
20
              parent[i] = i;
21
              rank[i] = 1;
22
          }
23
      // 析构函数
24
25
      ~UnionFind() {
26
          delete[] parent;
          delete[] rank;
```

```
28
                                                        94
                                                                      mst.push_back(e);
                                                        95
                                                                      uf.unionElements(e.v(), e.w());
      // 查找过程, 查找元素p所对应的集合编号
29
                                                                  }
                                                        96
      // O(h)复杂度, h为树的高度
30
                                                        97
      int find(int p) {
31
                                                        98
                                                                  mstWeight = mst[0].wt();
          // path compression 1
32
                                                                  for (int i = 1; i < mst.size(); i++)</pre>
                                                        99
33
          while (p != parent[p]) {
                                                        100
                                                                      mstWeight += mst[i].wt();
34
              parent[p] = parent[parent[p]];
                                                       101
                                                              }
35
              p = parent[p];
                                                               ~KruskalMST() {}
                                                       102
          }
36
                                                               // 返回最小生成树的所有边
37
                                                       103
          return p;
                                                               vector<Edge<Weight>> mstEdges() {
                                                        104
      }
38
      // 查看元素p和元素q是否所属一个集合
                                                       105
                                                                  return mst;
39
                                                       106
      // O(h)复杂度, h为树的高度
40
                                                               // 返回最小生成树的权值
                                                       107
41
      bool isConnected(int p, int q) {
                                                       108
                                                              Weight result() {
42
          return find(p) == find(q);
                                                       109
                                                                  return mstWeight;
43
                                                       110
      // 合并元素p和元素q所属的集合
44
                                                       111 };
      // O(h)复杂度, h为树的高度
45
46
      void unionElements(int p, int q) {
          int pRoot = find(p);
47
                                                                ShortestPath
                                                          3.3
48
          int qRoot = find(q);
          if (pRoot == qRoot)
49
50
              return;
                                                          #include <bits/stdc++.h>
51
              根据两个元素所在树的元素个数不同判断合并方向
                                                        3
                                                          #include "Edge.h"
          // 将元素个数少的集合合并到元素个数多的集合上
52
          if (rank[pRoot] < rank[qRoot]) {</pre>
53
                                                          using namespace std;
54
              parent[pRoot] = qRoot;
          } else if (rank[qRoot] < rank[pRoot]) {</pre>
55
                                                           //data indexes reverse 陣列大小都是capacity大小+1
56
              parent[qRoot] = pRoot;
          } else { // rank[pRoot] == rank[qRoot]
57
                                                         9
                                                          // 最小索引堆
58
              parent[pRoot] = qRoot;
                                                        10
                                                          template <typename Item>
59
              rank[qRoot] += 1; // 此时, 我维护rank的值
                                                        11
                                                          class IndexMinHeap {
60
          }
                                                        12
                                                             private:
      }
61
                                                                             // 最小索引堆中的数据
                                                        13
                                                              Item *data:
62 };
                                                               int *indexes; // 最小索引堆中的索引, indexes[x]
                                                        14
63
                                                                  = i 表示索引i在x的位置
64 // Kruska1算法
                                                               int *reverse; // 最小索引堆中的反向索引,
                                                        15
65
  template <typename Graph, typename Weight>
                                                                  reverse[i] = x 表示索引i在x的位置
66
  class KruskalMST {
                                                        16
                                                               int count;
67
     private:
                                                        17
                                                               int capacity;
68
      vector<Edge<Weight>> mst; //
                                                               // 索引堆中
                                                        18
          最小生成树所包含的所有边
                                                                   数据之间的比较根据 data的大小进行比较,
                                // 最小生成树的权值
      Weight mstWeight;
69
                                                                   但实际操作的是索引
70
                                                        19
                                                               void shiftUp(int k) {
71
                                                        20
                                                                  while (k > 1 && data[indexes[k / 2]] >
72
      // 构造函数, 使用Kruskal算法计算graph的最小生成树
                                                                      data[indexes[k]]) {
73
      KruskalMST(Graph& graph) {
                                                                      swap(indexes[k / 2], indexes[k]);
                                                        21
          // 将图中的所有边存放到一个最小堆中
74
                                                                      reverse[indexes[k / 2]] = k / 2;
                                                        22
75
          priority_queue < Edge < Weight >> pq(Edge < Weight >,
                                                        23
                                                                      reverse[indexes[k]] = k;
              vector < Edge < Weight >>
                                                        24
                                                                      k /= 2;
              greater < Edge < Weight >> );
                                                                  }
                                                        25
76
          for (int i = 0; i < graph.V(); i++) {</pre>
                                                        26
                                                              }
              typename Graph::adjIterator adj(graph, i);
77
                                                               // 索引堆中.
