



## **Reporte Reto “Motor de simulación de movimiento”**

*Juan Carlos Garfias Tovar - A01652138*

*Hernan Salinas Ibarra - A01570409*

*Abraham Cepeda Oseguera - A00827666*

*Alejandro Daniel González Carrillo – A01570396*

*Axel Giovanni Villanueva Cuéllar - A00828073*

*Miércoles 23 de Octubre*

**Abstract – Este reporte contiene el proceso llevado a cabo tanto físico y matemático como computacional para la modelación de proyectiles siendo expulsados por un volcán.**

## ***I. Introducción***

Las erupciones volcánicas son un fenómeno natural sumamente devastador. A tal grado que el 3 de junio del 2018 el Volcán de Fuego hizo erupción en Guatemala, matando alrededor de 300 personas. Este acontecimiento fue tan atroz que la empresa Serious Games tomo la iniciativa de desarrollar un videojuego que tiene el objetivo de mejorar la preparación de los rescatistas en caso de una erupción volcánica. Para el funcionamiento del videojuego de la empresa resulta crucial el poder hacer una simulación de los proyectiles que son expulsados al momento de que un volcán hace erupción. Por lo tanto, este proyecto se trata de llevar a cabo esta simulación haciendo uso de funciones vectoriales, las cuales nos ayudarán a determinar la trayectoria, la posición, la velocidad y la aceleración del proyectil en todo momento. Igualmente haremos uso de programación, la cual nos ayudará a hacer la modelación utilizando la herramienta computacional de MATLAB.

## ***II. Marco teórico***

Método Euler: Método de aproximación numérica para resolver ecuaciones diferenciales de grado 1 donde para cierta variable se utiliza la suma su variable anterior y su derivada anterior multiplicada por un delta tiempo. Esto repetidamente un número de veces a elección, donde a menor delta tiempo, más preciso es, ya que el proceso se repite más veces.

Movimiento parabólico: Es una forma de movimiento bidimensional que experimenta un objeto o partícula (un proyectil) que se arroja en la superficie de la Tierra y se mueve a lo largo de una trayectoria curva bajo la acción de la gravedad y los efectos de la resistencia del aire, si se toman en consideración en el escenario.

Fricción: El coeficiente de fricción es una cantidad escalar que se utiliza para determinar la resistencia que experimenta un objeto en un ambiente tal como el aire o agua. Dependiendo de la forma del objeto o el escenario, puede llegar a tener diferentes coeficientes. De acuerdo al número de Reynolds, un objeto circular tiene un coeficiente de 0.47. Es útil para determinar la fricción en cada tiempo, utilizando la fórmula, donde se determina que la resistencia que experimenta un cuerpo es el coeficiente de fricción multiplicado por su velocidad cuando  $n = 1$ .

Posición, velocidad y aceleración: La posición es determinada por dónde se encuentra el objeto respecto a "x" y "y". Esta es siempre cambiante, ya que hay velocidades y aceleraciones que la afectan y también cambian por la resistencia del aire, o fricción.

La velocidad es la razón de cambio, o derivada de la posición y la aceleración es la razón de cambio, o derivada de la velocidad. Sirven ya que afectan la modelación del tiro parabólico, las posiciones en “x” y en “y”.

Gravedad: Fuerza presente en la Tierra que afecta la aceleración en el eje “y” de manera que la velocidad se reduzca a una razón de  $-9.81m/s^2$ .

