Задача

Регулярен ли е езикът

$L = \{\alpha\beta\alpha^{rev} \mid \alpha \in \{c,d\}^+ \;\&\; \beta \in \{c,d\}^*\}$

над $\Sigma = \{c,d\}$.

Решение:

Нека $w \in L$ и нека $\alpha \in \{c,d\}^+$, $\beta \in \{c,d\}^*$ са такива, че $w = \alpha\beta\alpha^{rev}$.

От това, че $\alpha \in \{c,d\}^+ \Longrightarrow |\alpha| \geq 1$ и нека $x \in \{c,d\}$, $\gamma \in \{c,d\}^*$ са такива, че $\alpha = x\gamma$.

Тогава $w = (x\gamma)\beta(\gamma^{rev}x)$ и $\gamma\beta\gamma^{rev} \in \{c,d\}^*$.

Следователно за произволно $w \in L$ е в сила, че $w \in \{c\}\{c,d\}^*\{c\}$ или $w \in \{d\}\{c,d\}^*\{d\} \Longrightarrow$

$\Longrightarrow L \subseteq \underbrace{\{c\}\{c,d\}^*\{c\} \cup \{d\}\{c,d\}^*\{d\}}_{L'}$

Нека сега $w \in L'$, тогава нека $w \in \{c\}\{c,d\}^*\{c\}$ (другия случай е аналогичен) $\Longrightarrow$

$\Longrightarrow w = \alpha\beta\alpha^{rev}$ за $\alpha = c$ и $\beta \in \{c,d\}^*$ произволно $\Longrightarrow L = L' \Longrightarrow L$ е регулярен

Задача

Регулярен ли е $\{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ над $\Sigma = \{a, b\}$.

Решение:

Задача

Нека $L = \{ w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \equiv \#_b(w) \pmod 2 \}$

Регулярен ли е L над $\Sigma = \{a, b\}$?

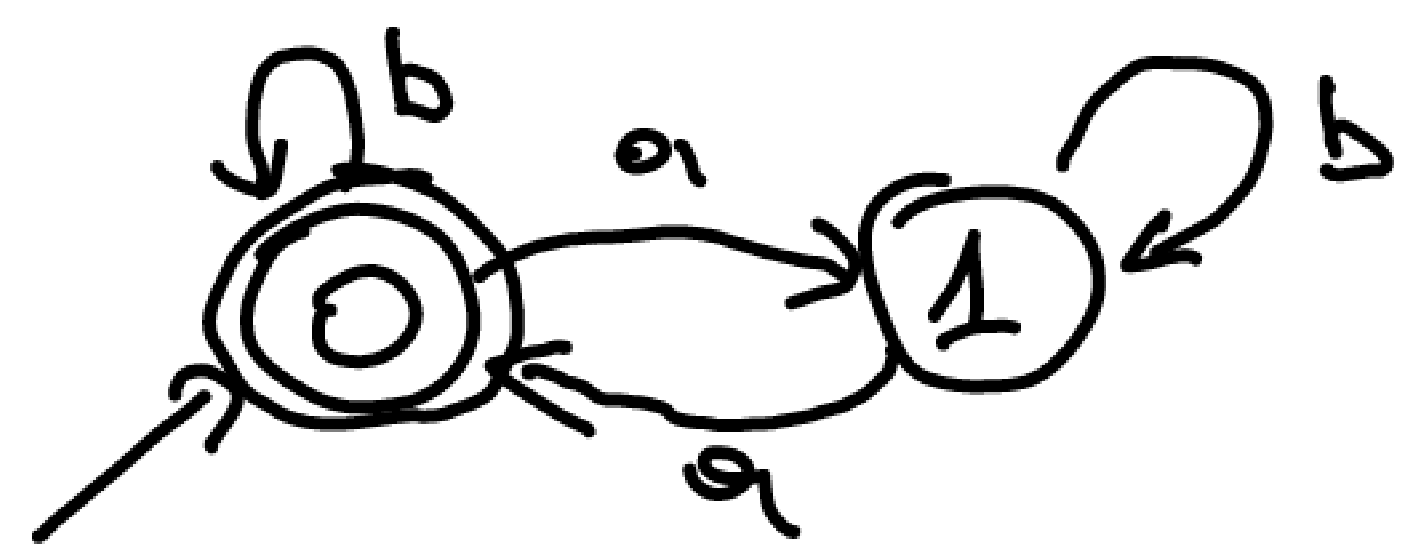
Решение:

Нека $L_{x,i} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \#_x(w) \equiv i \pmod 2 \}$

Тогава $L = (L_{a,0} \cap L_{b,0}) \cup (L_{a,1} \cap L_{b,1})$.

Регулярни ли са $L_{x,i}$?

