

24: 已知: 固有长 $L_0 = 90\text{m}$, 速度 $v = 0.8c$, 相对地面

求: (1) 过观测站时间 t_1 , (2) 宇航员测得的时间 t_2

解: 地球中观察到飞船长度.

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} = 90 \times \sqrt{1 - (0.8c/c)^2} = 54\text{m}.$$

通过观测站需时

$$t_1 = \frac{L}{v} = \frac{54}{0.8 \times 3 \times 10^8} = 2.25 \times 10^{-7}\text{s}.$$

(2) 自身测出的时间

$$t_2 = \frac{L_0}{v} = \frac{90}{0.8 \times 3 \times 10^8} = 3.75 \times 10^{-7}\text{s}.$$

25: 已知: 速度 $v_1 = 1.2 \times 10^8\text{m/s}$, $v_2 = 2.4 \times 10^8\text{m/s}$, $m_0 = 9.11 \times 10^{-31}\text{kg}$

求: W .

解: $E_{k1} = E_{(1)} - E_{0(1)} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - 1 \right)$

$$E_{k2} = E_{(2)} - E_{0(2)} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - 1 \right)$$

需外力做功:

$$\begin{aligned} W &= |E_{k2} - E_{k1}| = \left| m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} \right) \right| \\ &= \left| 9.11 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{2.4}{3})^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{1.2}{3})^2}} \right) \right| \\ &= 4.72 \times 10^{-14} \text{ kg m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

20. 已知: h, v_0, M, R, G .

求: v

解: 对于地球-陨石系, 动能守恒:

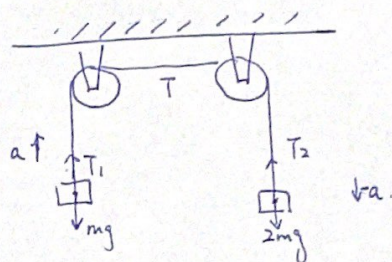
$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GMm}{R+h} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{R}$$

$$\text{解得 } v = \sqrt{v_0^2 - 2GM \cdot \frac{h}{R(R+h)}}$$

21. 已知: 滑轮质量 m , 半径 r , 转动惯量 $J = \frac{1}{2} m r^2$, 重物分别重 $m, 2m$

求: 滑轮内拉力 T

解: 受力分析如图:



对于左侧物体

$$m a_1 = T_1 - mg$$

对于右侧物体

$$2m a_2 = 2mg - T_2$$

对于左侧滑轮:

$$T_1 \cdot r = J \alpha_1$$

对于右侧滑轮

$$T_2 \cdot r = J \alpha_2$$

注意到 $a_1 = r \alpha_1$, $a_2 = r \alpha_2$, 代入上式中, 有

$$m r \cdot \frac{T_1 r}{J} = T_1 - mg, \quad 2m r \cdot \frac{T_2 r}{J} = 2mg - T_2$$

$$\Rightarrow T_1 = -mg, \quad T_2 = \frac{2}{5} mg$$

$$T = T_2 - T_1 = \frac{7}{5} mg.$$

22. 已知: ^{摆球} l, m , 杆长 l

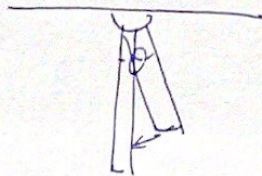
求: 杆质量 m_1 , 最大角度 θ .

解: 小球运动过程中 (未与杆碰撞时), 机械能守恒, 故 (设 M 处水平面为势能零点)

$$mgl = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gl}$$

小球与杆碰撞时, 动量守恒; 势能也守恒.

$$mv_0 = m_1 v_1 \quad (1)$$



$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \text{ 得: } m_1 = m$$

$$\text{此时 } v_1 = v_0 = \sqrt{2gl}$$

对杆的运动分析, 机械能守恒:

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = m_1 g \cdot (1 - \cos \theta) \cdot l$$

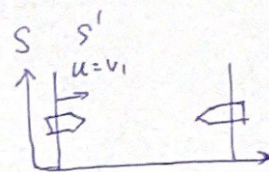
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2gl = gl (1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \theta = \arccos(1 - 2l)$$

23 已知: $V_1 = \frac{3c}{4}$, $V_2 = -\frac{3c}{4}$

求: 相对速率

解: 设 S 为观测者系, S' 为飞船 1 为原点之惯性系,



$$\text{有 } V_2' = \frac{V_2 - u}{1 - \frac{u \cdot V_2}{c^2}} = \frac{V_2 - V_1}{1 - \frac{V_1 \cdot V_2}{c^2}} = \frac{-\frac{3}{4}c - \frac{3}{4}c}{1 - \frac{\frac{3}{4}c \cdot (-\frac{3}{4}c)}{c^2}} = \frac{-\frac{3}{2}c}{\frac{25}{16}} = -\frac{24}{25}c$$

故相对速率为 $\frac{24}{25}c$

- 1. B 2. C 3. D 4. E 5. A 6. A 7. B 8. D 9. A 10. C

= 11. 8, 8

12. $\mu mg = mR\omega^2$ (If $\mu g = R\omega^2$)

13. $\frac{m}{M+m} V_0$

14. 6 kg·m/s, 3 N·m

15. 15 N·m

16. $\frac{\mu_k (mg \cos \theta - F \sin \alpha) \cdot h}{\sin \theta}$

17. $\sqrt{km x_0^2}$

18. $\frac{1}{3} m l^2 \sin^2 \theta$

19. $\frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum m_i}$, $\frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{V\rho}$