Algorithmen und Programmierung 2, SS 2016 — 10. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 17. Juni 2016, 12:00 Uhr

45. Klassen, Exemplare, und Attribute, 12 Punkte

    Wir erzeugen zwei Exemplare einer Klasse `C`, die keine eigenen Attribute hat:

```
class C:
   pass -- "leere" Klasse
exemplar1 = C()
exemplar2 = C()
```

    (a) Was passiert, wenn das Objekt `exemplar1` danach ein neues Attribut erhält: „`exemplar1.a = 2`“. Hat das Auswirkungen auf `exemplar2`? Auf die Klasse `C`?
    (b) Was passiert, wenn stattdessen die Klasse `C` danach ein neues Attribut erhält: „`C.a = 4`“. Hat das Auswirkungen auf `exemplar1` und `exemplar2`? Auf Exemplare von `C`, die danach erzeugt wurden?
    (c) Wie ist es, wenn sowohl (a) als auch (b) für eine Attribut mit dem gleichen Namen `a` stattfindet? Kommt es dabei auf die Reihenfolge an? Erklären Sie, was passiert.

46. Haldensortieren, Programmieraufgabe, 12 Punkte

    (a) Ergänzen Sie die Funktionen `zugroß(a,i)` und `zuklein(a,i)` aus der Vorlesung zu lauffähigen PYTHON-Funktionen.
    (b) Implementieren Sie damit eine Funktion `heapsort(a,n)`, die die Elemente von `a[:n]` aufsteigend sortiert.

47. O-Notation, 6 Punkte

    Geben Sie möglichst einfache obere Schranken der Form $O(f(n))$ und untere Schranken der Form $\Omega(g(n))$ für folgende Funktionen an:

    (a) $2^{\lfloor \log_2 n \rfloor}$ (b) $3^{\lfloor \log_2 n \rfloor}$ (c) $2^{2^{\lceil \log_2 \log_2 n \rceil}}$

48. Laufzeit der Haldenkonstruktion, 0 Punkte

    Beweisen Sie (zum Beispiel durch vollständige Induktion nach k, oder indem Sie den Ausdruck auf der linken Seite für k und $k-1$ hinschreiben und die Differenz bilden): $\sum_{i=0}^{k} 2^i(k-i) = 2^{k+1} - k - 2$

49. Asymptotisches Wachstum, 0 Punkte

    (a) Beweisen Sie: $125n^3 + 2^n = \Theta(2^n)$
    (Es gilt sogar für alle a und für alle $b > 1$: $n^a + b^n = \Theta(b^n)$. *Exponentialfunktion schlägt jede Potenz.*)
    Anleitung zu einer möglichen Lösung:
    1. Für $n \geq 125$ gilt $125n^3 \leq n^4$.
    2. Die Funktion $e^{u-1} - u$ ist für $u \geq 1$ monoton wachsend. (Ableitung!)
    3. Daraus ergibt sich $16^{u-1} \geq e^{u-1} \geq u$ für $u \geq 1$, und somit $16u \leq 16^u$.
    4. Für $n = 16u$ ist somit $n \leq 2^{n/4}$ und $n^4 \leq 2^n$, falls n groß genug ist.
    5. Es gibt eine Schranke n_0, sodass $125n^3 \leq 2^n$ für alle $n \geq n_0$ gilt.
    (b) Beweisen Sie: $(\log_2 n^5)^6 + n^2 = \Theta(n^2)$. (Es gilt sogar für alle a, c und für alle $b > 0$: $c(\log_2 n)^a + n^b = \Theta(n^b)$. *Potenz schlägt jeden Logarithmus.*)

50. (10 freiwillige Zusatzpunkte): Bewerten Sie zwei Lösungen von Aufgabe 41 im KVV.