Enigma密码的原理与破译

于红波

2023-3-8

提纲

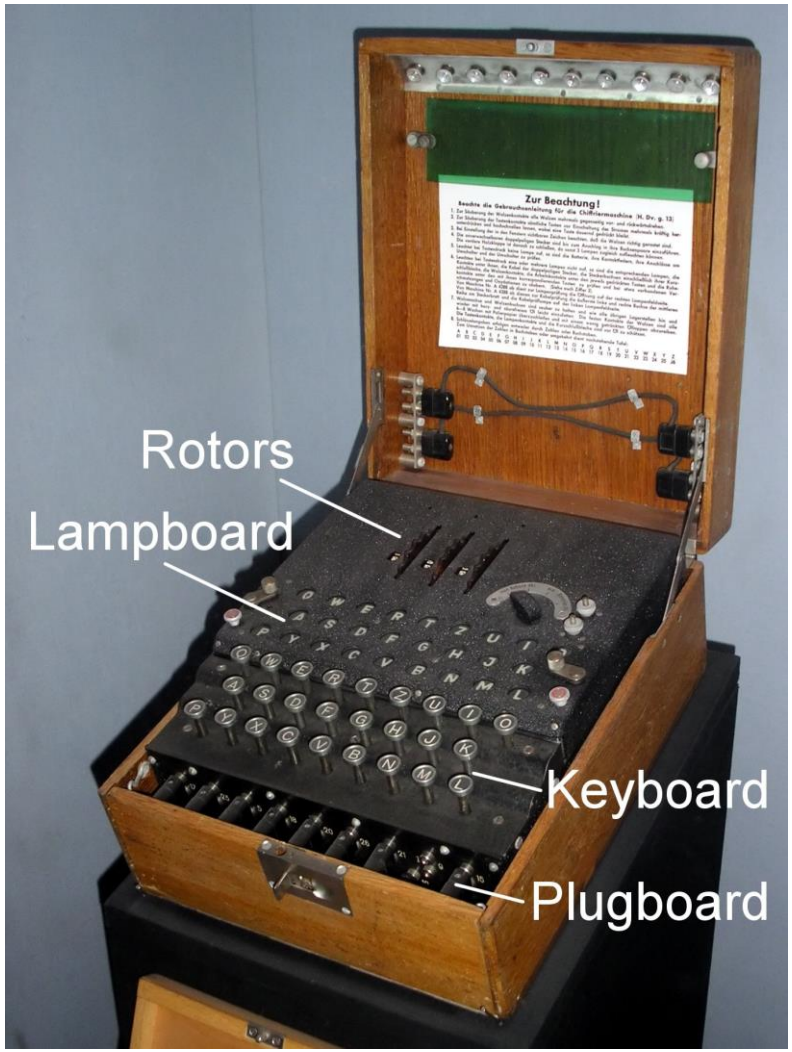
- Enigma密码机的设计原理
- Enigma密码机的破解
  - 波兰人方法
  - 图灵的方法

古典密码

- 置换密码：交换字母的位置
- 代换密码
  - 单表代换：频率分析
  - 多表代换：重合指数法+频率分析

  每加密一个字母就更换一次密码表并且永不重复
- 一次一密

Enigma密码机的原理



键盘（keyboard）: 输入字母
灯盘（Lampboard）：在键盘上输入一个字母后，等盘上会有一个字母亮起，代表加密后的字母
转轮（Roter）: 加密部件
插线板（Plugboard）:加密部件

优点：
1. 安全性高
2. 使用方便

Enigma密码机原理

https://www.bilibili.com/video/av21919076/

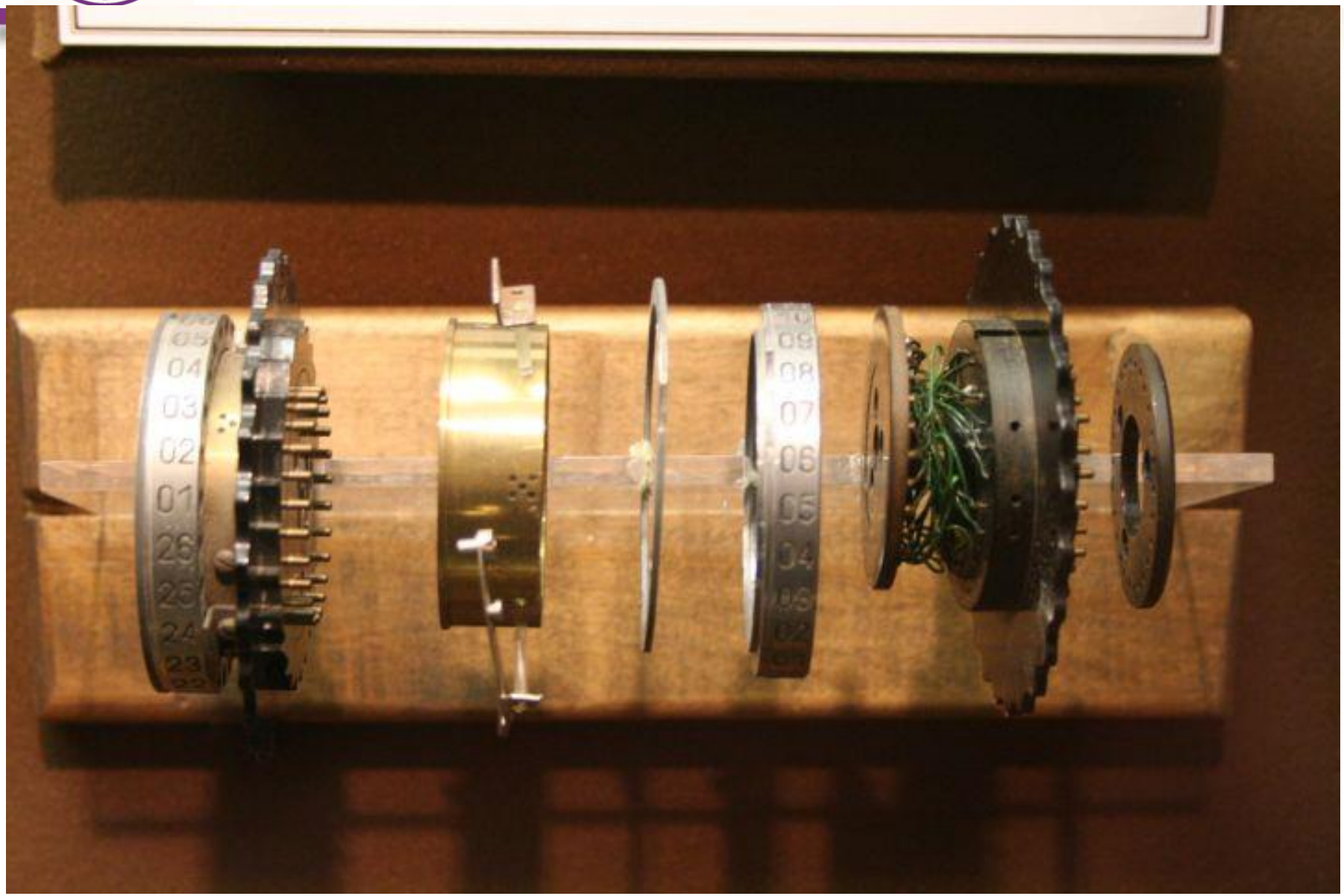
https://www.bilibili.com/video/av21919076/?p=2

