

选择题

6. 设 A 和 B 是不相交的非空集合, 则 $A \rightarrow B$ 中函数的合成运算满足 ()
- (A) 交换律 (B) 结合律 (C) 有单位元 (D) 有逆元 (E) 都不对
5. 任给一个 A 上的等价关系 R , 自然映射 $f: A \rightarrow A/R$ 满足的性质是 ()
- (A) 单根性 (B) 单值性 (C) 满射性 (D) 反函数存在 (E) 都不对
7. 给定函数 f, g , 以下哪些为函数 ()
- (A) $f \cap g$ (B) $f \cup g$ (C) $f \circ g$ (D) f^{-1} (E) 以上都不

真

设 R, G 为两集合, 下面说法中正确的是 ()

- A. $\text{dom}(F \cup G) = \text{dom}F \cup \text{dom}G$
- B. $\text{ran}(F \cup G) = \text{ran}F \cup \text{ran}G$
- C. $\text{dom}F \cap \text{dom}G = \text{dom}(F \cap G)$
- D. $\text{ran}F \cap \text{ran}G \subseteq \text{ran}(F \cap G)$
- E. $\text{dom}F - \text{dom}G \subseteq \text{dom}(F - G)$

填空题

15. 设 f 和 g 都是 $R \rightarrow R$ 的函数, $f(x)=2x+1$, $g(x)=x/2-1$, 则 $f \circ g \circ f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $g \circ f \circ g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$; $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$; $g^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$;
11. 函数 f 存在左逆当且仅当 f 是 射的。(单)
14. 给定集合 $A=\{a,b,c,d\}$, 集合 $B=\{1,2,3\}$, 则 A 到 B 的关系数量为 , A 到 B 的偏函数数量为 , 全函数数量为 , 满射函数数量为 , 单射函数数量为 。
15. 设 $f: N \rightarrow N$, 且 $f(x) = 7x + 1$, 则 f 存在 (左逆/右逆), 试给出一个 (左逆/右逆) 。

(答案不唯一)

2. 当集合 $A \neq \emptyset$ 且集合 $B = \emptyset$ 时, A 到 B 的全体全函数 $A \rightarrow B =$ _____,

A 到 B 的全体偏函数 $A \dashrightarrow B =$ _____。

判断题

25. 若 f 和 g 都是函数, 则 $f \cap g$ 仍是函数, 但 $f \cup g$ 可能不是函数。 ()

26. 设 $g: A \rightarrow B$ 和 $f: B \rightarrow C$, 如果 $f \circ g$ 是双射的, 则 f 是单射的, g 是满射的。 ()

21. 若 R 是单根的, 则 $R[A] - R[B] = R[A - B]$ 。 ()

26. 如果 $f \circ g$ 为满射, 则 g 为满射函数。 ()

如果 f 是集合 A 上的单射函数, 那么 f^{-1} 是集合 A 上的函数

若函数 f 是单调增的, 函数 g 是单调减的, 则 $f \circ g$ 是单调减的

证明题

三、(16 分) 设 $h \in (X \rightarrow X)$, 证明: 对于任意的 $f, g \in (X \rightarrow X)$, 只要 $h \circ f = h \circ g$ 就有 $f = g$

当且仅当 h 是单射的。

32. 设 X 是一个有限集合, $f: X \rightarrow X$, 证明: 如果 f 是单射或满射, 则 f 是双射。

一、(10分) 设 X 是一个有限集合, $f: X \rightarrow X$, 则证明:

(1) 如果 f 是单射, 则 f 是双射;

(2) 如果 f 是满射, 则 f 是双射。

30. (10 分) 判断下列是否函数及函数的性质, 并求出双射函数的反函数。(R 为实数集, N 为自然数集)

(1) $f: R \rightarrow R$ 且 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$; (2) $f: R_+ \rightarrow R$ 且 $f(x) = \ln x$;

(3) $f: N \rightarrow N$ 且 $f(x) = (x^2 + 3)/x$; (4) $f: N \rightarrow N$ 且 $f(x) = \begin{cases} n+2 & , \\ 0 & , \\ 1 & , \\ n & , \end{cases}$

$n = 0, 1, 2$

$n = 3$

$n = 4$

$n \notin \{0, 1, 2, 3, 4\}$

三、(20 分) 试回答下列问题, 并说明理由.

(1) 集合 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 求 A 到 B 的所有偏函数、

全函数分别有多少个? (8 分)

(2) 把所有偏函数 $f: A \rightarrow B$ 通过 $f: \text{dom}(f) \rightarrow B$ 转换成全函数, 问这些全函数中

包含多少个单射函数? 多少个满射函数? 和多少个双射函数? (12 分)