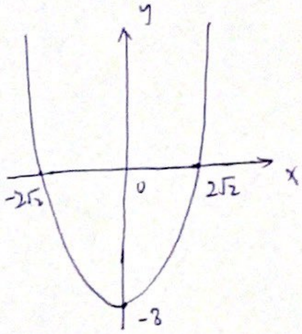
清華大學 数学作业纸
TSINGHUA UNIVERSITY

班级：计01　姓名：容逸朗　编号：2020010869　科目：大物　



1.7 已知：$x=2t$ ，$y=4t^2-8$

求：$t=1$ 时 $\vec{r_1}, \vec{v_1}, \vec{a_1}$ ；$t=2$ 时 $\vec{r_2}, \vec{v_2}, \vec{a_2}$

解：(1) 由 $x=2t \Rightarrow t=\frac{x}{2}$，并代入 $y=4t^2-8$，得到：

$y=x^2-8$ 为所求轨道方程

(2) $\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = 2t\vec{i} + (4t^2-8)\vec{j}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} + 8t\vec{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 8\vec{j}$

当 $t=1$ 时，$\vec{r_1} = 2\times1\vec{i} + (4\times1^2-8)\vec{j} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$

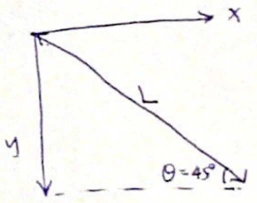
$\vec{v_1} = 2\vec{i} + (8\times1)\vec{j} = 2\vec{i} + 8\vec{j}$

$\vec{a_1} = 8\vec{j}$

当 $t=2$ 时，$\vec{r_2} = 2\times2\vec{i} + (4\times2^2-8)\vec{j} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$

$\vec{v_2} = 2\vec{i} + (8\times2)\vec{j} = 2\vec{i} + 16\vec{j}$

$\vec{a_2} = 8\vec{j}$



1.9. 已知：$V_0 = 110\,km/h$ ，$\theta = 45°$

求：L

解：(1) 设 x, y 分别为水平和垂直方向上的位移，

由于水平方向上仅受初速度影响，故 $x = V_0 t$

同理，垂直方向上仅有重力做功，故 $y = \frac{1}{2}gt^2$

注意到夹角 $\theta=45°$，即　$\tan\theta = \frac{x}{y}$ ，代入数值有

$$\tan 45° = \frac{V_0 t}{\frac{1}{2}gt^2} \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 = V_0 t \Rightarrow t = \frac{2V_0}{g}$$

利用 $\frac{x}{L} = \cos\theta$ 得　$L = \frac{x}{\cos\theta} = \frac{V_0 t}{\cos\theta} = \frac{2V_0^2}{g\cos\theta}$

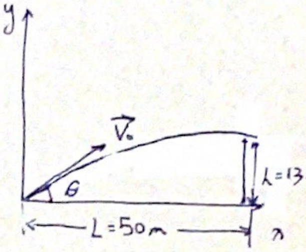
代入数值得：$L = \frac{2\times\left(\frac{110\times10^3}{3600}\right)^2}{9.8\times\frac{\sqrt{2}}{2}} = 269\,(m)$

(2) 由于实际运动受空气阻力影响，故运动员所达距离与计算不符。

班级：计01　姓名：寇逸朗　编号：2020010869　科目：大物

1.10 已知：石头的初速度 $V_0=25m/s$，墙与人相距 $L=50m$，墙高 $h=13m$.

求：可使石头过墙的最大高度 h'.



解：由抛体的轨道方程有：$y=x\tan\theta-\frac{1}{2}\frac{gx^2}{V_0^2\cos^2\theta}$

又 $\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}$

故有 $y=x\tan\theta-\frac{gx^2(1+\tan^2\theta)}{2V_0^2}$

化简得 $\frac{gx^2}{2V_0^2}\tan^2\theta-x\tan\theta+y+\frac{gx^2}{2V_0^2}=0$

要使石头过墙，那么当 $y=h$ 时 θ 应有解，运用求根公式，有

$$\Delta=b^2-4ac=(-L)^2-4\times\frac{gL^2}{2V_0^2}\times\left(h+\frac{gL^2}{2V_0^2}\right)$$
$$=(-50)^2-4\times\frac{9.8\times50^2}{2\times25^2}\times\left(13+\frac{9.8\times50^2}{2\times25^2}\right)$$
$$=-55.8<0$$

即方程无实根，故石头不能过墙，要使石头可过墙，则有

$$\Delta=b^2-4ac=(-L)^2-4\cdot\frac{gL^2}{2V_0^2}\cdot\left(h'+\frac{gL^2}{2V_0^2}\right)\geq0$$

即 $h'\leq\frac{V_0^2}{2g}-\frac{gL^2}{2V_0^2}=\frac{25^2}{2\times9.8}-\frac{9.8\times50^2}{2\times25^2}=12.3m$.