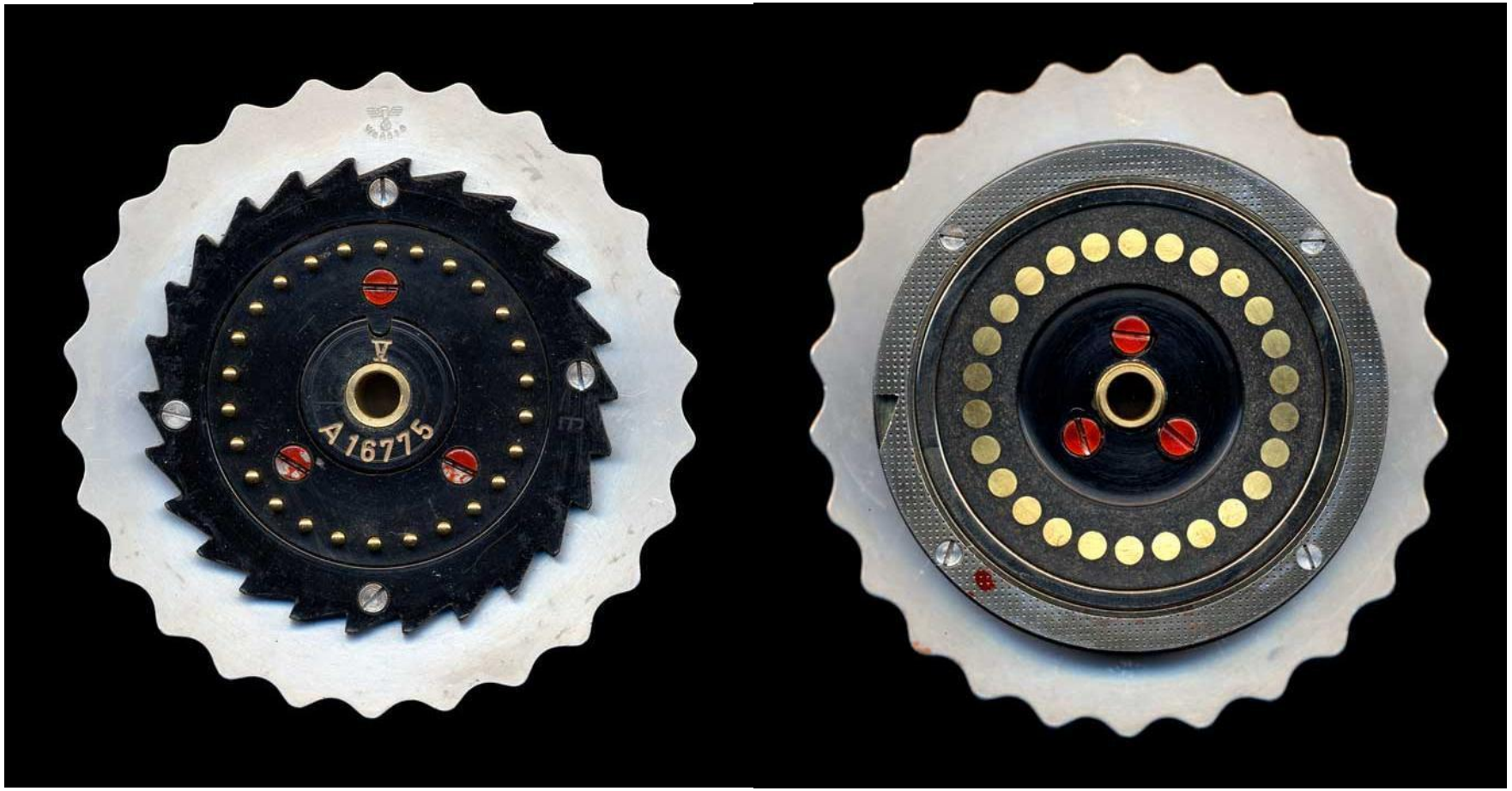
思考：

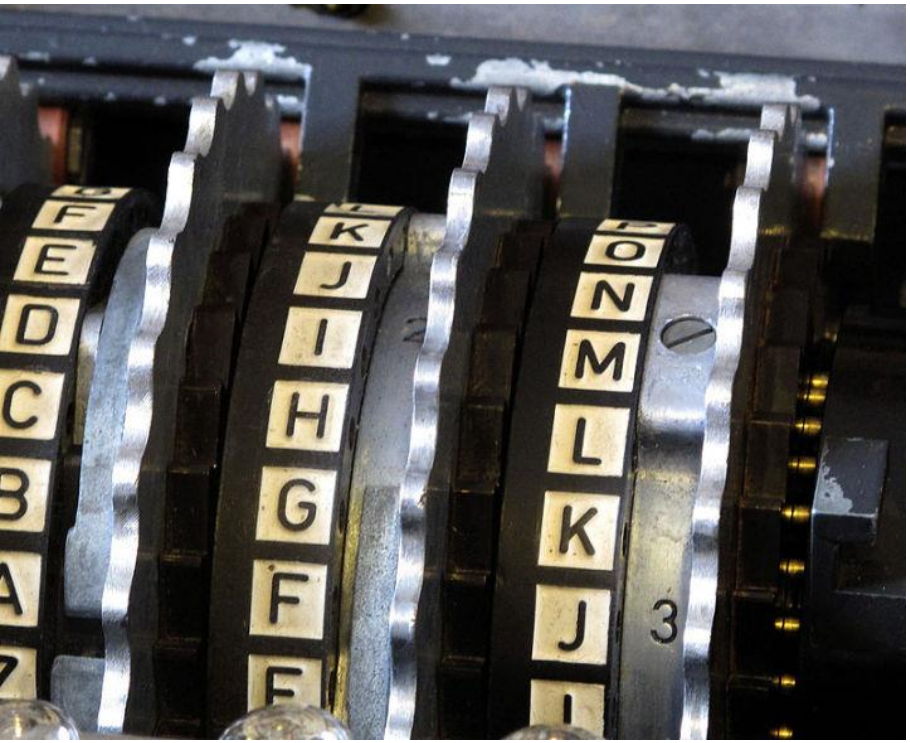
1. Enigma密码机各个部件的组成和作用？
2. Enigma密码机的密钥空间有多大？

