F1013B.7. Modelación computacional de sistemas eléctricos.

RETO: Cálculo y graficación de campos eléctricos no uniformes, como los usados en dielectroforesis para el diagnóstico de malaria

Primer Entregable

Integrantes

Juan Carlos Garfias A01652138

Ricardo Arriaga A01570553

Karla Olvera A01379097

Hernán Salinas A01570409

Javier Banegas A00827812

Profesor

MC. Nadia Fernanda Pérez Goytia

MC. Raúl G. Salinas

MCC.Isidra Espinosa Velazquez

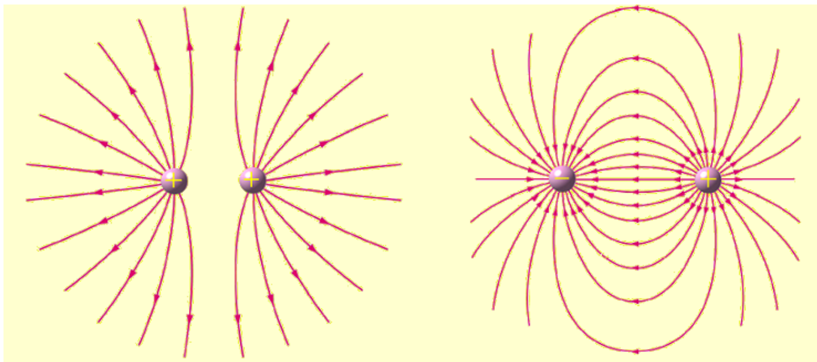
Fecha

1ro de Abril del 2020

Índice

Introducción

En esta etapa del reto tuvimos que utilizar los conceptos aprendidos en computación y física para poder crear un código que modele la ley de Coulomb entre dos cargas puntuales o dipolos. El objetivo del reto era tener una visualización de cómo las cargas se afectan entre ellas y los campos que generaban, por eso diseñamos nuestro código para que los valores de las cargas se pudieran alterar de tal modo que pudiésemos crear cargas positivas, negativas o neutrales para ver los distintos efectos de cada una en los campos.



Como sabemos la posición también tiene un efecto muy importante en la ley Coulomb y como sabemos tiene una cuadrad, es por esto que la posición también se puede alterar de tal modo que podemos ver la relación que tiene la distancia en los efectos de entre las cargas. Por estas razones en nuestro código nos aseguramos de poder alterar las posiciones y cargas y que con la función de quiver en Matlab se pudiera visualizar el campo que se generaba entre las cargas. Es por eso que en nuestros casos de prueba como se verá más adelante incluimos muchas combinaciones posibles como negativas con negativas, positivas con neutrales, etc. En los que sigue del documento expondremos los conceptos teóricos utilizados para crear el código y los casos de prueba que utilizamos para poder verificar que nuestro código estuviese correcto.

Marco Teórico

Las cargas eléctricas ejercen una influencia en la región que las rodea. Dicha región de influencia se llama campo eléctrico. Por esta razón las cargas de diferente signo se atraen y del mismo signo se rechazan, aún cuando se encuentren separadas. Esto quiere decir que las cargas eléctricas influyen sobre la región que está a su alrededor debido a su propio campo
eléctrico.

La primera investigación teórica acerca de las fuerzas eléctricas entre cuerpos cargados fue realizada por Charles-Augustin de Coulomb en 1777. Él llevó a cabo sus investigaciones con una balanza de torsión para medir la variación de la fuerza con respecto a la separación y la cantidad de carga. La separación r entre dos objetos cargados se define como la distancia en línea recta entre sus respectivos centros. La cantidad de carga q se puede considerar como el número de electrones o de protones que hay en exceso, en un cuerpo determinado. Coulomb encontró que la fuerza de atracción o de repulsión entre dos objetos cargados es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. En otras palabras, si la distancia entre dos objetos cargados se reduce a la mitad, la fuerza de atracción o de repulsión entre ellos se cuadruplicará.

