中山大学软件学院 2008 级软件工程专业(2009 春季学期)

《数值计算方法》期末考试试题（A 卷）

（考试形式：闭卷　　考试时间：2 小时）

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条

考试作弊不授予学士学位

方向：____________　　姓名：________　　学号：__________

一、填空题（25 空×1 分/空=25 分）

1　梯形求积公式为：(1)。

2　拟合三点 A(0,1), B(1,3), C(2,2)的直线是(2)。

3　误差包括 __(3)__，__(4)__，__(5)__，__(6)__。

4　设 x^*=0.03000 为 x=0.0300211 的近似值，则 x^* 的有效数字的位数是 (7) 。

5　已知 $(x_0,y_0),(x_1,y_1)$，其中 $x_0 \neq x_1$ 拉格朗日线性插值公式是：__(8)__。

6　设 $f(x)=x^3+x-1$，则差商 $f[0,1,2,3]=$ __(9)__ ，$f[0,1,2,3,4]=$ __(10)__。

7　求 $x^2-2x+1=0$ 的牛顿迭代法格式为 __(11)__，收敛阶为 __(12)__。

8　设 $A=\begin{bmatrix}-1 & 4 & 3\\ 4 & 12 & 0\\ 7 & 8 & 10\end{bmatrix}$，则 $\|A\|_\infty=$ __(13)__，$\|A\|_1=$ __(14)__。

9　差商与差分的关系公式为：__(15)__。

10　方程 $x=f(x)$ 根的牛顿迭代格式是 __(16)__ 。

11　计算球体积 $V=\frac{4}{3}pR^3$ 时要使相对误差限为 1%，那么测量半径时允许的相对误差限为 __(17)__。

12　雅克比迭代法的迭代格式是 (18)，高斯-塞德尔迭代法的迭代格式是 (19) 。

13　有 n 位有效数字，其相对误差限为（20）；反之，若 x^* 的误差限满足（21），则 x^* 至少有 n 位有效数字。

14　方程 $x^3+3x-6=0$ 在[1,2]之间的实根为（22）（要求有 3 位有效数字）。

15　已知 $f(x)=-6x^9+8x^7+4x-5$，则 $f[1,2,2^2,\cdots,2^9]=$（23），$f[1,2,2^2,\cdots,2^{10}]=$（24）。

16　要使$\sqrt{2}$的近似值的相对误差不超过0.1%，应取__（25）__有效数字。

二、单项选择题（5题×1分/题=5分）

1　给出以下四对近似数

（A）45800和4.58×10^{4}　　（B）0.00438和0.04380×10^{-1}

（C）0.4015×10^{2}和0.04015×10^{3}　　（D）8070×10^{-4}和0.807

其中，哪组近似数中的两个近似数实际上是相同的？

答案：（　　）

2　已知自然数e＝2.718281828459045…，取$e\approx2.71828$，那么e具有的有效数字是

（A） 5位　（B）6位　（C）7位　（D）8位

答案：（　　）

3　用最小二乘法求数据(x_k, y_k) $(k=1,2,...,n)$的拟合直线，即是求出拟合直线

$\hat{y}=a_0+a_1x$，使得（　　）为最小，其中$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}y_k$，$\hat{y}=a_0+a_1x$。

（A）$\sum_{k=1}^{n}(y_k-\bar{y})^2$（B）$\sum_{k=1}^{n}(y_k-\hat{y}_k)^2$（C）$\sum_{k=1}^{n}(y_k-\hat{y}_k)$（D）$\sum_{k=1}^{n}(y_k-x_k)^2$

答案：（　　）

4　下面哪一种计算方法能够得到比较准确的计算值：

(A) 直接求e^x-1的值，x接近于0；

(B) 求积分值$I_n=\int_0^1\frac{x^n}{x+5}dx, n=1,2,\cdots8$，采用递推公式$I_{n-1}=\frac{1}{5}(\frac{1}{n}-I_n), n=8,7,\cdots1$；

(C) 求方程$x^2-(10^9+1)x+10^9=0$的根，采用求根公式$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$；

(D) 求$f=\sum_{a=1}^{n}\frac{1}{a}$的值，$n$的值很大，采用$f=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$的方式计算。

答案：（　　）

5.　由数据

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5

y	-2	-1.75	-1	0.25	2	4.25

所确定的插值多项式的次数是（　　）

（A）二次　（B）三次　（C）四次（D）五次

答案：（　）

三、计算题（8 题×5 分/题=40 分）

1　已知函数值 $f(0)=6,\ f(1)=10,\ f(3)=46,\ f(4)=82,\ f(6)=212$ ，求函数的四阶差商 $f[0,1,3,4,6]$ 和二阶差商 $f[4,1,3]$。

2　已知一组试验数据

x_k	2	2.5	3	4	5	5.5
y_k	4	4.5	6	8	8.5	9

试用直线拟合这组数据(计算过程保留 3 位小数)。

3　用高斯消元法解方程组：

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -3 \\ 4x_2 + x_3 = -3 \end{cases}。$$

4　取 h=0.1, 用改进欧拉法求初值问题

$$\begin{cases} y' = 1 + x + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

在 x=0.1, 0.2 处的近似值. 计算过程保留 3 位小数。

5　用牛顿法解方程 $x-e^{-x}=0$ 在 x=0.5 附近的近似根。要求 $|x_{n+1}-x_n|<0.001$。计算过程保留 5 位小数。

6　已知 $\sqrt{1}=1$，$\sqrt{4}=2$，$\sqrt{9}=3$，利用拉格朗日插值方法构造二次插值函数，并估算 $\sqrt{5}$ 的值。

7　用 ***LU*** 分解法求下面的方程组：

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 17 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 13 \end{cases}$$

要求计算过程保留 2 位小数。

8　给定线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

已知该方程组的雅克比迭代格式收敛。写出求解该方程组的迭代格式，并取初值 $x_1^{(0)} = 1$， $x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0$，进行 3 次迭代计算。

四、问答题（共 30 分）

1　为什么要研究计算方法? 计算方法在解决实际问题中所处的地位如何？（提示：用图示说明）判断数值计算方法好坏的标准是什么？（10 分）

2　试述遗传算法的发展历史和优点。通过本课程的学习，你对遗传算法的改进是否有新的构想？试述之。（20 分）