https://www.101computing.net/enigma-machine-emulator/

转轮

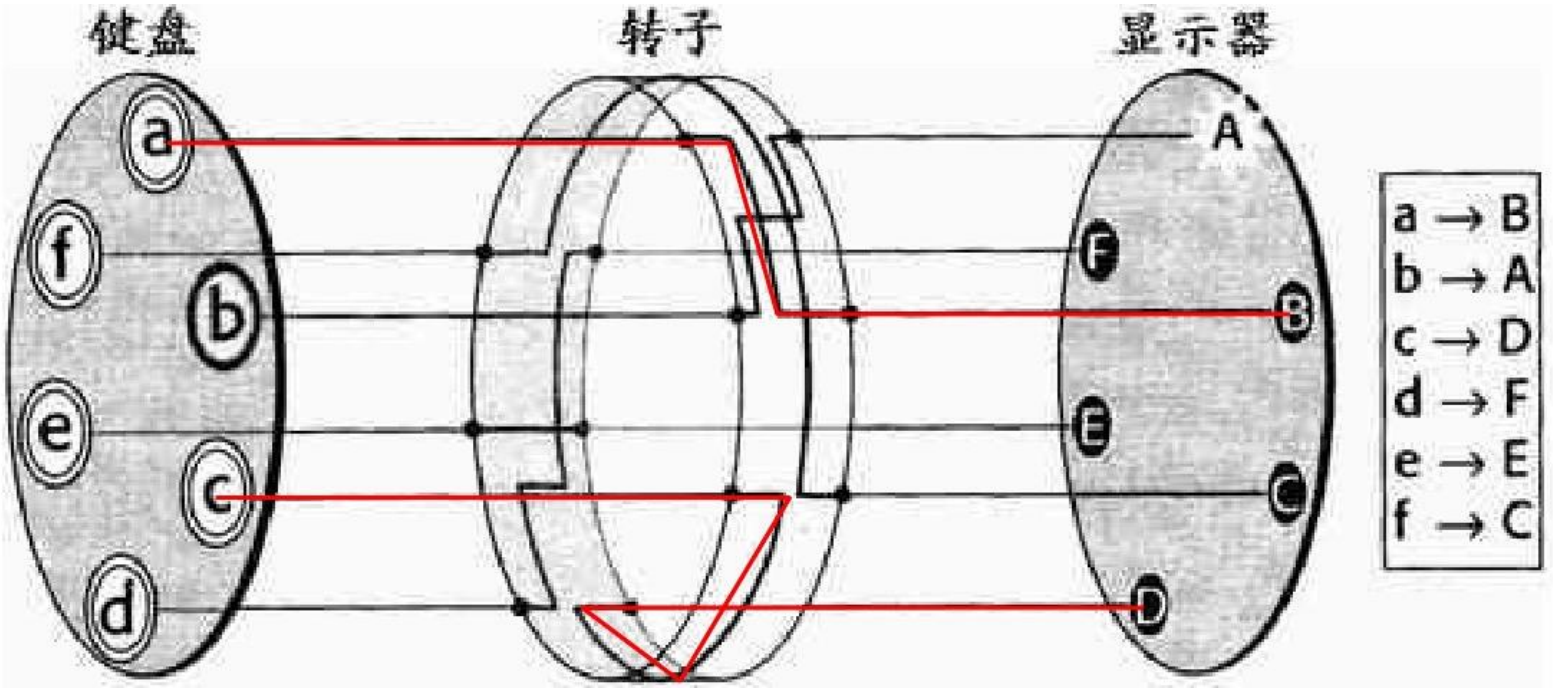


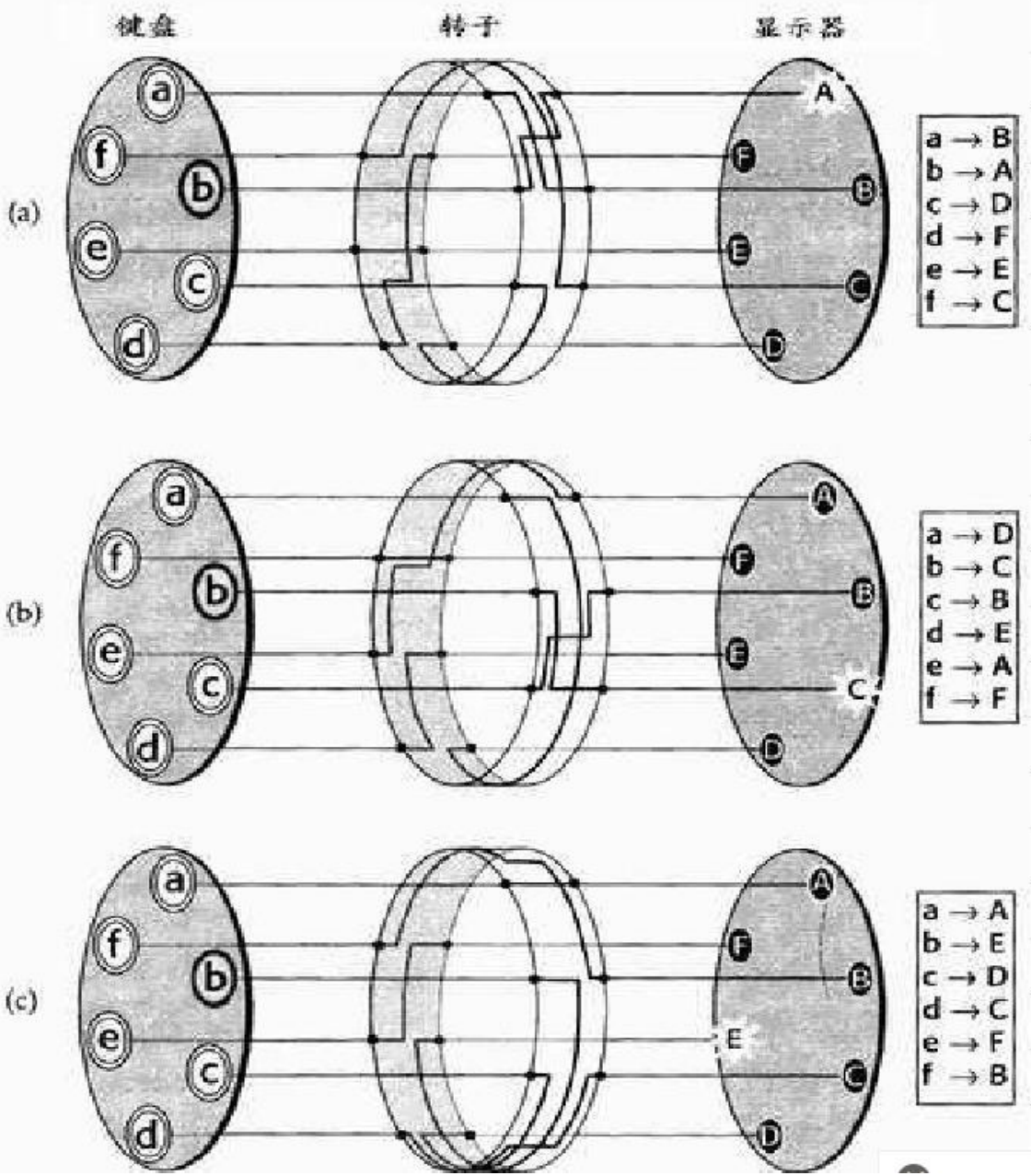

A16775



每输入一个字母以后，第一个转子都会自动转动一格，当第一个转子转动一圈后，会带动第二个转子转动一格。同理，第二个转子转动一圈后，第三个转子转动一格。

每加密一个字母就更换一次密码表


键盘
转子
显示器
a
f
b
e
c
d
A
F
B
E
C
D
a → B
