

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

3 декември 2022 г.

Тема за 10., 11., 12. клас

(време за работа 120 минути)

За вярно решение на всяка от задачите се присъждат по 7 точки.

Не се разрешава ползването на калкулатори.

Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2022 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

Задача 1. Да се реши в цели числа уравнението

$$\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{3}{y^2} = \frac{1}{4}.$$

Задача 2. Даден е $\triangle ABC$, за който $\sphericalangle ACB = 90^\circ$. Точки A_1, B_1, C_1 съответно върху страните BC, CA, AB са такива, че $\sphericalangle A_1B_1C_1 = 90^\circ \geq \sphericalangle AC_1B_1$. Кога лицето на $\triangle A_1B_1C_1$ е максимално?

Задача 3. Нека P е такъв полином с неотрицателни цели коефициенти, че $P(n) = 14n^{10} + 6$ за някое $n \in \mathbb{N}$. Да се намерят всички такива P , за които числото $P(1)$ е възможно най-малко.