

分组密码分析

清华大学计算机系

于红波

2023年3月29日



分组密码分析—攻击类型

- ❑ 唯密文攻击: 攻击者除了截获的密文, 没有其他可用信息
- ❑ 已知明文攻击: 攻击者仅知道当前密钥下一些明文密文对
- ❑ 选择明文攻击: 攻击者能够获得当前密钥下的一些特定的明文对应的密文 (CPA)
 - ❑ 适应性选择明文
 - ❑ 非适应性选择明文
- ❑ 选择密文攻击: 攻击者能够获得当前密钥下的一些特定的密文对应的明文 (CCA)



分组密码分析—攻击复杂度

- ❑ 时间复杂度：实施攻击所需要的计算步骤，通常由加密解密次数表示
- ❑ 空间复杂度：攻击算法所需要的存储量
- ❑ 数据复杂度：实施攻击所需要输入的数据量，已知的明密文对的数量

用数据复杂度和时间复杂度的主要部分来刻画攻击的复杂度，例如穷尽密钥搜索攻击、差分分析



通用密码分析方法

强力攻击：对任何分组密码都适用，攻击复杂度只依赖于分组长度和密钥长度

- ❑ 穷举密钥搜索攻击：唯密文攻击、已知明文攻击。 k 为密钥长度，平均复杂度为 2^{k-1} 加密
- ❑ 字典攻击：攻击者搜集明密文对，并把它们编排成一个“字典”。如果 n 是分组长度，需要 2^n 个明密文
- ❑ 查表攻击：选择明文的攻击，对一个给定的明文 x ，用所有的 2^k 个密钥预计算密文 $y_k = E_k(x)$ ，构造一张有序表 $\{(y_k, K)\}$



通用密码分析方法（续）

- ❑ 时间存储折中攻击（Time-Memory trade-off)
 - ❑ 1980年Martin Hellman
 - ❑ 一种选择明文攻击方法，由穷尽密钥搜索攻击和查表攻击两种方法混合而成
- ❑ 对固定的明文 P 和某个密文 C_0 ，已知加密算法 S ，目标是恢复出加密过程中使用的密钥 K_0 ：

$$C_0 = S_{K_0}(P)$$



通用密码分析方法（续）

$$K_0 = SP$$

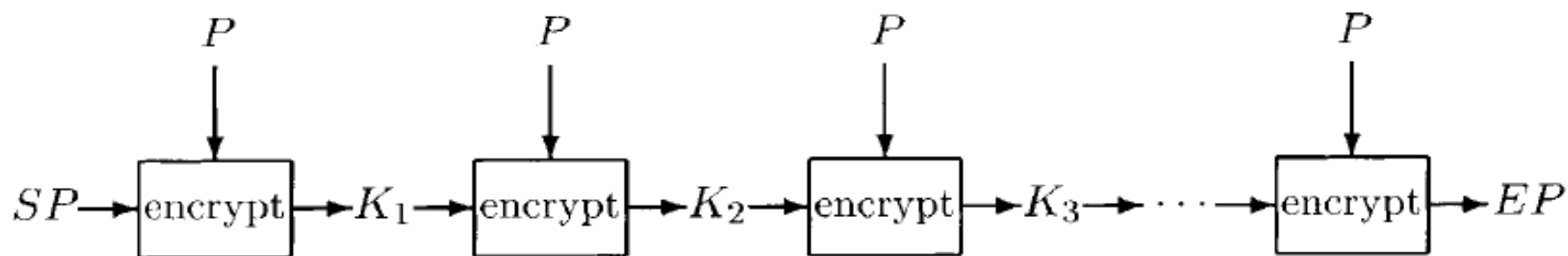
$$K_1 = E(P, SP)$$

$$K_2 = E(P, K_1)$$

$$K_3 = E(P, K_2)$$

.....

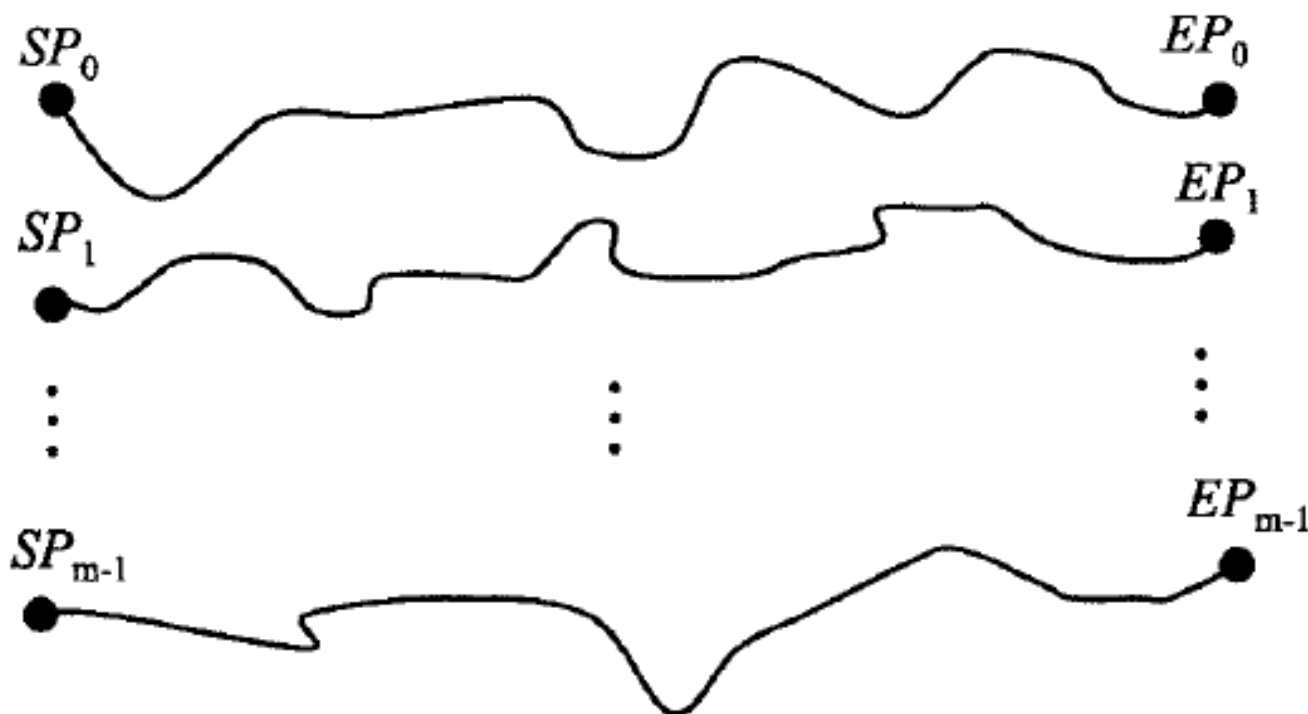
$$EP = K_{t-1} = E(P, K_{t-2})$$





通用密码分析方法（续）

□ 计算 m 个链，每个链的长度为 t



- 存储 $(SP_0, EP_0), (SP_1, EP_1), \dots, (SP_{m-1}, EP_{m-1})$



通用密码分析方法（续）

□ 攻击过程：选择相同的明文P,取得其对应的密文C, 计算

$$X_0=C$$

$$X_1=E(P,X_0)$$

$$X_2=E(P,X_1)$$

.....

把 X_i 与存储的末节点 $EP_0, EP_1, \dots, EP_{m-1}$ 相比较, 假设 $X_i=EP_j$





通用密码分析方法（续）

□ 则从 SP_j 开始，构造

$$Y_0 = SP_j$$

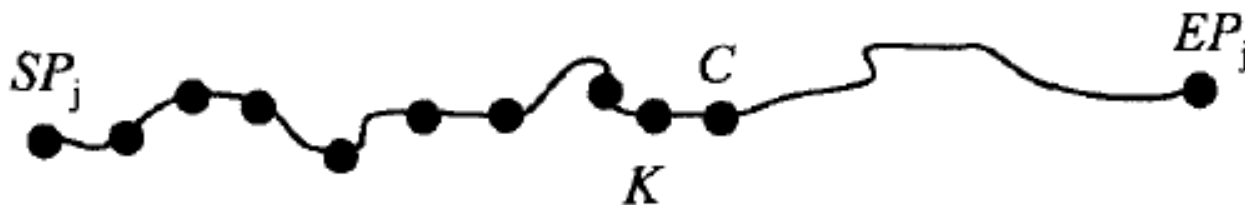
$$Y_1 = E(P, Y_0)$$

$$Y_2 = E(P, Y_1)$$

.....

