2. 已知：球半径 R_1，内、外半径 R_2、R_3 厚导体壳，内球电势 φ_1，外球带电 Q.

求：电势 φ，电场 E 分布.

解：设内球表面带电 q_1，由高斯定律知球壳内表面带电 $-q_1$，外表面 q_1+Q. 此时有

$$\varphi_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1}+\frac{-q_1}{R_2}+\frac{Q+q_1}{R_3}\right)\Rightarrow q_1=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1R_2R_3\varphi_1-R_1R_2Q}{R_2R_3-R_1R_3+R_1R_2}$$

对于 $r<R_1$：$\varphi=\varphi_1$，$E=0$

$R_1<r<R_2$：$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r}+\frac{-q_1}{R_2}+\frac{Q+q_1}{R_3}\right)$，$E=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$R_2<r<R_3$：$\varphi=\frac{Q+q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$，$E=0$

$r>R_3$：$\varphi=\frac{Q+q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$，$E=\frac{Q+q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

3. 已知：球半径 $R_1=6cm=6\times10^{-2}m$，球壳 $R_2=8cm=8\times10^{-2}m$，$R_3=10cm=10^{-1}m$，$Q_A=3\times10^{-8}C$，$Q_B=2\times10^{-8}C$

求：(1) 球壳 B 内、外表面电量 $Q_{B内}$ $Q_{B外}$，球 A、球壳 B 电势 φ_A，φ_B

(2) B 接地断开，A 接地，求：球 A，球壳 B 内、外表面电量 q_A'，$q_{B内}'$，$q_{B外}'$，球 A，球壳 B 电势 φ_A'，φ_B'

解：(1) 由高斯定律知 $Q_{B内}=-Q_A=-3\times10^{-8}C$，故 $Q_{B外}=Q_B+Q_A=2\times10^{-8}+3\times10^{-8}=5\times10^{-8}C$

此时 $\varphi_A=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{Q_A}{R_1}+\frac{Q_{B内}}{R_2}+\frac{Q_{B外}}{R_3}\right)=\frac{1}{4\pi\times8.85\times10^{-12}}\left(\frac{3\times10^{-8}}{6\times10^{-2}}+\frac{-3\times10^{-8}}{8\times10^{-2}}+\frac{5\times10^{-8}}{10^{-1}}\right)=4.62\times10^3V$

$\varphi_B=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_{B外}}{R_3}=\frac{1}{4\pi\times8.85\times10^{-12}}\times\frac{5\times10^{-8}}{0.1}=4.49\times10^3V$.

(2) B 接地，此时电量 $Q_B'=Q_{B内}=-3\times10^{-8}C$，A 接地，则 $\varphi_A'=0$，设 A 带电量为 q_A'，有

$$\varphi_A'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{q_A'}{R_1}+\frac{-q_A}{R_2}+\frac{Q_B'+q_A'}{R_3}\right)=0\Rightarrow q_A'=-\frac{12}{17}Q_B'=-\frac{12}{17}\times(-3\times10^{-8})=2.12\times10^{-8}C$$

$q_{B内}'=-q_A'=-2.12\times10^{-8}C$，$q_{B外}'=Q_B'+q_A'=-3\times10^{-8}+2.12\times10^{-8}=-8.8\times10^{-9}C$

$\varphi_B'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_B'+q_A'}{R_3}=\frac{-3\times10^{-8}+2.12\times10^{-8}}{4\times\pi\times8.85\times10^{-12}\times0.1}=-791V$.

4. 已知：半径 R，点电荷 q，球外距球心 r.

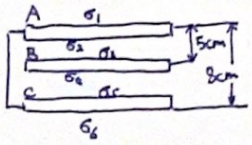
求：球上感生电荷量 q'

解：点电荷 q 在球心产生电势 $\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$，$q'$ 在球心产生电势 $\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}$，由电场叠加原理有：

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}=0\Rightarrow q'=-\frac{R}{r}q$$

△

5. 已知：中间板 $\sigma_3+\sigma_4=q=1.3\times10^{-5}C/m^2$，板内不带电，$d_{AB}=5cm=0.05m$，$d_{AC}=8cm=0.08m$



求：每块板两面的面电荷密度 $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4,\sigma_5,\sigma_6$.

解：由于板内不带电，故 A板电场：$\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4-\sigma_5-\sigma_6=0$

B板电场：$\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4-\sigma_5-\sigma_6=0$

C板电场：$\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_4+\sigma_5-\sigma_6=0$

又因A,C板相连，故 $U_{AB}=U_{CB}$ 即 $(\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4-\sigma_5-\sigma_6)d_{AB}=(\sigma_5+\sigma_6-\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)d_{CB}$

同时有 $\sigma_1+\sigma_2+\sigma_5+\sigma_6=0$

结合 $\sigma_3+\sigma_4=1.3\times10^{-5}C/m^2$，代入 $d_{AB}=0.05m$，$d_{AC}=0.08m$，$d_{BC}=d_{AC}-d_{AB}=0.03m$

解以上方程，得 $\sigma_1=6.5\times10^{-6}C/m^2$　$\sigma_4=8.1\times10^{-6}C/m^2$

$\sigma_2=-6.9\times10^{-6}C/m^2$　$\sigma_5=-8.1\times10^{-6}C/m^2$

$\sigma_3=6.9\times10^{-6}C/m^2$　$\sigma_6=6.5\times10^{-6}C/m^2$

12. 已知：长直导线带电 $\lambda=1.0\times10^{-8}C/m$，距地面 $h=5m$

求：正下方地面电场E，面电荷密度 σ，导线单位长度受力 F.

解：利用镜像法，设地面有长导线的镜像，此时地面电场方向向下，大小：

$$E=2\cdot\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 h}=2\frac{1\times10^{-8}}{2\pi\times8.85\times10^{-12}\times5}=72\,V/m$$

面密度 $\sigma=-\varepsilon_0E=\frac{-\lambda}{\pi h}=\frac{-1\times10^{-8}}{\pi\times5}=-6.4\times10^{-10}C/m^2$.

单位长度受力 $F=\lambda\cdot\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(2h)}=\frac{(1\times10^{-8})^2}{2\pi\times8.85\times10^{-12}\times2\times5}=1.8\times10^{-7}\,N/m$.