

# 算法作业

## 一. 算法分析题

2.

- (1). 错误, 左边界情况错误, 若  $x < a[0], l = 0, r = 0, m = 0$ , 则搜索算法陷入死循环;
- (2). 错误, 右边界情况错误, 若  $x = a[n - 1], l = n - 3, r = n - 1, m = n - 2$ , 则下一次循环  $l = n - 2 = r - 1$  会跳出循环, 则返回错误结果  $-1$  而不是  $n - 1$ ;
- (3). 错误, 右边界情况错误, 若  $x = a[n - 1], l = n - 3, r = n - 1, m = n - 2$ , 则下一次循环  $l = n - 2 = r - 1$  会跳出循环, 则返回错误结果  $-1$  而不是  $n - 1$ ;
- (4). 错误, 右边界情况错误, 若  $x = a[n - 2], l = n - 2, r = n - 1, m = n - 2$ , 则陷入死循环;
- (5). 正确, 左边界情况与右边界情况均正确;
- (6). 错误, 右边界情况错误, 若  $x = a[n - 2], l = n - 4, r = n - 1, m = n - 2$ , 则下一次循环  $l = n - 1 = r$  会跳出循环, 则返回错误结果  $-1$  而不是  $n - 2$ ;
- (7). 错误, 右边界情况错误, 若  $x = a[n - 2], l = n - 4, r = n - 1, m = n - 2$ , 则下一次循环  $l = n - 2, r = n - 1, m = n - 1$ , 则陷入死循环;

7.

由题意知  $P_d(x) = \prod_{i=1}^d (x - n_i)$ , 若用递归式  $P_{d+1}(x) = (x - n_{d+1}) * P_d(x)$ ,  $P_1(x) = x - n_1$ , 则  $T(n) = \sum_{k=1}^{n-1} k = O(n^2)$ , 若用递归式  $P_d(x) = P_{1 \sim \frac{d}{2}}(x) * P_{\frac{d}{2} \sim d}(x)$ ,  $P_2(x) = (x - n_1)(x - n_2)$ , 则  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O\left(\frac{n}{2} \log\left(\frac{n}{2}\right)\right) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n \log(n)), n \geq 2$ , 即

$$T(n) = O(n \log^2(n)).$$

34.

对于  $n$  位 Gray 码, 可以根据  $n - 1$  位 Gray 码和 1 位 Gray 码合并而成, 即递推式为

$$\text{Gray}(n) = \text{Gray}(n - 1).append(0) + reverse(\text{Gray}(n - 1).append(1))$$

正确性: 由于  $\text{Gray}(n - 1)$  符合 Gray 码规则, 则尾部添 0 和 1 亦符合 Gray 码规则。对于合并处, 则将  $\text{Gray}(n - 1)$  反序输出, 则由于  $\text{last}(\text{Gray}(n - 1) + 0)$  与  $\text{first}(\text{Gray}(n - 1) + 1)$  前  $n - 1$  位相同, 只有最后一位不同, 既符合  $\text{Gray}(n)$  的规则。

复杂性:  $T(n) = T(n - 1) + O(3 * (n - 1))$ , 即  $T(n) = O(n)$ 。

## 二. 算法实现题

14.

对于一个正整数  $n$ , 其整数因子分解可分治为除 1 之外  $n$  的所有因子的整数因子分解之和。

由于  $n$  的最大因子为  $n$  本身, 其整数因子分解至少为 1, 第二大因子则  $\leq \frac{n}{2}$ , 即可将初始计数

值置为 1 将数据规模降半。由于质数整数因子分解为 1, 即可将边界条件是质数, 返回值为 1。对于事先创建个质数库, 即一个数组, 类似于 hash 表, 其中 index 代表整数, 值代表是

否为质数。建立一个 200000000 的库大概需要 350s，占用 190M 空间，而且不断地读取亦耗费很多时间故不推荐这种操作。

程序直接运行 *int\_factorization.exe*。程序以当前文件夹的 input.txt 作为输入，output.txt 作为输出。