$$Y_{t-i-1} = E(P, Y_{t-i-2})$$

$$Y_{t-i} = X_0 = E(P, \mathbf{Y}_{t-i-1})$$

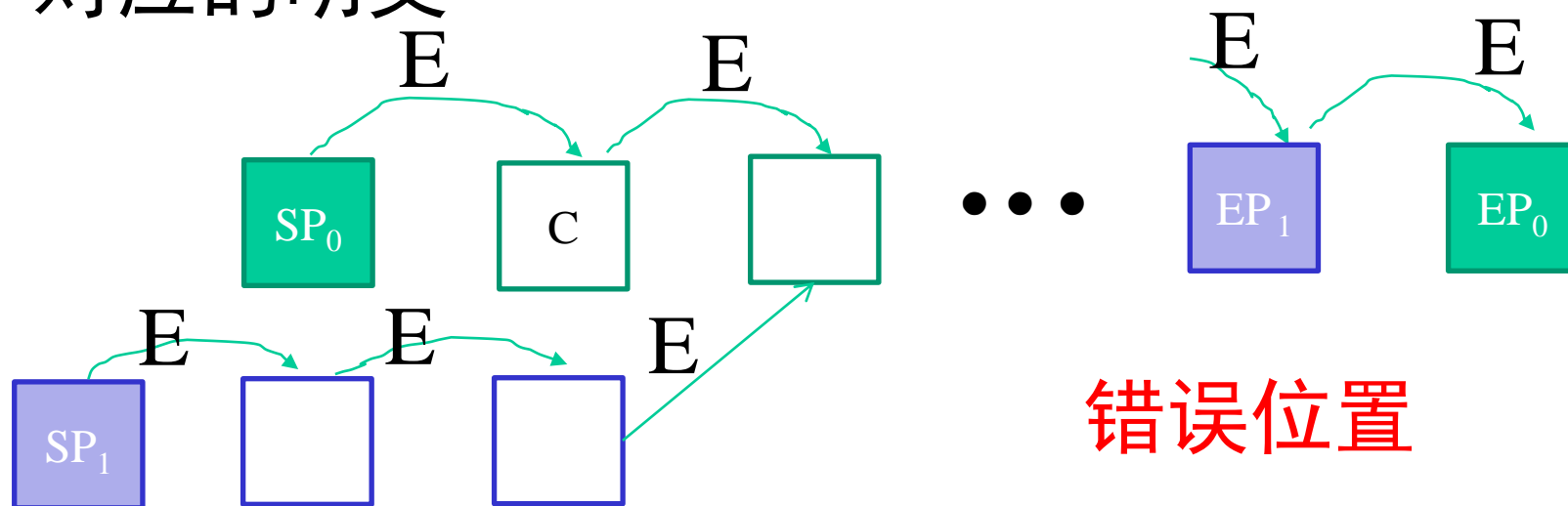




TMTO

□考虑以下几个问题：

1. $C, E(C), \dots, E^{t-1}(C)$ 没有一个包含在尾节点中
2. 若存在 $E^j(C) = EP_i = E^t(SP_i)$, 是否一定能找到 C 对应的明文





TMTO

第二个问题解决办法：计算所有的 C , $E(C)$, ..., $E^{t-1}(C)$, 找到所有可能的尾节点，一一验证

3. 在一个s.t的表中，有多少个不同的点？
当第 i 行产生时， SP_i 是一个新的点的概率

$$1 - (i-1) \cdot t / N$$

$E(SP_i)$ 是一个新的点的概率

$$1 - ((i-1) \cdot t + 1) / N$$



TMTO

$$\Pr[SP_i \text{ is new}] \cdot \Pr[E(SP_i) \text{ is new} | SP_i \text{ is new}]$$

$$\geq \left(1 - \frac{(i-1) \cdot t}{N}\right) \cdot \left(1 - \frac{(i-1) \cdot t + 1}{N}\right)$$

$$> \left(1 - \frac{(i-1) \cdot t + 1}{N}\right)^2$$

$$\Pr[E^{t-1}(SP_i) \text{ is new}]$$

$$\geq \left(1 - \frac{i \cdot t}{N}\right)^t = \left[\left(1 - \frac{i \cdot t}{N}\right)^{\frac{N}{i \cdot t}} \right]^{\frac{i \cdot t^2}{N}} \approx e^{-it^2/N}$$



TMTO

- 当 $it^2 > N$ 时上式概率较高。 设 $st^2 = N/2$, 则表中不同的点的个数为

$$\sum_{i=1}^s \sum_{j=0}^{t-1} \Pr[E^j(SP_i) \text{ is new}] \geq \sum_{i=1}^s \sum_{j=0}^{t-1} \frac{1}{2} = \frac{st}{2}$$

- 则任意的点 C 在表中的概率至少为 $\frac{st}{2N} = \frac{1}{4t}$
- 产生 $T=4t$ 个独立的表, 则 C 在其中一个表中的概率为

$$1 - \Pr[\text{no table contains } C] = 1 - \left(1 - \frac{1}{4t}\right)^{4t} \approx 1 - e^{-1} = 0.63$$



TMTO

□ 如何产生 $T=4t$ 个独立的表？

对每个表应用一个不同的函数 F_i : F_1, \dots, F_T

对第 i 个表，定义 $E_i = F_i$ 。E, 如 $F_i(x) = x + ci$

复杂度计算：

若 $st^2 = N/2$, 存储复杂度 $O(s.T) = O(S.t) = O(N/t)$

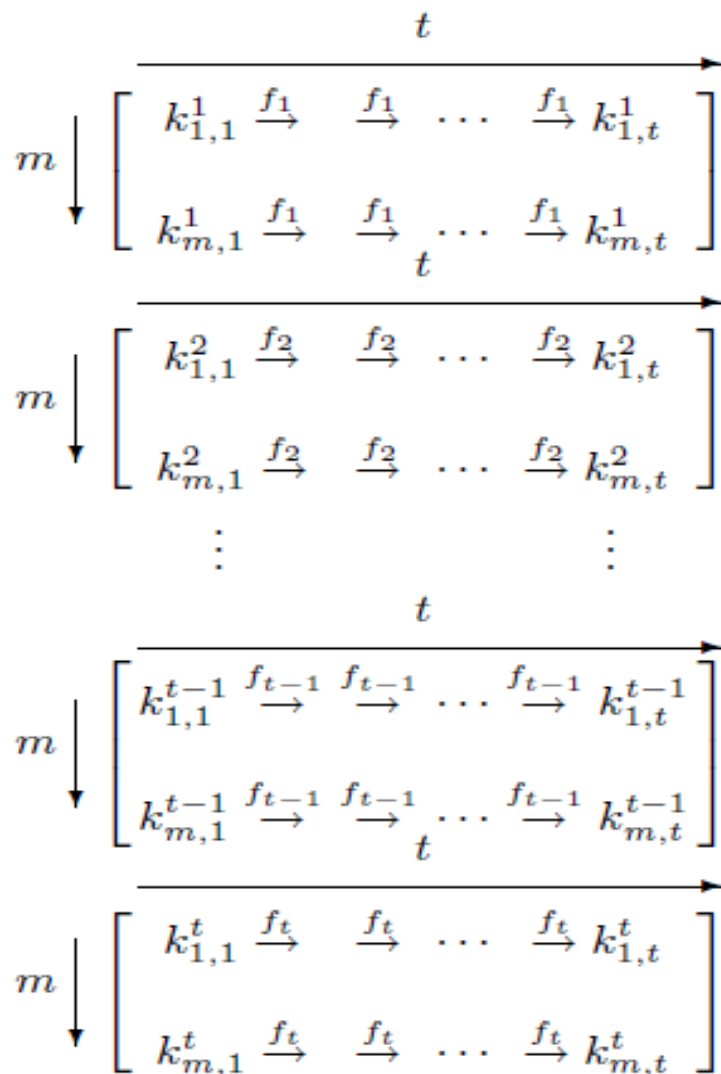
时间复杂度 $O(tT) = O(t^2)$

取 $t = N^{1/3} = 2^{l/3}$

存储和计算复杂度都为 $O(2^{2l/3})$



TMTO



- 实际攻击中
 - 预计算 $O(2^n)$
 - 存储 $O(2^{2/3n})$
 - 计算 $O(2^{2/3n})$
- 对于DES，预计算 2^{56} ，时间和存储 2^{38}