$A_{a,0}$:

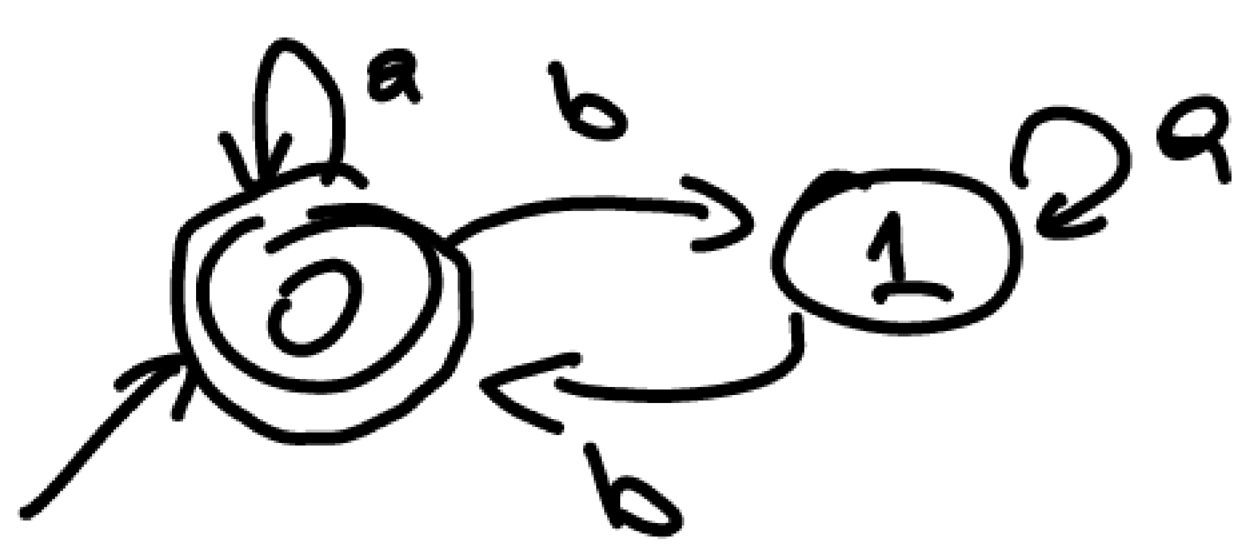


// $L(A_{a,0}) = L_{a,0}$

$A_{a,1}$:

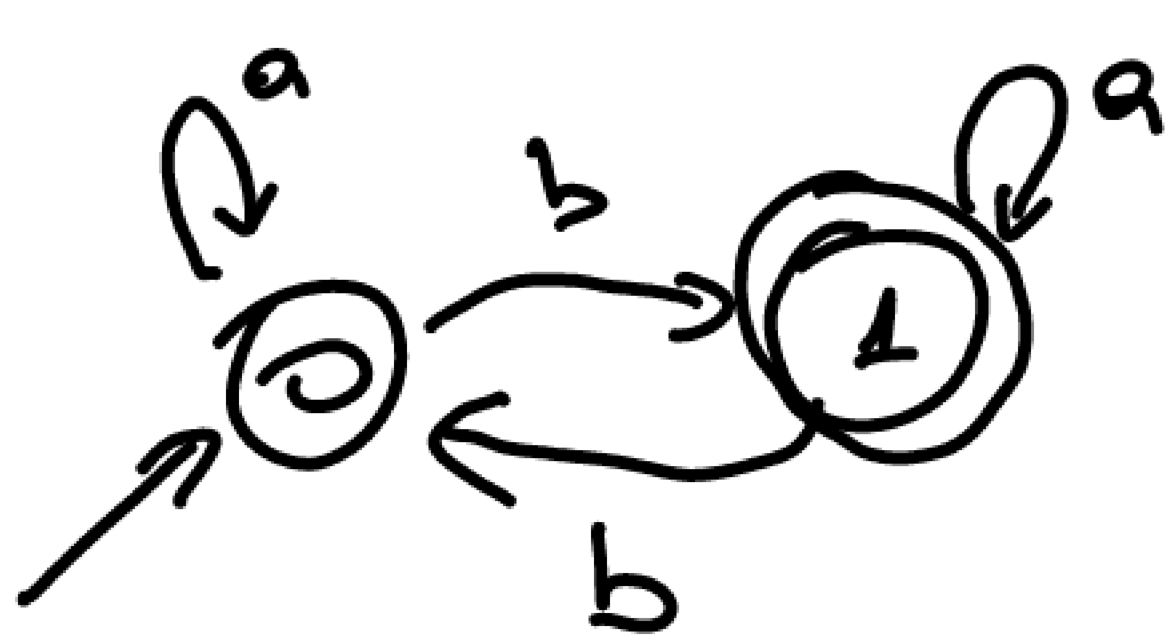
// $L(A_{a,1}) = L_{a,1}$

$A_{b,0}$:



// $L(A_{b,0}) = L_{b,0}$

$A_{b,1}$:



// $L(A_{b,1}) = L_{b,1}$

Следователно L е р.е.

Задача Нека $\Sigma = \{a, b\}$. Регулярен ли е $L = \{\alpha\beta\gamma\beta \mid \alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^+\}$?

Решение:

Нека $w \in L$ и нека $\alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^+$ са такива, че $w = \alpha\beta\gamma\beta$.

От $\beta \in \Sigma^+$ нека $a \in \Sigma$, $\beta' \in \Sigma^*$ са такива, че $\beta = \beta' a$. Тогава

$w = (\alpha\beta')a(\gamma\beta')a$

и $\alpha\beta' \in \Sigma^+$ и $\gamma\beta' \in \Sigma^+$. Следователно

$L \subseteq (\Sigma^+\{a\}\Sigma^+\{a\}) \cup (\Sigma^+\{b\}\Sigma^+\{b\}) = L'$

Директно се вижда, че $L' \subseteq L$, откъдето $L' = L$, следователно L е регулярен.