

Детерминирани на автомати

def: Нека $A = (Q, I, \Delta, F)$ е краен автомат на азбука Σ . Назваме, че A е детерминиран т.с.т.к.

1. $|I| = 1$;
2. $\Delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ (няма ε -преходи);
3. $(\forall q \in Q)(\forall a \in \Sigma)$
 $[|\{q' \in Q \mid (q, a, q') \in \Delta\}| \leq 1]$;

def: Автоматът $A = (Q, I, \Delta, F)$ е тотален детерминиран т.с.т.к.

1. $|I| = 1$;
2. $\Delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$;
3. $(\forall q \in Q)(\forall a \in \Sigma)$
 $[|\{q' \in Q \mid (q, a, q') \in \Delta\}| = 1]$

Твърждение

Нека $A = (Q, I, \Delta, F)$ е краен автомат на Σ . Тогава съществува детерминиран и тотален автомат B на Σ такъв, че

$$L(B) = L(A)$$

// Тъй като $A = (Q, I, \Delta, F)$ е детерминиран може да разгледаме $\Delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ ф-я. Тъй като A е детерминиран и тотален, то Δ е тотална функция.

Конструктивна (алгоритъм за детерминизация):

Нека $A = (Q, I, \Delta, F)$ е краен автомат на Σ .

Нека $B = (P(Q), \{C_\epsilon(I)\}, \delta, \{X \subseteq Q \mid X \cap F = \emptyset\})$

и $C_\epsilon: P(Q) \rightarrow P(Q)$ такава, че

$$C_\epsilon(X) \stackrel{\text{def}}{=} \{q' \in Q \mid (\exists q \in X) [q \xrightarrow{\epsilon} q']\}$$

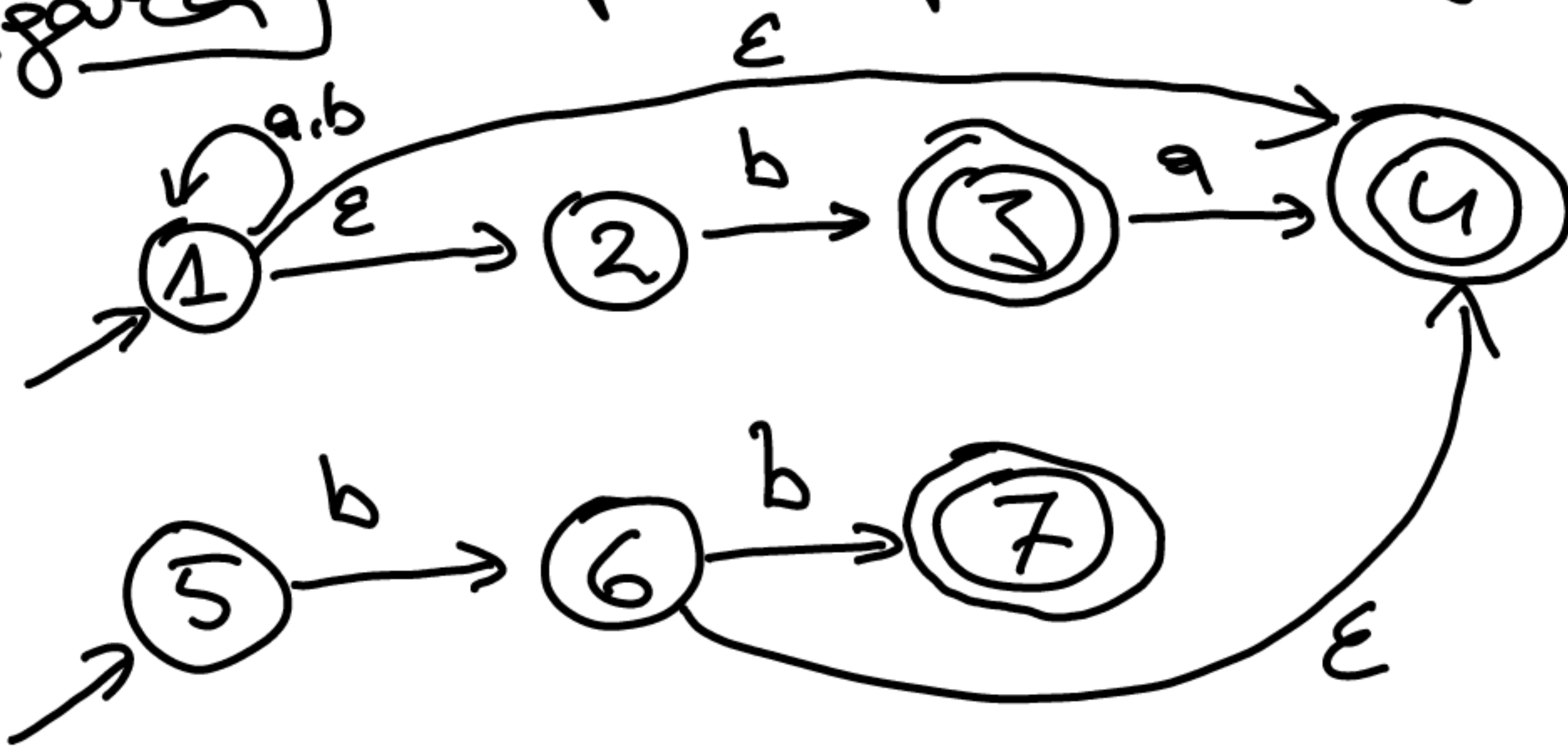
и $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ по следния начин

