概率统计 A 作业 Homework_04 (Lecture_PS03_2) 2024.3.8

1、 设有同类型的设备 300 台，各台工作是相互独立的，发生故障的概率都是 0.01，一台设备的故障可由一个工人及时处理，问至少需配备多少个工人，才能保证党设备发生故障时，不能及时维修的概率小于 0.01?

2、 设随机变量 $X \sim B(n, p)$，即有：

$$P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k=0,1,\cdots,n$$

试求：当 k 取何值时，$P(X=k)$的值最大？

3、 设随机变量 X 的概率密度为：

1) $f(x)=\begin{cases} 2(1-1/x^2), & 1\le x\le 2 \\ 0, & 其他； \end{cases}$

2) $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x<1 \\ 2-x, & 1\le x<2 \\ 0, & 其他. \end{cases}$

求 X 的分布函数 $F(x)$，并画出 2)中的 $F(x)$及 $f(x)$的图形.

6. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{C}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

求：1) 常数 C； 2) X 落在区间(-0.5, 0.5)内的概率.

7. 设随机变量 K 服从(0，5)上的均匀分布，求方程:

$4x^2+4Kx+K+2=0$

有实根的概率.

8. 设某产品质量指标 $X\sim N(160, \sigma^2)$. 若要使 $P(120\le X\le 200)\ge 0.8$，问：允许$\sigma$ 最大为多少？

9. 设 X 服从参数为λ 的指数分布，求 $Y=\cos\pi X$ 的分布函数.

10. 设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X (以分钟计)服从参数λ=1/5 的指数分布，某顾客在窗口等待服务，若超过 10 分钟，他就离开. 他一个月要到银行 5 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数. 写出 Y 的概率分布，并求 $P(Y\ge 1)$.

11. 设随机变量 X 服从(0，1)上的均匀分布，求 Y 的概率密度.

1） $Y=e^X$；

2） $Y=-2\ln X$.

12. 设随机变量 $X\sim N(0,1)$，试证明 $Y=X^2$ 服从自由度为 1 的χ^2分布，即 Y 的密度为：

$$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}y^{-\frac{1}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{y}{2}}, & y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

13. 设 $\ln X\sim N(1，4)$，求 $P(1/2<X<2)$.