

## 33. Bubblesort, Programmieraufgabe, 10 Punkte

Betrachten Sie folgendes PYTHON-Programm, das eine Liste mit Zahlen bekommt und die Zahlen innerhalb dieser Liste aufsteigend sortiert. Verwandeln Sie die `for`-Schleife in eine `while`-Schleife und überlegen Sie sinnvolle Invarianten für beide `while`-Schleifen, aus denen die Korrektheit des Sortierprogramms hervorgeht. Warum muss man die Sortierung nur bis **Ende** überprüfen? Testen Sie Ihre Invarianten durch Einfügen von `assert`-Anweisungen an allen relevanten Stellen. Sie dürfen innerhalb der `assert`-Anweisungen selbstdefinierte Hilfsfunktionen verwenden wie zum Beispiel eine Funktion, die überprüft, ob eine Liste sortiert ist (Aufgabe 19).

```
def bubblesort (A):
    Ende = len(A)-1
    while Ende>0:
        letzteÄnderung = 0
        for i in range(Ende):
            if A[i]>A[i+1]:
                A[i], A[i+1] = A[i+1], A[i]
                letzteÄnderung = i
        Ende = letzteÄnderung
```

## 34. O-Notation, 5 Punkte

Gegeben sind zwei positive Funktionen  $S, T: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ . Beweisen Sie: Aus  $S(n) = O(f(n))$  und  $T(n) = O(g(n))$  folgt, dass  $S(n) \cdot T(n) = O(f(n)g(n))$  ist.

## 35. Vergleich von asymptotischen Laufzeiten, 0 Punkte

Welche der beiden folgenden Laufzeiten  $f(n)$  und  $g(n)$  ist für große Werte von  $n$  schneller, und welche für kleine  $n$ ? Bei welchem Wert von  $n$  ändert sich die Antwort?

$$(a) \ f(n) = 10n(\log_2 n)^2, \ g(n) = 2n^{3/2} \qquad (b) \ f(n) = 5 \cdot 2^n, \ g(n) = 100n^2 \log_2 n$$

## 36. Laufzeitvergleich, 10 Punkte

Die folgende Tabelle gibt die Laufzeiten von verschiedenen Algorithmen für eine Eingabe der Größe  $n$  auf einem bestimmten Rechner an.

Verfahren	Laufzeit in Millisekunden	Programmiieraufwand
Algorithmus A	$0,001n!$	1 Stunde
Algorithmus B	$0,01n^2$	1 Tag
Algorithmus C	$0,1 n \log_2 n$	1 Woche
Algorithmus D	$0,5n$	10 Wochen

Welchen Algorithmus würden Sie empfehlen, wenn das Programm für Eingaben der Größe (a)  $n = 10$ , (b)  $n = 1000$ , (c)  $n = 10\,000\,000$  bis zum Jahr 2025 (i) einmal pro Jahr, (ii) täglich, (iii) 10-mal pro Sekunde laufen müsste.

- (5 Punkte) Untersuchen Sie die Szenarien (b)+(iii), (a)+(i), und (c)+(ii).
- (5 Punkte) Was ändert sich für diese Szenarien, wenn man auf eine zehnmal schnellere Hardware umsteigt?

## 37. Wettrennen (5 Punkte): Bewerten Sie zwei Lösungen von Aufgabe 28 im KVV.