3. 已知：$A=5cm=0.05m$

求：相 (x,φ)，振动表达式，相量图

解：(1) 设 $x=A\cos\varphi$ 为振动曲线方程，则有

$x_a = A = 0.05m$ $x_b=\frac{A}{2}=0.025m$ $x_c=0$ $x_d=-\frac{A}{2}=-0.025m$ $x_e=-\frac{A}{2}=-0.025m$

$\varphi_a=0$ $\varphi_b=\frac{\pi}{3}$ $\varphi_c=\frac{\pi}{2}$ $\varphi_d=\frac{2}{3}\pi$ $\varphi_e=\frac{4}{3}\pi$

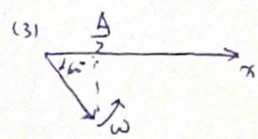
(2) 当 $t=0$ 时，$x=\frac{A}{2}$，此时 $\varphi=\arccos\frac{x}{A}=\arccos\frac{1}{2}=\pm\frac{\pi}{3}$，由图知 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$

注意到半周期 $\frac{T}{2}=2.2-1.0=1.2s \Rightarrow T=2.4s \Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{5\pi}{6}$

故振动表达式：$x=A\cos(\omega t+\varphi)=0.05\cos(\frac{5}{6}\pi t-\frac{\pi}{3})$

(3) 如右图。

(3)



6. 已知：$A_1=A_2=A$，$\nu_1=\nu_2=\nu$ $(\omega_1=\omega_2=\omega)$

求：(1) 振动表达式 x_2，相差 $\varphi_2-\varphi_1$ (2) $t=0$ 时 $x_1=-\frac{A}{2}$，求 x-t 曲线及相量图

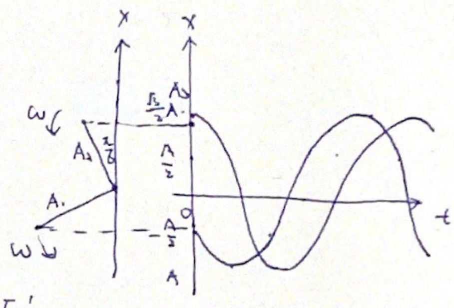
解：(1) 由题意知，当振子一的相为 $\frac{\pi}{2}$ 时，振子二的相为 0，故 $\varphi_2-\varphi_1=0-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{2}$

因此 $\varphi_2=\varphi-\frac{\pi}{2}$，表达式 $x_2=A\cos(\omega t+\varphi-\frac{\pi}{2})$

(2) 由 $t=0$，$x_1=-\frac{A}{2}$，$v<0$ 知 $\varphi_1=\frac{2}{3}\pi$ 故：

$x_1=A\cos(\omega t+\frac{2}{3}\pi)$，$x_2=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{6})$

x-t 曲线、向量图如右图所示。



8. 已知：$k=25N/m$，$E_k=0.2J$，$E_p=0.6J$

求：(1) 振幅 A，(2) 位移 x' 使得 $E_k'=E_p$ (3) 位移 $\frac{A}{2}$ 时势能大小 E_p'

解：(1) $A=\sqrt{\frac{2E}{k}}=\sqrt{\frac{2(E_k+E_p)}{k}}=\sqrt{\frac{2(0.2+0.6)}{25}}=0.253m$

(2) 当 $E_k=E_p$ 时，$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}E=\frac{1}{4}kA^2 \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\times0.253=\pm0.179m$.

(3) $E_p'=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}k(\frac{A}{2})^2=\frac{1}{4}(\frac{1}{2}kA^2)=\frac{1}{4}(E_p+E_k)=\frac{1}{4}(0.2+0.6)=0.2J$.

9. 已知：m, k, b

求：动力学方程式，振幅为 A 时总能量

解：平衡位置时，$mg=kb$

以平衡位置为原点，向下为正方向，则有 $m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-k(x+b) \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$

以同一点为弹性势能原点，则 $E_{p_1}=\frac{1}{2}k(x+b)^2-\frac{1}{2}kb^2=\frac{1}{2}kx^2+kbx$，重力势能

$E_{p_2}=-mgx$，总能量 $E=E_k+E_p=E_k+E_{p_1}+E_{p_2}=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2+kbx-mgx=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$

注意到 $x=A$ 时 $v=0$，故 $E=\frac{1}{2}mA^2$.

11. 已知：k_1, k_2, m

求：周期T.

解：

串联后劲度系数 $k = \frac{1}{\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}} = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$

故. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$

15. 已知：$\nu = 2\,Hz$，$\mu = 0.5$，

求：(1) 振动大小 A_{max} (2) ，$A = 5cm = 0.05m$ 时 ν_{max}.

解：(1) 要使物体不动，则 $\mu mg = ma = mA\omega^2 = mA(2\pi\nu)^2 \Rightarrow A = \frac{\mu g}{(2\pi\nu)^2} = \frac{0.5\times9.8}{(2\times\pi\times2)^2} = 0.31\times10^{-2}\,m$.

(2) 物体保持接触，则 $mg = ma = mA\omega^2 = mA(2\pi\nu)^2 \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{A}} = \frac{1}{2\pi}\times\sqrt{\frac{9.8}{0.05}} = 2.23\,Hz$.

24. 已知：$x_1 = 0.04\cos(2t+\frac{\pi}{6})$，$x_2 = 0.03\cos(2t-\frac{\pi}{6})$

求：合运动表达式

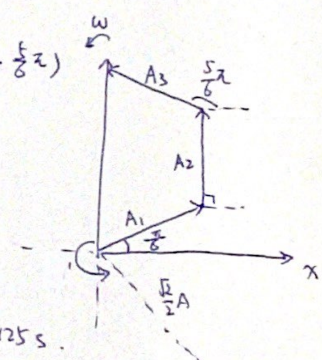
解：$A = \sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)} = \sqrt{0.04^2+0.03^2+2\times0.04\times0.03\times\cos(-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6})} = 0.0608\,m$.

$\varphi = \arctan\left(\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}\right) = \arctan\left(\frac{0.04\times\sin\frac{\pi}{6}+0.03\times\sin(-\frac{\pi}{6})}{0.04\times\cos\frac{\pi}{6}+0.03\times\cos(-\frac{\pi}{6})}\right) = 0.0823\,rad$.

因此合运动表达式 $x = 0.0608\cos(2t+0.0823)$

25. 已知：$x_1 = 0.08\cos(314t+\frac{\pi}{6})$，$x_2 = 0.08\cos(314t+\frac{\pi}{2})$，$x_3 = 0.08\cos(314t+\frac{5}{6}\pi)$

求：(1) 合振动角频率 ω，振幅A，初相 φ，表达式 (2) 到 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}A$ 的最小时间



解：(1) 如右图，$\omega = 314\,s^{-1}$，$A = A_1\sin\frac{\pi}{6} + A_2 + A_3\sin\frac{\pi}{6}$

$= 0.08\times(\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}) = 0.16\,m$.

$\varphi = \frac{\pi}{2}$，$x = 0.16(314t+\frac{\pi}{2})$.

(2). 如右图，转到 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}A$ 转过了 $\frac{5}{4}\pi$，此时 $t = \frac{\frac{5}{4}\pi}{\omega} = \frac{\frac{5}{4}\pi}{314} = 0.0125\,s$.

27. 已知：$\nu_x = 2.7\times10^4\,Hz$

求：ν_y

解：如图所示，$\nu_x : \nu_y = 3:2$

故 $\nu_y = \frac{2}{3}\nu_x = \frac{2}{3}\times2.7\times10^4 = 1.8\times10^4\,Hz$.