3.1.1 (b) $(0+1)^*1(0+1)^9$

(c) $(1+\varepsilon)(0+01)^* + (0+10)^*11(0+01)^*$

3.1.2 (b) $1^*((01^*)^5)^*$

3.1.3 (a) $(\varepsilon+0)(1+000^*)^*(\varepsilon+0)$

(b) $(01+10)^*$

3.1.5 另一个语言是 $\varepsilon$，$\varepsilon^* = \{\varepsilon\}$

3.4.1 (c) 将 R 换为 a，S 换为 b，T 换为 c，此时 $(RS)T$ 为 $(ab)c$，$R(ST)$ 为 $a(bc)$

则 $L((ab)c) = L(a(bc)) = \{abc\}$.

(g) 将 R 换为 a

则 $(\varepsilon+R)^*$ 为 $(\varepsilon+a)^*$，$R^*$ 为 $a^*$，有 $L((\varepsilon+a)^*) = L(a^*) = \{\varepsilon, a, aa \dots\}$

3.4.2 (b) R 替为 a，S 替为 b，则 $(RS+R)^*R$ 变为 $(ab+a)^*a$，$R(SR+R)^*$ 变为 $a(ba+a)^*$.

归纳证明 $\{ab,a\}^k\{a\} = \{a\}\{ba,a\}^k$

(基础) 当 $k=0$ 时 $\{a\}=\{a\}$ 成立.

(归纳) 当 $k \le n$ 时成立，则 $k=n+1$ 时，$\{ab,a\}^{n+1}\{a\} = \{\{ab\}\cdot\{ab,a\}^n\{a\}, \{a\}\{ab,a\}^n\{a\}\}$

$= \{\{ab\}\{a\}\cdot\{ba,a\}^n, \{a\}\{a\}\{ba,a\}^n\}$

$= \{\{a\}\{ba\}\{ba,a\}^n, \{a\}\{a\}\{ba,a\}^n\}$

$= \{a\}\{ba,a\}^{n+1}$ 也成立.

从而 $L((ab+a)^*a) = \bigcup_{k=0}^{n}(\{ab,a\}^k\{a\}) = \bigcup_{k=0}^{n}(\{a\}\{ba,a\}^k) = L(a(ba+a)^*)$

(d) R 替换为 a，S 替换为 b，则 $(R+S)^*S$ 为 $(a+b)^*b$，$(R^*S)^*$ 为 $(a^*b)^*$

注意到 $\varepsilon \in L((R^*S)^*)$ 但 $\varepsilon \notin (R+S)^*S$，等式不成立.

2.2.2 对 $|y|$ 归纳

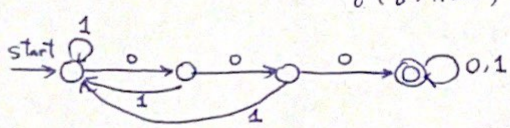
基础，$|y|=0$，此时 $y=\varepsilon$，由 $\hat{\delta}$ 定义知 $\hat{\delta}(q,x) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),\varepsilon)$

归纳，$|y| \ge 1$，记 $y = sa$，其中 s 为长度 $|y|-1$ 的串.

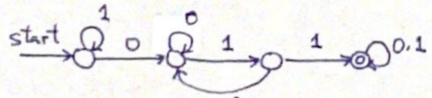
此时 $\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),y) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),sa) = \delta(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),s),a) = \delta(\hat{\delta}(q,xs),a)$

$= \hat{\delta}(q,xsa) = \hat{\delta}(q,xy)$

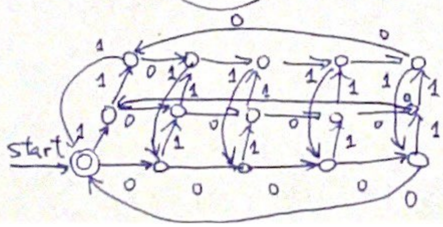
2.2.4 (b)




(c)




2.2.5 (d)



2.2.7. 归纳输入长度 $|w|$

基础 $|w|=0$，即 $w=\varepsilon$，有 $\hat{\delta}(q,\varepsilon)=q$

归纳 $|w|=n+1$，记 $w=sa$，$|s|=n$，$a$ 为输入符，有 $\hat{\delta}(q,s)=q$.

