Assignment_#7

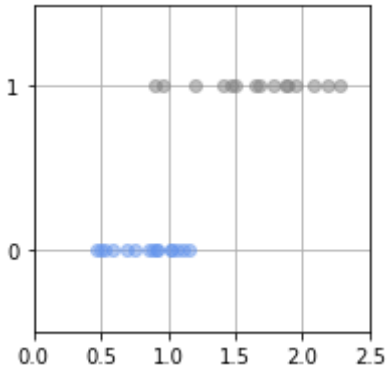
20171620 문성찬

1. Source Code

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

np.random.seed(seed=0)
X_min = 0
X_max = 2.5
X_n = 30
X_col = ['cornflowerblue', 'gray']
X = np.zeros(X_n)
T = np.zeros(X_n, dtype=np.uint8)
Dist_s = [0.4, 0.8]
Dist_w = [0.8, 1.6]
Pi = 0.5
for n in range(X_n):
    wk = np.random.rand()
    T[n] = 0 * (wk < Pi) + 1 * (wk >= Pi)
    X[n] = np.random.rand() * Dist_w[T[n]] + Dist_s[T[n]]
print('X=' + str(np.round(X, 2)))
print('T=' + str(T))
```

```
X=[1.94 1.67 0.92 1.11 1.41 1.65 2.28 0.47 1.07 2.19 2.08 1.02 0.91 1.16
 1.46 1.02 0.85 0.89 1.79 1.89 0.75 0.9  1.87 0.5  0.69 1.5  0.96 0.53
 1.21 0.6 ]
T=[1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 0]
```

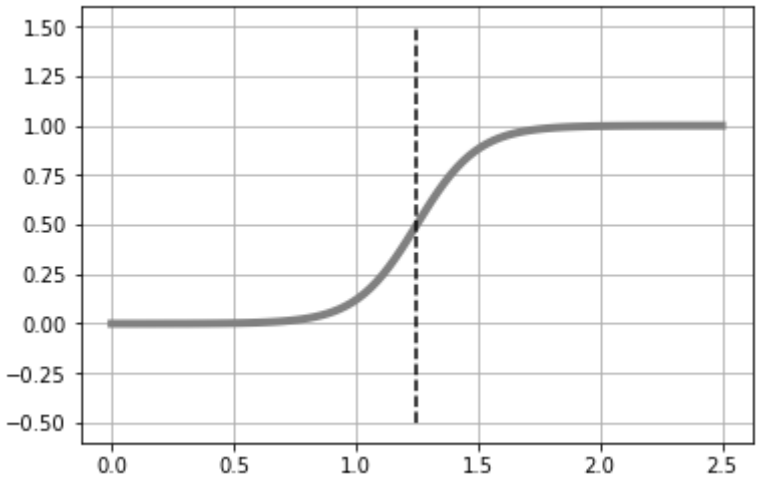
```
def show_data1(x, t):
    K = np.max(t) + 1
    for k in range(K): # (A)
        plt.plot(x[t == k], t[t == k], X_col[k], alpha=0.5,
                 linestyle='none', marker='o') # (B)
        plt.grid(True)
        plt.ylim(-.5, 1.5)
        plt.xlim(X_min, X_max)
        plt.yticks([0, 1])

fig = plt.figure(figsize=(3, 3))
show_data1(X, T)
plt.show()
```




```
def logistic(x, w):
    y = 1 / (1 + np.exp(-(w[0] * x + w[1])))
    return y
```

```
def show_logistic(w):
    xb = np.linspace(X_min, X_max, 100)
    y = logistic(xb, w)
    plt.plot(xb, y, color='gray', linewidth=4)
    i = np.min(np.where(y > 0.5))
    B = (xb[i - 1] + xb[i]) / 2
    plt.plot([B, B], [-.5, 1.5], color='k', linestyle='--')
    plt.grid(True)
    return B

