7.2.1 (b) 对 $\forall n>0$，$\exists z=a^nb^nc^n$ 属于此语言，令 $z=uvwxy$，其中 $|vwx|\le n$，$vx\ne\varepsilon$

若 $vwx$ 不含 $c$，取 $k=0$ （若包含，取 $k=2$）

此时有 $uv^kwx^ky$ 不属于此语言（$c$ 的数目比 $a,b$ 其中一个为多）

由泵引理知此语言不为CFL.

7.2.1(d) 对 $\forall n>0$，$\exists z=0^n1^{n^2}$ 属于此语言，令 $z=uvwxy$，（$|vwx|\le n$；$vx\ne\varepsilon$）

若 $vwx$ 只包含 0，那么 $uwy$ 包含了 $n^2$ 个 1 和小于 $n$ 个的 0，由pumping引理知此语言不为CFL

若 $vwx$ 只包含 1，那么 $uwy$ 包含了 $n$ 个 0 和小于 $n^2$ 个 1，由泵引理知语言不为CFL.

若 $v,x$ 中任意一个同时包含 0 和 1，则 $uv^2wx^2y$ 不为 $0^*1^*$，由泵引理知不为CFL.

故考虑 $v$ 只包含 0（设为 $k$ 个 0），$x$ 包含 $m$ 个 1，$k,m\in Z^+$

对所有 $i$，$uv^{i+1}wx^{i+1}y$ 包含了 $n+ik$ 个 0 和 $n^2+im$ 个 1

要使 $(n+ik)^2=n^2+im \Rightarrow 2ik+i^2k^2=im$ 等号左边增长速度快，故不可能对所有 $i$ 都成立.

由泵引理知此语言不为CFL.

7.3.1 (b) 对原文法G中任一变元 $A$，令 $A'$ 表示可生成 $A$ 生成元素的符号

若 $S$ 为 G 的初始符号，则令 $S'$ 为新的初始符号.

若 G 有产生式 $A\to BC$，在新文法中我们有 $A\to BC$，$A'\to BC'$，$A'\to B'$

若 G 有产生式 $A\to a$，在新文法中有 $A\to a$，$A'\to a$，$A'\to\varepsilon$.

7.3.2 a) $G_1$ 的产生式集合：$S\to AB$　$A\to aAbb\mid\varepsilon$，$B\to cB\mid\varepsilon$

$G_2$ 的产生式集合：$S\to AB$　$A\to aA\mid\varepsilon$，$B\to bBcc\mid\varepsilon$

b) $L_1\cap L_2=\{a^nb^{2n}c^{4n}\mid n\ge0\}$ 不是CFL.，由泵引理：

对 $\forall n>0$，$z=a^nb^{2n}c^{4n}$ 属于 $L_1\cap L_2$

令 $z=uvwxy$ （$|vwx|\le n$，$vx\ne\varepsilon$），取 $k=0$

则 $uwy\notin L_1\cap L_2$ （若 $vwx$ 不含 $a$，则 $uwy$ 中 $b$ 的数量必小于 $a$ 的两倍）

（若 $vwx$ 不含 $c$，则 $uwy$ 中 $b$ 的数量必小于 $c$ 的一半）

故 $L_1\cap L_2$ 不为CFL.

7.3.6 令 $L=L(G)$，$G=(V,T,P,S)$，$G^R=(V,T,P^R,S)$，$P^R$ 为 $P$ 的反向

下证 对 $\forall w\in T^*$，$S\overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}}w$ 当且仅当 $S\overset{*}{\underset{G^R}{\Rightarrow}}w^R$

设 $S\overset{n}{\underset{G}{\Rightarrow}}w$，归纳长度 $n$

若 $n$ 为 1，$G$ 中必有 $S\to w$ 故在 $G_R$ 中也有 $S\to w^R$，即 $S\overset{*}{\underset{G^R}{\Rightarrow}}w^R$ 成立.

若 $n>1$，设第一步推导为 $S\to X_1X_2\cdots X_k$ （$X_i\in V\cup T$）

若 $X_i\in V$，则 $\exists w_i\in T^*$，在 $n$ 步内 $X_i\overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}}w_i$ 由归纳知有 $X_i\overset{*}{\underset{G^R}{\Rightarrow}}w_i^R$

若 $X_i\in T$，则令 $w_i=X_i$ 有 $X_i\overset{*}{\underset{G^R}{\Rightarrow}}w_i^R$

记 $w=w_1w_2\cdots w_k$，由构造方法知 $G^R$ 有 $S\to X_kX_{k-1}\cdots X_1$

故有 $S\underset{G^R}{\Rightarrow}X_kX_{k-1}\cdots X_1\overset{*}{\underset{G^R}{\Rightarrow}}w_k^R\cdots X_1\overset{*}{\underset{G^R}{\Rightarrow}}w_k^R\cdots w_1^R=(w_k\cdots w_1)^R=w^R$

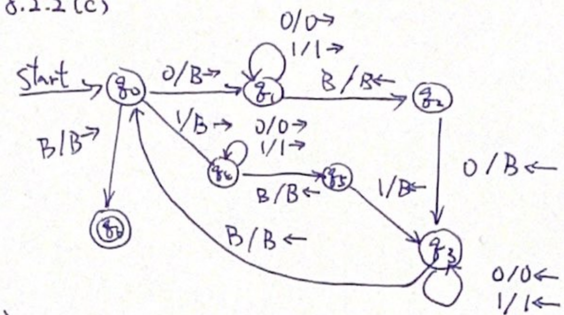
同理可证 $S\overset{*}{\underset{G^R}{\Rightarrow}}w^R$ 时有 $S\overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}}w$，由 $L^R=L(G^R)$ 知 $L^R$ 为CFL.

7.4.3 (c) 由 CYK 算法，表如下：

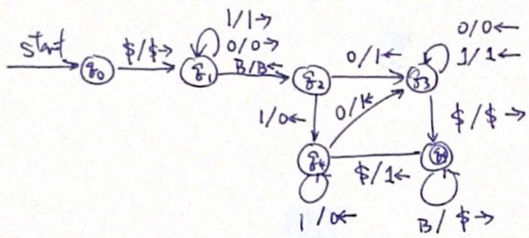
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| {S,C} | | | | |
| {S,A,C} | {B} | | | |
| {B} | {B} | {S,C} | | |
| {B} | {S,C} | {S,A} | {S,C} | |
| {A,C} | {A,C} | {B} | {A,C} | {B} |
| a | a | b | a | b |

由于 $S \in X_{15} = \{S,C\}$，故 $aabab \in L(G)$

8.2.2 (c)




8.2.3 a) 构造图灵机 $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_f\}, \{0,1,\$\}, \{0,1,\$,B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$.




$q_0$：初态，若不为\$，则无动作

$q_1$：带头右移，直至遇见空白符为止

$q_2$：讨论末位并将其加1.
（若不为"0","1"，则无动作）

$q_3$：无进位，不断左移

$q_4$：进位情况 若为0，则转为1（进位完成）并转3
若为1，则转为0，继续进位，若为\$，则再进一位.

b) $q_0\$111 \vdash \$q_1111 \vdash \$1q_111 \vdash \$11q_11 \vdash \$111q_1B \vdash \$11q_21 \vdash \$1q_410 \vdash \$q_4100$

$\vdash q_4\$000 \vdash q_fB1000 \vdash q_f1000$.

8.2.5 (b) $L(M) = L(0^*11^*)$

即至少包含一个"1"且第一个"1"之前只有"0"，每个"1"后只有"1"的串.