9.17. 已知：$T_1=250K$，$T_2=310K$，$P_1=P_2$，$V_1=V_2$

求：T

解：$P_1V_1=\nu_1RT_1$，$P_2V_2=\nu_2RT_2$，又∵ $P_1=P_2$，$V_1=V_2$，故 $P_1V_1=P_2V_2$

所以 $\nu_1RT_1=\nu_2RT_2 \Rightarrow \nu_1T_1=\nu_2T_2 \Rightarrow \nu_2=\nu_1\cdot\frac{T_1}{T_2}$

注意到气体混合前后内能相等：即 $E_0=E$

混合前：$E_0=E_1+E_2=\frac{3}{2}\nu_1RT_1+\frac{5}{2}\nu_2RT_2=\frac{3}{2}\nu_1RT_1+\frac{5}{2}R\nu_1T_1=4R\nu_1T_1$

混合后：$E=E_1'+E_2'=\frac{3}{2}\nu_1RT+\frac{5}{2}\nu_2RT=\frac{RT}{2}(3\nu_1+5\nu_1\cdot\frac{T_1}{T_2})$

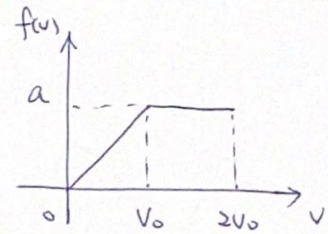
∵ $E_0=E$

∴ $4R\nu_1T_1=\frac{1}{2}RT(3\nu_1+5\nu_1\cdot\frac{T_1}{T_2})$

$$\Rightarrow T=\frac{8\nu_1T_1}{3\nu_1+5\nu_1\cdot\frac{T_1}{T_2}}=\frac{8T_1}{3+5\cdot\frac{T_1}{T_2}}=\frac{8\times250}{3+5\times\frac{250}{310}}=284K.$$

9.18. 已知：$f(v)=av/v_0$ $(0\le v\le v_0)$，$f(v)=a$ $(v_0\le v\le 2v_0)$，$f(v)=0$ $(v>2v_0)$

求：a，ΔN，$\bar{v}$



解：(1) 分布曲线如图，由归一化知

$\int_0^\infty f(v)dv=1$

$\Rightarrow \int_0^{v_0}\frac{av}{v_0}dv+\int_{v_0}^{2v_0}a\cdot dv=1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}av_0+a(2v_0-v_0)=\frac{3}{2}av_0=1 \Rightarrow a=\frac{2}{3v_0}$

(2) 速率大于v_0的粒子数

$\Delta N=\int_{v_0}^\infty dN=\int_{v_0}^\infty Nf(v)dv=\int_{v_0}^{2v_0}Na\,dv=Nav_0=\frac{2}{3}N$

速率小于v_0的粒子数

$(\Delta N)'=N-\Delta N=N-\frac{2}{3}N=\frac{1}{3}N.$

(3) $\bar{v}=\int_0^\infty vf(v)dv=\int_0^{v_0}v\cdot\frac{av}{v_0}dv+\int_{v_0}^{2v_0}v\cdot a\,dv=\int_0^{v_0}\frac{2v^2}{3v_0^2}dv+\int_{v_0}^{2v_0}\frac{2v}{3v_0}dv$

$$=\left.\frac{2v^3}{9v_0^2}\right|_0^{v_0}+\left.\frac{v^2}{3v_0}\right|_{v_0}^{2v_0}=\frac{2v_0^3}{9v_0^2}+\frac{4v_0^2}{3v_0}-\frac{v_0^2}{3v_0}=\frac{11}{9}v_0.$$

9.19. 已知：$T_1=2\times10^6\,K$，$T_2=2.7K$，$T_3=2.4\times10^{-11}K$

求：V_{rms_1}，V_{rms_2}，V_{rms_3}

解：$V_{rms_1}=\sqrt{\frac{3kT}{m_e}}=\sqrt{\frac{3\times1.38\times10^{-23}\times2\times10^6}{9.1\times10^{-31}}}=9.54\times10^6\ m/s$

$V_{rms_2}=\sqrt{\frac{3RT}{M_H}}=\sqrt{\frac{3\times8.31\times2.7}{1\times10^{-3}}}=259\ m/s$

$V_{rms_3}=\sqrt{\frac{3RT}{M_{Na}}}=\sqrt{\frac{3\times8.31\times2.4\times10^{-11}}{23\times10^{-3}}}=1.61\times10^{-4}\ m/s$.

9.26 已知：$V=20L$，$m=1.1kg$，$T=13^\circ C=286K$，$a=3.64\times10^5\,Pa\cdot L^2/mol^2$，$b=0.0427\,L/mol$.