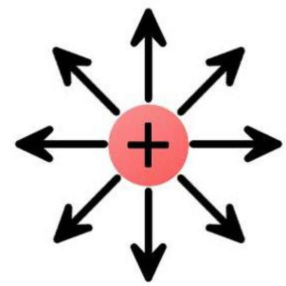


Figura 1

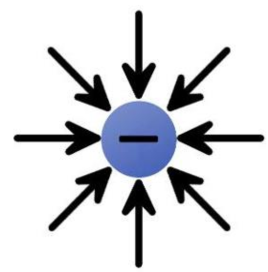


Figura 2

Como el campo eléctrico no se puede ver, el físico inglés Michael Faraday introdujo en 1823, el concepto de líneas de fuerza. Las líneas de fuerza se dibujan de la siguiente manera: si la carga eléctrica es positiva éstas salen radialmente de la carga (Figura 1). Si la carga eléctrica es negativa, las líneas de fuerza llegan de una forma radial a la carga (Figura 2). Si se tiene un dipolo eléctrico (una carga negativa y otra positiva el campo eléctrico se dibuja saliendo de la carga positiva y entrando a la carga negativa. Si se tienen dos cargas del mismo signo, por ejemplo dos cargas positivas, estas se dibujan saliendo de las cargas y separándose debido a la repulsión. Las líneas de fuerza pueden dibujarse de tal manera, que señalen, además de su dirección y sentido, el punto más intenso del campo eléctrico. Mientras más cerca se encuentre de una carga eléctrica el campo eléctrico será más intenso y mientras más alejado será menos intenso.

Ley de Coulomb

Para lograr la expresión matemática de la Ley de Coulomb consideremos las cargas de la figura 3, en la cual se indica la fuerza de atracción F entre dos cargas contrarias, así como la fuerza de repulsión entre dos cargas similares. En cualquier caso, la magnitud de la fuerza se determina mediante las magnitudes de las cargas q y q' y por su separación r.

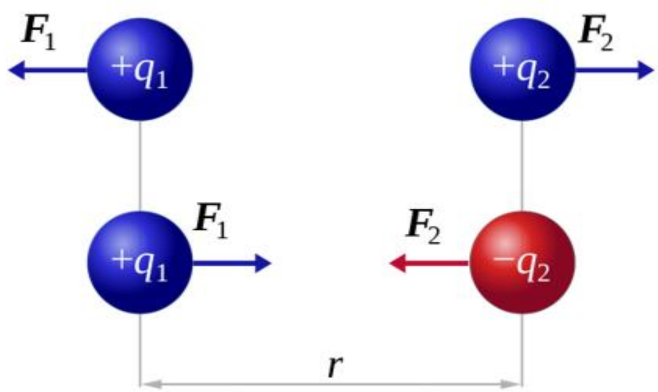


Figura 3

Por lo tanto, la expresión matemática para la ley de Coulomb es:

$$\vec{F} = k\frac{qq_i}{r^2}\hat{r}$$

Donde:

$\vec{\mathbf{F}}$ es el vector de fuerza que sufren las las cargas eléctricas. Puede ser de atracción o de repulsión, dependiendo del signo que aparezca (en función de que las cargas sean positivas o negativas).

- Si las cargas son de signo opuesto (+ y –), la fuerza "$\vec{\mathbf{F}}$" será negativa, lo que indica atracción

- Si las cargas son del mismo signo (– y – ó + y +), la fuerza "$\vec{\mathbf{F}}$" será positiva, lo que indica repulsión .

q y $\mathbf{q_i}$ son las cargas estudiadas

d representa la distancia entre las cargas

$\hat{\mathbf{r}}$ es el vector director que une las cargas 1 y 2

k es una constante conocida como la constante de Coulomb y equivale en el vacío a 9109Nm/C2 según el Sistema Internacional de Medidas. Esta constante de Coulomb se relaciona con la constante dieléctrica, también conocida como permitividad del medio (ε):

