选择题

3. 设 R_1 和 R_2 均为 A 上等价关系，仍为 A 上等价关系的是（　　　　）

（A）$\sim R_1$　　（B）R_1-R_2　　（C）$R_1 \cap R_2$　　（D）$R_1 \circ R_2$　　（E）都不是

4. 拟序关系满足（　　　　）

（A）自反性　（B）反自反性　（C）对称性　（D）反对称性　（E）传递性

5. 函数作为二元关系，满足的性质是（　　　　）

（A）单根性　（B）单值性　（C）逆关系存在　（D）反函数存在　（E）都不对

9. 已知$A \preccurlyeq\cdot B, C \preccurlyeq\cdot D$，则下面成立的是（　　　　）（AB）令 B=D，（C）令 BD 不相交

（A）$A \cup C \preccurlyeq\cdot B \cup D$　（B）$A \oplus C \preccurlyeq\cdot B \oplus D$　（C）$A \cap C \preccurlyeq\cdot B \cap D$　（D）$A \times C \preccurlyeq\cdot B \times D$

（E）都不对

1. 拟序关系满足

（A）自反性、传递性　　　　（B）反自反性、传递性

（C）反自反性、对称性　　　（D）自反性、对称性

2. 设R,S是等价关系，则下面表达式是等价关系的有（）

(A) $R \oplus S$　(B) $R^{-1} \cap S^{-1}$　(C) $R \circ S$　(D) $s(R \cup S)$　(E)　$t(R \cap S)$

4. 下面关于关系的性质和关系运算的说法中，正确的是（）

（A）若 R 是对称的，则~R 也是对称的　　（B）若 R 是自反的，则R^{-1}也是自反的

（C）若 R_1 和 R_2 是传递的，则 $R_1 \cap R_2$ 也是传递的　（D）若 R_1 和 R_2 是反对称的，则 $R_1 \cup R_2$ 也是反对称的

（E）若 R_1 和 R_2 是反自反的，则 $R_1 - R_2$ 也是反自反的

填空题

1. 设$R=\{(x,y)|x\in N\wedge y\in N\wedge x+3y=12\}$，则$R^2$=______________________________

2. $A=\{a,b,c,d\}$, R 是 P(A)上的"⊆"关系，令 $B=\{\{a,b\},\{b,c\},\{c,d\},\{a,c,d\},\{b,c,d\}\}$,

则 B 的极大元是 ____，

极小元是____，

上界是____，

下确界是____。

3. R 是 A 上的二元关系，若$R^7=R^{15}$，则化简R^{2018}的结果是__________。

4. 设$R,R_1,R_2\subseteq A\times A$，给下列公式中间填上"=" 或 "⊆" 或 "⊇", "⊆"意味着存在"⊂"成立的情形。

(a) rts(R) ____tsr(R)　　　　(b) st(R) ____ts(R)

(c) $R_1\circ R_2\cap R_1\circ R_3$ ____$R_1\circ(R_2\cap R_3)$　(d) $t(R_1\cup R_2)$ ____$t(R_1)\cup t(R_2)$

12. 非空 n 元集合 A 上既是等价关系又是偏序关系的二元关系有_________个。

12. ∪<a,<b,c>>= _________________________；∩<a,<b,c>>___________________________。

13. 设 R 是 A 上的二元关系，若 $R^8=R^{15}$，　则化简 R^{2019} 的结果是______________________。

1. R 是 A 上的二元关系，若$R^7=R^{18}$，则化简R^{2019}的结果是_____。

14. 设 A={a,b}，A 上有_____个自反关系，_______个对称关系，_______个传递关系。

12. A={1,2,3,4,5}，试求 A 上反自反关系的个数是_______。

11. 二元关系$R=\{<a,b>,<b,a>,<b,c>\}$，$R^2=$___，　$R^{2020}=$_____。

13. $\boldsymbol{t(R)}=$____ ，$\boldsymbol{r(R)}=$_________。

17. 反链的定义是_______。

设 R 是 A 上的二元关系，若 $R^3=R^9$，　则化简 R^{2020} 的结果是_______。

R 是 A={a,b,c,d,e}上的偏序关系，其中{b,c,d}的上界是{a,b}且无最小元，则满足该条件的偏序关系 R 有________个。

4. 设 A={a,b,c,d}, R⊆A×A，R={<a,a>, <a,b>,<b,c> <c,d>}，R 的传递闭包 t(R)=___。

11．设 A 为一集合，R⊆A×A，已知 $R^9=R^{21}$，化简表达式 R^{2019}=_______。

(6) $\boldsymbol{A=\{a,b,c,d,e,f,g\}}$，$\boldsymbol{R,S}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 上的等价关系，$\boldsymbol{A/R=\{\{a,b,c\},\{d,e,g\},\{f\}\}, A/S=\{\{a,c\},\{b,d,e\},\{f,g\}\}}$，则 $\boldsymbol{A/R\cap S=}$____

(7) 设$R=\{\,(x,y)|x\in N\wedge\ y\in N\wedge x+3y=12\}$，则$R^2$=________________________________

(8) $A=\{a,b,c,d\}$, R是P(A)上的"⊆"关系，令$\mathbf{B=\{\{a,b\},\{b,c\},\{c,d\},\{a,c,d\},\{b,c,d\}\}}$,

则B的极大元是 _______________________，下确界是____________________。

(9) R是A上的二元关系，若$R^7=R^{15}$，则化简R^{2018}的结果是__________。

(10) $\cup\cup<\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\},<a,b>>=$_____________________________________。

2. $\cup<a,<b,c>>=$_____。

判断题

22. 设 R_1、R_2、R_3 为三个集合，则 $R_1\circ(R_2\cap R_3)\subseteq(R_1\circ R_2)\cap(R_1\circ R_3)$。 ( )