W = [8, -10]
show_logistic(W)
```

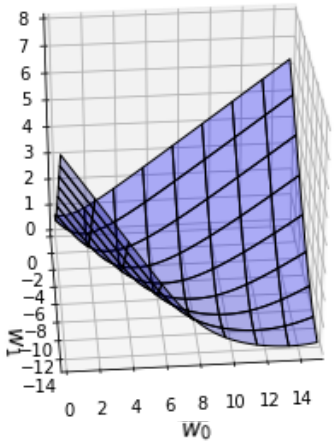
```
1.25
```

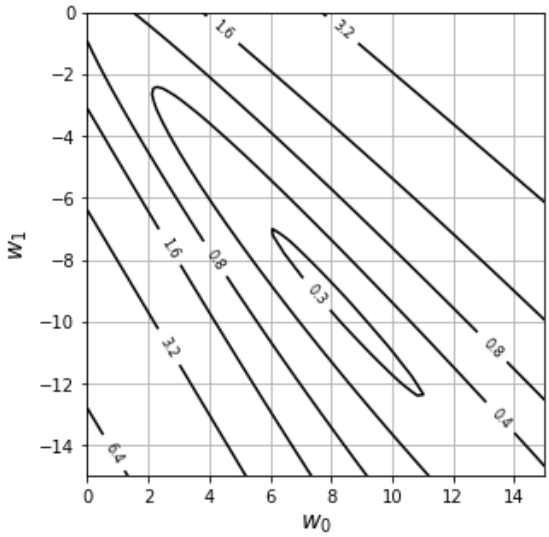


```
def cee_logistic(w, x, t):
    y = logistic(x, w)
    cee = 0
    for n in range(len(y)):
        cee = cee - (t[n] * np.log(y[n]) + (1 - t[n]) * np.log(1 - y[n]))
    cee = cee / X_n
    return cee

W=[1,1]
cee_logistic(W, X, T)
```

```
1.0288191541851066
```

```
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

xn = 80
w_range = np.array([[0, 15], [-15, 0]])
x0 = np.linspace(w_range[0, 0], w_range[0, 1], xn)
x1 = np.linspace(w_range[1, 0], w_range[1, 1], xn)
xx0, xx1 = np.meshgrid(x0, x1)
C = np.zeros((len(x1), len(x0)))
w = np.zeros(2)
for i0 in range(xn):
    for i1 in range(xn):
        w[0] = x0[i0]
        w[1] = x1[i1]
        C[i1, i0] = cee_logistic(w, X, T)

plt.figure(figsize=(12, 5))
#plt.figure(figsize=(9.5, 4))
plt.subplots_adjust(wspace=0.5)
ax = plt.subplot(1, 2, 1, projection='3d')
ax.plot_surface(xx0, xx1, C, color='blue', edgecolor='black',
                rstride=10, cstride=10, alpha=0.3)
ax.set_xlabel('$w_0$', fontsize=14)
ax.set_ylabel('$w_1$', fontsize=14)
ax.set_xlim(0, 15)
ax.set_ylim(-15, 0)
ax.set_zlim(0, 8)
ax.view_init(30, -95)


plt.subplot(1, 2, 2)
cont = plt.contour(xx0, xx1, C, 20, colors='black',
                   levels=[0.26, 0.4, 0.8, 1.6, 3.2, 6.4])
cont.clabel(fmt='%1.1f', fontsize=8)
plt.xlabel('$w_0$', fontsize=14)
plt.ylabel('$w_1$', fontsize=14)
plt.grid(True)
plt.show()
```



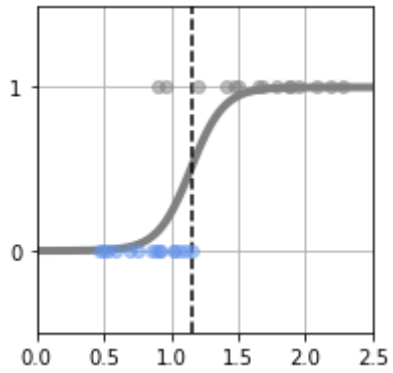



```
def dcee_logistic(w, x, t):
    y = logistic(x, w)
    dcee = np.zeros(2)
    for n in range(len(y)):
        dcee[0] = dcee[0] + (y[n] - t[n]) * x[n]
        dcee[1] = dcee[1] + (y[n] - t[n])
    dcee = dcee / X_n
    return dcee

W=[1, 1]
dcee_logistic(W, X, T)
```

```
array([0.30857905, 0.39485474])
```

```
from scipy.optimize import minimize

def fit_logistic(w_init, x, t):
    res1 = minimize(cee_logistic, w_init, args=(x, t),
                    jac=dcee_logistic, method="CG") # (A)
    return res1.x

plt.figure(1, figsize=(3, 3))
W_init=[1,-1]
W = fit_logistic(W_init, X, T)
print("w0 = {0:.2f}, w1 = {1:.2f}".format(W[0], W[1]))
B=show_logistic(W)
show_data1(X, T)
plt.ylim(-.5, 1.5)
plt.xlim(X_min, X_max)
cee = cee_logistic(W, X, T)
print("CEE = {0:.2f}".format(cee))
print("Boundary = {0:.2f} g".format(B))
plt.show()
```