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

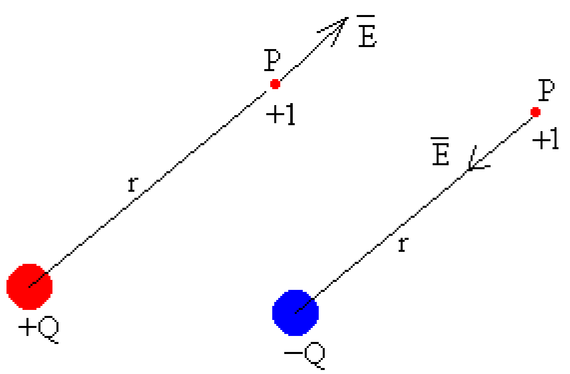
En el caso del vacío se cumple que ε=ε0, donde la permitividad del vacío (ε0) equivale a 8.8510-12C2/Nm2.

Debido a lo anterior, la fórmula de la Ley de Coulomb también se puede representar como:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{qq_i}{r^2}\hat{r}$$

Campo Eléctrico

La ley de Coulomb nos describe la interacción entre dos cargas eléctricas del mismo o de distinto signo. Es más fácil y útil, imaginar que cada uno de los cuerpos cargados por si solos modifican las propiedades del espacio que lo rodea. De aquí surge el concepto de campo eléctrico y potencial eléctrico, en esta sección revisaremos únicamente el primero.



Supongamos, que seguimos el mismo modelo que utilizábamos en el calculo de fuerza eléctrica, sin embargo, ahora solamente está presente la carga q1, después de haber retirado la carga q2 del punto P. Ahora solo tomaremos a la carga q1 como Q, esta crea un campo eléctrico en el punto P. Cada punto P del espacio que rodea a la carga Q tiene una nueva propiedad, que se denomina campo eléctrico ($\vec{E}$) que describiremos mediante una magnitud vectorial, que se define como la fuerza sobre la unidad de carga positiva imaginariamente situada en el punto P.

La ecuación de campo eléctrico es similar a la Ley de Coulomb. Asignamos a una carga q en el numerador de la ley de Coulomb el papel de carga de prueba. La otra carga (u otras cargas) en el numerador, (q_i) crea el campo eléctrico que queremos estudiar.

	Ecuación	Unidades
Ley de Coulomb	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{qq_i}{r^2}\hat{r}$	Newtons

Campo Eléctrico	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q_i}{r^2}\hat{r}$	Newtons/Coulomb

El campo eléctrico cumple el principio de superposición, por lo que el campo total en un punto es la suma vectorial de los campos eléctricos creados en ese mismo punto por cada una de las cargas fuente.

$$\overrightarrow{E_{Total}} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$$

Por el teorema de Pitágoras se cumple que la distancia entre cualquiera de las cargas es:

$$\sqrt{{d_X}^2 + {d_y}^2}$$

($\boldsymbol{d_X}$ representa la distancia en el eje cartesiano x mientras $\boldsymbol{d_y}$ es la distancia en el eje y)

Como ambas cargas son de igual magnitud se cumple:

$$\overrightarrow{E_1} = \overrightarrow{E_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{{d_X}^2 + {d_y}^2}$$

Los componentes E_{1_y} y E_{2_y} poseen la misma magnitud pero apuntan en sentidos opuestos, por lo tanto:

$$E_{1_y} + E_{2_y} = 0$$

En consecuencia, para efectuar la suma vectorial, sólo se deberán tener en cuenta a las componentes E_x, es decir la suma vectorial de $\overrightarrow{E_1}$ y $\overrightarrow{E_2}$ apunta paralelo al eje x y siendo $E_{1_x} = E_{2_x}$ se cumplirá que:

$$\vec{E} = 2\overrightarrow{E_1}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{d_X}{\sqrt{{d_X}^2 + {d_y}^2}}$$

Y sustituyendo esta expresión y la de $\overrightarrow{E_1}$ en la expresión de $\vec{E}$ se obtiene:

$$\vec{E} = \frac{2}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{{d_X}^2+{d_y}^2}\frac{d_X}{\sqrt{{d_X}^2+{d_y}^2}} = \frac{2}{4\pi\varepsilon}\frac{2d_Xq}{({d_X}^2+{d_y}^2)^{\frac{3}{2}}}$$