$$\delta(X, a) \stackrel{\text{def}}{=} C_\epsilon(\{q' \in Q \mid (\exists q \in X) [(q, a, q') \in \Delta]\})$$

Вярно е, че B е детерминиран и тогава

$$L(B) = L(A).$$

Задача Детерминизирайте следния автомат:



// Ако директно използваме конструкцията
ще получим автомат с $2^{|Q|} = 2^7$ състояния.

// ще строим само тези състояния, които
са достижими от началното

I. Состояние $C_E(I)$, порождено $I = \{1, 5\}$, обходными автоматами A в ширину

$$\text{Queue: } \left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{\epsilon} 2, 4 \\ 5 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \\ 2 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \\ 4 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \end{array} \right\} \Rightarrow C_E(I) = \{1, 2, 4, 5\}$$

II. Если порождено от $\{1, 2, 4, 5\}$ с буквой a :

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{a} 1 \\ 2 \xrightarrow{a} \text{неча} \\ 4 \xrightarrow{a} \text{неча} \\ 5 \xrightarrow{a} \text{неча} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Порождено } C_E(\{1, 2, 4, 5\}): \\ \text{Queue: } \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{\epsilon} 2, 4 \\ 2 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \\ 4 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow C_E(\{1, 2, 4, 5\}) = \{1, 2, 4\}$$

Получили новое состояние $\{1, 2, 4\} \Rightarrow$ добавим то в первую очередь на таблицу.

III. Если уже порождено от $\{1, 2, 4, 5\} = \frac{a}{2}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{b} 1 \\ 2 \xrightarrow{b} 3 \\ 4 \xrightarrow{b} \text{неча} \\ 5 \xrightarrow{b} 6 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Порождено } C_E(\{1, 2, 4, 5\}): \\ \text{Queue: } \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{\epsilon} 2, 4 \\ 3 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \\ 6 \xrightarrow{\epsilon} 4 \\ 2 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \\ 4 \xrightarrow{\epsilon} \text{неча} \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow C_E(\{1, 2, 4, 5\}) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

Получили новое с-е $\{1, 2, 3, 4, 6\} \Rightarrow$ добавим то в первую очередь на таблицу

IV. Назовем сумму от $\{1, 2, 4\} \subset \underline{a}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{a} 1 \\ 2 \xrightarrow{a} \text{нужно} \\ 4 \xrightarrow{a} \text{нужно} \end{array} \right\} \Rightarrow C_e(\{1, 3\}) = \{1, 2, 4\}$$

