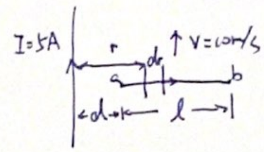
清華大學 数学作业纸

班级：计01　姓名：容逸朗　编号：2020010869　科目：物理　

1. 已知：$I=5A$，$l=20cm=0.2m$，$d=10cm=0.1m$，$v=10m/s$

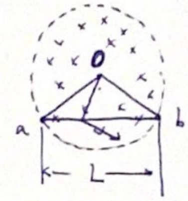


求：ε_{ab}

解：$\varepsilon_{ab}=\int d\varepsilon=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{r}=-\int vB\,dr=-v\int_d^{d+l}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot dr=-\frac{v\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{d+l}{d}$

$=-\frac{10\times4\pi\times10^{-7}\times5}{2\pi}\times\ln\frac{0.1+0.2}{0.1}=-1.10\times10^{-5}V<0$，故a端电势高.

5. 已知：R，$\vec{B}$，L，$\frac{dB}{dt}$



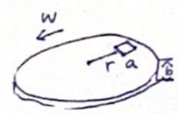
求：ε_{ba}

解：在$\triangle Oab$内，记面积为S，则磁通量$\phi=BS$，磁通量变化时，电场线在圆心O的圆上，

故 $-\frac{d\phi}{dt}=-S\frac{dB}{dt}=\oint E_i\cdot dr=\int_O^b E_i\cdot dr+\int_a^b E_i\cdot dr+\int_a^O E_i\cdot dr=0+\varepsilon_{ba}+0=\varepsilon_{ba}$

因此 $\varepsilon_{ba}=-S\frac{dB}{dt}=-\frac{1}{2}\cdot L\cdot\sqrt{R^2-\frac{L^2}{4}}\cdot\frac{dB}{dt}$，又$\frac{dB}{dt}>0$，故$\varepsilon_{ba}<0$，b端电势高.

10. 已知：ρ，b，r，a^2，$\vec{B}$，ω



求：M

解：圆盘转动时，方块内产生径向电动势 $\varepsilon=Blv=Bar\omega$

方块内电阻为 $\frac{\rho a}{ab}=\frac{\rho}{b}$，过方块的径向电流 $I=\frac{\varepsilon b}{\rho}=\frac{Bar\omega b}{\rho}$

受磁力 $F=BIl=\frac{B^2a^2r\omega b}{\rho}$，$M=Fr=\frac{B^2a^2r^2\omega b}{\rho}$

11. 已知：B

求：$B=\overline{B}/2$

解：电子沿半径R的轨道运动时，方程 $\begin{cases}eE=m_e a_t=m_e\cdot\frac{dv}{dt}\\ evB=m_e a_n=m_e\cdot\frac{v^2}{R}\end{cases}\Rightarrow eB=\frac{m_e v}{R}$

又 $\frac{dv}{dt}=\frac{eR}{m_e}\frac{dB}{dt}\Rightarrow\frac{dB}{dt}=\frac{m_e}{eR}\cdot\frac{dv}{dt}=\frac{E}{R}$

由于 $E=\frac{1}{2\pi R}\cdot\frac{d\phi}{dt}=\frac{\pi R^2 d\overline{B}}{2\pi R\cdot dt}=\frac{R}{2}\cdot\frac{d\overline{B}}{dt}\Rightarrow\frac{d\overline{B}}{dt}=\frac{2E}{R}=2\frac{dB}{dt}\Rightarrow B=\frac{\overline{B}}{2}$

15. 已知：$r=2cm=0.02m$，$l=30cm=0.3m$，$N=1200$，$\frac{di}{dt}=3\times10^2A/s$

求：(1) L，(2) ε.

解：(1) $L=\frac{\mu_0 N^2 S}{l}=\frac{\mu_0 N^2\pi R^2}{l}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times(1200)^2\times\pi\times0.02^2}{0.3}=7.58\times10^{-3}H$

(2) $\varepsilon=L\cdot\frac{di}{dt}=7.58\times10^{-3}\times3\times10^2=2.27V$.

17. 已知：N，h，R_1，R_2

求：(1) L (2) $M_{12}=M_{21}$

解：(1) 电流为I时，过环截面积磁通量 $\phi=\frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$，$L=\frac{\psi}{I}=\frac{N\phi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

(2) 不妨令直导线在无限远处闭合，此时螺绕环通过电流I_1时，产生的磁通量可看作直导线回路铰链.

即 $M_{21}=\frac{\psi_{21}}{I_1}=\frac{\phi_1}{I_1}=\frac{\mu_0 NI_1h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{I_1}=\frac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

当直导线电流为I_2时，$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$，$\phi_{12}=\int_{R_1}^{R_2}B_2h\,dr=\frac{\mu_0 I_2 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$，$M_{12}=\frac{\psi_{12}}{I_2}=\frac{N\phi_{12}}{I_2}=\frac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}=M_{21}$.

25. 已知：R_1，R_2，电介质和$\mu_r=1$

求：单位长度的W和L.

解：$W=\int\frac{B^2}{2\mu_0}dV=\frac{1}{2\mu_0}\left[\int_0^{R_1}\left(\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}\right)^2\cdot2\pi r\,dr\cdot1+\int_{R_1}^{R_2}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2\cdot2\pi r\,dr\cdot1\right]=\frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{R_2}{R_1}\right)$

又因为 $W=\frac{LI^2}{2}$，故 $L=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{R_2}{R_1}\right)$