La ecuación se reduce a:

$$\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{(2d_X)\cdot q}{{d_y}^3}$$

El producto $(2d_X)\cdot q$ se denomina momento p del dipolo eléctrico. Entonces se puede volver a escribir la ecuación como:

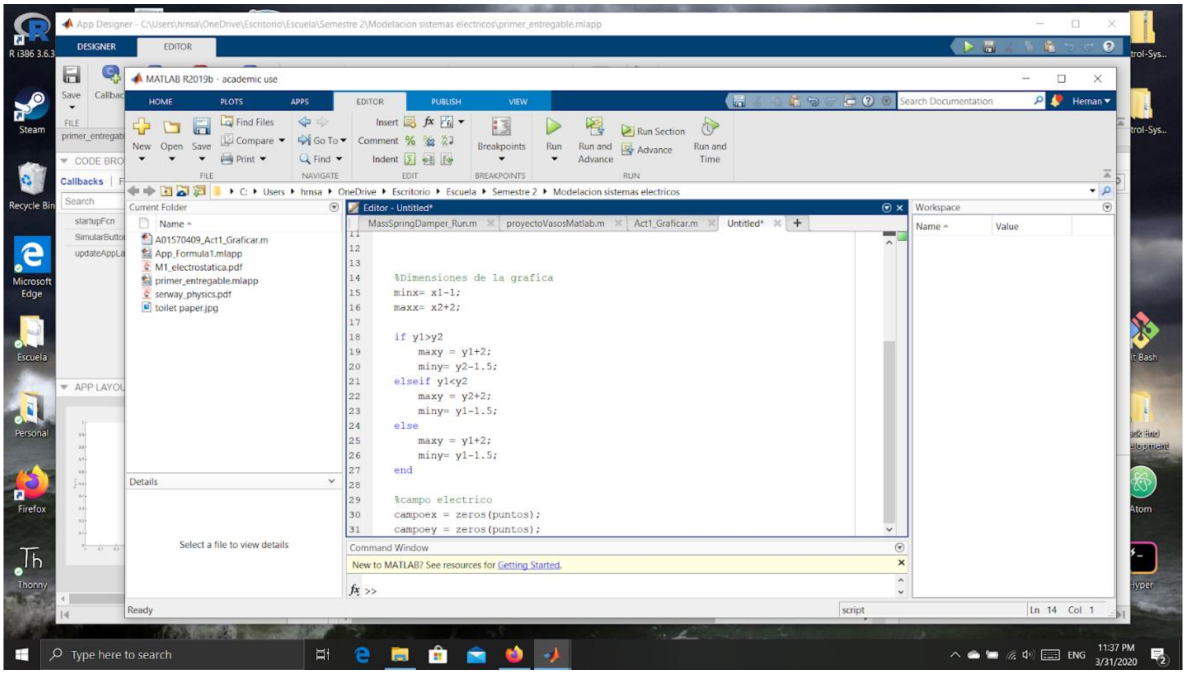
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{p}{({d_X}^2 + {d_y}^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Programación del simulador y funcionamiento del código

Lo primero que realizamos fue crear las dimensiones en el que nuestras cargas se graficaron. Para hacer esto definimos una variable que guarda 25 puntos lo cuales servirán no solo para ubicar nuestras cargas si no también para las flechas que salgan de nuestro quiver. Definimos también las posiciones iniciales y las dimensiones de nuestras cargas así como también definir los valores constantes de *epsilon* y *k*.