### III. **Fórmulas y Datos**

#### **Datos:**

$$g = -9.81m/s^2$$

#### **Con Fricción:**

$$F = kv^n$$

$$F_x(t) = -kv_x(t)$$

$$F_y(t) = -kv_y(t)$$

$$A_x(t) = F_x(t)/m$$

$$A_y(t) = F_y(t)/m$$

$$V_{ox} = V_o \cos \theta$$

$$V_{oy} = V_o \sin \theta$$

$$X(t + \Delta t) = xt + v_x t \Delta t$$

$$Y(t + \Delta t) = yt + v_y t \Delta t$$

$$V_y(t + \Delta t) = V_y t + a_y t \Delta t$$

$$V_x(t + \Delta t) = V_x t + a_x t \Delta t$$

#### **Sin Fricción**

$$V_{ox} = V_o \cos \theta$$

$$V_{oy} = V_o \sin \theta$$

$$A_x = 0$$

$$A_y = -g$$

$$X(t + \Delta t) = xt + v_x t \Delta t$$

$$Y(t + \Delta t) = yt + v_y t \Delta t$$

$$V_y(t + \Delta t) = V_y t + a_y t \Delta t$$

$$V_x(t + \Delta t) = V_x t + a_x t \Delta t$$

$$a = \frac{\Delta v}{t}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

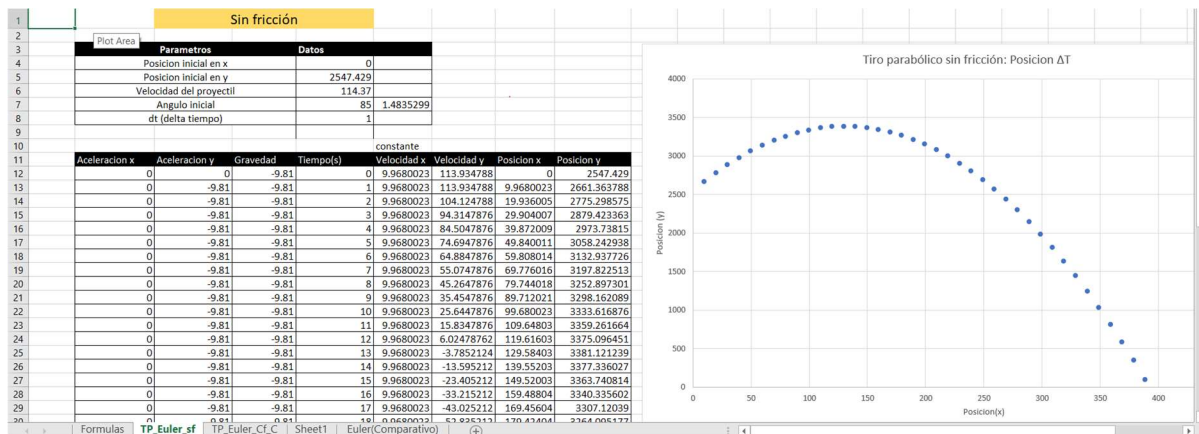
Las fórmulas utilizadas para la modelación se basan en el método Euler, donde las posiciones son las que se quieren modelar. Para sin o con fricción, resultan como la suma de la posición anterior más su derivada anterior, que viene siendo la velocidad anterior, multiplicada por su delta t. Lo mismo para la velocidad, que resulta como la suma de la velocidad anterior más su derivada anterior, que viene siendo la aceleración anterior (aceleración constante, gravedad) en el caso de sin fricción, multiplicada por su delta t. Para con fricción entran en juego las variables cambiantes en "x" y "y" de fricción y aceleración, afectadas por la masa, resistencia del aire y el coeficiente de arrastre. Para obtener la fricción en x y en "y", se multiplica el coeficiente de fricción de un objeto redondo en el aire, 0.47 por la velocidad en ese punto, siendo  $n=1$  en este caso. Finalmente, para la aceleración, se utiliza la fórmula, donde se divide la fuerza de fricción de cierto tiempo en x o "y" entre la masa. Esto porque a mayor masa, menos afecta la fricción, por lo que causa menor aceleración negativa. Ambas aceleraciones son negativas, ya que contrarrestan el movimiento. Para "y" particularmente, se le suma a la gravedad, que siempre está presente afectando la aceleración en "y".