T M T O

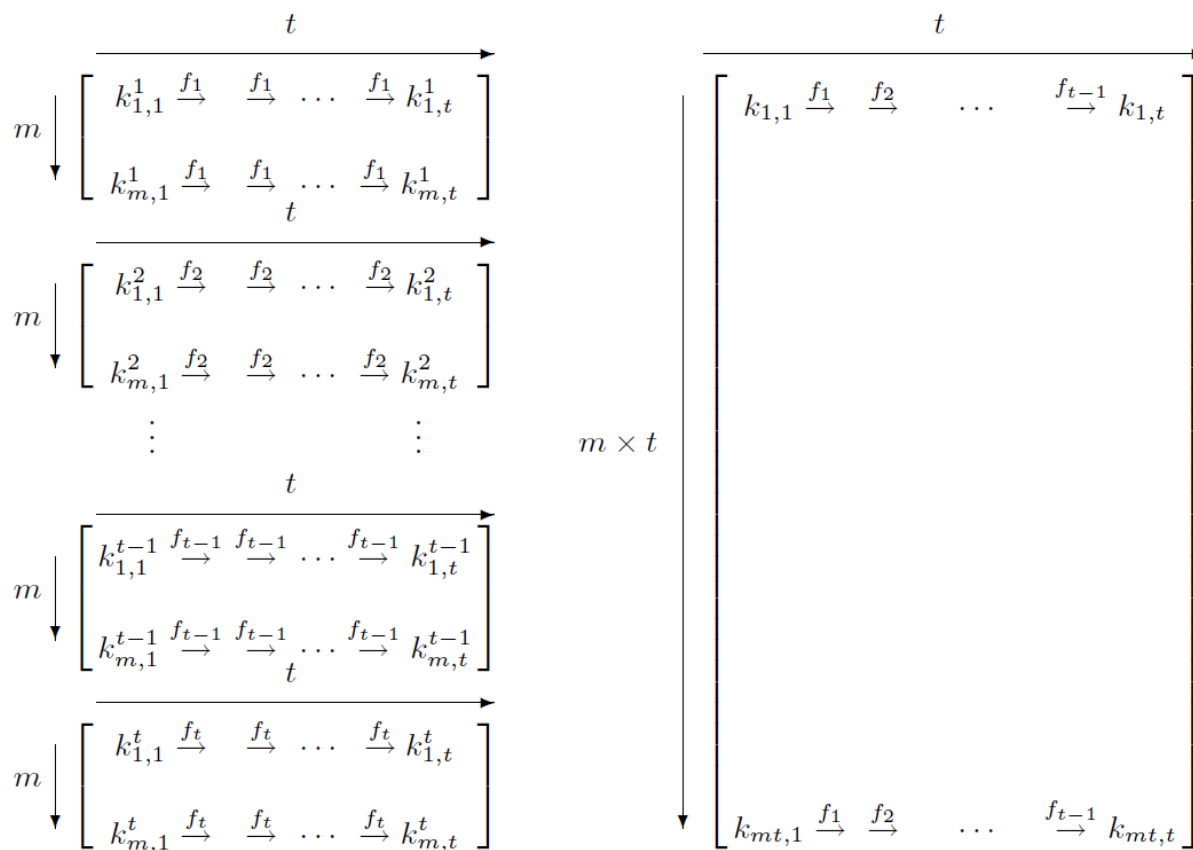
□ 如何处理输入和输出长度不同？如用于寻找 Hash 函数的原像（口令）

定义一个函数 f_i , 将 $\{0,1\}^l$ 映射到一个口令空间。



Rainbow表（彩虹表）

□ 2003年由Philippe Oechslin 提出,其效率是经典方法的2倍





分组密码的分析方法

□ 差分分析

- 1990年Crypto, E.Biham和A.Shamir提出, 是一种选择明文的攻击, 攻击到15轮DES
- 1992年Crypto, 改进的分析, 攻击到16轮DES, 复杂度 2^{47} 选择明文

□ 线性分析

- Matsui M, Eurocrypt 提出
- 线性分析 (linear cryptanalysis) 是一种已知明文攻击
- 对16轮DES, 复杂度为 2^{43} 已知明文攻击



DES差分密码分析

- 1990年Crypto, E.Biham和A.Shamir提出, 攻击到15轮
- 1992年Crypto, 改进的分析, 攻击到16轮



分组密码的差分攻击

- 基本观点：给定加密算法，比较两个明文的异或与相应的两个密文的异或的概率分布情况

记 $P_1 \oplus P_2 = \Delta P$, $C_1 \oplus C_2 = \Delta C$

任给 $X = \Delta P$, $Y = \Delta C$,

研究差分 ($\Delta P \rightarrow \Delta C$) 的概率分布问题

特别研究是否有高于平均概率的差分成立

- 如果加密算法明文/密文长度为 l ，则平均差分概率为 $1/2^l$



寻找高概率差分的一般方法

- 通常差分 $\Delta P \rightarrow \Delta C$ 概率主项为一些差分特征概率的乘积

$$\Delta P (\Delta R_0) \rightarrow \Delta R_1 \rightarrow \Delta R_2 \rightarrow \dots \rightarrow \Delta R_{n-1} \rightarrow \Delta C$$

- 差分特征（轮差分）

$$\Delta P \rightarrow \Delta R_1, \Delta R_1 \rightarrow \Delta R_2, \dots, \Delta R_{n-1} \rightarrow \Delta C$$



DES线性和非线性部件

□ 线性部件：已知输入差分，能够计算输出差分

□ XOR

□ P置换: $P(x) \oplus P(y) = P(x \oplus y)$

□ E扩展: $E(x) \oplus E(y) = E(x \oplus y)$

□ 非线性部件

□ S-box: $S(x) \oplus S(y) \neq S(x \oplus y)$



S-box差分分布

- 对于每个S-box,共有 $64*64$ 个输入对, 每一个有一个输入差分对对应着64组值, 共有16个输出差分, 故平均每一个输入输出差分对 对应着4个值



S-box差分分布（续）

例题

设第一个 S -盒 S_1 的输入异或为 110100, 那么 $\Delta(110100) = \{(000000, 110100), (000001, 110101), \dots, (111111, 001011)\}$ 。现在我们对集合 $\Delta(110100)$ 中的每一个有序对, 计算 S_1 的输出异或。例如, $S_1(000000) = E_{16} = 1110, S_1(110100) = 9_{16} = 1001$, 所以有序对 $(000000, 110100)$ 的输出异或为 0111。

对 $\Delta(110100)$ 中的每一个对, 都做这样的处理后, 可获得下列的输出异或分布:

| | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0000 | 0001 | 0010 | 0011 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 |
| 0 | 8 | 16 | 6 | 2 | 0 | 0 | 12 |
| 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 | 6 |



具有输入异或110100的所有可能输入

| 输出异或 | 可能的输入 |
|------|--|
| 0000 | |
| 0001 | 000011,001111,011110,011111 101010,101011,110111,111011 |
| 0001 | 000011,001111,011110,011111 101010,101011,110111,111011 |
| 0010 | 000100,000101,001110,010001 010010,010100,011010,011011 100000,100101,010110,101110 101111,110000,110001,111010 |
| 0011 | 000001,000010,010101,100001 110101,110110 |
| 0100 | 010011,100111 |
| 0101 | |
| 0110 | |
| 0111 | 000000,001000,001101,010111 011000,011101,100011,101001 101100,110100,111001,111100 |
| 1000 | 001001,001100,011001,101101 111000,111101 |
| 1001 | |
| 1010 | |
| 1011 | |
| 1100 | |
| 1101 | 000110,010000,010110,011100 100010,100100,101000,110010 |
| 1110 | |
| 1111 | 000111,001010,001011,110011 111110,111111 |