b → A
c → D
d → F
e → E
f → C



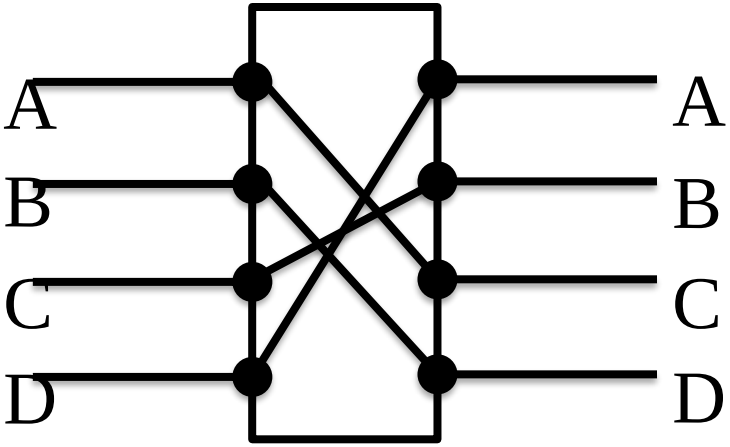
1,5,1,2,0,3

3,1,5,1,2,0

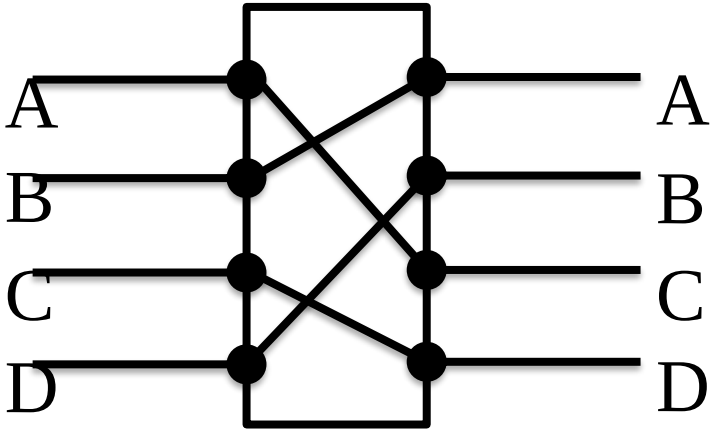
0, 3,1,5,1,2

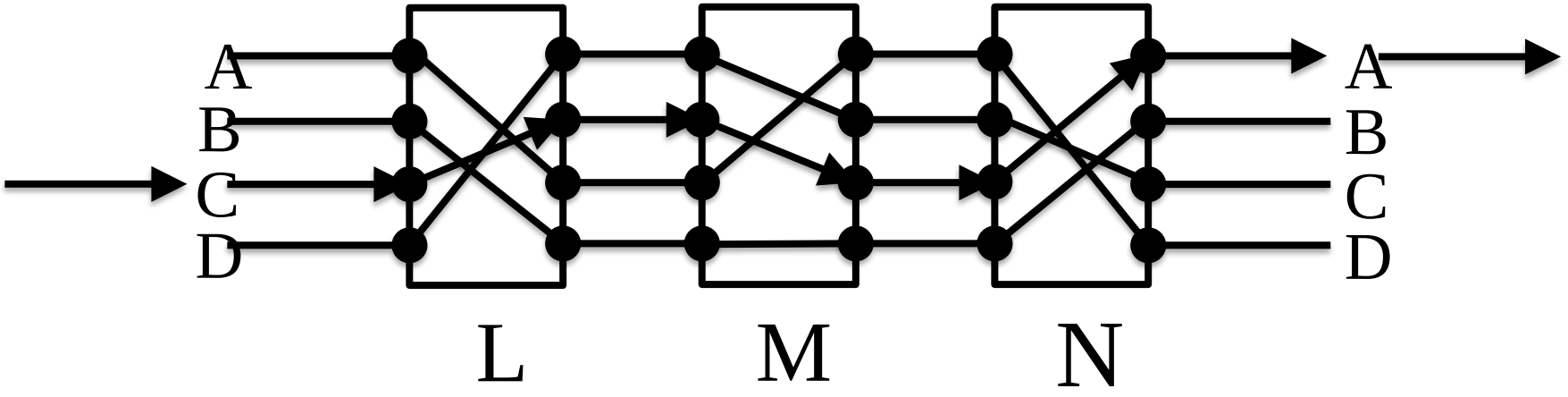
二战中的Enigma密码

转轮初态：(2,2,3,1)



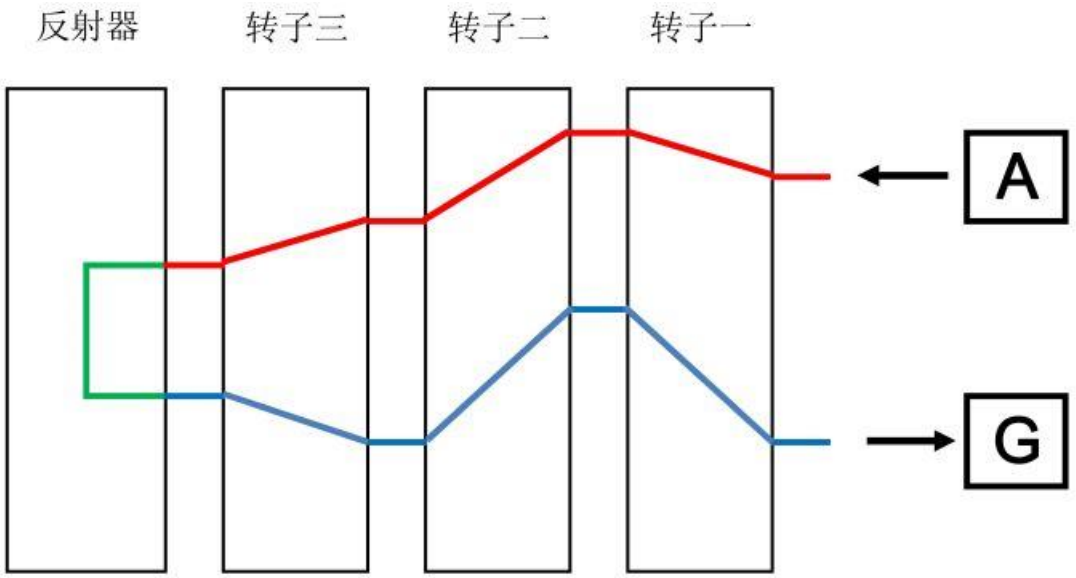
转轮驱动一次：(2,3,1,2)