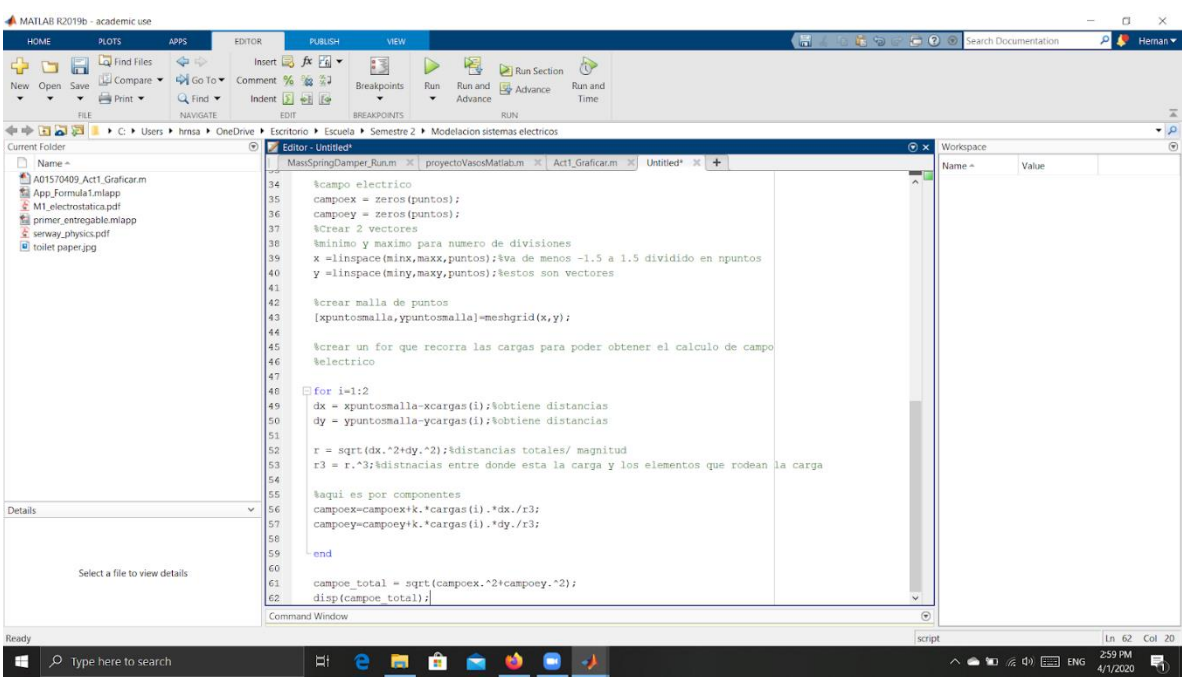
```
clear;
puntos = 25;%numero de puntos en la malla
cargas=[2,-2];%dos cargas de diferentes signos
radio = 0.2;%radio de las cargas

%Definir la posicion de las cargas
xcargas=[-0.5,0.5];
ycargas=[0,0];


epsilon = 8.854e-12;%Escribir el valor de epsilon
%es un valor para hacer la ecuacion del campo electrico
k = 1/(4 * pi * epsilon);

%Dimensiones de la grafica
minx= -1.5;
maxx=1.5;

maxy = 1.5;
miny= -1.5;
```

Posteriormente se crea las dimensiones de las gráficas donde se checa con un condicional cuál de ambas cargas contiene el mayor valor y para poder acomodarlos de manera que sean visibles en el interfaz. Asimismo, se crea el campo eléctrico en ambas dimensiones con una matriz de 25 puntos cada una, donde se puedan colocar los valores una vez calculados.