S-1盒差分分布表

| Input XOR | Output XOR | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0_x | 1_x | 2_x | 3_x | 4_x | 5_x | 6_x | 7_x | 8_x | 9_x | A_x | B_x | C_x | D_x | E_x | F_x |
| 0_x | 64 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1_x | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 2 | 4 | 4 | 0 | 10 | 12 | 4 | 10 | 6 | 2 | 4 |
| 2_x | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 | 4 | 4 | 4 | 0 | 6 | 8 | 6 | 12 | 6 | 4 | 2 |
| 3_x | 14 | 4 | 2 | 2 | 10 | 6 | 4 | 2 | 6 | 4 | 4 | 0 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 4_x | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 10 | 10 | 6 | 0 | 4 | 6 | 4 | 2 | 8 | 6 | 2 |
| 5_x | 4 | 8 | 6 | 2 | 2 | 4 | 4 | 2 | 0 | 4 | 4 | 0 | 12 | 2 | 4 | 6 |
| 6_x | 0 | 4 | 2 | 4 | 8 | 2 | 6 | 2 | 8 | 4 | 4 | 2 | 4 | 2 | 0 | 12 |
| 7_x | 2 | 4 | 10 | 4 | 0 | 4 | 8 | 4 | 2 | 4 | 8 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 8_x | 0 | 0 | 0 | 12 | 0 | 8 | 8 | 4 | 0 | 6 | 2 | 8 | 8 | 2 | 2 | 4 |
| 9_x | 10 | 2 | 4 | 0 | 2 | 4 | 6 | 0 | 2 | 2 | 8 | 0 | 10 | 0 | 2 | 12 |
| A_x | 0 | 8 | 6 | 2 | 2 | 8 | 6 | 0 | 6 | 4 | 6 | 0 | 4 | 0 | 2 | 10 |
| B_x | 2 | 4 | 0 | 10 | 2 | 2 | 4 | 0 | 2 | 6 | 2 | 6 | 6 | 4 | 2 | 12 |
| C_x | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 | 6 | 6 | 0 | 0 | 6 | 6 | 4 | 6 | 6 | 14 | 2 |
| D_x | 6 | 6 | 4 | 8 | 4 | 8 | 2 | 6 | 0 | 6 | 4 | 6 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| E_x | 0 | 4 | 8 | 8 | 6 | 6 | 4 | 0 | 6 | 6 | 4 | 0 | 0 | 4 | 0 | 8 |
| F_x | 2 | 0 | 2 | 4 | 4 | 6 | 4 | 2 | 4 | 8 | 2 | 2 | 2 | 6 | 8 | 8 |
| ⋮ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30_x | 0 | 4 | 6 | 0 | 12 | 6 | 2 | 2 | 8 | 2 | 4 | 4 | 6 | 2 | 2 | 4 |
| 31_x | 4 | 8 | 2 | 10 | 2 | 2 | 2 | 2 | 6 | 0 | 0 | 2 | 2 | 4 | 10 | 8 |
| 32_x | 4 | 2 | 6 | 4 | 4 | 2 | 2 | 4 | 6 | 6 | 4 | 8 | 2 | 2 | 8 | 0 |
| 33_x | 4 | 4 | 6 | 2 | 10 | 8 | 4 | 2 | 4 | 0 | 2 | 2 | 4 | 6 | 2 | 4 |
| 34_x | 0 | 8 | 16 | 6 | 2 | 0 | 0 | 12 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 | 6 |
| 35_x | 2 | 2 | 4 | 0 | 8 | 0 | 0 | 0 | 14 | 4 | 6 | 8 | 0 | 2 | 14 | 0 |
| 36_x | 2 | 6 | 2 | 2 | 8 | 0 | 2 | 2 | 4 | 2 | 6 | 8 | 6 | 4 | 10 | 0 |
| 37_x | 2 | 2 | 12 | 4 | 2 | 4 | 4 | 10 | 4 | 4 | 2 | 6 | 0 | 2 | 2 | 4 |
| 38_x | 0 | 6 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 4 | 6 | 4 | 4 | 4 | 6 | 10 | 10 |
| 39_x | 6 | 2 | 2 | 4 | 12 | 6 | 4 | 8 | 4 | 0 | 2 | 4 | 2 | 4 | 4 | 0 |
| $3A_x$ | 6 | 4 | 6 | 4 | 6 | 8 | 0 | 6 | 2 | 2 | 6 | 2 | 2 | 6 | 4 | 0 |
| $3B_x$ | 2 | 6 | 4 | 0 | 0 | 2 | 4 | 6 | 4 | 6 | 8 | 6 | 4 | 4 | 6 | 2 |
| $3C_x$ | 0 | 10 | 4 | 0 | 12 | 0 | 4 | 2 | 6 | 0 | 4 | 12 | 4 | 4 | 2 | 0 |
| $3D_x$ | 0 | 8 | 6 | 2 | 2 | 6 | 0 | 8 | 4 | 4 | 0 | 4 | 0 | 12 | 4 | 4 |
| $3E_x$ | 4 | 8 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 14 | 4 | 2 | 0 | 2 | 0 | 8 | 4 | 4 |
| $3F_x$ | 4 | 8 | 4 | 2 | 4 | 0 | 2 | 4 | 4 | 2 | 4 | 8 | 8 | 6 | 2 | 2 |



对一个固定的输入差分,输出差分可能值的比例

| S box | Percentage |
|-------|------------|
| S1 | 79.4 |
| S2 | 78.6 |
| S3 | 79.6 |
| S4 | 68.5 |
| S5 | 76.5 |
| S6 | 80.4 |
| S7 | 77.2 |
| S8 | 77.1 |



利用S-box恢复密钥

□ 已知E和E*, S1-盒输出差分为 ΔC , 则S1盒的输入为 $E \oplus K$ 和 $E' \oplus K$. 如何恢复密钥K?

例: 设 $E=000001$, $E^*=110101$, $\Delta C=1101$ 。

查表可得 $N_1(110100, 1101)=8$, 所以在集合

$S(110100, 1101)=\{000110, 010000, 010110, 011100, 100010, 100100, 101000, 110010\}$

故密钥可能的集合为

$K=\{000111, 010001, 010111, 011101, 100011, 100101, 101001, 110011\}$



3轮DES

$$\begin{aligned}
 R_3 &= L_2 \oplus f(R_2, K_3) \\
 &= R_1 \oplus f(R_2, K_3) \\
 &= L_0 \oplus f(R_0, K_1) \oplus f(R_2, K_3)
 \end{aligned}$$

同理,

$$R_3' = L_0' \oplus f(R_0', K_1) \oplus f(R_2', K_3)$$

选择 $R_0 = R_0'$, 则

$$\Delta R_3 = \Delta L_0 \oplus f(R_2, K_3) \oplus f(R_2', K_3)$$

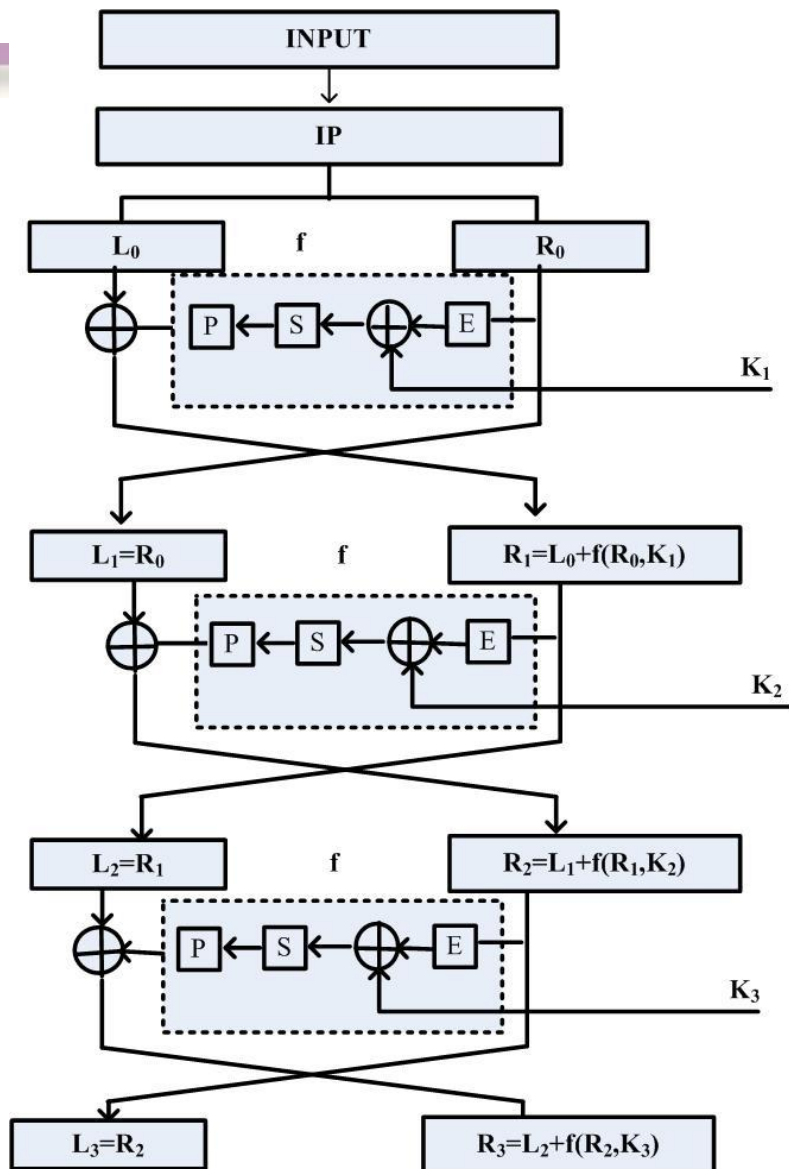
则

$$f(R_2, K_3) \oplus f(R_2', K_3) = \Delta L_0 \oplus \Delta R_3$$

S-box输入为 $E(L_3) \oplus K_3$ 和 $E(L_3')$

$\oplus K_3$,

输出差分为 $P^{-1}(\Delta L_0 \oplus \Delta R_3)$





3轮DES差分分析

| 明文 | 密文 |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 748502CD38451097 3874756438451097 | 03C70306D8A09F10 78560A0960E6D4CB |
| 486911026ACDFF31 375BD31F6ACDFF31 | 45FA285BE5ADC730 134F7915AC253457 |
| 357418DA013FEC86 12549847013FEC86 | D8A31B2F28BBC5CF 0F317AC2B23CB944 |



3轮DES差分分析

□对第一对明密文第3轮S盒的输入

$$E = E(L_3) = 000000000111111000001110100000000110100000001100$$

$$E' = E(L_3') = 101111110000001010101100000001010100000001010010$$

S盒的输出差分

$$\Delta C = C \oplus C' = P^{-1}(\Delta R_3 \oplus \Delta L_0) = 1001010010111010101101101100111$$