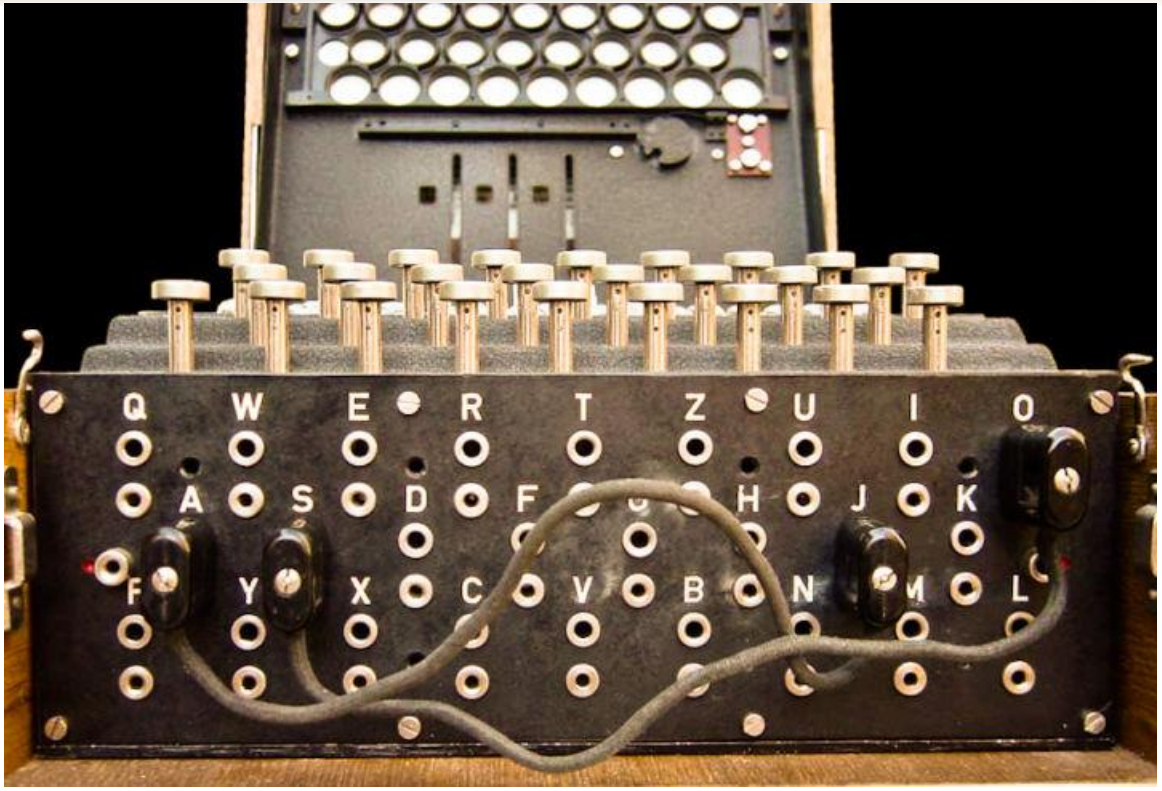
反射器

- 13对字母两两交换



- 反射器作用：
  - 加密过程是自反的
  - 一个字母加密后输出的结果绝对不会是他自身

插线板



早期Enigma：任意交换6对，有1000亿种组合

后期：交换10对

Enigma密码机的使用

1. 3个转子的顺序： （例，从左向右标号2-3-1）
2. 三个转子的位置 （三个转子分别转动到Q-V-W）
3. 插线板的设置：对哪些字母进行交换

问题：密钥空间多大？

Enigma 模拟器：

http://enigmaco.de/enigma/enigma.html

日密钥和信息密钥

- 日密钥：加密信息密钥 （主密钥）
- 信息密钥：加密一条信息 （会话密钥）

  随机选取TGS作为信息密钥， 用日密钥加密的密文BMXYUI

  每天信息的前6个字母是信息密钥的密文

Enigma破解

- 第一阶段
  - Schmidt出卖Enigma文件给法国
  - 1932年，三个波兰的数学家，雷臼斯基(Rejewski)，破解了三个扰频器的Enigma
- 第二阶段
  - 1938年，德国将三个扰频器增加到5个，连线板由6根信号线变为10根，雷臼斯基技术破解受限制
  - 1939年，波兰将破解技术提供给法国和英国图灵破解Enigma

Enigma密码破解（波兰）

- 需要三部分信息：
  - Enigma的设计原理和内部结构：转子的内部连接，反射器的连接
  - 德军对Enigma机的操作守则
  - 每日Enigma机的初始设置（日密钥）
- XYZ 加密成HGABLE

H-B的关系：

X(A0)=H, Y(A1)=G, Z(A2)=A,

X(A3)=B, Y(A4)=L, Z(A5)=E

=> H(A0)(A3)=B

Enigma密码破解

第一个字母:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
第四个字母:	F	Q	H	P	L	W	O	G	B	M	V	R	X	U	Y	C	Z	I	T	N	J	E	A	S	D	K

