30.58

Datos

$L = 60 \cdot 10^{-3} H$

$C = 250 \cdot 10^{-6} F$

$q_0 = 6 \cdot 10^{-6} C$

$i(0) = 0$

a) Para esto tomamos la definición de capacitancia:

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q_0}{\Delta V}$$

$$\Delta V = \frac{q_0}{C} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{250 \cdot 10^{-6}} = 0.024 \, V$$

b) Considerando la ley de conservación de la energía para un circuito LC.

Etotal = Energía en el capacitor + Energía en el inductor

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}$$

Cuando la corriente es máxima en el circuito, la carga en el capacitor es nula, por lo que la ecuación quedaría

$$\frac{q_0^2}{2 \cdot C} = \frac{L i_{MAX}^2}{2}$$ de donde

$$i_{MAX} = \frac{q_0}{\sqrt{LC}} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{(60 \cdot 10^{-3})(250 \cdot 10^{-6})}} = 1.5 \cdot 10^{-3} A$$

La energía máxima almacenada en el inductor es la energía que estaba en el instante t=0 almacenad en el capacitor

$$\frac{q_0^2}{2C} = E_{MAX_L}$$

$$E_{MAX_L} = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{(6\cdot 10^{-6})^2}{2(250\cdot 10^{-6})} = \frac{36\cdot 10^{-12}}{500\cdot 10^{-6}} = 0.072\cdot 10^{-6}\ J$$

d) Para este caso también utilizaremos la ley de conservación de la energía.

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} \quad \text{en este caso } i = \frac{i_{MAX}}{2}$$

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + \frac{L\, i_{MAX}^2}{4(2)} = \frac{q^2}{2C} + \frac{L\, i_{MAX}^2}{8}$$

$$\frac{q_0^2}{2C} - \frac{L i_{MAX}^2}{8} = \frac{q^2}{2C}$$ multiplicamos por 2C toda la ecuación

$$q_0^2 - \frac{LC\, i_{MAX}^2}{4} = q^2$$

$$q = \sqrt{q_0^2 - \frac{LC\, i_{MAX}^2}{4}} = \sqrt{(6\cdot 10^{-6})^2 - \frac{(60\cdot 10^{-3})(250\cdot 10^{-6})(1.5\cdot 10^{-3})^2}{4}}$$

$$q = 5.25\cdot 10^{-6}\ C$$