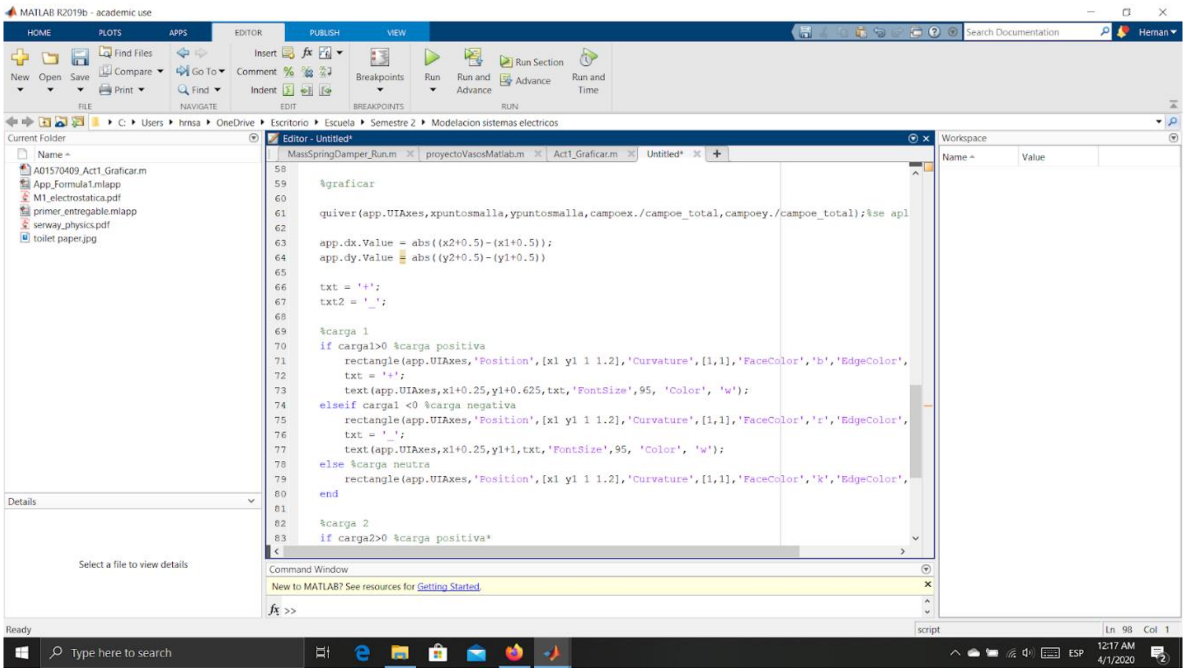


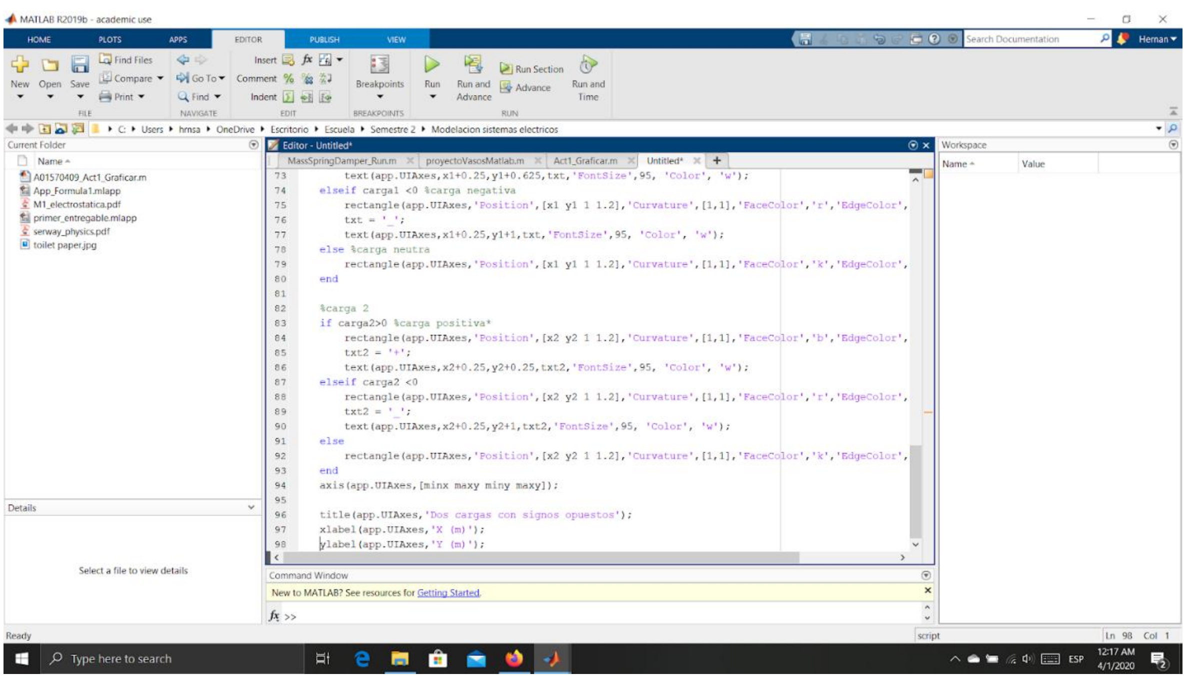
Después creamos dos vectores en los cuales se almacenan los puntos en *x* y en *y* entre el tamaño de sus respectivos axis, esté siendo 25. Creamos una malla de 25 x 25 la cual almacena los puntos anteriormente calculados.