∴ 故 $\hat{\delta}(q,w)=\hat{\delta}(q,sa)=\delta(\hat{\delta}(q,s),a)=\delta(q,a)=q$

2.2.9 (a) 归纳 $|w|$

基础 $|w|=1$，此时 $w$ 只有一个字符，故 $\hat{\delta}(q_0,w)=\delta(q_0,w)=\delta(q_f,w)=\hat{\delta}(q_f,w)$ 成立.

归纳 $|w|=n+1$，记 $w=sa$，$|s|=n$，$a$ 为字符.

此时 $\hat{\delta}(q_0,w)=\hat{\delta}(q_0,sa)=\delta(\hat{\delta}(q_0,s),a)=\delta(\hat{\delta}(q_f,s),a)=\hat{\delta}(q_f,sa)=\hat{\delta}(q_f,w)$

(b) 注意 $\hat{\delta}(q_0,x)=q_f$，由(a)知 $\hat{\delta}(q_f,x)=q_f$，对 $x^k$ 中 $k$ 归纳

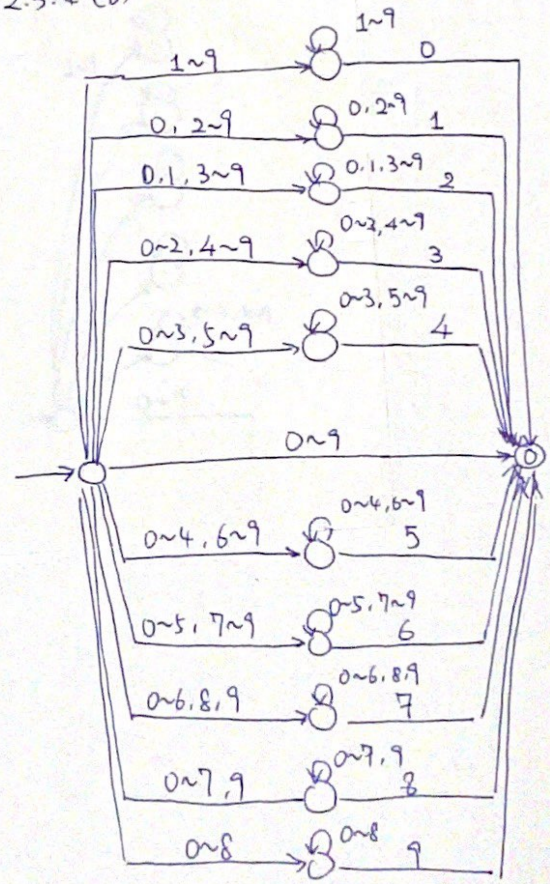
基础 $k=1$，此时由题意知 $\hat{\delta}(q_0,x)=q_f$.

归纳 $k=n+1$，则 $\hat{\delta}(q_0,x^{n+1})=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q_0,x^n),x)$ [由(2.2.2)] $=\hat{\delta}(q_f,x)=q_f$.

2.3.2

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ |
| $\to\{p\}$ | $\{q,s\}$ | $\{q\}$ |
| $*\{q\}$ | $\{r\}$ | $\{q,r\}$ |
| $\{r\}$ | $\{s\}$ | $\{p\}$ |
| $*\{s\}$ | $\phi$ | $\{p\}$ |
| $*\{q,s\}$ | $\{r\}$ | $\{p,q,r\}$ |
| $*\{q,r\}$ | $\{r,s\}$ | $\{p,q,r\}$ |
| $*\{p,q,r\}$ | $\{q,r,s\}$ | $\{p,q,r\}$ |
| $*\{q,r,s\}$ | $\{r,s\}$ | $\{p,q,r\}$ |
| $*\{r,s\}$ | $\{s\}$ | $\{p\}$ |

2.3.4 (b)




2.3.4 (c)