#### IV. **Desarrollo**

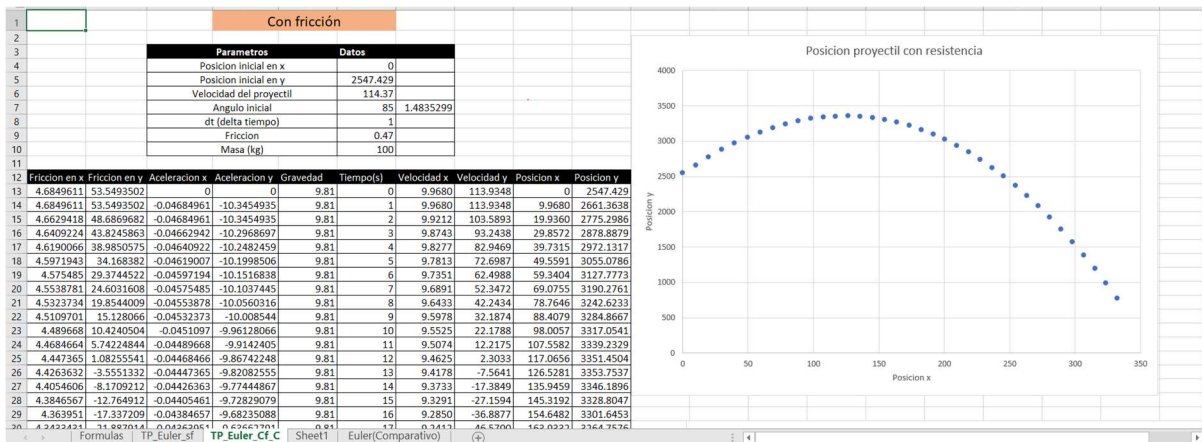
Primeramente, se utilizó excel para desarrollar un modelo de tipo parabolico, es decir una funcion cuadratica. Esto para demostrar el comportamiento de un proyectil en donde ninguna fuerza se ejerce en sentido contrario a la del proyectil. Posteriormente se realizó una simulacion en excel a partir de un proyectil que es afectado por la fricción del aire. Para esto se utilizó un calculo de aproximacion a partir del metodo de Euler.

Primero se hizo una investigación de acuerdo a las características de un volcan respecto a su altura, el tamaño y masa de los proyectiles, así como posibles ángulos, velocidades y condiciones de lanzamiento.