上式取等号时，$\tan\theta=-\frac{b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=-\frac{b}{2a}=-\frac{-x}{2\cdot\frac{gx^2}{2V_0^2}}=\frac{V_0^2}{gx}=\frac{V_0^2}{gL}$

即 $\theta=\arctan\frac{V_0^2}{gL}=\arctan\frac{25^2}{9.8\times50}=51.9°$

1.18. 已知：光盘内半径 $R_1=2.2cm$，外半径 $R_2=5.6cm$，音轨密度 $N=650$ 条/mm，激光速 $v=1.3m/s$

求：放音时间T，激光到达 $r=5cm$ 处时，光盘转动的角速度 w 和角加速度 a.

解：$T=\int_{R_1}^{R_2}\frac{2\pi rN\,dr}{v}=\frac{\pi r^2N}{v}\Big|_{R_1}^{R_2}=\frac{\pi\times650\times10^3\times((5.6\times10^{-2})^2-(2.2\times10^{-2})^2)}{1.3}=4.17\times10^3\ s$

角速度 $w=\frac{v}{r}=\frac{1.3}{5\times10^{-2}}=26\ rad/s$

角加速度 $a=\frac{dw}{dt}=\frac{v}{2\pi rN}\cdot\frac{dw}{dr}=\frac{v}{2\pi rN}\cdot\left(-\frac{v}{r^2}\right)=-\frac{v^2}{2\pi r^3N}=-\frac{1.3^2}{2\pi\times(5\times10^{-2})^3\times650\times10^3}$

$=-3.31\times10^{-3}\ rad/s^2$

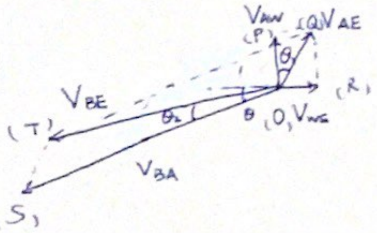
1.26 已知：飞机受西风 $V_{WE}=150$ km/h （此处W为风，E为地面）

相对空气的航速 $V_{AW}=750$ km/h （A代表飞机）

导弹相对飞机　西偏南 $\theta=19.5^\circ$，以 $V_{BA}=5750$ km/h 运动（B代表导弹）

求：导弹对地的速率 V_{BE} 和方向.

解：与右图所示，飞机对地速度



$$V_{AE}=\sqrt{V_{AW}^2+V_{WE}^2}$$

$$=\sqrt{750^2+150^2}$$

$$=765\,\text{km/h}$$

角度 $\theta_1=\arctan\frac{V_{WE}}{V_{AW}}=\arctan\frac{150}{750}=11.3^\circ$

注意到 $\angle TQO=180^\circ-(\theta+\theta_1+90^\circ)$

$$=180^\circ-(19.5^\circ+11.3^\circ+90^\circ)$$

$$=59.2^\circ$$

则有 $V_{BE}=\sqrt{V_{BA}^2+V_{AE}^2-2V_{BA}\cdot V_{AE}\cos TQO}$

$$=\sqrt{5700^2+765^2-2\times5700\times765\times\cos(59.2^\circ)}$$

$$=5400\,\text{km/h}$$

记 θ_2 为 OS (V_{BA}) 与 OT (V_{BE}) 之间的夹角，有

$$\cos\theta_2=\frac{V_{BE}^2+V_{BA}^2-V_{AE}^2}{2V_{BE}\cdot V_{BA}}$$

记导弹飞行方向为西偏南 θ'，有

$$\theta'=\theta-\theta_2=\theta-\frac{V_{BE}^2+V_{BA}^2-V_{AE}^2}{2V_{BE}\cdot V_{BA}}$$

$$=19.5-\frac{5400^2+5750^2-765^2}{2\times5400\times5750}$$

$$=12.5^\circ$$