查表可得 $N_1(101111, 1001) = 4$, 所以在集合

$$S(101111, 1001) = \{000000, 000111, 101000, 101111\}$$

故密钥可能的集合为

$$K = \{000000, 000111, 101000, 101111\}$$



3轮DES差分分析

- 建立8个可能值是1~64的计数器，用以统计可能的密钥出现的次数

| J_1 | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

| J_2 | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |



3轮DES差分分析

□构造出48比特的子密钥

$$J_1 = 101111$$

$$J_2 = 000101$$

$$J_3 = 010011$$

$$J_4 = 000000$$

$$J_5 = 011000$$

$$J_6 = 000111$$

$$J_7 = 000111$$

$$J_8 = 110001$$

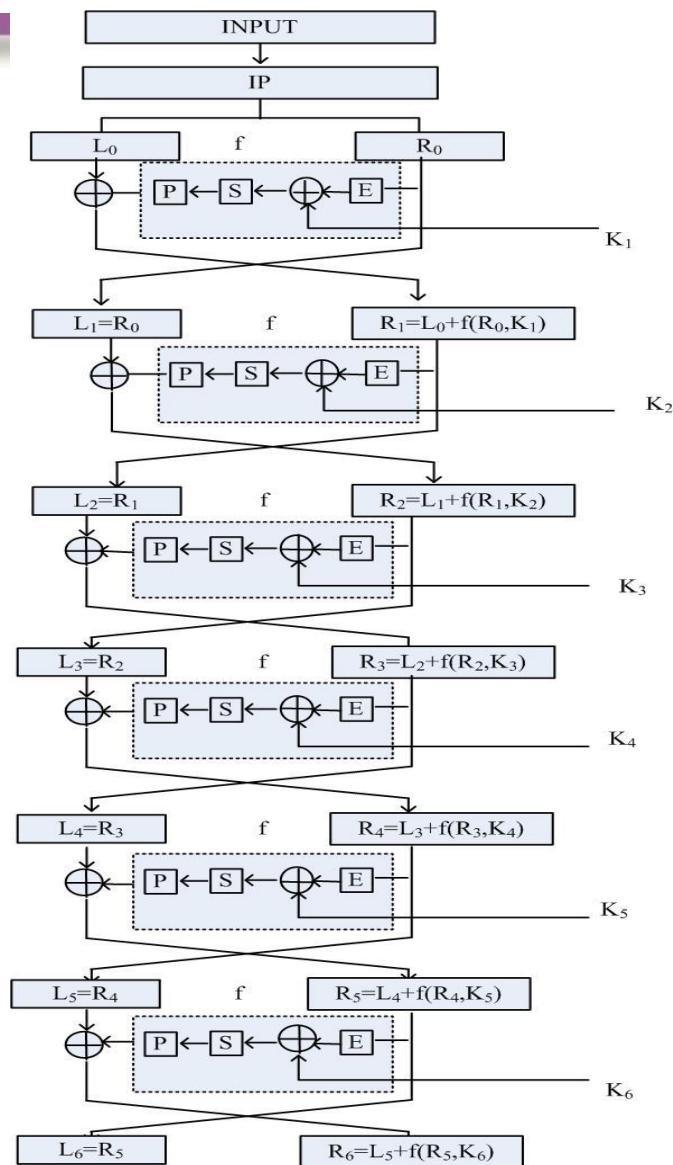
□查找第三轮密钥方案，构造出种子密钥的48比特

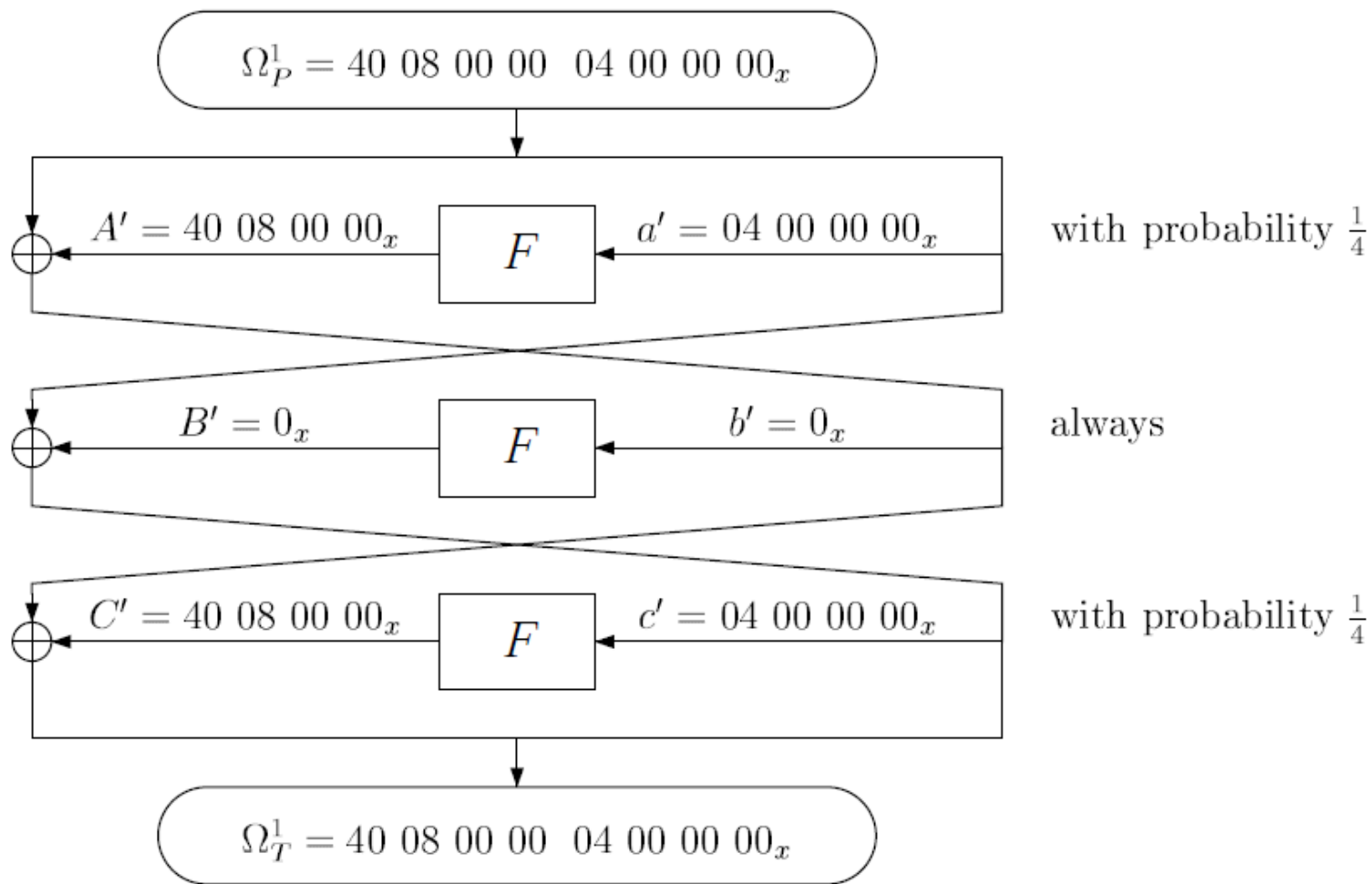
0001101 0110001 01?01?0 1?00100

0101001 0000??0 111?11? ?100011



6轮DES差分分析







6轮DES密钥恢复过程

□ 选择满足 $\Delta L_0 = 40080000$ 和 $\Delta R_0 = 04000000$ 的明密文对 $(L_0 R_0, L_6 R_6), (L'_0 R'_0, L'_6 R'_6)$, 则

$$\begin{aligned} R_6 &= L_5 \oplus f(R_5, K_6) = R_4 \oplus f(R_5, K_6) \\ &= L_3 \oplus f(R_3, K_4) \oplus f(R_5, K_6) \end{aligned}$$

同理 $R'_6 = L'_3 \oplus f(R'_3, K_4) \oplus f(R'_5, K_6)$

则 $\Delta R_6 = \Delta L_3 \oplus f(R_3, K_4) \oplus f(R'_3, K_4) \oplus f(R_5, K_6) \oplus f(R'_5, K_6)$

$\Delta R_3 = 40080000$ 和 $\Delta L_3 = 04000000$ 成立的概率为 $1/16$ 。



6轮DES密钥恢复过程（续）

□ 第4轮中S盒的输入异或为40080000,

□ $E(40080000) = 200050000000$

(0010 00|00 0000| 0000 01|01 0000| 0000 00|00
0000| 0000 00|00 0000)

(08 00 01 10 00 00 00 00)

□ 经过E扩展后, S_2, S_5, S_6, S_7, S_8 的输入差分都为0,
则输出差分也为0。

1. 第6轮S盒输出差分 $\Delta C = P^{-1}(\Delta R_6 \oplus 04000000)$
2. 第6轮S盒输入 $E = E(L_6)$, $E' = E(L'_6)$
3. 对 $j = \{2, 5, 6, 7, 8\}$, 计算 Set_j