观察：

A→F→W→A　　3个字母的循环圈

B→Q→Z→K→V→E→L→R→I→B　　9个字母的循环圈

C→H→G→O→Y→D→P→C　　7个字母的循环圈

J→M→X→S→T→N→U→J　　7个字母的循环圈

如果没有插线板,遍历A0，可以破解。

有接线板呢？

1. 假设原来线路链接是将S和G互换。更改一下设置，将S和G之间导线移除，字母链就变为？
2. 将T和K进行链接，字母链变为？

第一个字母: a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

第四个字母: F Q H P L W O G B M V R X U Y C Z I T N J E A S D K

将S和G之间导线移除

第一个字母: a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

第四个字母: F Q H P L W T S B M V R X U Y C Z I O N J E A G D K

将T和K进行链接

第一个字母: a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

第四个字母: F Q H P L W K S B M N R X U Y C Z I O V J E A G D T

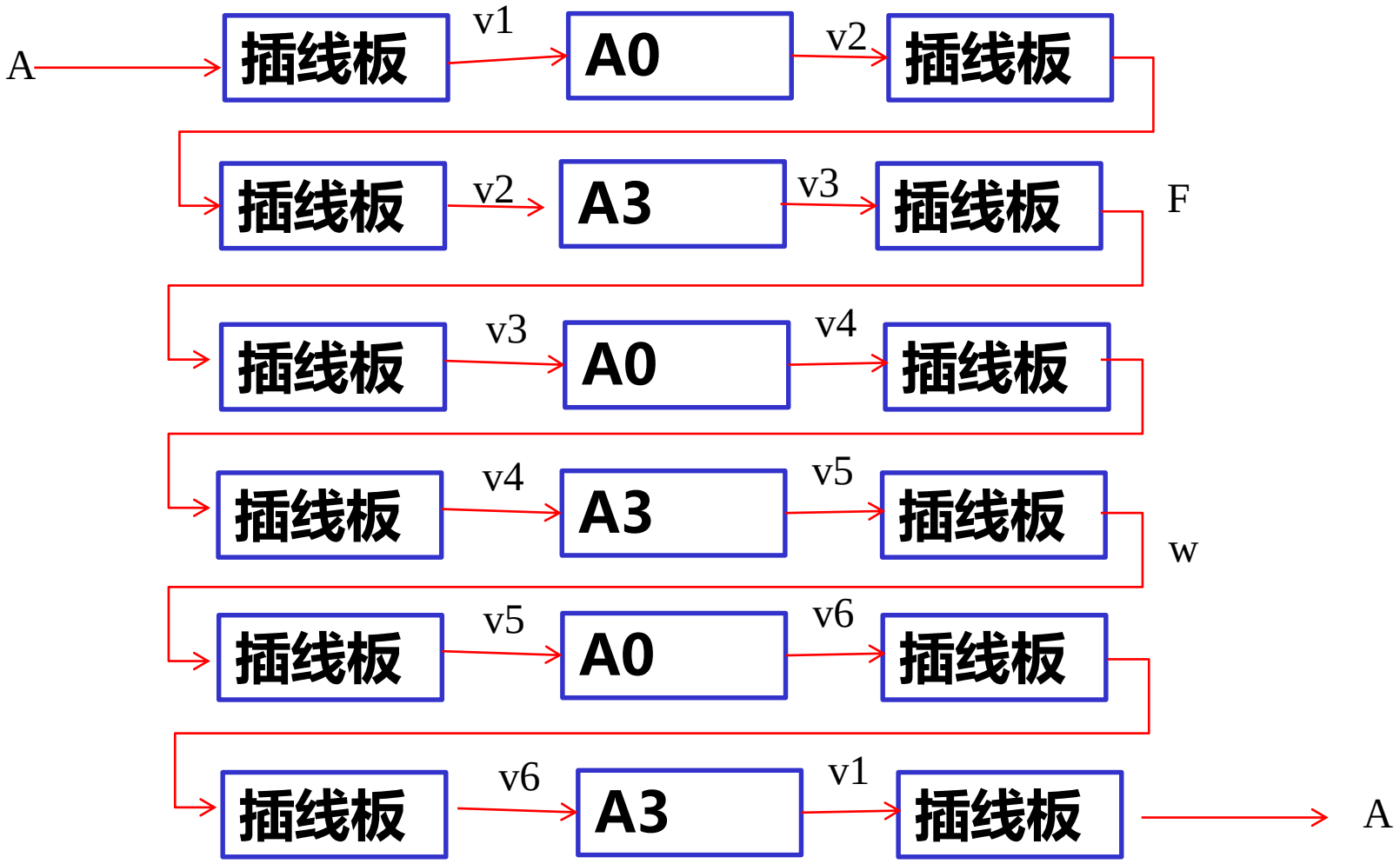
循环圈表就变成了:

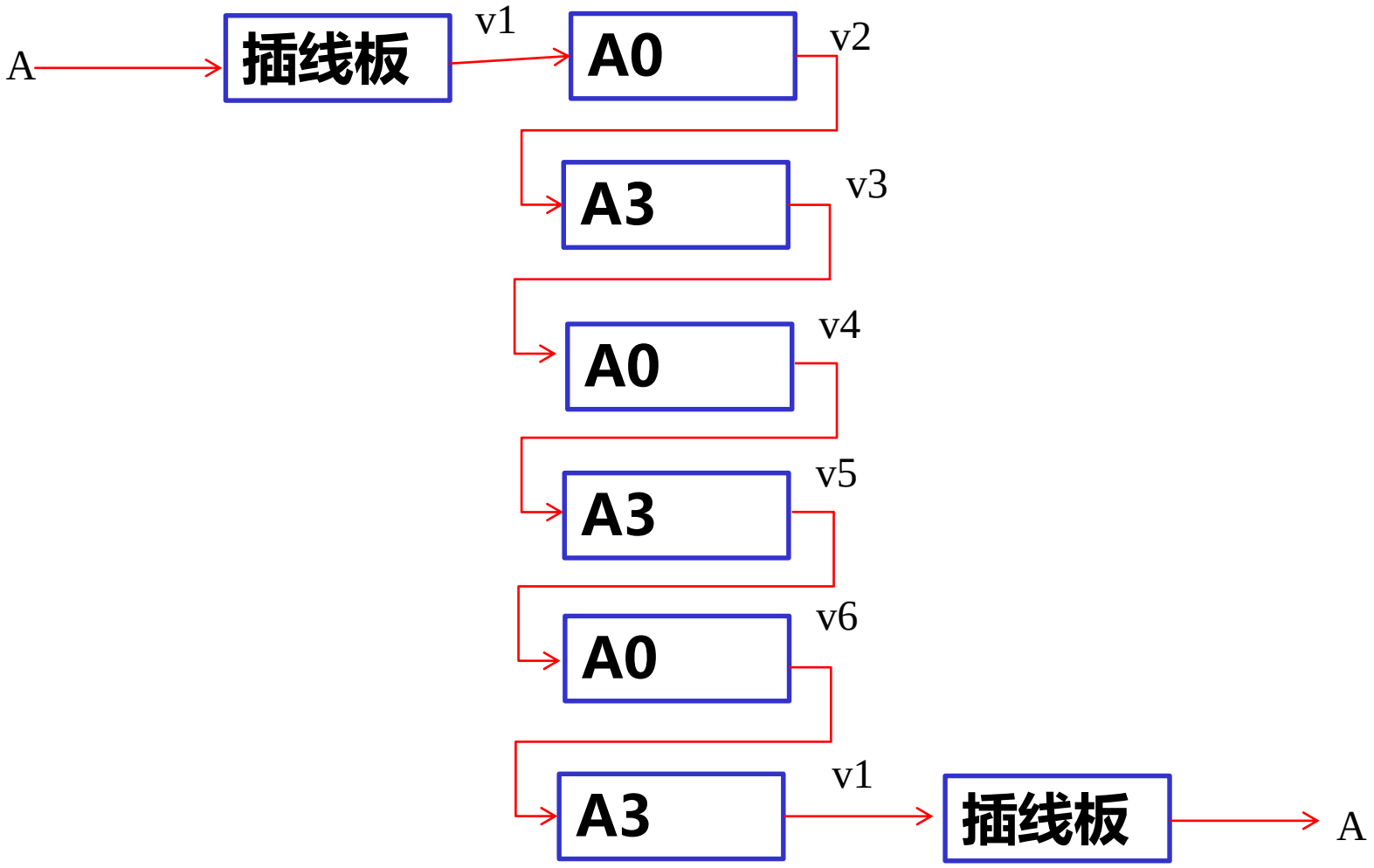
A→F→W→A　　3个字母的循环圈

B→Q→Z→T→V→E→L→R→I→B　　9个字母的循环圈

C→H→S→O→Y→D→P→C　　7个字母的循环圈

J→M→X→G→K→N→U→J　　7个字母的循环圈


A
插线板
v1
A0
v2
插线板
插线板
v2
A3
v3
插线板
F
插线板
v3
A0
v4
插线板
插线板
v4
A3
v5
插线板
w
插线板
v5
A0
v6
插线板
插线板
v6
A3
v1
插线板
A