23. 若关系 R_1 和 R_2 均为对称的，则 $R_1\circ R_2$ 也是对称的。 ( )

24. 若一个关系是对称的，则它的传递闭包也是对称的。 ( )

22. 若集合 A 是传递集，则 P(A)也是传递集，反之则不一定成立。( )

20. 集合之间的真包含关系⊂是拟线序关系。 ( )

22. 若 R 是传递的，则它的对称闭包也是传递的。( )

23. rts(R)是等价关系。 ( )

25. 集合之间的劣势关系为偏序关系。 （ ）

证明题

六、（16 分） 设 R 是集合 A 上的二元关系，定义$\mathbf{S} = \{ (\mathbf{a}, \mathbf{b}) | \exists \mathbf{c} \in \mathbf{A}, (\mathbf{a}, \mathbf{c}) \in \mathbf{R}, (\mathbf{c}, \mathbf{b}) \in \mathbf{R}\}$.

证明：若 R 是 A 上的等价关系，则 S 也是 A 上的等价关系，且 S=R。

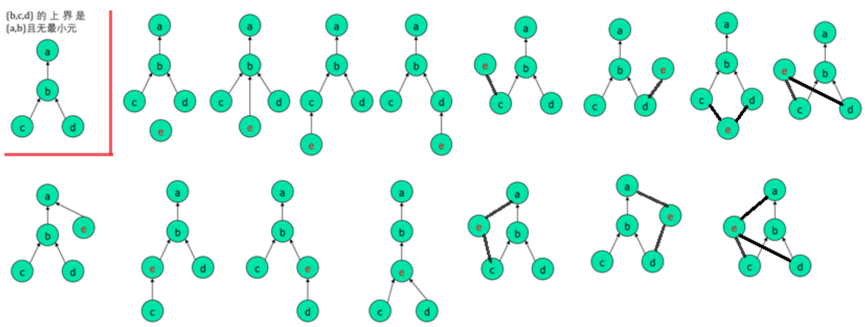
31. 四元集 A 上的偏序关系有一个最大元和两个极小元，这样的偏序关系有多少个？

一、 （10分） 设R是集合A上的一个等价关系，现在在等价类之间定义一个新关系S，使得等价类[a]和[b]满足[a]S[b] <=> aRb，判别S是一个什么关系。

31. 画出偏序集（$2^{\{1,2,3\}}, \subseteq$）的哈斯图。

31.（5 分）令集合$\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}\}$是由 5 个人构成的集合，定义“互助”为$\boldsymbol{A}$上的等价关系，如果要把$\boldsymbol{A}$中元素划分为 3 个互助组，有多少种划分方式？

32.（5 分）若 R 是$\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}\}$上的偏序关系，其中子集$\{\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}\}$的上界是$\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\}$且无最小元，则满足该条件的偏序关系 R 有多少个？ 15 个 (以及：e 在 cd 下，e 在 cd 上与 ab 不可比，e 在 a 下 cd 上与 b 不可比)



三、试回答下列问题，并说明理由.（20分）

（1）在A={a, b, c}上有多少个不同的二元关系？（4分）

（2）其中有多少个二元关系既是偏序关系又是等价关系？（4分）

（3）其中有多少个二元关系是偏序关系而不是等价关系？（4分）

（4）其中有多少个二元关系是等价关系而不是偏序关系？（4分）

（5）其中有多少个二元关系既不是等价关系也不是偏序关系？（4 分）

二、设A={a, b, c, d}上有二元关系R={<a, b>, <c, b>, <c, d>}，试回答下列问题.（20分）

(1) 给出R的关系图和关系矩阵. （5分）

(2) 判断R满足下列哪些关系性质？（在括号内打　　或　　）（5分）

自反（ ）　反自反（ ）　对称（ ）　反对称（ ）　传递（ ）

(3) 求出R的自反闭包、对称闭包、传递闭包.（5分）

(4) 计算出 R 的各次幂.（5 分）

二、（20 分）设 R, S 是 A 上的等价关系且 R°S=S°R，证明：

R°S 是 A 上的等价关系.

R 是集合 A 上等价的二元关系，证明 R^2 也是 A 上的等价关系。

举例说明若R_1, R_2是等价关系，但$R_1 \circ R_2$不是等价关系

1. **设R_1和R_2是集合 S 中的等价关系，C_1和C_2是它们产生的划分，证明：当且仅当C_1的每个划分块都包含在C_2的某个划分块中，$R_1 \subseteq R_2$。**

证明：

令划分　$C1=\{A1,A2,\cdots Ak,\cdots\}$,

　　　　$C2=\{B1,B2,\cdots Be,\cdots\}$

(充分性)

先证明若 $R1\subseteq R2$，则 C1 的每个划分块都包含在 C2 的某个划分块中。对于$\forall Ak\in C1$，即 Ak 为 C1 中的任一划分块，所以 $Ak\neq\Phi$。在 Ak 中任意取一个元素 $a\in Ak$，因为 C2 是 S 的划分且 $a\in S$，所以存在 $Be\in C2$，使得 $a\in Be$。对于任意的 $b\in Ak$，有 aR1b，又因为 $R1\subseteq R2$，所以 aR2b。根据划分的定义得 $b\in Be$，所以 $Ak\subseteq Be$。由 Ak 得任意性知，C1 的每一个划分块都包含在 C2 的某个划分块中。

(必要性)

对于任意的 aR1b，有 a，b 在 C1 的同一块划分中，根据题设，必有 a,b 在 C2 的同一块划分中，故 aR2b 成立，所以 $R1\subseteq R2$。