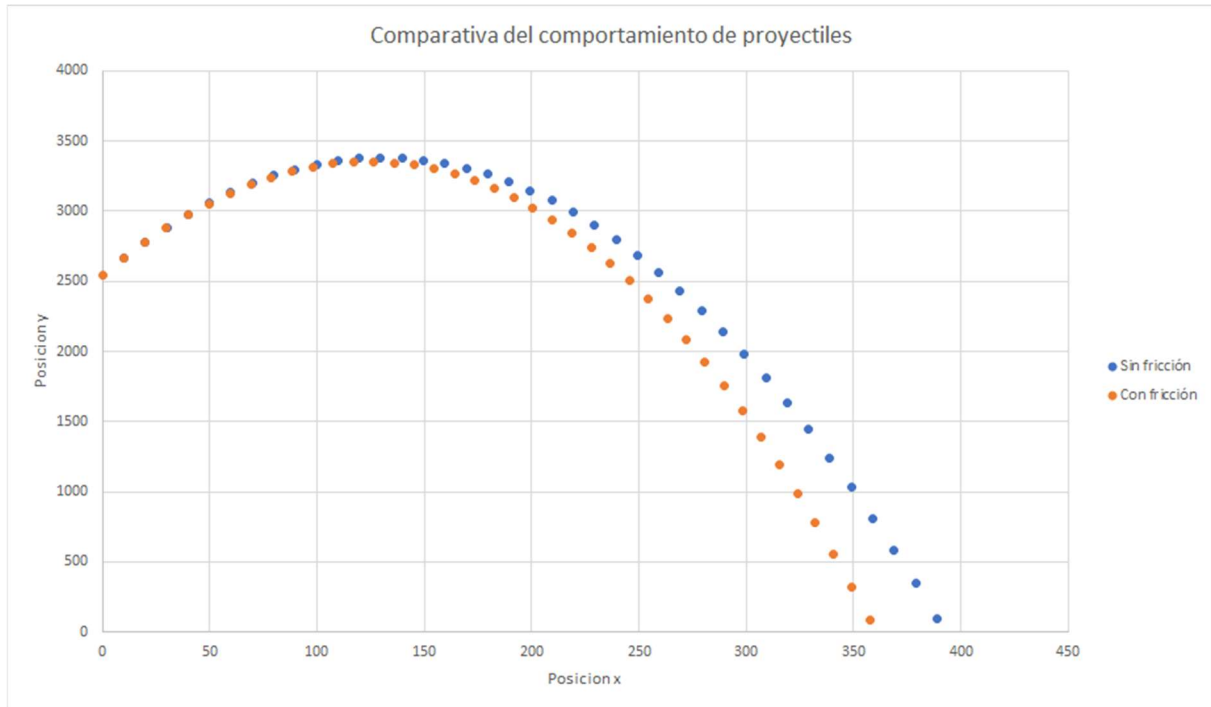
Para el desarrollo del modelo utilizando el método de Euler, entraron en juego los datos de entrada iniciales para el lanzamiento del proyectil: La velocidad inicial, el ángulo, la posición inicial del proyectil y la delta tiempo utilizada. Luego, se utilizaron las variables cambiantes para x y y de posición, velocidad y aceleración. Para el de sin fricción, primero creamos la tabla con todas las variables para x y y: Posiciones, velocidades, aceleraciones y delta t. Luego, utilizamos el método Euler para las siguientes variables de cada una. Por ejemplo para los posición en el segundo 1: Resulta como la suma de posición anterior(posición inicial) más su derivada anterior, que viene siendo la velocidad anterior (velocidad inicial) multiplicada por su delta t. Lo mismo para la velocidad, que resulta como la suma de la velocidad anterior más su derivada anterior, que viene siendo la aceleración anterior (aceleración constante, gravedad) multiplicada por su delta t. Esta fórmula para las posiciones y velocidades consiguientes dio como resultado la tabla que utilizamos para modelar el vector de desplazamiento parabólico.



Contemplando la fricción y resistencia del aire, se hace el mismo proceso pero incrementa la complejidad. Ahora entra en juego factores del escenario, tal como la masa del proyectil, la resistencia del aire y el coeficiente de fricción de la forma del objeto. Primeramente, se tienen las velocidades iniciales y posiciones iniciales. Para obtener la fricción en x y en "y", se multiplica el coeficiente de fricción de un objeto redondo en el aire, 0.47 por la velocidad en ese punto. Finalmente, para la aceleración, se utiliza la fórmula, donde se divide la fuerza de fricción de cierto tiempo en x o y entre la masa. Ambos son negativos, ya que contrarrestan el movimiento. Para y particularmente, se le suma a la gravedad, que siempre está presente afectando la aceleración en y. Este proceso para en x y en y repetidas veces para un delta tiempo a selección hasta que la posición en y sea 0.



Posteriormente, con ambos se hizo un comparativo para ver las diferencias de con fricción y sin fricción:



	Sin fricción		Con fricción	
Tiempo	Posicion x	Posicion y	Posicion x	Posicion y
1	9.968002298	2661.363788	0	2547.429
2	19.9360046	2775.298575	9.968002298	2661.363788
3	29.90400689	2879.423363	19.9360046	2775.298575
4	39.87200919	2973.73815	29.85715728	2878.887869
5	49.84001149	3058.242938	39.73146036	2972.13167
6	59.80801379	3132.937726	49.55913402	3055.078601
7	69.77601609	3197.822513	59.34039845	3127.777286
8	79.74401838	3252.897301	69.07547282	3190.27612
9	89.71202068	3298.162089	78.76457525	3242.623271
10	99.68002298	3333.616876	88.40792282	3284.866677
11	109.6480253	3359.261664	98.00573162	3317.054052
12	119.6160276	3375.096451	107.5582167	3339.232882
13	129.5840299	3381.121239	117.065592	3351.450432
14	139.5520322	3377.336027	126.5280707	3353.753742
15	149.5200345	3363.740814	135.9458647	3346.189629
16	159.4880368	3340.335602	145.3191851	3328.80469
17	169.4560391	3307.12039	154.6482418	3301.645303
18	179.4240414	3264.095177	163.933244	3264.757624
19	189.3920437	3211.259965	173.1743995	3218.187595
20	199.360046	3148.614752	182.3719156	3161.980938