Aquí entramos a un for loop el cual calcula las distancias entre las cargas y sus magnitudes. Una vez calculados estos datos hacemos una sumatoria de las componentes del campo eléctrico de *x* y en *y* para obtener el valor total del campo eléctrico.



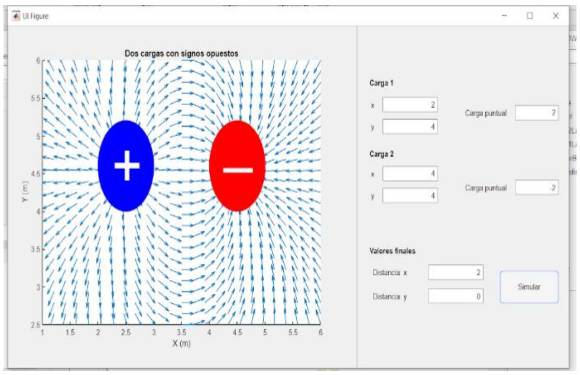
Finalmente, se utiliza la función quiver donde se toman como parámetros los puntos *x* y *y*, posteriormente para las magnitudes se normalizan los valores al dividir los campos respectivos entre el campo total. Posteriormente se crea una sección condicional donde se evalúa cada carga a partir del valor ingresado. Esto con el fin de cambiar el color de los círculos y definir el centro para colocar el texto, esto dependiendo si la carga es positiva o no. De igual manera se evalúa si la carga es 0, indicando así que es un neutrón por lo que el campo eléctrico sobre la otra carga no tendrá ningún efecto. En la última sección se realiza un ajuste de los ejes, estableciendo la escala a partir de los valores mínimos en *x* y *y*, estableciendo el título de la gráfica y las leyendas en ambos ejes.



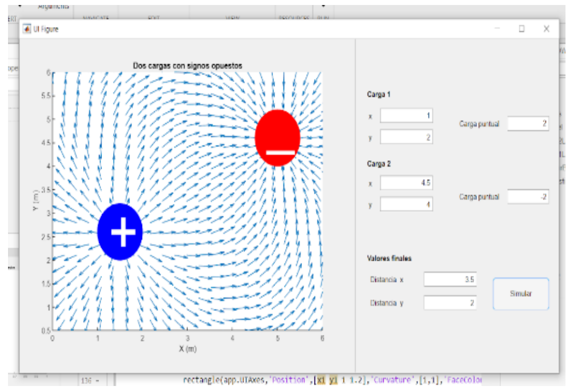


Casos de prueba

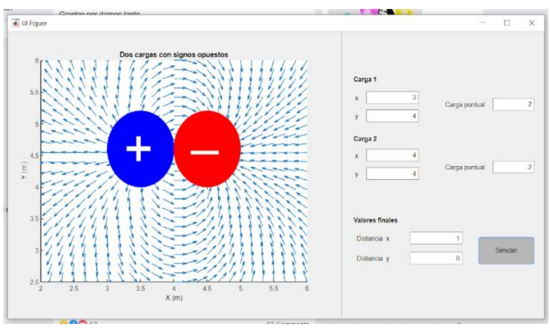
En esta sección se observa el comportamiento del simulador ante diferentes escenarios. Mostrando la versatilidad del sistema para funcionar completamente dependiendo del input del usuario. Como se puede observar, el sistema es capaz de ajustarse dependiendo de los valores de las cargas, generando así campos eléctricos para cada escenario.