密钥过滤过程

- ❑ 若5个 $\text{Set}_j (j=\{2,5,6,7,8\})$ 中有一个 $|\text{Set}_j|=0$, 则该对为错误对。对一个错误对, $|\text{Set}_j|=0$ 的概率大约为 $1/5$ 。5个 $|\text{Set}_j|>0$ 的概率为 $(4/5)^5 \approx 0.33$ 。大约有 $1/3$ 的错误对剩下, 正确对所占的比率大约为 $3N/16$ 。
- ❑ 如何识别正确的密钥, 攻击所需要的数据复杂度是多少?
 - ❑ 方法: 计数器的方法
 - ❑ 复杂度: $(NP)^{-1}$



6轮DES差分分析

□例：《分组密码的设计和分析》

给定120个明文/密文对，其中73对为可识别出来的错误对，剩下的47对是“可能的”正确对

故大约有9-10对正确对

1. 如何识别正确对？

构造可允许集

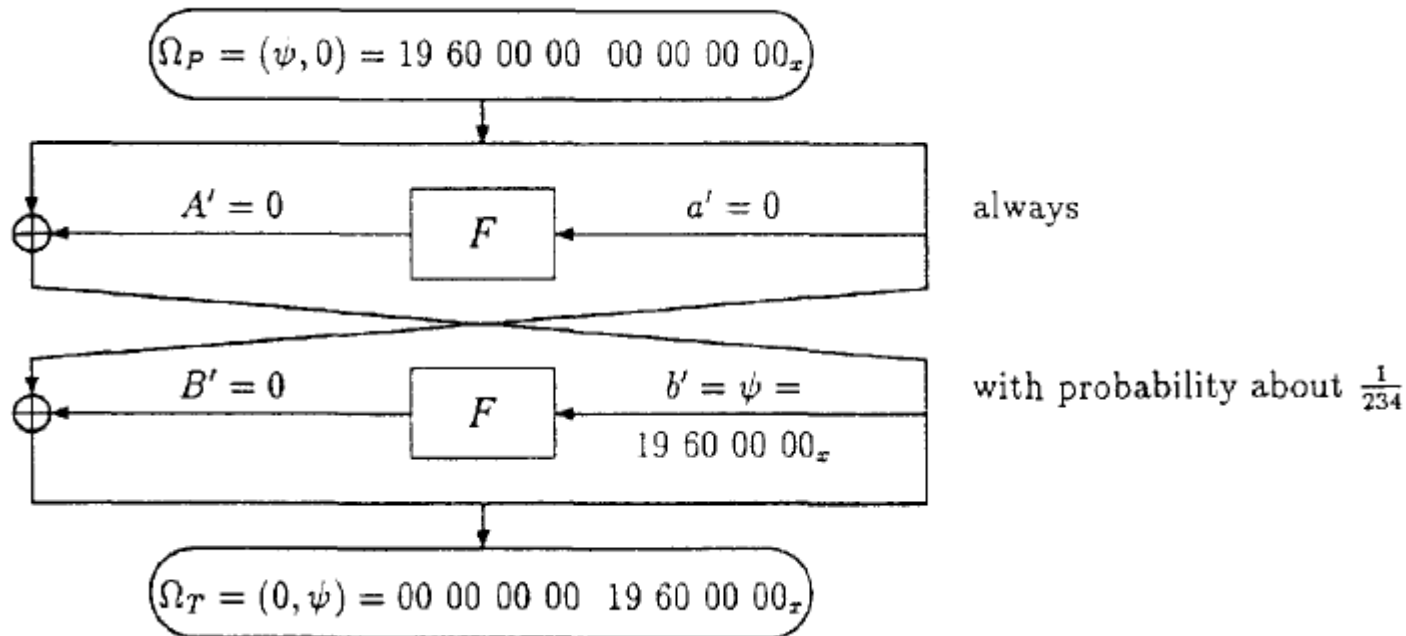
2. 如何恢复密钥？

由正确对容易恢复密钥



16轮DES差分分析

□ 第2到14轮使用迭代差分特征.





AES算法的安全性分析

- AES算法简介
- AES的积分攻击
- AES的碰撞攻击
- AES的不可能差分攻击



AES算法简介

- AES算法采用SPN结构
- AES分组长度（Block Size）为128比特
- 密钥长度：128/192/256

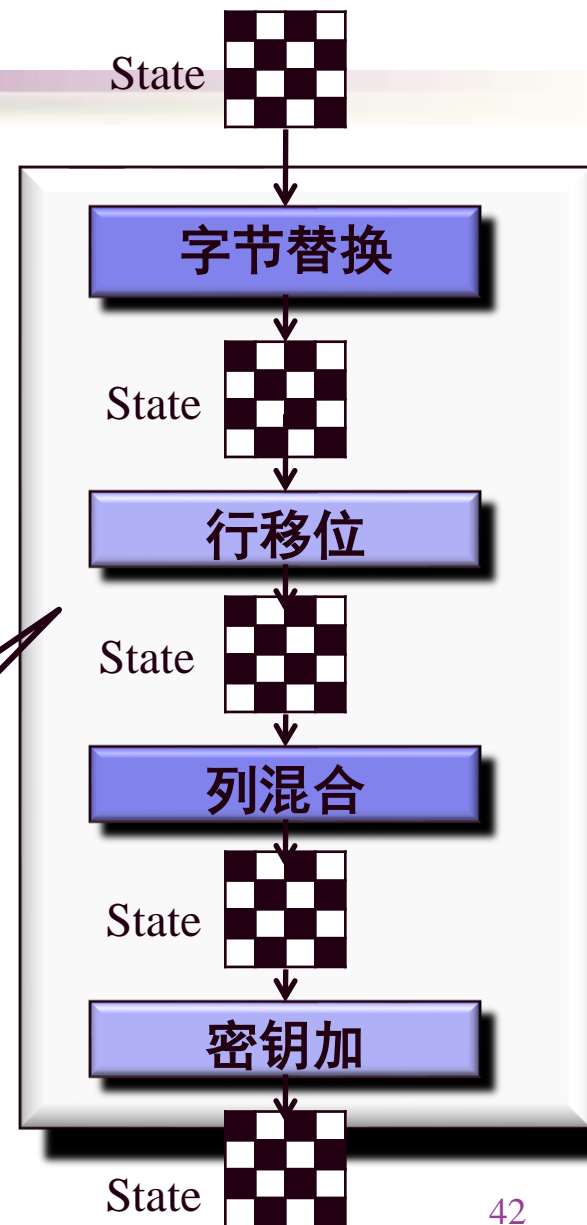
| | Key size (bit) | # rounds |
|---------|----------------|----------|
| AES-128 | 128 | 10 |
| AES-192 | 192 | 12 |
| AES-256 | 256 | 14 |

状态（state）

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| p ₀₀ | p ₀₁ | p ₀₂ | p ₀₃ |
| p ₁₀ | p ₁₁ | p ₁₂ | p ₁₃ |
| p ₂₀ | p ₂₁ | p ₂₂ | p ₂₃ |
| p ₃₀ | p ₃₁ | p ₃₂ | p ₃₃ |