                                                        27
78
              for (Edge<Weight>* e = adj.begin();
                                                                   数据之间的比较根据data的大小进行比较,
                  !adj.end(); e = adj.next())
                 if (e->v() < e->w())
                                                                   但实际操作的是索引
79
80
                     pq.push(*e);
                                                        28
                                                               void shiftDown(int k) {
          }
                                                                  while (2 * k <= count) {</pre>
                                                        29
81
82
                                                        30
                                                                      int j = 2 * k;
                                                                      if (j + 1 <= count && data[indexes[j]] >
83
          // 创建一个并查集,
                                                        31
                                                                          data[indexes[j + 1]])
              来查看已经访问的节点的联通情况
                                                        32
                                                                          j += 1;
84
          UnionFind uf = UnionFind(graph.V());
                                                                      if (data[indexes[k]] <= data[indexes[j]])</pre>
                                                        33
          while (!pq.isEmpty() && mst.size() <</pre>
85
                                                        34
              graph.V() - 1) {
                                                        35
                                                                      swap(indexes[k], indexes[j]);
              // 从最小堆中依次从小到大取出所有的边
86
                                                        36
                                                                      reverse[indexes[k]] = k;
              Edge<Weight> e = pq.pop();
87
                                                        37
                                                                      reverse[indexes[j]] = j;
88
              pq.pop();
                                                                      k = j;
                                                        38
              // 如果该边的两个端点是联通的,
89
                                                        39
                                                                  }
                  说明加入这条边将产生环,扔掉这条边
                                                              }
                                                        40
90
              if (uf.isConnected(e.v(), e.w()))
                                                        41
91
                 continue;
                                                        42
                                                             public:
92
                                                               // 构造函数, 构造一个空的索引堆,
                                                        43
              // 否则,将这条边添加进最小生成树,
93
                                                                   可容纳capacity个元素
                  同时标记边的两个端点联通
                                                              IndexMinHeap(int capacity) {
                                                        44
```

```
// 将最小索引堆中索引为i的元素修改为newItem
45
           data = new Item[capacity + 1];
                                                         119
           indexes = new int[capacity + 1];
                                                                void change(int index, Item newItem) {
                                                         120
46
47
           reverse = new int[capacity + 1];
                                                         121
                                                                    index += 1;
           for (int i = 0; i <= capacity; i++)</pre>
                                                                    data[index] = newItem;
48
                                                         122
49
              reverse[i] = 0;
                                                         123
                                                                    shiftUp(reverse[index]);
50
           count = 0;
                                                         124
                                                                    shiftDown(reverse[index]);
51
           this->capacity = capacity;
                                                         125
52
                                                         126 };
       ~IndexMinHeap() {
53
                                                         127
          delete[] data;
54
                                                            // Dijkstra算法求最短路径
                                                         128
55
          delete[] indexes;
                                                            template <typename Graph, typename Weight>
                                                         129
          delete[] reverse;
56
                                                         130
                                                            class Dijkstra {
57
                                                               private:
                                                         131
       // 返回索引堆中的元素个数
58
                                                                Graph &G;
                                                                                              // 图的引用
                                                         132
       int size() {
59
                                                         133
                                                                int s;
                                                                                             // 起始点
60
          return count:
                                                         134
                                                                Weight *distTo;
       }
61
                                                                    distTo[i]存储从起始点s到i的最短路径长度
       // 返回一个布尔值,表示索引堆中是否为空
62
                                                         135
                                                                bool *marked:
                                                                                             // 标记数组,
       bool isEmpty() {
63
                                                                    在算法运行过程中标记节点i是否被访问
64
          return count == 0;
                                                                vector<Edge<Weight> *> from; //
                                                         136
       }
65
                                                                    from[i]记录最短路径中,到达i点的边是哪一条
       // 向最小索引堆中插入一个新的元素,
66
                                                         137
                                                               public:
           新元素的索引为i,元素为item
                                                                // 构造函数, 使用Dijkstra算法求最短路径
                                                         138
       // 传入的i对用户而言,是从0索引的
67
                                                         139
                                                                Dijkstra(Graph &graph, int s) : G(graph) {
       void insert(int index, Item item) {
68
                                                                    // 算法初始化
                                                         140
          index += 1:
69
                                                                    assert(s >= 0 && s < G.V());
                                                         141
70
           data[index] = item;
                                                                    this->s = s;
                                                         142
71
           indexes[count + 1] = index;
                                                         143