求：p

解：范德瓦耳斯方程：$(p+\frac{a}{V_m^2})\cdot(V_m-b)=RT$

$\Rightarrow(p+\frac{m^2a}{(MV)^2})(\frac{MV}{m}-b)=RT$

$\Rightarrow(p+\frac{1.1^2\times3.64\times10^5\times10^{-6}}{(44\times10^{-3}\times20\times10^{-3})^2})\times(\frac{44\times10^{-3}\times20\times10^{-3}}{1.1}-0.0427\times10^{-3})=8.31\times286$

$\Rightarrow p=2.57\times10^6\ Pa$.

理想气体方程：$p=\frac{mRT}{MV}=\frac{1.1\times8.31\times286}{44\times10^{-3}\times20\times10^{-3}}=2.97\times10^6\ Pa$.

内压强 $P_{in}=\frac{a}{V_m^2}=\frac{m^2a}{(MV)^2}=\frac{1.1^2\times3.64\times10^5\times10^{-6}}{(44\times10^{-3}\times20\times10^{-3})^2}=5.69\times10^5\ Pa$.

9.28 已知：$\eta=1.89\times10^{-5}\ Pa\cdot S$，$M=0.004\,kg/mol$，$\bar{v}=1.2\times10^3 m/s$

求：$\bar{\lambda}$，d

解：$\bar{\lambda}=\frac{3\eta}{mn\bar{v}}=\frac{3\eta}{\rho\bar{v}}=\frac{3\times1.89\times10^{-5}}{\frac{0.004}{22.4\times10^{-3}}\times1.2\times10^3}=2.65\times10^{-7}\ m$.

由 $\bar{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2p}$ 知 $d=\sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2}\pi p\bar{\lambda}}}=\sqrt{\frac{1.38\times10^{-23}\times273}{\sqrt{2}\pi\times1.01\times10^5\times2.65\times10^{-7}}}=1.78\times10^{-10}\ m$

9.29 已知：$l=0.4cm=4\times10^{-3}m$，$T=27^\circ=300K$，$d=3.7\times10^{-10}m$

求：p

解：由 $K=\frac{1}{3}mn\bar{v}\bar{\lambda}C_v=\frac{1}{3}mn\bar{v}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2n}=\frac{m\bar{v}}{3\sqrt{2}\pi d^2}$ 知 K 与 n，p 无关

当 $\bar{\lambda}=l$ 时，$K=\frac{1}{3}mn\bar{v}lC_v$，要使 K 变小 则要 n 减小，又 $p=nkT$ 知 p 减小

要使 K 最大，则 p 最小，此时 $\bar{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2p}$ 最大，值为 l，故

$p=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2l}=\frac{1.38\times10^{-23}\times300}{\sqrt{2}\pi\times(3.7\times10^{-10})^2\times4\times10^{-3}}=1.7\ Pa$

清華大學 TSINGHUA UNIVERSITY 数学作业纸

班级：计01　姓名：麦逸朗　编号：2020010869　科目：大物　第 3 页

9.30　已知：扩散系数 D，水蒸气密度 ρ，远处密度 ρ_∞，水密度 ρ_W.

求：(1) W (2) t

解：(1) 水蒸气沿球向扩散，设此球半径为 r，有

$$\frac{dM}{dt} = -D\frac{d\rho}{dr}\cdot dS = -D\cdot\frac{d\rho}{dr}\cdot 4\pi r^2$$

而每个球面上的水蒸气密度应相等，故 $\frac{d\rho}{dr}\cdot r^2 = C$

$$\Rightarrow \int_{\rho}^{\rho_\infty} d\rho = C\int_R^{\infty}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow \rho_\infty - \rho = \frac{C}{R} \Rightarrow C = R(\rho_\infty - \rho)$$

因此 $W = \frac{dM}{dt} = -D\cdot 4\pi\cdot\frac{d\rho}{dr}\cdot r^2 = -D\cdot 4\pi\cdot C = -D\cdot 4\pi R(\rho_\infty-\rho)$

(2) dt 时间内蒸发量：$-dM = 4\pi DR(\rho_\infty-\rho)\,dt$，$R$ 为变量

又 $M = \frac{4}{3}\pi R^3\cdot\rho_W \Rightarrow dM = 4\pi R^2\cdot\rho_W\, dR$

故 $-4\pi R^2\rho_W\, dR = 4\pi DR(\rho_\infty-\rho)\,dt$

$$\Rightarrow -\int_R^0 R\,dR = \frac{D(\rho_\infty-\rho)}{\rho_W}\cdot\int dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}R^2 = \frac{D(\rho_\infty-\rho)}{\rho}\, t$$

$$\Rightarrow t = \frac{R^2\rho_W}{2D(\rho_\infty-\rho)}$$