Al haber realizado estos dos modelos y comparado ambos comportamientos fuimos capaces de comprender como era el movimiento de ambos proyectiles. Por ello se decidió utilizar MATLAB con el fin de crear una experiencia mas interactiva, precisa y sobre todo mas practica para poder modelar proyectiles volcanicos según distintas características establecidas por el usuario. Como primer paso se planteó lograr graficar una trayectoria parabolica con valores promedio de un proyectil.

Para la modelación en matlab, se declara las características del lanzamiento del volcán de manera *input*, para que el usuario las declare. Estas son: Altura del volcán, velocidad inicial, masa del proyectil, ángulo, cambio de tiempo y el coeficiente de fricción. Estas se distribuyen para los 2 tipos de movimiento, sin fricción y con fricción. De la misma forma que se relacionaron en el análisis Euler en Excel, las transferimos a código en Matlab, para el caso de sin fricción (SF) y con fricción (CF)

\*Ejemplo de una parte del código\*

```
while graphc
    hold(app.UIAxes,"on");
    %%CASO 1
    if i == 1
        %%SF
        ay1 = g;
        vx1 = vx1; %constante
        vy1 = vy1;
        x1 = x1+vx1*dt;
        y1 = y1+vy1*dt;

        vy1a = vy1;
        y1a = y1;
        %%CF
        vx2 = vx2+ax*dt;
        vy2 = vy2+ay*dt;
        fx = cfr1*vx2;
        fy = cfr1*vy2;
        ax = fxa/m;
        ay = fya/m+g;
        x2 = x2+vx2a*dt;
        y2 = y2+vy2a*dt;

        fxa = fx;
        fya = fy;
        vx2a = vx2;
        vy2a = vy2;
    end
    %%SF
```

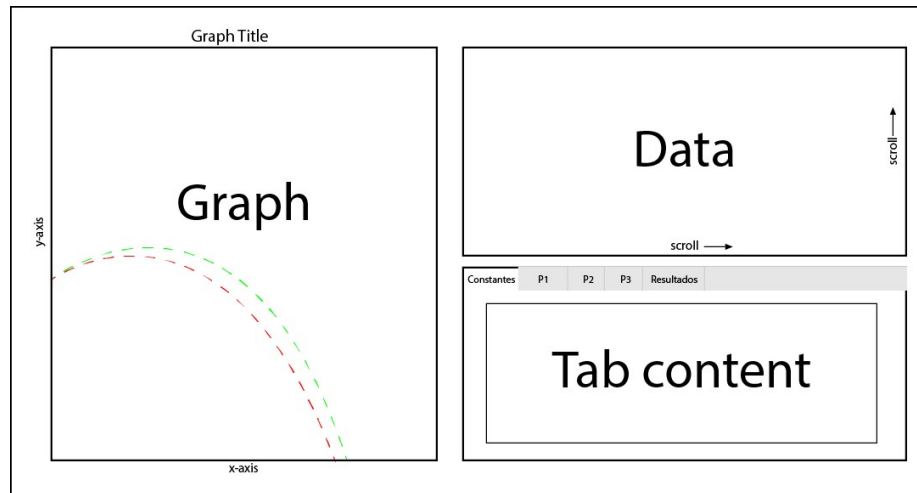
\*Las variables con “a” hacen referencia a la anterior, que se va actualizando.

La modelación acaba cuando “y” llega a 0, ya que es el punto donde toca el suelo y se modela al mismo tiempo con fricción y sin fricción para que se pueda ver la diferencia.

