СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

3 декември 2022 г.

Тема за 8-9. клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 4 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 23.12.2022 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Намерете броят на различните реални корени на уравнението

$$(x+5)^2+8=3|3x+15|.$$

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

2. Най-малкото естествено число n, за което 84^n се дели на 98784 е:

А) 2 **Б)** 3 **В)** 4 **Г)** 5

3. Вероятността след четири хвърляния на стандартен зар произведението на четирите паднали се числа да се дели на 3 е:

А) $\frac{1}{3}$ **Б)** $\frac{5}{9}$ **В)** $\frac{8}{27}$ **Г)** $\frac{65}{81}$

4. В едно училище от 60 ученика, 2/3 от момчетата и 1/3 от момичетата искат да ходят на планина, а останалите – в музей. Ако желаещите за планина са с 40% повече от тези за музей, то пропорцията момчета към момичета в училището е:

А) 2 **Б)** 3 **В)** 4 **Г)** 5

5. В триъгълник ABC точките D и E са избрани съответно върху страните BC и AC така, че $BD=DE=EA$. Ако правите AD и BE се пресичат в точка F и

$$\sphericalangle AFB - \sphericalangle ACB = 69^\circ,$$

то $\sphericalangle ACB$ е равен на:

А) 42° **Б)** 44° **В)** 46° **Г)** 48°

6. Ако за простите числа p, q, r е в сила

$$p+q^2=r^4,$$

то стойността на израза $\dfrac{p+q}{r}$ е:

А) 8 **Б)** 6 **В)** 4 **Г)** 5

7. 3 момчета и 3 момичета ги изпитали един по един в час по математика, като предварително всеки ученик си изтеглил различен номер от 1 до 6, отговарящ на реда му на изпитване. Каква е вероятността в нито един момент от часа да не са били изпитани повече момичета, отколкото момчета?

А) 25% **Б)** 20% **В)** 10% **Г)** 40%

8. Докато събирал естествените числа a и b, Емил се разсеял и забравил да запише цифрата на единиците на a, която била седмица. В резултат получил 2022. Ако вместо цифрата на единиците на a, Емил беше забравил да запише цифрата на единиците на b, то той щеше да получи сбор 5000. Сумата $a+b$ е равна на:

А) 6345 **Б)** 6365 **В)** 6385 **Г)** 6405

9. Квадратна дъска 3×3 е запълнена по случаен начин с числата от 1 до 9, като всяко число е използвано точно по веднъж. Едно запълване ще наричаме *редномерно*, ако сумите от числата по редове са едни и същи. Броят на различните редномерни запълвания е:

А) $2^5\cdot 3^4$ **Б)** $2^4\cdot 3^5$ **В)** $2^4\cdot 3^3$ **Г)** $2^3\cdot 3^2$

10. Даден е $\triangle ABC$, за който

$$\frac{\sphericalangle BAC + \sphericalangle CBA}{\sphericalangle ACB} = x \text{ и } \frac{\sphericalangle CBA + \sphericalangle ACB}{\sphericalangle BAC} = y.$$

Ако $x + y = 6$, а $xy = 3$, то на колко е равен $\sphericalangle CBA$?

А) 60° **Б)** 45° **В)** 36° **Г)** 30°

11. Даден е квадратния тричлен

$$f(x) = x^2 + ax + 2022,$$

където a е реален параметър. Да се пресметне стойността на израза

$$f(101) - 2f(100) + f(99).$$

12. Разполагаме с честна монета, при която хвърлянето на ези или тура е равновероятно. Каква е вероятността в проценти след седем хвърляния езитата да са повече от турите?

13. Окръжност с радиус 20 cm и квадрат са разположени в равнината така, че окръжността се допира до една от страните на квадрата и минава през два от върховете му. На колко саниметра е равна дължината на страната на квадрата?

14. *Трицифрен код* ще наричаме всяка последователност от три цифри abc. Ще казваме, че един трицифрен код *доминира* друг, ако цифрата на всяка от трите позиции в първия код е не по-малка от тази във втория. В колко най-малко цвята можем да боядисаме всички трицифрени кодове така, че никой код да не е едноцветен с никой от доминиращите го?

15. Да се намери най-голямото естествено число n, за което $n! + 5$ е точна степен (по-голяма от първа!) на естествено число.