```
w0 = 8.18, w1 = -9.38
CEE = 0.25
Boundary = 1.15 g
```




```
%reset
```

```
Once deleted, variables cannot be recovered. Proceed (y/[n])? y
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

np.random.seed(seed=1)
N = 100
K = 3
T3 = np.zeros((N, 3), dtype=np.uint8)
T2 = np.zeros((N, 2), dtype=np.uint8)
X = np.zeros((N, 2))
X_range0 = [-3, 3]
X_range1 = [-3, 3]
Mu = np.array([[-.5, -.5], [.5, 1.0], [1, -.5]])
Sig = np.array([[.7, .7], [.8, .3], [.3, .8]])
Pi = np.array([0.4, 0.8, 1])
for n in range(N):
    wk = np.random.rand()
    for k in range(K): # (B)
        if wk < Pi[k]:
            T3[n, k] = 1
            break
    for k in range(2):
        X[n, k] = (np.random.randn() * Sig[T3[n, :] == 1, k]
                   + Mu[T3[n, :] == 1, k])
T2[:, 0] = T3[:, 0]
T2[:, 1] = T3[:, 1] | T3[:, 2]
```

```
print(X[:5,:])
```

```
[[-0.14173827  0.86533666]
 [-0.86972023 -1.25107804]
 [-2.15442802  0.29474174]
 [ 0.75523128  0.92518889]
 [-1.10193462  0.74082534]]
```

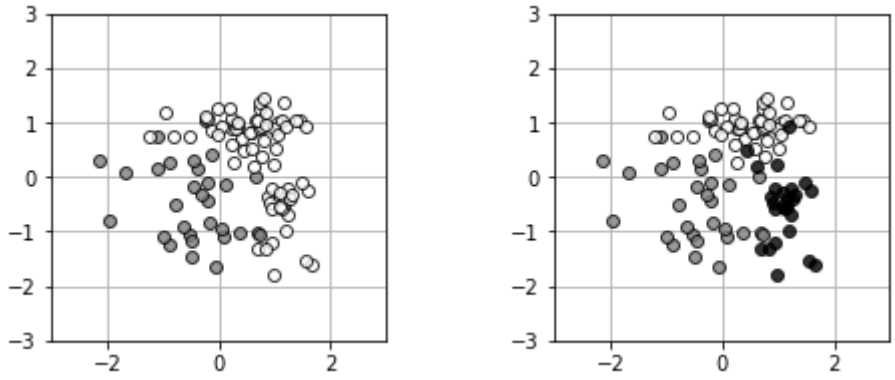
```
print(T2[:5,:])
```

```
[[0 1]
 [1 0]
 [1 0]
 [0 1]
 [1 0]]
```

```
print(T3[:5,:])
```

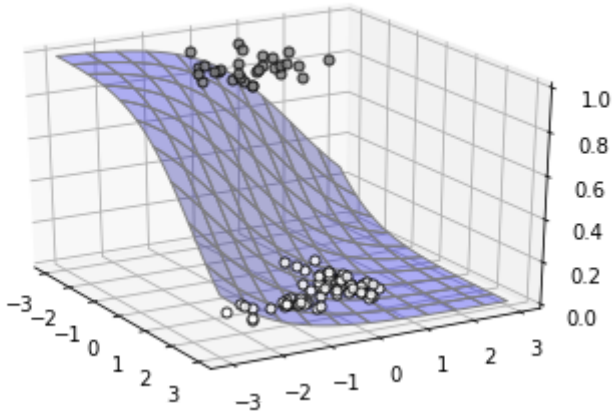
```
[[0 1 0]
 [1 0 0]
 [1 0 0]
 [0 1 0]
 [1 0 0]]
```