## V. **Resultados**

Además de llevar a cabo la simulación de la trayectoria de los proyectiles, se hizo una interfaz gráfica con el objetivo de hacer la simulación de una forma más sencilla. Esta manera de presentar la simulación es muy eficiente y amigable para el usuario, donde se pueden cambiar los datos muy fácilmente y ver la modelación y los resultados que representan la altura máxima, velocidad de impacto y punto de impacto.

**Frame principal.** Muestra la organización principal de todos los elementos que se muestran en la interfaz



**Tab 1.** Contiene las constantes utilizadas para la simulación de los proyectiles, las cuales también pueden ser modificadas por el usuario. Igualmente contiene el botón de simular, el cuál se encarga de comenzar con la simulación. Además, se encuentra el botón de exportar datos, el cual tiene funciona para exportar los datos obtenidos tras haber hecho una simulación a un archivo de tipo .csv con el objetivo de tener una mejor visualización de los datos.

Constantes	P1	P2	P3	Resultados
Altura volcán	<input type="text" value="2547.429"/> m			
$\Delta t$	<input type="text" value="1.00"/> s			
Simular		Exportar datos		



**Tab 2.** Esta pantalla contiene las variables del primer proyectil, las cuales pueden ser modificadas por el usuario.

Constantes	P1	P2	P3	Resultados	
Velocidad inicial	<input type="text" value="114.370"/>	m/s	Coeficiente de fricción	<input type="text" value="0.47"/>	$\mu$
Masa proyectil	<input type="text" value="100.000"/>	kg			
Angulo	<input type="text" value="85.000"/>	°			<input type="text"/>

**Tab 3.** Esta pantalla contiene las variables del segundo proyectil, las cuales pueden ser modificadas por el usuario.

Constantes	P1	P2	P3	Resultados	
Velocidad inicial	<input type="text" value="114.370"/>	m/s	Coeficiente de fricción	<input type="text" value="0.47"/>	$\mu$
Masa proyectil	<input type="text" value="100.000"/>	kg			
Angulo	<input type="text" value="85.000"/>	°			

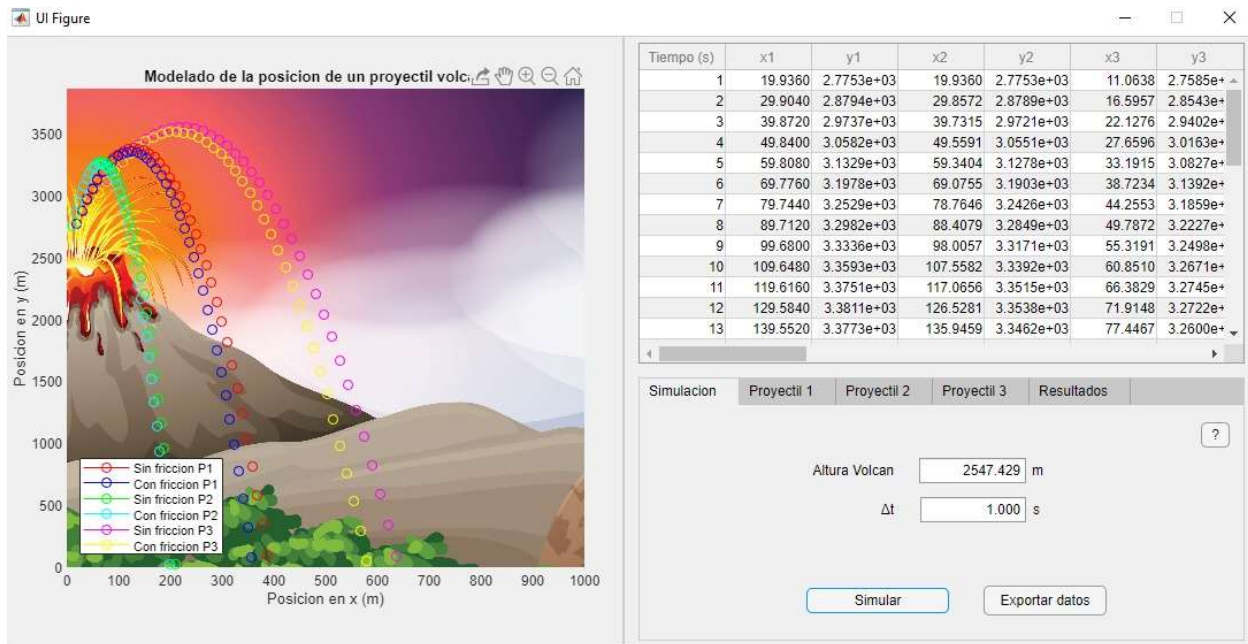
**Tab 4.** Esta pantalla contiene las variables del tercer proyectil, las cuales pueden ser modificadas por el usuario.