// Все по имени в таблице

V. Назовем сумму от $\{1, 2, 4\} \subset \underline{b}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{b} 1 \\ 2 \xrightarrow{b} 3 \\ 4 \xrightarrow{b} \text{нужно} \end{array} \right\} \Rightarrow C_e(\{1, 3\}) = \{1, 2, 3, 4\}$$

// Но по с-е \Rightarrow добавили по таблице

VI. От $\{1, 2, 3, 4, 6\} \subset \underline{a}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{a} 1 \\ 2 \xrightarrow{a} X \\ 3 \xrightarrow{a} 4 \\ 4 \xrightarrow{a} X \\ 6 \xrightarrow{a} X \end{array} \right\} \Rightarrow C_e(\{1, 4\}) = \{1, 2, 4\}$$

// Все по имени

VII. От $\{1, 2, 3, 4, 6\} \subset \underline{b}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{b} 1 \\ 2 \xrightarrow{b} 3 \\ 3 \xrightarrow{b} X \\ 4 \xrightarrow{b} X \\ 6 \xrightarrow{b} 7 \end{array} \right\} \Rightarrow C_e(\{1, 3, 7\}) = \{1, 2, 3, 4, 7\}$$

// Но по состоянию

VIII. Or $\{1, 2, 3, 4\} \subset \underline{a}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{a} 1 \\ 2 \xrightarrow{a} X \\ 3 \xrightarrow{a} 4 \\ 4 \xrightarrow{a} X \end{array} \right\} \Rightarrow C_E(\{1, 4\}) = \{1, 2, 4\}$$

|| Here so answer

IX. Or $\{1, 2, 3, 4\} \subset \underline{b}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{b} 1 \\ 2 \xrightarrow{b} 3 \\ 3 \xrightarrow{b} X \\ 4 \xrightarrow{b} X \end{array} \right\} \Rightarrow C_E(\{1, 3\}) = \{1, 2, 3, 4\}$$

|| Here so answer

X. Or $\{1, 2, 3, 4, 7\} \subset \underline{a}$:

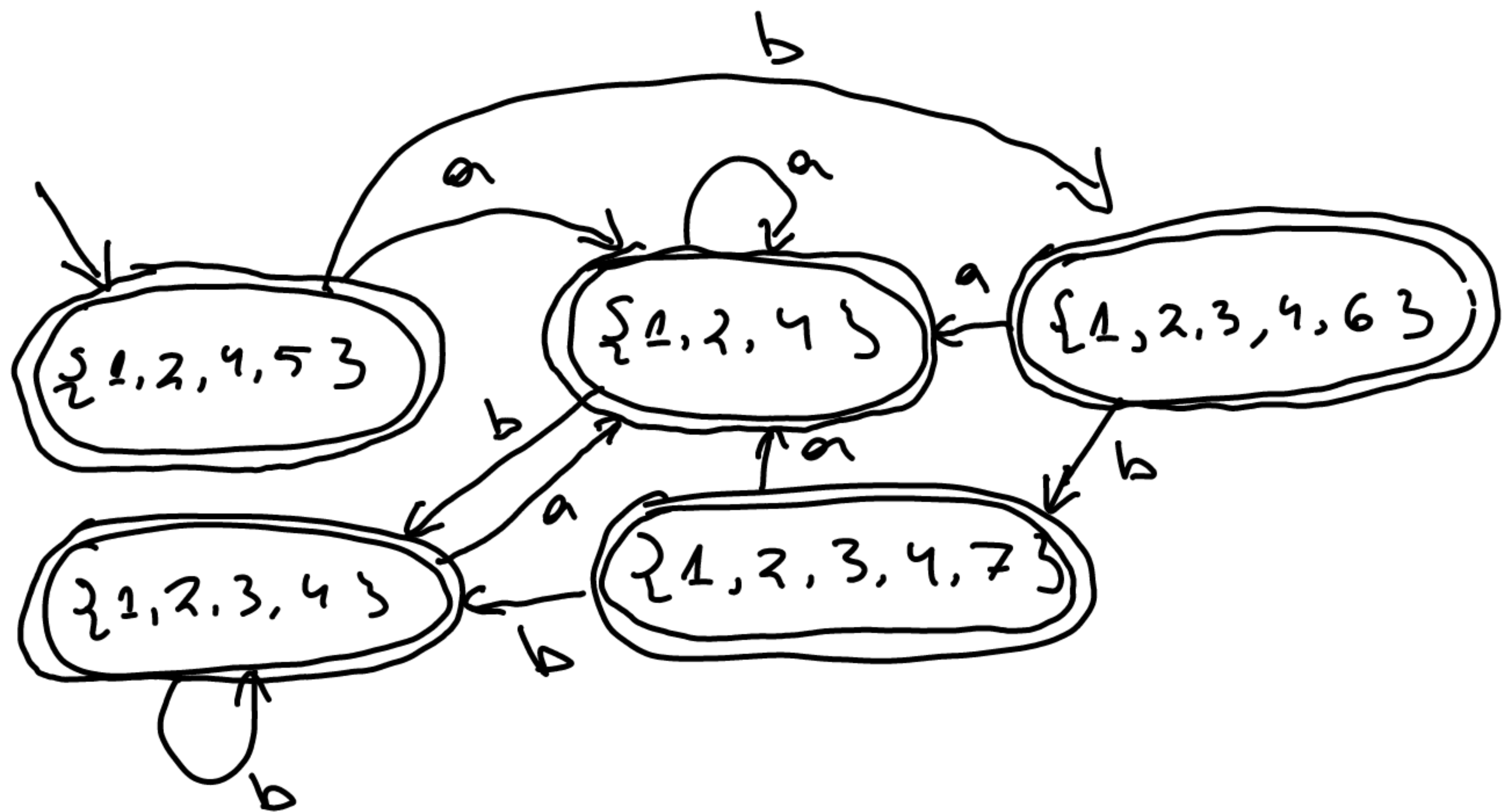
$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{a} 1 \\ 2 \xrightarrow{a} X \\ 3 \xrightarrow{a} 4 \\ 4 \xrightarrow{a} X \\ 7 \xrightarrow{a} X \end{array} \right\} \Rightarrow C_E(\{1, 4\}) = \{1, 2, 4\}$$

