Lösungen von Übungsblatt 9
Funktionale Programmierung (Prof. Dr. Margarita Esponda)

Tutorium: Zachrau, Alexande; Dienstag; 12:00 - 14:00

Boyan Hristov und Luis Herrmann

23. Januar 2016

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Aufgabe 6	Aufgabe 7
/6	/4	/3	/3	/6	/4	/6

Aufgabe 1

A)

1) Syntaktisch inkorrekt - Falsche Klammerung zwischen Argumententeil und Rumpf der Funktion

2) Syntaktisch inkorrekt - Die Funktion hat kein Rumpf, nur Argumententeil

3) Syntaktisch korrekt - es gibt aber ein Namenskonflikt zwischen zwei gebundene ä"Variablen

4) Syntaktisch inkorrekt - Argumente ohne λ - Zeichen

5) Syntaktisch korrekt

6) Syntaktisch korrekt

B)

3) gebunden: a, a; frei: y,z,w;

5) gebunden: a, z, y; frei: x, b, c;

6) In $\lambda a.abx$: gebunden: a; frei: b,x;
In $\lambda xyz.x(yzw)$: gebunden: x,y,z; frei: w;

Aufgabe 2

1)

$$
\begin{aligned}
&(\lambda xy.x(\lambda abc.b(abc))y)(\lambda sz.z)(\lambda sz.s(z)) \equiv \\
\equiv&(\lambda sz.z)(\lambda abc.b(abc))(\lambda sz.s(z)) \equiv \\
\equiv&\lambda sz.s(z) \equiv 1
\end{aligned}
$$

2)

$$
\begin{aligned}
&(\lambda xy.xy(\lambda ab.b))(\lambda ab.a)(\lambda ab.b)xy \equiv \\
\equiv&((\lambda ab.a)(\lambda ab.b)(\lambda ab.b))xy \equiv \\
\equiv&(\lambda ab.b)xy \equiv y
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3

Identitätsfunktion $\equiv \lambda x.x$

$\wedge\, T \equiv (\lambda xy.xyF)(\lambda ab.a) \equiv$
$\equiv \lambda y.(\lambda ab.a)yF \equiv \lambda y.y \equiv \lambda x.x$

$\Rightarrow \wedge T \equiv$ Identitätsfunktion

Aufgabe 4

$F\neg \equiv (\lambda ab.b)(\lambda x.xFT) \equiv$
$\equiv (\lambda ab.b)(\lambda x.x(\lambda ab.b)(\lambda ab.a)) \equiv$
$\equiv (\lambda az.z)(\lambda x.x(\lambda ab.b)(\lambda ab.a)) \equiv$
$\equiv (\lambda z.z) \equiv \lambda x.x$

$\Rightarrow$ Identitätsfunktion $\equiv F\neg$

Aufgabe 5

A)

$(>) \equiv \neg(<=)$

$(>) \equiv G$
$G \equiv \lambda xy.(\lambda a.aFT)(Z(yPx))$

$(\lambda a.aFT) \rightarrow \neg$Funktion aus der Vorlesung
$(Z(yPx)) \rightarrow (<=)$Funktion aus der Vorlesung
$Z \rightarrow istNull$Funktion aus der Vorlesung
$P \rightarrow$ Vorgängerfunktion aus der Vorlesung

$Z \equiv \lambda x.xF\neg F$

$P \equiv (\lambda n.nH(\lambda z.z00)F)$
$H \rightarrow$ erzeugt Nachgänger Tupel $((n, n-1) \rightarrow (n+1, n))$

B)

$(<) \equiv \neg(>=) \equiv L$
$L \equiv \lambda xy.(\lambda b.bFT)(\lambda xy.Z(xPy))$

C)

$(\neq) \equiv \neg(=) \equiv U$

$U \equiv \lambda xy.(\lambda b.bFT)(\wedge(Z(xPy))(Z(yPx))) \equiv$
$\equiv \lambda xy.(\lambda b.bFT)((\lambda pq.pqF)(Z(xPy))(Z(yPx)))$

Aufgabe 6

In der Vorlesung: $\wedge \equiv \lambda xy.xyF$
Unser Vorschlag: $a \wedge b \equiv \neg(\neg a \vee \neg b) \Rightarrow$

$$
\begin{aligned}
\wedge \equiv A &\equiv \lambda xy.(\lambda a.aFT)((\lambda de.dTe)((\lambda b.bFT)x)((\lambda c.cFT)y)) \equiv \\
&\equiv \lambda xy.(\lambda a.aFT)((\lambda de.dTe)(xFT)(yFT)) \equiv \\
&\equiv \lambda xy.((\lambda de.dTe)(xFT)(yFT))FT \equiv \\
&\equiv \lambda xy.((xFT)T(yFT))FT
\end{aligned}
$$

Beweis:

$$
\begin{aligned}
AFF &\equiv (\lambda xy.((xFT)T(yFT))FT)FF \equiv ((FFT)T(FFT))FT \equiv (TTT)FT \equiv TFT \equiv F \\
AFT &\equiv (\lambda xy.((xFT)T(yFT))FT)FT \equiv ((FFT)T(TFT))FT \equiv (TTF)FT \equiv TFT \equiv F \\
ATF &\equiv (\lambda xy.((xFT)T(yFT))FT)FT \equiv ((TFT)T(FFT))FT \equiv (FTT)FT \equiv TFT \equiv F \\
ATT &\equiv (\lambda xy.((xFT)T(yFT))FT)FT \equiv ((TFT)T(TFT))FT \equiv (FTF)FT \equiv FFT \equiv T
\end{aligned}
$$

Aufgabe 7

$$
\begin{aligned}
&g0 = 1 \\
&gn = 1 + (g(n-1)) * 3
\end{aligned}
$$

Multiplikation $\equiv M \equiv (\lambda xya.x(ya))$

$$
\begin{aligned}
G &\equiv \lambda rn.Zn1(1S(M(r(Pn))3)) \equiv \\
&\equiv \lambda rn.Zn(\lambda sz.s(z))((\lambda ab.a(b))S(M(r(Pn))(\lambda pq.p(p(p(q))))))
\end{aligned}
$$

Die Zn vergleicht immer ob n=0 ist, wenn das stimmt gibt es 1 zurück. Wir müssen nur noch unsere rekursion dazu addieren. Das machen wir wie in der Vorlesung mit dem Y Macro. Damit ist $g \equiv YG$