

命题逻辑基础

命题

- 定义：非真既假的陈述句称为命题，任何命题的真值都是唯一的。
- 简单命题和复合命题
 - 不能再细分的命题称作简单命题
 - 由简单命题通过联结词联结而成的命题称作复合命题
- 判定方式
 - 先判断是否为陈述句
 - 在判断是否有唯一的真值（真值必须存在（悖论不是命题）且唯一）

联结词

- 否定联结词 \neg
 - 当 p 为真时， $\neg p$ 为假
- 合取联结词 \wedge
 - 当 p, q 同时为真时， $p \wedge q$ 为真
- 析取联结词 \vee
 - $p \vee q$ 为假当且仅当 p, q 同时为假
 - 将自然语言中的“或”符号化为 \vee 时，要注意“或”的语义是“相容或”（ $p \vee q$ ）还是“排斥或”（ $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ ）。
- 蕴含联结词 \rightarrow
 - $p \rightarrow q$ 为假当且仅当 p 为真且 q 为假。
 - 蕴含联结词的逻辑关系是 q 是 p 的必要条件。但是实际命题中 p 和 q 不一定存在逻辑关系，此时蕴含联结词被理解为简单的真值映射函数，没有具体的逻辑意义。
 - 特别注意当 p 为假时，蕴含式的真值一定为真。
- 等价联结词 \leftrightarrow
 - $p \leftrightarrow q$ 为真当且仅当 p, q 同时为真或者同时为假。
 - 等价联结词的逻辑关系是 p 和 q 互为充分必要条件
- 优先级
从高到低： $()$, \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow

命题公式及其赋值

- 命题常项和命题变项
 - 真值确定的不可细分的陈述句称作命题常项，真值可变的不可细分的陈述句称作命题变量。
- 合式公式
 - 将命题变项用联结词和括号按照一定逻辑关系联结起来的符号串称作合式公式（也叫命题公式或命题形式）。
- 公式的层数
 - 考虑递归求解公式的真值时，该部分公式所在递归的层数，将单个的命题变项称作第 0 层。
- 赋值
 - 对公式中所有命题变量的真值进行赋值，称作对公式的赋值或者解释。若一组赋值使得公式为真，则称为成真赋值，否则称为成假赋值。
 - 将命题公式 A 在所有赋值情况下的真值取值情况列成表，称为 A 的真值表。
 - 若两个公式在各种变量赋值情况下的真值都相同，称为两个公式真值表相同。
- 重言式，矛盾式，可满足式
 - 重言式是对所有赋值情况公式都为真的公式
 - 矛盾式是对所有赋值情况公式都为假的公式
 - 可满足式是对至少一种赋值情况公式为真的公式（包括重言式）