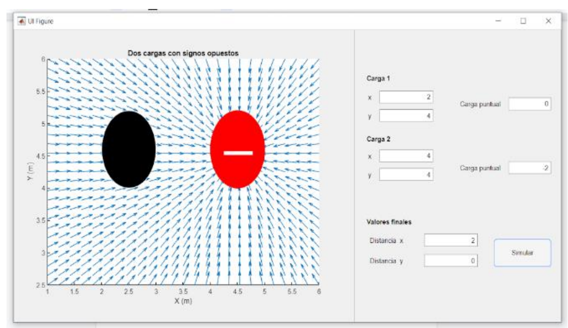
Cargas símbolos opuestos



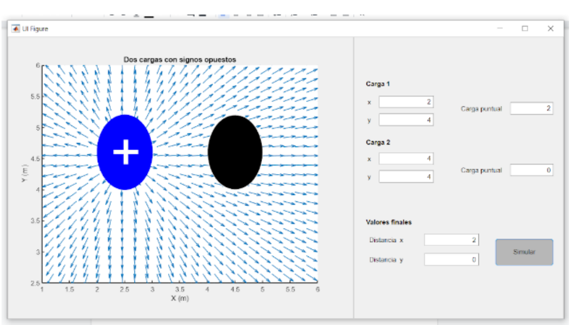
Variación en la posición



Cargas signo opuesto y juntas



Carga neutra y carga negativa



Carga neutra y carga positiva

Referencias

Ioan Has, Simona Miclaus, Aurelian Has. (January 2018. Analysis of Electrical Dipoles Interaction Forces as a Function of the Distance and of the Form of Electrical Force Law. Journal of Applied Mathematics and Physics 06(09):1886-1895. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/327746384_Analysis_of_Electrical_Dipoles_Interaction_Forces_as_a_Function_of_the_Distance_and_of_the_Form_of_Electrical_Force_Law

MathWorks - Makers of MATLAB and Simulink. https://www.mathworks.com/ . Accessed 31 Mar. 2020.

(2020). Retrieved 1 April 2020, from http://www.algarcia.org/fishbane/e_and_v.pdf

(2020). Retrieved 1 April 2020, from https://scielo.conicyt.cl/pdf/infotec/v19n3/art12.pdf

El campo eléctrico de un sistema de dos cargas. (2020). Retrieved 1 April 2020, from http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/electrico/cElectrico.html

Plot the electric field distribution ? - MATLAB Answers - MATLAB Central. (2020). Retrieved 1 April 2020, from https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/121890-plot-the-electric-field-distribution

Mathworks. (n.d.). LineSpec. Retrieved 1 April from https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/quiver.html

Gon H. (2019, June 25). Ley de Coulomb: Fórmula. Retrieved from https://espaciociencia.com/ley-de-coulomb-formula/

Electricidad/Campo eléctrico/Campo eléctrico generado por una distribución discreta de cargas. (2017, febrero 9). Wikilibros, . Consultado el 04:43, abril 2, 2020 en https://es.wikibooks.org/w/index.php?title=Electricidad/Campo_el%C3%A9ctrico/Campo_el%C3%A9ctrico_generado_por_una_distribuci%C3%B3n_discreta_de_cargas&oldid=321387.

Franco, A. (2016). Campo y potencial eléctrico de una carga puntual. Retrieved from http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/campo/campo.html

Franco, A. (2016). Campo eléctrico de un sistema de dos o más cargas eléctricas. Retrieved from http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/campo/campo.html

Franco, A. (2016). Ley de Coulomb. Retrieved from http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/campo/campo.html

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL. (2018). Campo Eléctrico . Retrieved from https://www.deinac.com/CALENDARIOS Y DOCTOS DE INTERES/Fisica III Practicas agosto 2018.pdf