Constantes	P1	P2	P3	Resultados
Velocidad inicial			114.370 m/s	Coeficiente de fricción
				0.47 $\mu$
Masa proyectil			100.000 kg	
Angulo			85.000 °	

**Tab 5.** Esta pantalla contiene los resultados obtenidos tras haber concluido las simulación de los proyectiles.

Constantes	P1	P2	P3	Resultados
<b>Resultados</b>	Proyectil 1		Proyectil 2	
	Proyectil 3			
Altura Máxima	0		0	
			0 m	
Velocidad Impacto	0		0	
			0 m/s	
Punto de Impacto(x)	0		0	
			0 m	

## Resultado final.



## VI. Conclusión

Finalmente, el haber llevado a cabo este proyecto fue sumamente constructivo, ya que se pusieron en práctica todos los conocimientos adquiridos a lo largo del bloque en los diferentes módulos. Utilizamos conocimientos de física para poder utilizar las fórmulas correctas, y así poder entender y simular la trayectoria parabólica de los proyectiles. Esto combinado con el método de Euler aprendido en el módulo de matemáticas nos permitió hacer una simulación precisa con la opción de modificar delta t. Sin embargo, las habilidades desarrolladas en MatLab fueron las que nos permitieron utilizar las fórmulas físicas y métodos matemáticos para hacer una simulación de los proyectiles de forma óptima. El saber cómo graficar los vectores y las posiciones, al igual que el desarrollar todo el código con condiciones y ciclos fueron las que junto con los conocimientos físicos y matemáticos, poderlos aplicar al código y dar cómo resultado final la modelación en nuestro programa.

Este conocimiento es útil para comprender la cinemática y dinámica en dos dimensiones de partículas que observamos en nuestro día a día. El hecho de trabajar con la resistencia del aire y aceleraciones cambiantes nos enriquecen ya que normalmente se desprecian en la física, pero son necesarias cuando se le quiere dar precisión. Para terminar, concluimos que cada módulo fue fundamental individualmente para en conjunto poder tener este exitoso resultado.

## VII. Referencias

Tiro parabólico con rozamiento. (2019). Recuperado el 10 de octubre de 2019, de <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/stokes2/stokes2.htm>

Spreadsheet for Projectile Motion. (2019). Recuperado el 10 de octubre de 2019, de <http://www.faculty.virginia.edu/ribando/modules/xls/projectile/>

Projectile of a Trajectory: With and Without Drag. (2019). Recuperado el 10 de octubre de 2019, de <https://www.desmos.com/calculator/on4xzwtdwz>

Movimiento bajo la aceleración constante de la gravedad. (2019). Recuperado el 10 de octubre de 2019, de <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/parabolico/parabolico.htm>

