Slide03 必做题

Exercise 3.1.1 写出下列语言的正规表达式*:*

b) 从右端数第 10 个位置是 *1* 的所有 *0*， *1* 字符串的集合.

c) 最多包含两个相继的 *1* 的所有 *0*， *1* 字符串的集合*.*

参考解答:

b) (0+1)* 1 (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1)

或 $(0+1)^* 1 (0+1)^9$

c) 对不包含相继的 *1* 的所有 *0*， *1* 字符串的集合，正规表达式可以为:

(ε + 1)（0+01）*;

包含一对相继的 *1*，正规表达式可以为:

（0+10）*11（0+01）*;

所以，结果正规表达式可以为:

(ε + 1)（0+01）* + （0+10）*11（0+01）*

Exercise 3.1.2 写出下列语言的正规表达式*:*

b) 0 的个数能够被 *5* 整除的所有 *0*， *1* 字符串的集合*.*

参考解答:

正规表达式可以为:

（1*01*01*01*01*01*）* + 1*,

或 （01*01*01*01*0 + 1）*

!! Exercise 3.1.3(a)

参考解答:

0*（11*000*）*1*0*　　或改写为　0*（1*000*）*1*0*

(设计思路容易想出来)

!! Exercise 3.1.3(b)

参考解答:

(01+10)*

（设计思路：可以从满足条件的 0, 1 串，如ε，01，10，…，归纳生成所有长度为 2k 的串，从归纳构造过程可联想到这个结果。）若严格证明的话，需要从两个方面进行归纳证明：一方面，归纳于满足条件的串的长度，证明这些串属于 (01+10)* 定义的语言；另一方面，归纳于 $(01+10)^* = (01+10)^0 \cup (01+10)^1 \cup (01+10)^2 \cup \ldots \cup (01+10)^k \cup \ldots$ 中的 k，证明 L((01+10)*)中串都满足题目中的条件。

****!Exercise 3.1.5***

参考解答: 从"课程文件"中下载网页文件，从中找到参考解答

***Exercise 3.4.1*　　验证下列包含正规表达式的等式**

c)　(RS) T = R (ST)
g)　(ε+R)* = R*.

参考解答:

c) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a，将 S 替换为 b.

(RS)T 具体化为(ab)a，R(ST)具体化为 a(ba)，而 L((ab)a)=L(a(ba))={abc}，所以原等式成立；

g) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a.

$(\varepsilon+R)^*$具体化为$(\varepsilon+a)^*$, R^*具体化为 a^*, 而 $L((\varepsilon+a)^*)=L(a^*)=\{\varepsilon,a,aa,aaa,\dots\}$，

（注：若严格证明 $L((\varepsilon+a)^*)=L(a^*)$，可以在归纳证明：对任意 $k>=0$，$\{\varepsilon, a\}^k=\{a\}^k$ 的基础上进行），所以原等式成立；

Exercise 3.4.2 证明或否证下列关于正规表达式的命题

b) $(RS+R)^*R = R(SR+R)^*$

d) $(R+S)^*S = (R^*S)^*$.

参考解答：

b) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a，将 S 替换为 b.

$(RS+R)^*R$ 具体化为$(ab+a)^*a$，$R(SR+R)^*$具体化为 $a(ba+a)^*$，可以证明 $L((ab+a)^*a)=L(a(ba+a)^*)$

（注：同上，可以先归纳证明：

对任意 $k>=0$，$\{ab, a\}^k\{a\}=\{a\}\{ba, a\}^k$，而由连接运算对$\cup$运算的分配律，可知 $L((ab+a)^*a)=\cup_{k=0,1,2,\dots}(\{ab, a\}^k\{a\})$, $L(a(ba+a)^*)=\cup_{k=0,1,2,\dots}(\{a\}\{ba, a\}^k)$，由此证得 $L((ab+a)^*a)=L(a(ba+a)^*)$

），

所以原等式成立；

d) 将两个表达式具体化，将 R 替换为 a，将 S 替换为 b.

$(R+S)^*S$ 具体化为$(a+b)^*b$，$(R^*S)^*$具体化为$(a^*b)^*$，由于$\varepsilon\in L((a^*b)^*)$，而 $\varepsilon\notin L((a^*b)^*)$，所以原等式不成立.