XI. Or $\{1, 2, 3, 4, 7\} \subset \underline{b}$:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{b} 1 \\ 2 \xrightarrow{b} 3 \\ 3 \xrightarrow{b} X \\ 4 \xrightarrow{b} X \\ 7 \xrightarrow{b} X \end{array} \right\} \Rightarrow C_E(\{1, 3\}) = \{1, 2, 3, 4\}$$

\Rightarrow KPAH (never never c-a)

B	a	b
$\{1, 2, 4, 5\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4, 6\}$
$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$
$\{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4, 7\}$
$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$
$\{1, 2, 3, 4, 7\}$	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$



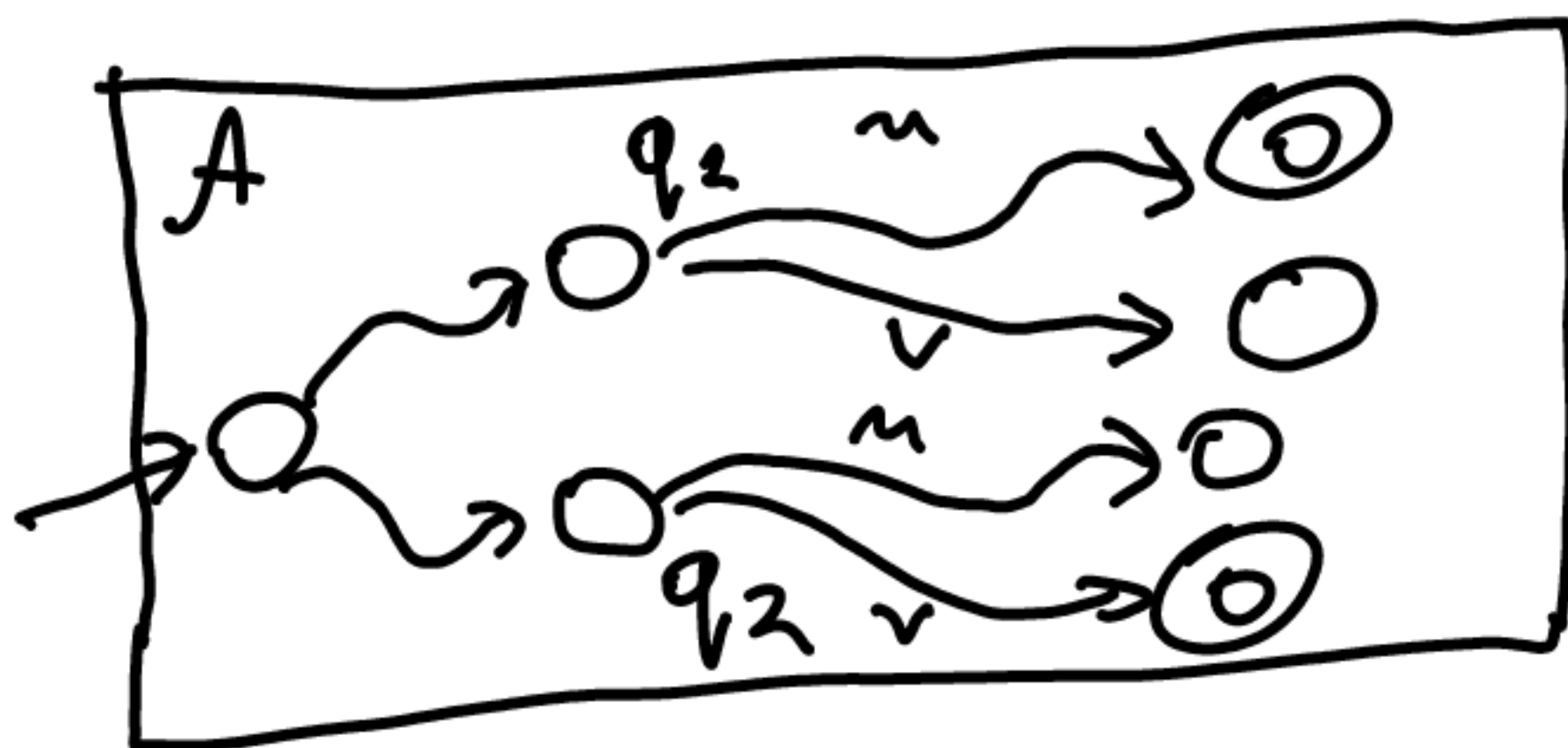
Минимизация

def: Детерминизираният тотален автомат $A = (Q, \{q_0\}, \Delta, F)$ е минимален \iff за всеки детерминизирания тотален автомат $B = (Q', \{q'_0\}, \Delta', F')$ е вярно, че ако $L(A) = L(B)$, то $|Q| \leq |Q'|$