```
def show_data2(x, t):
    wk, K = t.shape
    c = [[.5, .5, .5], [1, 1, 1], [0, 0, 0]]
    for k in range(K):
        plt.plot(x[t[:, k] == 1, 0], x[t[:, k] == 1, 1],
                 linestyle='none', markeredgecolor='black',
                 marker='o', color=c[k], alpha=0.8)
        plt.grid(True)

plt.figure(figsize=(7.5, 3))
plt.subplots_adjust(wspace=0.5)
plt.subplot(1, 2, 1)
show_data2(X, T2)
plt.xlim(X_range0)
plt.ylim(X_range1)


plt.subplot(1, 2, 2)
show_data2(X, T3)
plt.xlim(X_range0)
plt.ylim(X_range1)
plt.show()
```

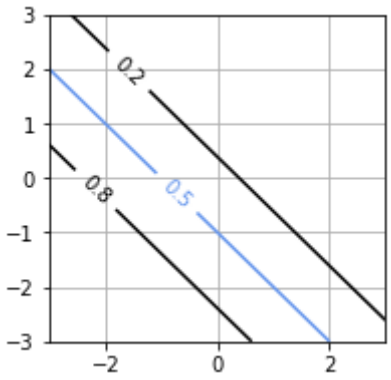


```
def logistic2(x0, x1, w):
    y = 1 / (1 + np.exp(-(w[0] * x0 + w[1] * x1 + w[2])))
    return y
```

```
from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d


def show3d_logistic2(ax, w):
    xn = 50
    x0 = np.linspace(X_range0[0], X_range0[1], xn)
    x1 = np.linspace(X_range1[0], X_range1[1], xn)
    xx0, xx1 = np.meshgrid(x0, x1)
    y = logistic2(xx0, xx1, w)
    ax.plot_surface(xx0, xx1, y, color='blue', edgecolor='gray',
                    rstride=5, cstride=5, alpha=0.3)


def show_data2_3d(ax, x, t):
    c = [[.5, .5, .5], [1, 1, 1]]
    for i in range(2):
        ax.plot(x[t[:, i] == 1, 0], x[t[:, i] == 1, 1], 1 - i,
                marker='o', color=c[i], markeredgecolor='black',
                linestyle='none', markersize=5, alpha=0.8)
    Ax.view_init(elev=25, azim=-30)

Ax = plt.subplot(1, 1, 1, projection='3d')
W=[-1, -1, -1]
show3d_logistic2(Ax, W)
show_data2_3d(Ax,X,T2)
```




```
def show_contour_logistic2(w):
    xn = 30
    x0 = np.linspace(X_range0[0], X_range0[1], xn)
    x1 = np.linspace(X_range1[0], X_range1[1], xn)
    xx0, xx1 = np.meshgrid(x0, x1)
    y = logistic2(xx0, xx1, w)
    cont = plt.contour(xx0, xx1, y, levels=(0.2, 0.5, 0.8),
                       colors=['k', 'cornflowerblue', 'k'])
    cont.clabel(fmt='%1.1f', fontsize=10)
    plt.grid(True)

plt.figure(figsize=(3,3))
W=[-1, -1, -1]
show_contour_logistic2(W)
```



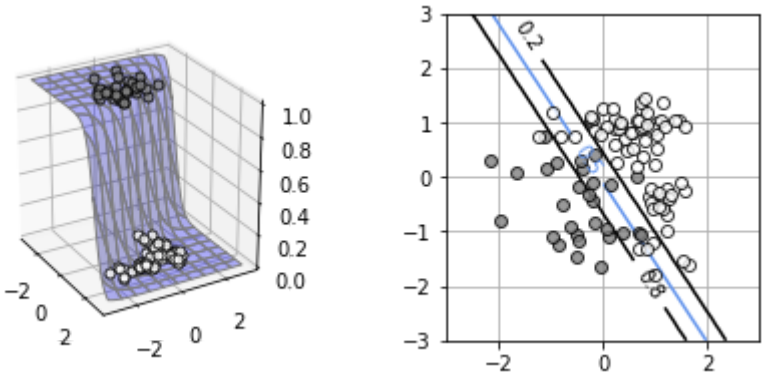

```
def cee_logistic2(w, x, t):
    X_n = x.shape[0]
    y = logistic2(x[:, 0], x[:, 1], w)
    cee = 0
    for n in range(len(y)):
        cee = cee - (t[n, 0] * np.log(y[n]) +
                     (1 - t[n, 0]) * np.log(1 - y[n]))
    cee = cee / X_n
    return cee
```

```
def dcee_logistic2(w, x, t):
    X_n=x.shape[0]
    y = logistic2(x[:, 0], x[:, 1], w)
    dcee = np.zeros(3)
    for n in range(len(y)):
        dcee[0] = dcee[0] + (y[n] - t[n, 0]) * x[n, 0]
        dcee[1] = dcee[1] + (y[n] - t[n, 0]) * x[n, 1]
        dcee[2] = dcee[2] + (y[n] - t[n, 0])
    dcee = dcee / X_n
    return dcee