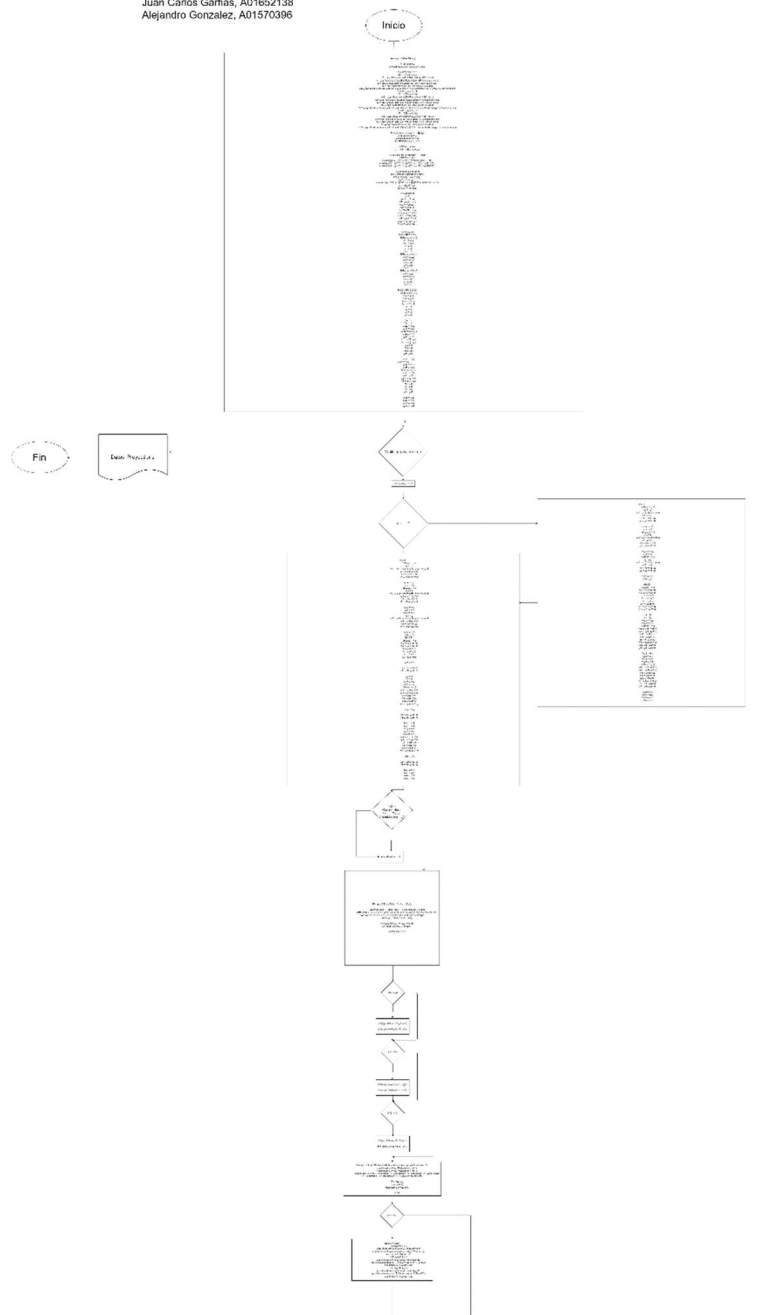
Estudio de proyectiles. (2019). Recuperado el 10 de octubre de 2019, de <http://www.fisica.uson.mx/mecanica/proyectiles/Documentacion/TeoriaProyectiles.htm>

Metodo de Euler (2019). Retrieved 24 October 2019, from <http://www3.fi.mdp.edu.ar/metodos/apuntes/euler%20-%20Rodrigo.pdf>

## Anexos

Áxel Villanueva, A00628073  
Abraham Cepeda, A00627666  
Hernán Salinas, A01570409  
Juan Carlos Garfías, A01652138  
Alejandro González, A01570396

## Proyecto Volcan



Link del flowchart:

[https://www.draw.io/?lightbox=1&highlight=0000ff&edit=\\_blank&layers=1&nav=1#G10mliaPHWiGCAad60wKPvkqdnIZ1ztC0X](https://www.draw.io/?lightbox=1&highlight=0000ff&edit=_blank&layers=1&nav=1#G10mliaPHWiGCAad60wKPvkqdnIZ1ztC0X)