符号运算验证

通过Mathematica的符号运算，求出齐次变换矩阵的逆矩阵，并将二者相乘，可以得到单位阵。

In[49]:=
```
ABT = (r11  r12  r13  p1
       r21  r22  r23  p2
       r31  r32  r33  p3
       0    0    0    1)

ABTinv = Inverse[ABT]
         |逆

ABT . ABTinv // Simplify
                |化简
```

Out[49]=

$$\begin{pmatrix} r11 & r12 & r13 & p1 \\ r21 & r22 & r23 & p2 \\ r31 & r32 & r33 & p3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Out[50]=

$$\begin{pmatrix} \frac{r22\,r33-r23\,r32}{r11\,r22\,r33-r11\,r23\,r32-r12\,r21\,r33+r12\,r23\,r31+r13\,r21\,r32-r13\,r22\,r31} & \frac{r13\,r32-r12\,r33}{r11\,r22\,r33-r11\,r23\,r32-r12\,r21\,r33+r12\,r23\,r31+r13\,r21\,r32-r13\,r22\,r31} & \frac{}{r11} \\ \frac{r23\,r31-r21\,r33}{r11\,r22\,r33-r11\,r23\,r32-r12\,r21\,r33+r12\,r23\,r31+r13\,r21\,r32-r13\,r22\,r31} & \frac{r11\,r33-r13\,r31}{r11\,r22\,r33-r11\,r23\,r32-r12\,r21\,r33+r12\,r23\,r31+r13\,r21\,r32-r13\,r22\,r31} & \frac{}{r11} \\ \frac{r21\,r32-r22\,r31}{r11\,r22\,r33-r11\,r23\,r32-r12\,r21\,r33+r12\,r23\,r31+r13\,r21\,r32-r13\,r22\,r31} & \frac{r12\,r31-r11\,r32}{r11\,r22\,r33-r11\,r23\,r32-r12\,r21\,r33+r12\,r23\,r31+r13\,r21\,r32-r13\,r22\,r31} & \frac{}{r11} \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

Out[51]=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

数值验证

通过欧拉角和平移向量，可以得出齐次变换矩阵

In[69]:=
```
R = EulerMatrix[{10 Degree, 20 Degree, 30 Degree}, {3, 2, 1}] // N
    |欧拉三维旋转矩阵 |度         |度         |度                  |数

p = {{1}, {2}, {3}};
Tn = Join[R, p, 2]~Join~{{0, 0, 0, 1}};
     |连接         |连接

Tn // MatrixForm
      |矩阵格式
```

Out[69]=

$$\begin{pmatrix} 0.925417 & 0.0180283 & 0.378522 \\ 0.163176 & 0.882564 & -0.44097 \\ -0.34202 & 0.469846 & 0.813798 \end{pmatrix}$$

Out[72]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.925417 & 0.0180283 & 0.378522 & 1 \\ 0.163176 & 0.882564 & -0.44097 & 2 \\ -0.34202 & 0.469846 & 0.813798 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

对齐次变换矩阵求逆

In[62]:=
```
TnInv = Inverse[Tn]
```
逆

Out[62]=
$$\begin{pmatrix} 0.925417 & 0.163176 & -0.34202 & -0.225708 \\ 0.0180283 & 0.882564 & 0.469846 & -3.1927 \\ 0.378522 & -0.44097 & 0.813798 & -1.93798 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

将二者相乘，并将那些非常小的量视为0，可以得到单位阵

In[79]:=
```
Tn.TnInv
Map[If[# < 0.001, 0, #] &, Tn.TnInv, {2}]
```
映射 如果

Out[79]=
$$\begin{pmatrix} 1. & 0. & 0. & 2.22045\times10^{-16} \\ -5.55112\times10^{-17} & 1. & -5.55112\times10^{-17} & 6.66134\times10^{-16} \\ 5.55112\times10^{-17} & -5.55112\times10^{-17} & 1. & -4.44089\times10^{-16} \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$$

Out[80]=
$$\begin{pmatrix} 1. & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1. & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1. & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1. \end{pmatrix}$$