W=[-1, -1, -1]
dcee_logistic2(W, X, T2)
```

```
array([ 0.10272008,  0.04450983, -0.06307245])
```

```
from scipy.optimize import minimize

def fit_logistic2(w_init, x, t):
    res = minimize(cee_logistic2, w_init, args=(x, t),
                   jac=dcee_logistic2, method="CG")
    return res.x

plt.figure(1, figsize=(7, 3))
plt.subplots_adjust(wspace=0.5)


Ax = plt.subplot(1, 2, 1, projection='3d')
W_init = [-1, 0, 0]
W = fit_logistic2(W_init, X, T2)
print("w0 = {0:.2f}, w1 = {1:.2f}, w2 = {2:.2f}".format(W[0], W[1], W[2]))
show3d_logistic2(Ax, W)


show_data2_3d(Ax, X, T2)
cee = cee_logistic2(W, X, T2)
print("CEE = {0:.2f}".format(cee))


Ax = plt.subplot(1, 2, 2)
show_data2(X, T2)
show_contour_logistic2(W)
plt.show()
```

```
w0 = -3.70, w1 = -2.54, w2 = -0.28
CEE = 0.22
```




```
def logistic3(x0, x1, w):
    K = 3
    w = w.reshape((3, 3))
    n = len(x1)
    y = np.zeros((n, K))
    for k in range(K):
        y[:, k] = np.exp(w[k, 0] * x0 + w[k, 1] * x1 + w[k, 2])
    wk = np.sum(y, axis=1)
    wk = y.T / wk
    y = wk.T
    return y

W = np.array([1, 2, 3, 4 ,5, 6, 7, 8, 9])
y = logistic3(X[:3, 0], X[:3, 1], W)
print(np.round(y, 3))
```

```
[[0.    0.006 0.994]
 [0.965 0.033 0.001]
 [0.925 0.07  0.005]]
```

```
def cee_logistic3(w, x, t):
    X_n = x.shape[0]
    y = logistic3(x[:, 0], x[:, 1], w)
    cee = 0
    N, K = y.shape
    for n in range(N):
        for k in range(K):
            cee = cee - (t[n, k] * np.log(y[n, k]))
    cee = cee / X_n
    return cee

W = np.array([1, 2, 3, 4 ,5, 6, 7, 8, 9])
cee_logistic3(W, X, T3)
```

```
3.9824582404787288
```

```
def dcee_logistic3(w, x, t):
```

```
    X_n = x.shape[0]
    y = logistic3(x[:, 0], x[:, 1], w)
    dcee = np.zeros((3, 3))
    N, K = y.shape
    for n in range(N):
        for k in range(K):
            dcee[k, :] = dcee[k, :] - (t[n, k] - y[n, k])* np.r_[x[n, :], 1]
    dcee = dcee / X_n
    return dcee.reshape(-1)

W = np.array([1, 2, 3, 4 ,5, 6, 7, 8, 9])
dcee_logistic3(W, X, T3)
```

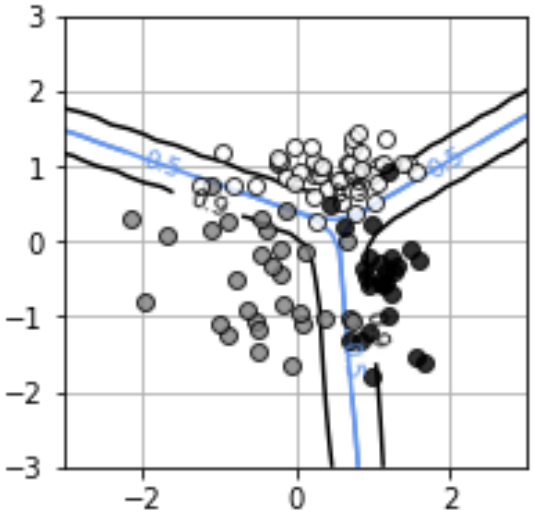
```
array([ 0.03778433,  0.03708109, -0.1841851 , -0.21235188, -0.44408101,
       -0.38340835,  0.17456754,  0.40699992,  0.56759346])
```

```
def fit_logistic3(w_init, x, t):
    res = minimize(cee_logistic3, w_init, args=(x, t),
                   jac=dcee_logistic3, method="CG")
    return res.x
```