A
插线板
v1
A0
v2
A3
v3
A0
v4
A3
v5
A0
v6
A3
v1
插线板
A

Enigma密码破解

重要发现：字母链的数目和长度不变！

字母链数目3,9,7,7，四条字母链，由字母1和4推得。

字母链数目2,3,9,12，四条字母链，由字母2和5推得。

字母链数目5,5,5,3,8 五条字母链，由字母3和6推得。

Enigma密码破解（波兰）

预计算过程：

对10万个转子位置（密钥）进行遍历。每一个密钥产生字母表的链条数和链长，产生分类目录（一年时间）

破解步骤：

1. 根据当日截获的每一封电报的前6个字母推导出字母链条的数量和长度
2. 在分类目录中找到可能的转子设置
3. 针对所有可能的转子设置进行暴力破解

Enigma密码机的破解

问题： 转子位置确定后，如何确定接线板的设置？

将密文输入复制的Enigma机，移除所有的导线，得到不可辨认的乱码。可是仍然会有模糊可辨的词组或短语。如alliveinbelrin, 可能是arrive in berlin. 推断L和R交换, A, I ,V, E, B, N 没有导线。

Enigma密码的破解

二战爆发前后，Enigma密码的安全性加强

a) 1938年9月15日开始，德军干脆连日密钥中的转子位置也让操作员自己选择。这样一来，就连每条信息的前六个字母也变成是用不同密钥加密的了。

b) 1938年12月15日，德军把转子的数量从三个增加到了五个，安装的时候从五个里面随机选三个安装在恩格玛机上，将可能的转子组合增加了10倍。更重要的是，有了多出来的转子，波兰人做的分类目录就失效了。

c) 1939年1月1日，德军把插线板上交换字母的最大数量从6对增加到了10对。

d) 1940年5月1日，德军规定每条信息的信息密钥发送一遍即可，无需重复两次。

二战中的Enigma密码

德军的日密钥内容就变成了以下三个部分：

1) 从五个转子中选择三个特定的转子，并按一定顺序排列；

2) 每个转子外侧的字母圈相对于转子芯的位置；

3) 插线板所交换的10对字母；

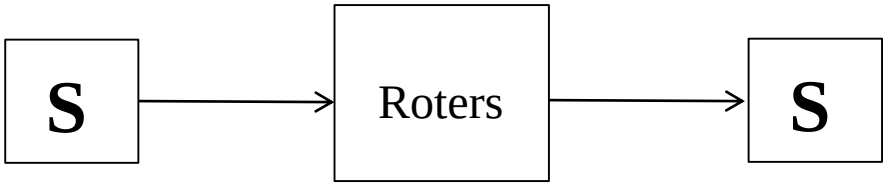
Enigma密码破解（图灵）

已知明文攻击：

Wetterbericht (weather report)

j x a t q b g g y w c r y b g ….

w e t t e r b e r i c h t

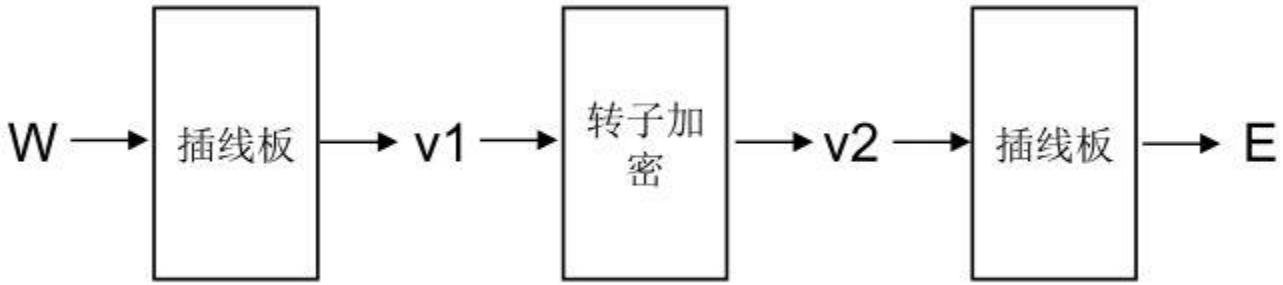


Enigma破译（图灵）

- Enigma加密算法：

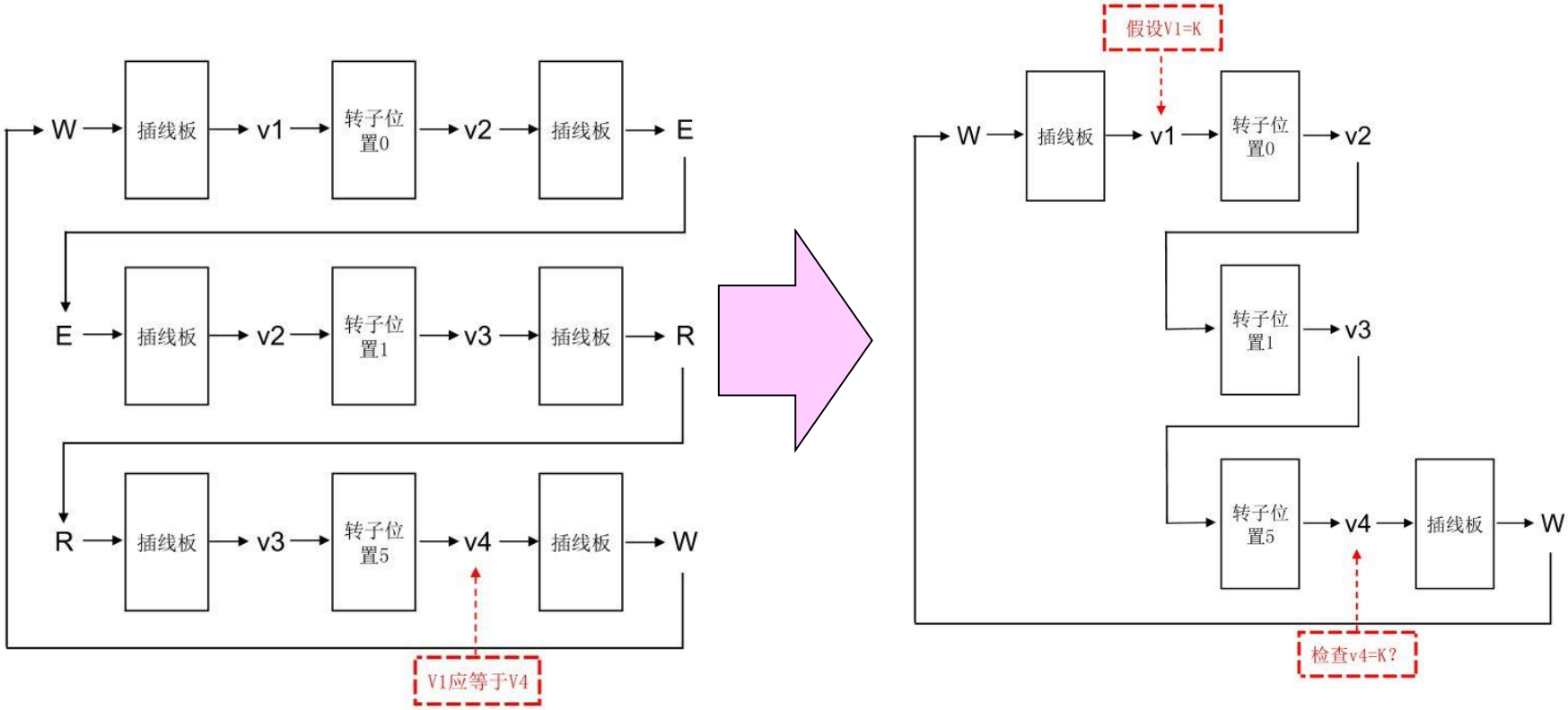
$y=S^{-1}N^{-1}M^{-1}L^{-1}RLMNS(x)=(LMNS)^{-1}RLMNS(x)$

