

Algorithmen und Programmierung 2, SS 2016 — 3. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 6. Mai 2016, 12:00 Uhr. **Aufgabe 18b korrigiert**

16. Transposition einer Matrix, 10 Punkte

- (a) Wir können eine $(m \times n)$ -Matrix (mit $m, n \geq 0$) in PYTHON „zeilenweise“ als eine Liste von m Listen der Länge n darstellen, also zum Beispiel die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ als $A = [[1, 2, 5], [4, 3, 7]]$. Die Funktion `transpose` soll die *transponierte* $(n \times m)$ -Matrix A^T bestimmen, bei der Zeilen mit Spalten vertauscht sind. Schreiben Sie die Vor- und Nachbedingung der Zuweisung

$B = \text{transpose}(A)$

so, dass die Funktion `transpose` dadurch möglichst genau spezifiziert wird. Denken Sie auch an die Prüfung, ob A eine gültige Eingabe ist:

$$\text{type}(A) = \text{list} \wedge (\forall z \in A: \text{type}(z) = \text{list}) \wedge \dots$$

- (b) (0 Punkte, freiwillig) Implementieren Sie die Funktion `transpose` in PYTHON.

17. Ägyptische Multiplikation, 10 Punkte

Die nebenstehende Funktion multipliziert zwei nichtnegative ganze Zahlen.

```
def mul(a0,b0):  
    a,b = a0,b0  
    s = 0  
    while a!=0:  
        if a%2==1:  
            s = s+b  
        a = a//2  
        b = b*2  
    return s
```

- (a) (0 Punkte) Führen Sie den Algorithmus mit einigen speziellen und allgemeinen Beispielen per Hand (oder mit Computerunterstützung) durch, bis Sie ihn verstehen.
- (b) Finden Sie eine möglichst aussagekräftige Schleifeninvariante, aus der die Korrektheit des Algorithmus ersichtlich ist. Sie können sich dabei auf die Ausgangswerte a_0, b_0 der Parameter beziehen.
- (c) (Programmieraufgabe, im KVV hochzuladen) Fügen Sie Ihre Invariante als `assert`-Zusicherung am Schleifenanfang ein, und testen Sie sie.
- (d) Funktioniert das Verfahren auch, wenn $a < 0$ ist? Was passiert, wenn a nicht ganzzahlig ist? Wie ist es bei b ? Begründen Sie Ihre Antworten.

18. Hoare-Kalkül, 10 Punkte

Beweisen Sie folgende Aussagen, oder finden Sie Belegungen der Variablen, sodass die Vorbedingungen erfüllt sind, aber nach der Ausführung des Programms nicht die Nachbedingungen. Geben Sie bei den Beweisen alle benützten Regeln an.

- (a) $\{ \} \ a=x; \ b=y; \ b=b+a \ \{ b = x + y \}$ (b) $\{ \} \ u=a-5/2; \ v=u*2-1/2 \ \{ v \geq 0 \}$
- (c) $\{ x = as + r \} \ a=a+1; \ r=r-s \ \{ x = as + r \}$
- (d) $\{ a \in \mathbb{Z} \} \ x=a-5/2; \ z=x**2-1/4 \ \{ z \geq 0 \}$
- (e) $\{ 0 \leq x < t \} \ t=t//2; \ x=x-t \ \{ x \leq t \}$
- (f) (0 Punkte) $\{ a = x \wedge b = y \} \ a-=b; \ b+=a; \ a-=b \ \{ a = -y \wedge b = x \}$

19. (0 Punkte) Schreiben Sie eine Funktion `is_sorted(L)`, die für eine Liste L kontrolliert, ob die Elemente der Liste sortiert sind. Das Ergebnis ist ein Paar (Auf, Ab) . $\text{Auf} = 1$, wenn die Liste aufsteigend sortiert ist, aber $\text{Auf} = 2$, wenn sie sogar streng aufsteigend sortiert ist, das heißt, wenn alle Elemente verschieden sind; sonst ist $\text{Auf} = 0$. Ab ist das analoge Ergebnis für absteigende Sortierung. (Kann eine Liste überhaupt sowohl aufsteigend als auch absteigend sortiert sein?)