```
def show_contour_logistic3(w):
    xn = 30 # 파라미터의 분할 수
    x0 = np.linspace(X_range0[0], X_range0[1], xn)
    x1 = np.linspace(X_range1[0], X_range1[1], xn)


    xx0, xx1 = np.meshgrid(x0, x1)
    y = np.zeros((xn, xn, 3))
    for i in range(xn):
        wk = logistic3(xx0[:, i], xx1[:, i], w)
        for j in range(3):
            y[:, i, j] = wk[:, j]
    for j in range(3):
        cont = plt.contour(xx0, xx1, y[:, :, j],
                           levels=(0.5, 0.9),
                           colors=['cornflowerblue', 'k'])
        cont.clabel(fmt='%1.1f', fontsize=9)
    plt.grid(True)
```

```
W_init = np.zeros((3, 3))
W = fit_logistic3(W_init, X, T3)
print(np.round(W.reshape((3, 3)),2))
cee = cee_logistic3(W, X, T3)
print("CEE = {0:.2f}".format(cee))


plt.figure(figsize=(3, 3))
show_data2(X, T3)
show_contour_logistic3(W)
plt.show()
```

```
[[-3.2  -2.69  2.25]
 [-0.49  4.8  -0.69]
 [ 3.68 -2.11 -1.56]]
CEE = 0.23
```



2. 소감

이번 과제에서는 연속된 수치를 다루었던 지난 과제에서와 달리 데이터에
확률의 개념을 도입해 분류해보는 실습을 진행해보았습니다.

연속된 데이터를 이용해 모델링을 하고 구현한 모델로 새로운 데이터에 대해서
예측을 해보았던 지난 과제도 굉장히 인상깊었고 흥미로웠지만,
수학 과목에서도 확률과 통계를 유독 좋아했던 저는 이번 과제에 들어서 많은
기대를 품고 실습을 진행했습니다.

실습한 코드에서의 느낀점을 먼저 말씀드리자면,
먼저 입력 데이터와 목표 데이터를 생성시킬 때, 목표 데이터를 클래스의 비율을
설정해 클래스의 비율과 비교해가면서 무작위로 생성하는 부분에서 이렇게도
무작위 경우를 만들 수 있구나 생각하며 새로운 방법을 배울 수 있었습니다.

이번 실습에서는 과정별로 문제점과 어려운점을 해결해주는 명석한 개념들이
많이 나와 더욱 흥미로웠습니다.
예를 들어, 실제 데이터가 균등하게 분포되지 않으므로 시그모이드 함수를 이용해
로지스틱 회귀 모델을 구현한다든지, 이전 장에서 수행했던 최소에서 매개 변수를
구하는 방법에 맞추기 위해 -1을 곱합으로써 교차 엔트로피 오차를 만든다든지
교재의 설명을 읽고 구현을 실습하는 와중에도 어떻게 이런 생각을 할 수 있었을까
감탄하게 되면서, 이론적인 개념에 대해 더욱 집중할 수 있었습니다.

중반 이후에는 2차원 입력의 2 클래스 분류와 3 클래스 분류를 각각 나눠서
실습해보았는데, 바로 이해하기엔 다소 어려운 부분도 몇몇 있었지만,
최대한 소스 코드에서 나타내고 있는 함수들의 구현 부분을 유심히 살펴보고
교과서의 설명란을 참고해나가면서 이해하는데 노력했습니다.
2차원 입력의 로지스틱 회귀 모델 피팅 과정에서, 이제껏 수업시간에 배워온
개념들을 토대로 그래프의 결과를 스스로 예측해보고 판단해봄으로써 해당
구현에 대해서 더욱 깊게 생각해 볼 수 있었습니다.

마지막으로 3클래스 분류에서는, 앞에서 수행해 보았던 구현들 내에 공통적으로
적용되는 개념들이 있어 조금 더 수월하게 이해하면서 구현을 수행할 수 있었고,
2차원 입력 3클래스 분류의 로지스틱 회귀 모델을 피팅해봄으로써 제 스스로
이렇게 데이터를 분류해보고 피팅해 볼 수 있다는 것이 놀라웠고 신기했습니다.

또한 언제 구현해도 흥미롭고 신기한 3차원의 그래프나 등고선 표시로 인해
데이터를 더욱 직관적으로 살펴볼 수 있고 파악해 볼 수 있다는 점을 배울 수 있었고,
지도 학습(분류) 부분에서도 아주 중요하게 사용되었던 편미분과 경사 하강법을
다시 한번 구현해 봄으로써 두 개념의 중요도도 다시 한번 느낄 수 있었습니다.