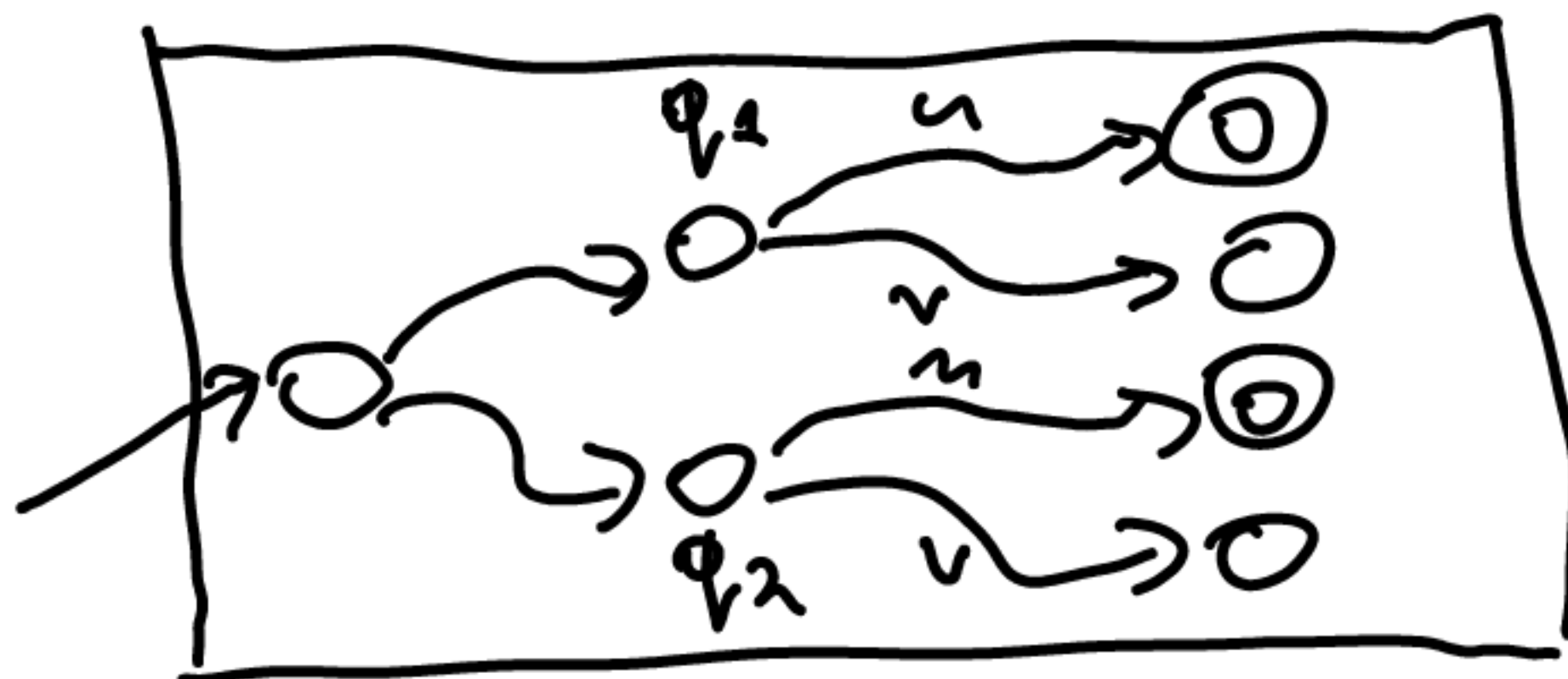
def: Нека $A = (Q, I, \Delta, F)$ е краен автомат и $q \in Q$. Тогава
 $\vec{L}(q) \stackrel{\text{def}}{=} L((Q, \{q\}, \Delta, F))$ - десен език
 $\overleftarrow{L}(q) \stackrel{\text{def}}{=} L((Q, I, \Delta, \{q\}))$ - лев език

Избрание

$A = (Q, I, \Delta, F)$ е минимален $\iff (\forall q_1 \in Q)(\forall q_2 \in Q)[q_1 \neq q_2 \Rightarrow \vec{L}(q_1) \neq \vec{L}(q_2)]$