                                                                    distTo = new Weight[G.V()];
72
           reverse[index] = count + 1;
                                                         144
                                                                    marked = new bool[G.V()];
73
           count++;
                                                                    for (int i = 0; i < G.V(); i++) {
                                                         145
          shiftUp(count);
74
                                                         146
                                                                        distTo[i] = Weight();
75
       }
                                                                        marked[i] = false;
                                                         147
76
                                                         148
                                                                        from.push_back(NULL);
       // 从最小索引堆中取出堆顶元素,
77
                                                                    }
                                                         149
           即索引堆中所存储的最小数据
                                                                    //
                                                         150
78
       Item extractMin() {
                                                                        使用索引堆记录当前找到的到达每个顶点的最短距离
79
          Item ret = data[indexes[1]];
                                                         151
                                                                    IndexMinHeap<Weight> ipq(G.V());
           swap(indexes[1], indexes[count]);
80
                                                                    // 对于其实点s进行初始化
                                                         152
81
           reverse[indexes[count]] = 0;
                                                                    distTo[s] = Weight();
                                                         153
           reverse[indexes[1]] = 1;
82
                                                                    from[s] = new Edge<Weight>(s, s, Weight());
                                                         154
83
           count --;
                                                                    ipq.insert(s, distTo[s]);
                                                         155
84
           shiftDown(1);
                                                                    marked[s] = true;
                                                         156
85
           return ret;
                                                         157
                                                                    while (!ipq.isEmpty()) {
86
       }
                                                                        int v = ipq.extractMinIndex();
                                                         158
87
                                                                        // distTo[v]就是s到v的最短距离
                                                         159
       // 从最小索引堆中取出堆顶元素的索引
88
                                                                        marked[v] = true;
                                                         160
       int extractMinIndex() {
89
                                                                        // 对v的所有相邻节点进行更新
                                                         161
           int ret = indexes[1] - 1;
90
                                                                        typename Graph::adjIterator adj(G, v);
                                                         162
91
           swap(indexes[1], indexes[count]);
                                                         163
                                                                        for (Edge<Weight> *e = adj.begin();
92
           reverse[indexes[count]] = 0;
                                                                            !adj.end(); e = adj.next()) {
           reverse[indexes[1]] = 1;
93
                                                                            int w = e->other(v);
                                                         164
           count --;
94
                                                                            // 如果从s点到w点的最短路径还没有找到
                                                         165
           shiftDown(1):
95
                                                         166
                                                                            if (!marked[w]) {
96
           return ret;
                                                         167
                                                                                // 如果w点以前没有访问过,
      }
97
                                                         168
                                                                                // 或者访问过,
98
                                                                                    但是通过当前的v点到w点距离更短,
       // 获取最小索引堆中的堆顶元素
99
                                                                                    则进行更新
100
       Item getMin() {
                                                                                if (from[w] == NULL || distTo[v]
101
          return data[indexes[1]];
                                                         169
       }
                                                                                    + e->wt() < distTo[w]) {
102
103
                                                         170
                                                                                    distTo[w] = distTo[v] +
       // 获取最小索引堆中的堆顶元素的索引
                                                                                       e->wt();
104
105
       int getMinIndex() {
                                                         171
                                                                                    from[w] = e;
                                                         172
                                                                                    if (ipq.contain(w))
106
           return indexes[1] - 1;
                                                         173
                                                                                        ipq.change(w, distTo[w]);
107
                                                         174
108
                                                         175
                                                                                        ipq.insert(w, distTo[w]);
       // 看索引i所在的位置是否存在元素
109
                                                         176
                                                                                }
       bool contain(int index) {
110
                                                         177
                                                                            }
111
           return reverse[index + 1] != 0;
                                                                        }
                                                         178
112
                                                                    }
                                                         179
113
                                                                }
                                                         180
       // 获取最小索引堆中索引为i的元素
114
                                                         181
115
       Item getItem(int index) {
                                                                // 析构函数
                                                         182
          return data[index + 1];
116
                                                                ~Dijkstra() {
                                                         183
117
                                                         184
                                                                    delete[] distTo;
118
```

```
185
           delete[] marked;
                                                          18
