

回溯与分支限界

使用回溯算法的条件

- 问题必须满足多米诺性质：即在某一步已经不满足约束条件时，由其衍生的子问题也必然不满足约束条件。因此可以不用继续探索其子问题而直接回溯。

设计回溯算法

1. 定义搜索问题的解向量，约束条件，若是最优化问题，还要确定代价函数。
 - 解向量为 $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ 代表搜索树上的一个节点。
 - 约束条件是这个节点合理时必须满足的条件：如所有已选节点的总价格不大于某一和值。如果不满足约束条件，这个节点直接返回，不用继续分支。
 - 代价函数计算的是从这个节点延伸出去的所有解向量的可能取值的最优值的上界（题目要求最大值）或者下界（题目要求最小值）。如果代价函数值不如已经得到的最优值，则这个节点可以直接返回，不用继续分支
2. 当 x_1, x_2, \dots, x_{k-1} 确定以后，计算 x_k 的取值范围 S_k ， $S_k \subset X_k$ 。 $|S_k|$ 就是搜索树中节点： $\langle x_1, x_2, \dots, x_{k-1} \rangle$ ，的子节点的个数。
 - 有时候各个节点的子节点的数目很容易确定，比如排列树（子节点只有所有未取的值）或者子集树（子节点只有两个：下一个值取或者不取）
 - 有时候子节点的数量不能直接确定，需要通过当前节点的性质动态确定（如邮资问题）
3. 按照 DFS 或者 BFS 遍历并且利用约束条件和代价函数进行剪枝。
4. 算法复杂度：
 - 先确定搜索树中节点的个数。
 - 比如排列树的节点数为 $O(n!)$ ，子集树的节点数为 $O(2^n)$ 。
 - 再确定每个节点的工作量。