已知明文攻击：



Enigma破译（图灵）

- 明文 W E T T E R
  密文 E R K M G W



i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
明文	O	B	E	R	K	O	M	M	A	N	D	O	D	E	R	W	E	H	R	M	A	C	H	T
密文	Z	M	G	E	R	F	E	W	M	L	K	M	T	A	W	X	T	S	W	V	U	I	N	Z

- $P_i=N^{-1}M^{-1}L^{-1}RLMN$ 则 $P_iS(x)=S(y)$

例：$P_8S(A)=S(M)$; $P_6S(M)=S(E)$; $P_{13}S(E)=S(A)$

则 $S(E)=P_6P_8P_{13}S(E)$

密钥恢复过程：

猜测转轮初始值，则Pi确定。

猜测S(E)的值： $G= P_6P_8P_{13}(G)$

- 如果对26个猜测值都不成立，排除掉一个密钥；
- 如果对26个猜测值有一个成立，猜测的转轮初值是否正确？ (不能确定)

攻击过程：

- 找第二个圈：

$S(E)=P_3S(R)$; $S(W)=P_{14}S(R)$; $S(W)=P_7S(M)$; $S(E)=P_6S(M)$

则$S(E)=P_3P_{14}^{-1}P_7P_6^{-1}S(E)$

猜测$S(E)=G$；则满足两个圈的概率为$(1/26)^2$。

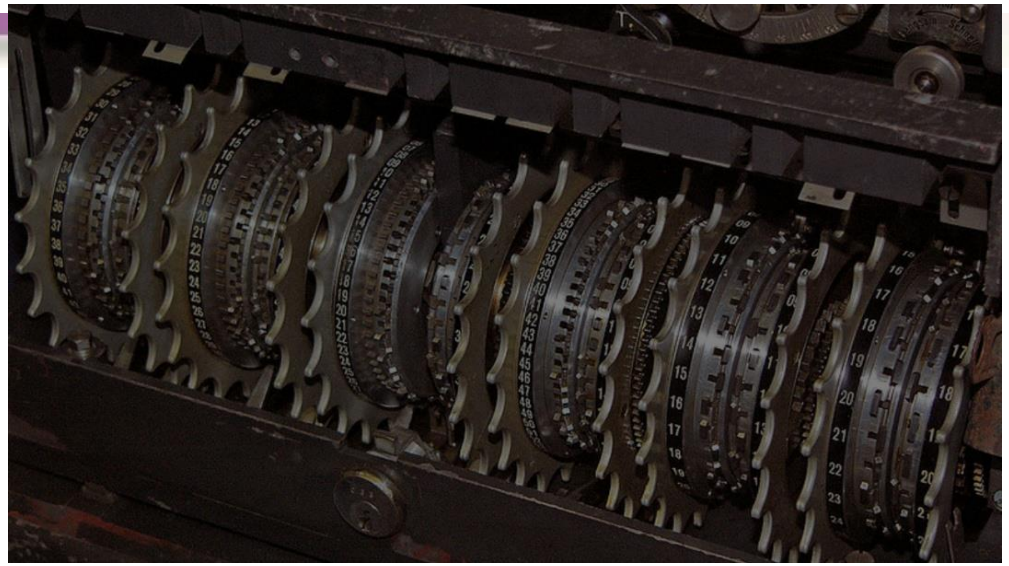
5个转轮的Enigma密钥空间由2^{30}缩减为$2^{30}/26=2^{25.3}$。

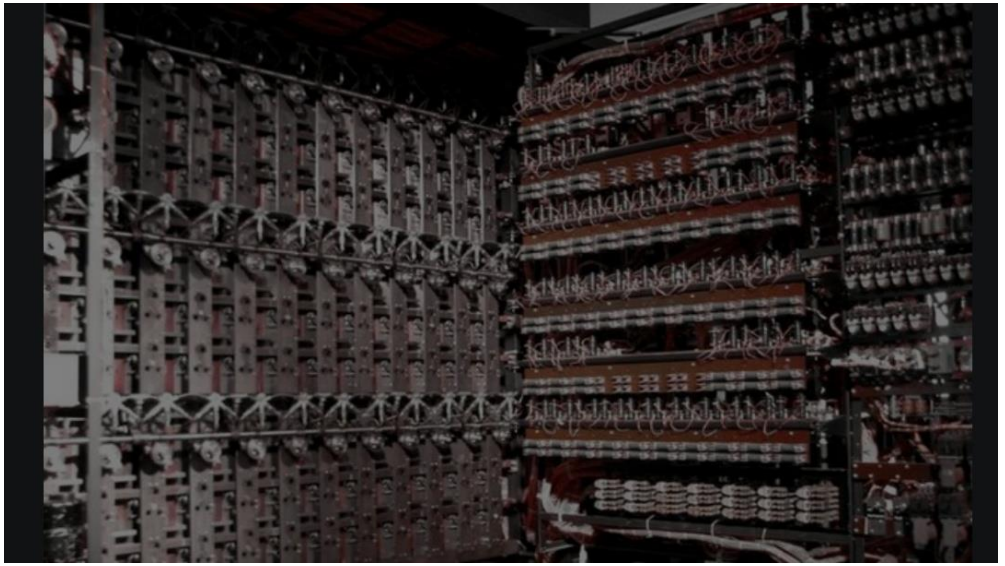
如果找到n个圈，则密钥空间缩减为$2^{30}/(26)^n$

Enigma Attack(猜测转轮的初始设置)

//Given: Cycles C_0 and C_1 for $S(\mathbf{E})$
//$(L_0,L_1,\ldots,L_{25}) = (\mathbf{A},\mathbf{B},\ldots,\mathbf{Z})$
for each rotor setting
Computing required permutations to test C_0 and C_1
    for j = 0 to 25
        $S(\mathbf{E}) = L_j$
        if C_0 and C_1 hold then
            save putative rotor settings and $S(\mathbf{E})$ value L_j
        end if
    next j
next rotor setting

Bombe Machine





问题：

- 如何恢复接线板的设置？

  假设使用上面的攻击方法恢复了转轮的初始位置，而且S(E)已恢复，如何恢复其他的接线板设置？

谢谢！