                                                                        swap(indexes[k / 2], indexes[k]);
                                                                        reverse[indexes[k / 2]] = k / 2;
           delete from[0];
                                                          19
186
187
      }
                                                          20
                                                                        reverse[indexes[k]] = k;
                                                                        k /= 2;
188
                                                          21
                                                                    }
       // 返回从s点到w点的最短路径长度
                                                          22
189
                                                                }
                                                          23
190
       Weight shortestPathTo(int w) {
                                                                 // 索引堆中,
191
           return distTo[w];
                                                          24
       }
192
                                                                     数据之间的比较根据data的大小进行比较,
193
       // 判断从s点到w点是否联通
                                                                     但实际操作的是索引
       bool hasPathTo(int w) {
194
                                                                 void shiftDown(int k) {
                                                          25
195
           return marked[w];
                                                          26
                                                                    while (2 * k <= count) {</pre>
196
                                                                        int j = 2 * k;
                                                          27
       // 寻找从s到w的最短路径,
                                                                        if (j + 1 <= count && data[indexes[j +</pre>
197
                                                          28
           将整个路径经过的边存放在vec中
                                                                            1]] > data[indexes[j]])
                                                          29
                                                                            j += 1;
       void shortestPath(int w, vector<Edge<Weight>>
198
                                                          30
           &vec) {
                                                          31
                                                                        if (data[indexes[k]] >= data[indexes[j]])
           // 通过 from数组逆向查找到从s到w的路径,
199
                                                          32
               存放到栈中
                                                          33
200
           stack<Edge<Weight> *> s;
                                                          34
                                                                        swap(indexes[k], indexes[j]);
           Edge<Weight> *e = from[w];
201
                                                                        reverse[indexes[k]] = k;
                                                          35
202
           while (e->v() != this->s) {
                                                          36
                                                                        reverse[indexes[j]] = j;
203
              s.push(e);
                                                          37
                                                                        k = j;
204
               e = from[e->v()];
                                                                    }
                                                          38
          }
205
                                                                }
                                                          39
206
          s.push(e);
                                                          40
           // 从栈中依次取出元素, 获得顺序的从s到w的路径
207
                                                          41
                                                               public:
208
           while (!s.empty()) {
                                                                // 构造函数, 构造一个空的索引堆,
                                                          42
              e = s.top();
209
                                                                     可容纳capacity个元素
210
              vec.push_back(*e);
                                                          43
                                                                 IndexMaxHeap(int capacity) {
211
               s.pop();
                                                                    data = new Item[capacity + 1];
                                                          44
          }
212
                                                          45
                                                                    indexes = new int[capacity + 1];
      }
213
                                                          46
                                                                    reverse = new int[capacity + 1];
214
                                                                    for (int i = 0; i <= capacity; i++)</pre>
                                                          47
       // 打印出从s点到w点的路径
215
                                                          48
                                                                        reverse[i] = 0;
216
       void showPath(int w) {
                                                          49
           vector<Edge<Weight>> vec;
217
                                                                    count = 0;
                                                          50
218
           shortestPath(w, vec);
                                                          51
                                                                    this->capacity = capacity;
           for (int i = 0; i < vec.size(); i++) {</pre>
219
                                                          52
220
               cout << vec[i].v() << " ->
                                                          53
                                                                 ~IndexMaxHeap() {
221
               if (i == vec.size() - 1)
                                                                    delete[] data;
                                                          54
222
                  cout << vec[i].w() << endl;</pre>
                                                          55
                                                                    delete[] indexes;
223
          }
                                                          56
                                                                    delete[] reverse;
       }
224
                                                          57
225 };
                                                                 // 返回索引堆中的元素个数
                                                          58
                                                                int size() {
                                                          59
                                                          60
                                                                    return count;
                                                          61
       Heap
                                                                 // 返回一个布尔值,表示索引堆中是否为空
                                                          62
                                                          63
                                                                bool isEmpty() {
                                                          64
                                                                    return count == 0;
   4.1
         IndexMaxHeap
                                                                }
                                                          65
                                                                 // 向最大索引堆中插入一个新的元素.