// В този случай
 $\vec{L}(q_1) \neq \vec{L}(q_2)$



// В този случай
 $\vec{L}(q_1) = \vec{L}(q_2)$
 и можем да
 ги сложим в една

Добавяне на детерминирани автомати за сொابة

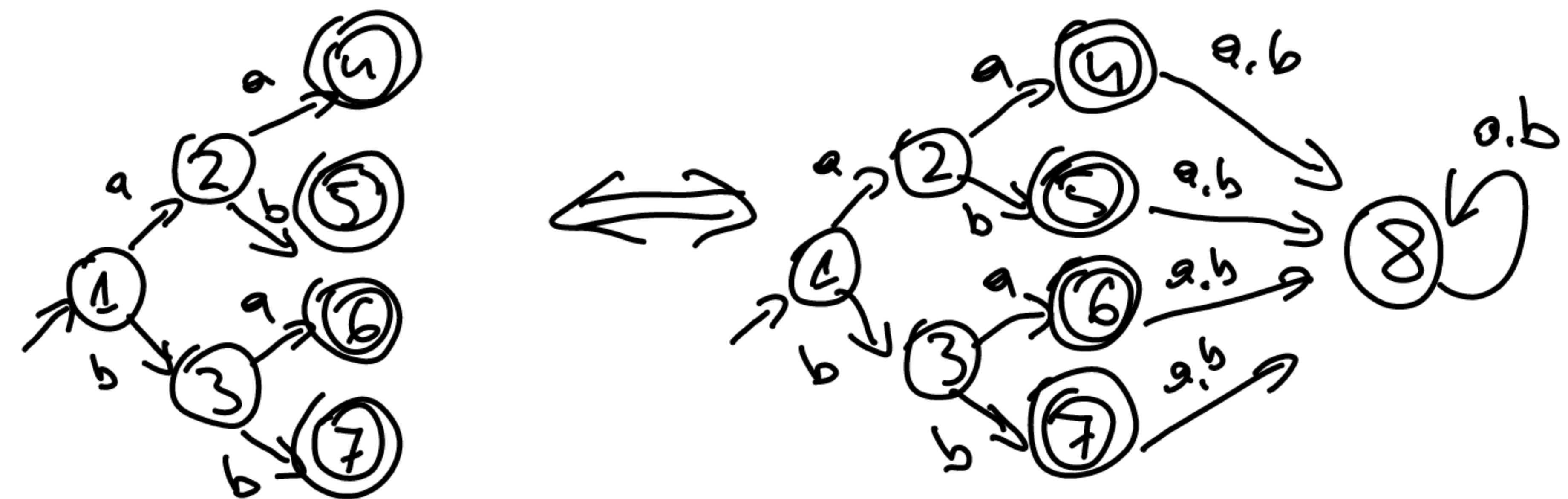
Алгоритъмът за минимизация, който се
показва работи върху детерминирани и
сொابة автомати.

Добавяне ново фиксирано състояние, към
което добавяме преходи от всички състояния,
от които нямаме преходи с дадени букви.
Накрая правим прилика на சொابة състояние
с улава аула.

Пример:

Не е சொابة:

сொابة:



Алгоритма за детерминизация чрез
и சொابة автомати



Алгоритъм за минимизация

Нека $A = (Q, \{q_0\}, \Delta, F)$ е детерминиран автомат, за който е изпълнено

$$(\forall q \in Q) [\exists \pi\text{-път в } A \text{ от } q_0 \text{ до } q]$$

На изхода ще получим детерминиран автомат B такова, че $L(B) = L(A)$

Алгоритъм:

I ст. $F = \emptyset \Rightarrow L(A) = \emptyset \Rightarrow B: \textcircled{1} \xrightarrow{a \in \Sigma}$

II ст. $Q = F \Rightarrow L(A) = \Sigma^* \Rightarrow B: \textcircled{1} \xrightarrow{a \in \Sigma}$

III ст. $F \neq \emptyset \ \& \ F \neq Q$. Тогава ще определим еквивалентностите съобразно с изхода:

1) $\{F, Q \setminus F\}$ - разбиране на множество на еквивалентност спрямо

$$\sim_0: q' \sim_0 q'' \stackrel{\text{def}}{\iff} (q' \in F \iff q'' \in F)$$

i+1) UX: нека сме построили \sim_i пер. на еквивалентност над Q . Тогава:

$\exists \forall a \in \Sigma$ дефинираме \sim_{i+1} , а пер:

$$q' \sim_{i+1} q'' \stackrel{\text{def}}{\iff} \Delta(q', a) \sim_i \Delta(q'', a)$$

$$\text{Тогава нека } \sim_{i+1} = \sim_i \cap \left(\bigcap_{a \in \Sigma} \sim_{a, i} \right)$$

Нека $m = \min \{i \mid \sim_i = \sim_{i+1}\}$ и $\sim = \sim_m$

Тогава $B = (\{[q]_{\sim} \mid q \in Q\}, \{[q_0]_{\sim}\}, \delta_B, \{[q]_{\sim} \mid q \in F\})$

$$\delta_B: Q/\sim \times \Sigma \rightarrow Q/\sim$$

$$\delta_B([q]_{\sim}, a) \stackrel{\text{def}}{=} [\delta(q, a)]_{\sim}$$