字节

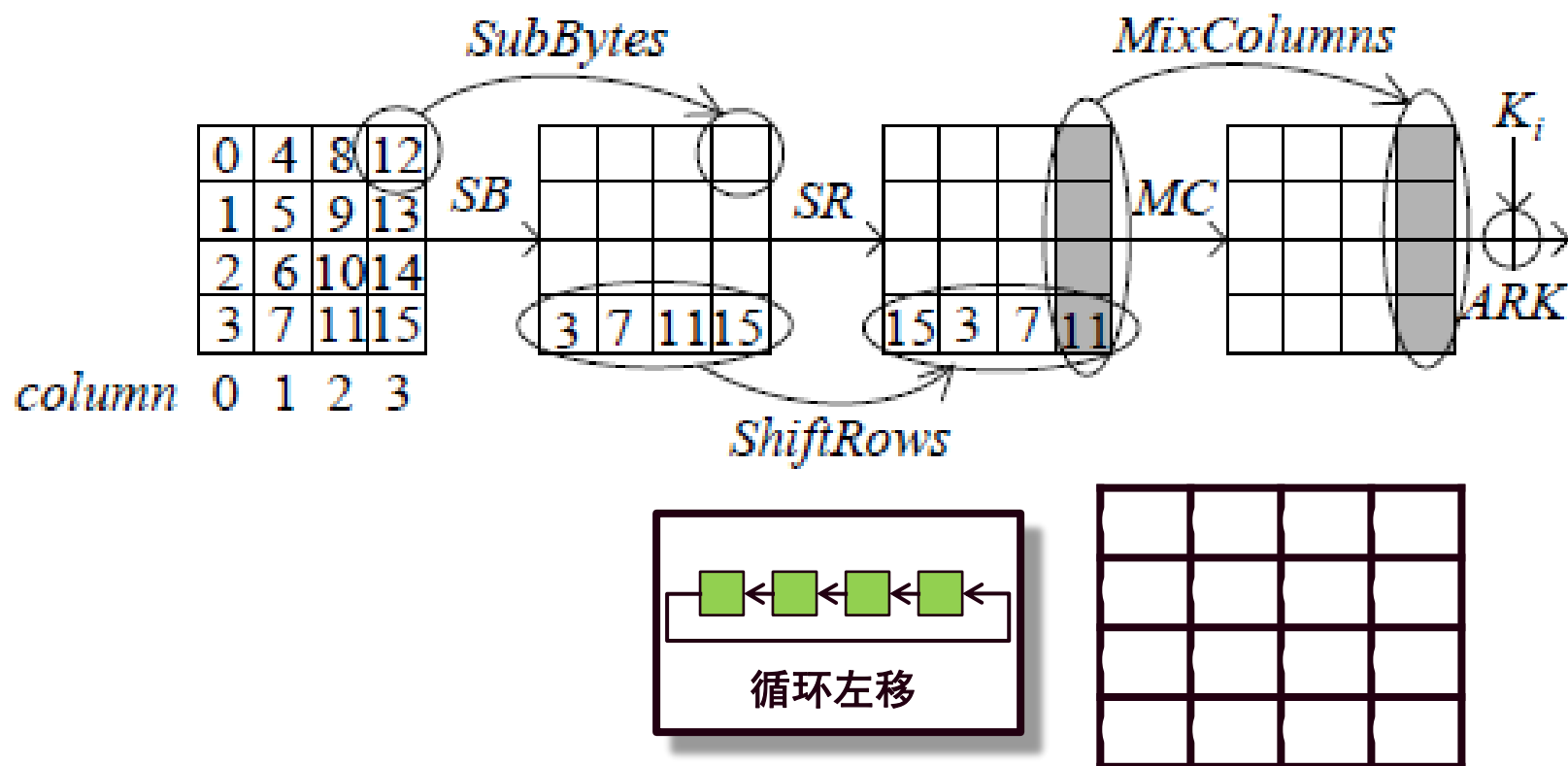
1轮





AES算法简介

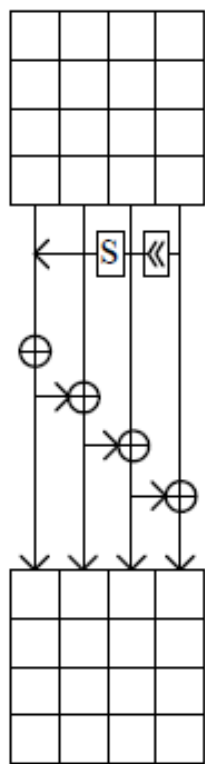
轮函数



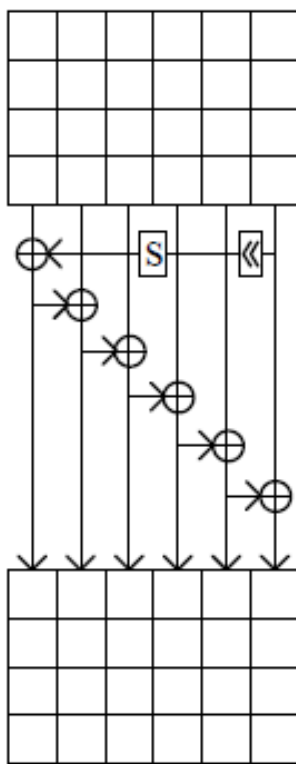


AES算法简介

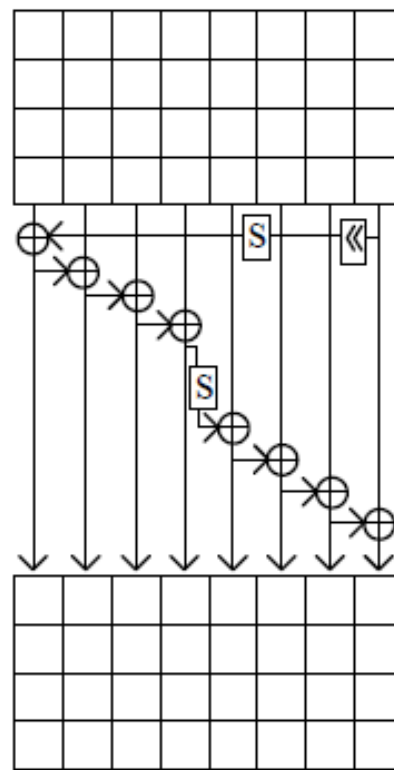
□ 密钥调度



AES-128



AES-192



AES-256



积分攻击

简介

- ❑ 积分攻击（Integral Attack）由Daemen, Knudsen and Rijmen在1997年FSE提出的，用于分析Square算法，因此最初被称为Square Attack。
- ❑ 随着Square Attack思想的延伸，饱和度攻击（Saturation Attack）、碰撞攻击（Collision Attack）、多集合攻击（Multiset Attack）以及积分攻击（Integral Attack）等方法相继出现。

基本思想

- 积分攻击属于选择明文攻击（Chosen-plaintext）范畴，利用线性层扩散的不完全性，考虑的是**某些值的和**经过固定轮数加密后的特征。



积分攻击

- 针对一般的分组密码（Block Cipher），假设其分组有 n 个子分组（Subblocks）：
 - 选择一个或几个子分组**遍历**，其余的子分组为常数。
 - 预测某些子分组经过 R 轮加密后的性质：
 - ◆ 常数：所有数据在某个子分组为相同的常值。
 - ◆ 活性：所有数据集合被划分为子集，在每个子集中某个子分组取遍所有可能的值称为**活性子分组**
 - ◆ 平衡：所有数据在这个子分组的和（异或和）为零。
 - ◆ 未知：不确定的值



AES的积分攻击(square)区分器



活性字节



非活性字节



平衡字节

Round 1

| | | | |
|---|--|--|--|
| y | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

SB
SR

| | | | |
|------|--|--|--|
| s(y) | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

MC
AK

| | | | |
|----|--|--|--|
| z0 | | | |
| z1 | | | |
| z2 | | | |
| z3 | | | |

Round 2

| | | | |
|----|--|--|--|
| z0 | | | |
| z1 | | | |
| z2 | | | |
| z3 | | | |

SB
SR

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| s(z0) | | | |
| | | | s(z1) |
| | | s(z2) | |
| | s(z3) | | |

MC
AK

| | | | |
|----|----|----|----|
| r0 | | | |
| | r1 | | |
| | | r2 | |
| | | | r3 |

Round 3

| | | | |
|----|----|----|----|
| r0 | | | |
| | r1 | | |
| | | r2 | |
| | | | r3 |

SB
SR

| | | | |
|-------|--|--|--|
| S(r0) | | | |
| S(r1) | | | |
| S(r2) | | | |
| S(r3) | | | |

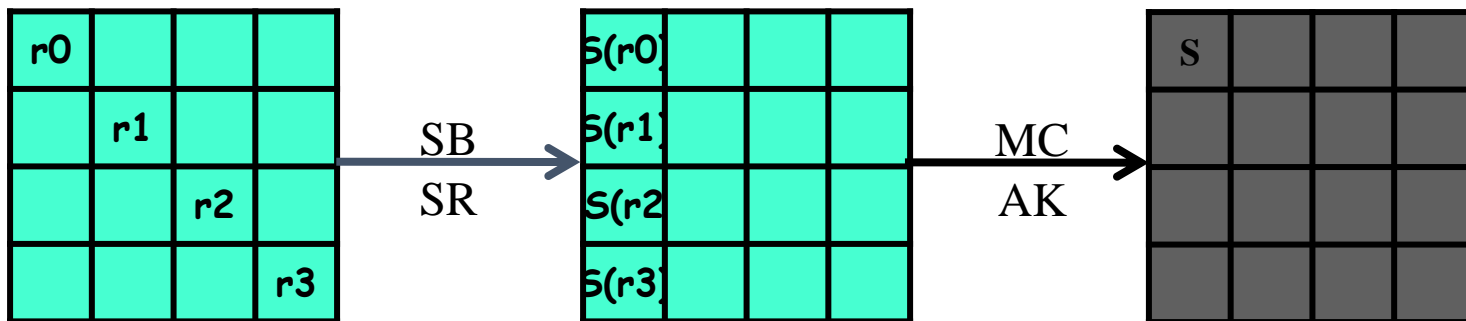
MC
AK

| | | | |
|---|--|--|--|
| S | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |



AES积分攻击

Round 3



$$\begin{aligned}
 \sum_{y=0}^{255} s[y] &= \sum_{y=0}^{255} [02S(r_0[y]) + 03S(r_1[y]) + 01S(r_2[y]) + 01S(r_3[y]) + k_{0,0}^3] \\
 &= \sum_{y=0}^{255} 02S(r_0[y]) + \sum_{y=0}^{255} 03S(r_1[y]) + \sum_{y=0}^{255} 01S(r_2[y]) + \sum_{y=0}^{255} 01S(r_3[y]) + \sum_{y=0}^{255} k_{0,0}^3 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$



AES的积分攻击

- Daemen和Rijmen给出6轮的AES分析结果（FSE97）
- Lucks给出7轮AES-192 /256的攻击（3rd AES Candidate Conference）
- Ferguson等提出部分和技术，减少FSE97结果的时间复杂度，将积分攻击与**相关密钥**结合，分析9轮的AES-256（FSE2000）

| Cipher | Key size | Complexity | | Comments |
|------------|----------|------------------------|-----------|---------------------------|
| | | [Data] | [Time] | |
| Rijndael-6 | (all) | 2^{32} CP | 2^{72} | [DR98] (previously known) |
| Rijndael-6 | (all) | $6 \cdot 2^{32}$ CP | 2^{44} | partial sums (new) |
| Rijndael-7 | (192) | $19 \cdot 2^{32}$ CP | 2^{155} | partial sums (new) |
| Rijndael-7 | (256) | $21 \cdot 2^{32}$ CP | 2^{172} | partial sums (new) |
| Rijndael-7 | (all) | $2^{128} - 2^{119}$ CP | 2^{120} | partial sums (new) |
| Rijndael-8 | (192) | $2^{128} - 2^{119}$ CP | 2^{188} | partial sums (new) |
| Rijndael-8 | (256) | $2^{128} - 2^{119}$ CP | 2^{204} | partial sums (new) |
| Rijndael-9 | (256) | 2^{85} RK-CP | 2^{224} | related-key attack (new) |

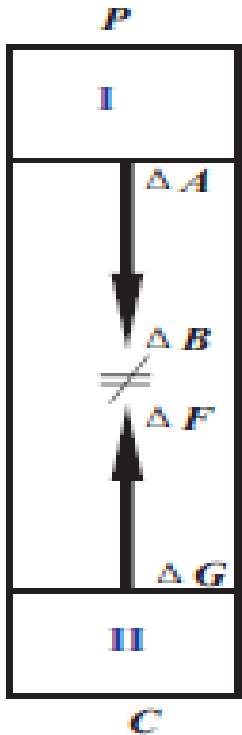
CP – chosen plaintext, RK-CP – related-key chosen plaintext.



不可能差分分析

简介

不可能差分分析是Biham和Knudsen在1998年分别独立提出。



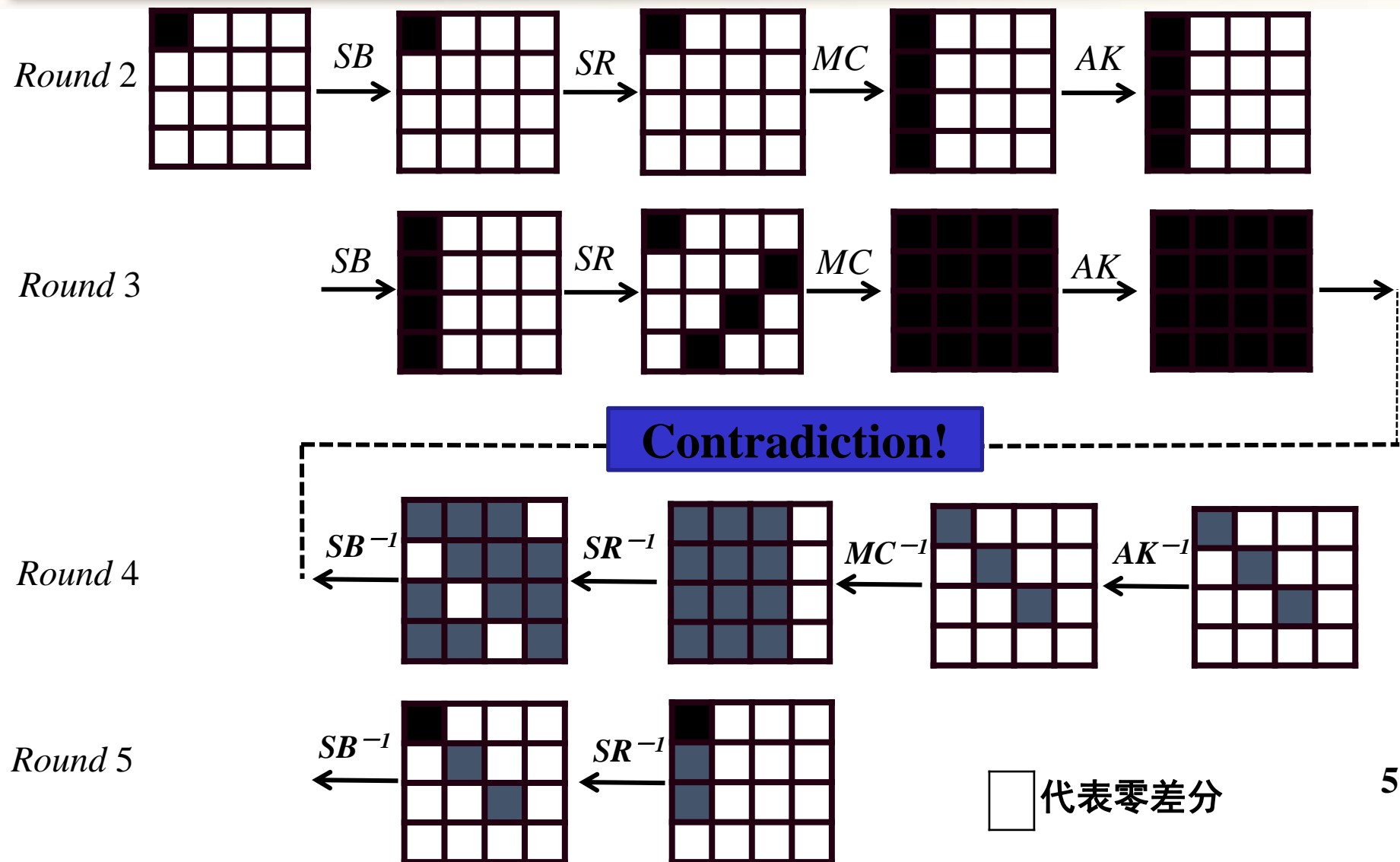
基本思想

不可能差分（概率为0的差分路径）作为密码算法与随机置换的区分器：

- 正确密钥加密解密后一定会满足该不可能差分
- 错误密钥加密解密后应以一定概率满足该不可能差分



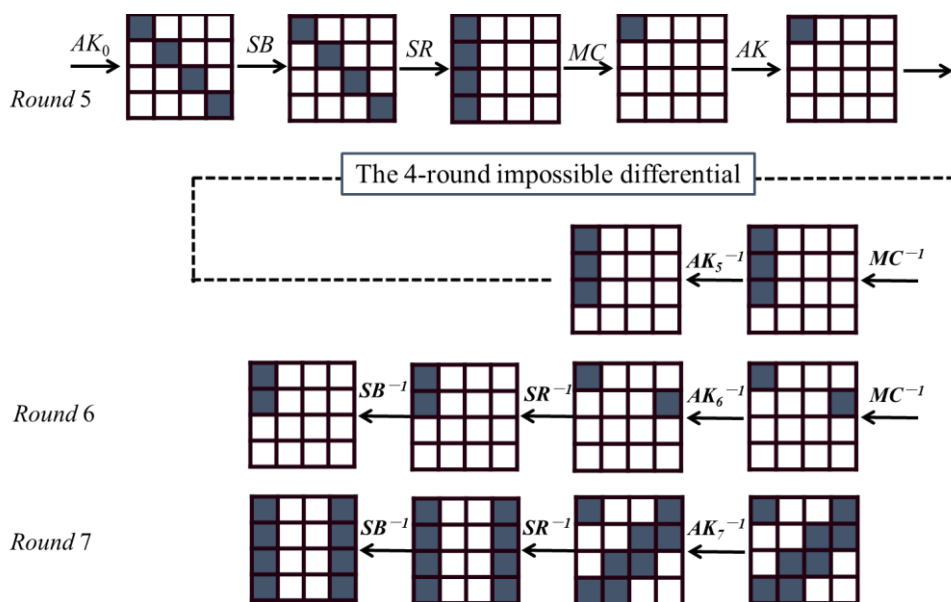
3.5轮AES-128不可能差分区分器





7轮AES-128不可能差分攻击

□ 头部扩1轮，尾部扩2.5轮分析7轮



□ 复杂度分析

- 数据复杂度 $2^{115.5}$ ，时间复杂度 2^{119} ，存储复杂度 2^{109} 字节
- 预计算部分的计算复杂度是 $2^{40.5}$ ，存储复杂度是 2^{45}



谢谢！