                                                          66
 1 #include <bits/stdc++.h>
                                                                     新元素的索引为i,元素为item
 2
  using namespace std;
                                                                 // 传入的i对用户而言,是从0索引的
                                                          67
                                                          68
                                                                 void insert(int i, Item item) {
 4 //data indexes reverse
                                                                    i += 1;
       陣列邊界都是以[1, capacity]處理--->陣列大小為(capacity/o
                                                                    data[i] = item;
                                                          71
                                                                    indexes[count + 1] = i;
 6 // 最大索引堆
                                                          72
                                                                    reverse[i] = count + 1;
   template <typename Item>
 7
                                                          73
                                                                    count++:
   class IndexMaxHeap {
 8
                                                                    shiftUp(count);
                                                          74
      private:
 9
                                                          75
                     // 最大索引堆中的数据
10
      Item *data:
                                                          76
       int *indexes; // 最大索引堆中的索引, indexes[x]
11
                                                                 // 从最大索引堆中取出堆顶元素,
                                                          77
           = i 表示索引i在x的位置
                                                                     即索引堆中所存储的最大数据
       int *reverse; // 最大索引堆中的反向索引.
                                                                 Item extractMax() {
12
                                                          78
                                                          79
                                                                    Item ret = data[indexes[1]];
           reverse[i] = x 表示索引i在x的位置
                                                          80
                                                                    swap(indexes[1], indexes[count]);
13
       int count;
                                                          81
                                                                    reverse[indexes[count]] = 0;
14
       int capacity;
                                                                    count --;
       // 索引堆中
                                                          82
15
                                                          83
           数据之间的比较根据 data的大小进行比较,
                                                          84
                                                                    if (count) {
           但实际操作的是索引
                                                          85
                                                                        reverse[indexes[1]] = 1;
16
       void shiftUp(int k) {
                                                                        shiftDown(1);
           while (k > 1 && data[indexes[k / 2]] <</pre>
17
```

}

87

data[indexes[k]]) {

```
88
89
          return ret;
      }
90
91
       // 从最大索引堆中取出堆顶元素的索引
92
93
       int extractMaxIndex() {
          int ret = indexes[1] - 1;
94
95
          swap(indexes[1], indexes[count]);
96
          reverse[indexes[count]] = 0;
          count --;
97
98
          if (count) {
              reverse[indexes[1]] = 1;
99
              shiftDown(1);
100
          }
101
          return ret;
102
      }
103
       // 获取最大索引堆中的堆顶元素
104
      Item getMax() {
105
          return data[indexes[1]];
106
107
      // 获取最大索引堆中的堆顶元素的索引
108
      int getMaxIndex() {
109
110
          return indexes[1] - 1;
111
       // 看索引i所在的位置是否存在元素
112
113
       bool contain(int i) {
          return reverse[i + 1] != 0;
114
115
       // 获取最大索引堆中索引为i的元素
116
      Item getItem(int i) {
117
          return data[i + 1];
118
119
120
      // 将最大索引堆中索引为i的元素修改为newItem
121
122
       void change(int i, Item newItem) {
          i += 1;
123
          data[i] = newItem;
124
125
          shiftUp(reverse[i]);
           shiftDown(reverse[i]);
126
127
128 };
```