Protokoll zu

Einführung in rechnergestütztes Experimentieren

Jannik Tim Zarnitz (E-Mail: j_zarn02@wwu.de)
Leonhard Segger (E-Mail: l_segg03@wwu.de)

in der Woche 03.09.2018 bis 06.09.2018
betreut von
Dr. Jürgen Berkemeier

26. September 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Tag 1

1.1 Aufbau einer Sinus- bzw. Bessel-Funktion

Zunächst soll unter Verwendung des graphischen Programmiersystems „LabVIEW“ eine Sinus-Funktion realisiert werden. Mithilfe der von LabVIEW zur Verfügung gestellten numerischen Operationen, Konstanten und Schleifen lässt sich ein Programm schreiben, welches eine Sinusschwingung u der Form

$$u(A, f, t, \varphi) = A \cdot \sin(2\pi f t + \varphi) \ , \tag{1}$$

umsetzt. Wobei A die Schwingungsamplitude, f die Frequenz und φ die Phasenverschiebung bilden. Außerdem ist jedes t durch

$$t = \frac{i}{N} \tag{2}$$

gegeben. N ist dabei die Zahl der Stützstellen und zugleich die Anzahl der zu berechnenden Wertepaare. Der Index i kann Werte im Bereich zwischen 0 und N annehmen. Der besagte Programmcode befindet sich im Blockdiagramm von LabVIEW und ist in Abb. 1 zu sehen.

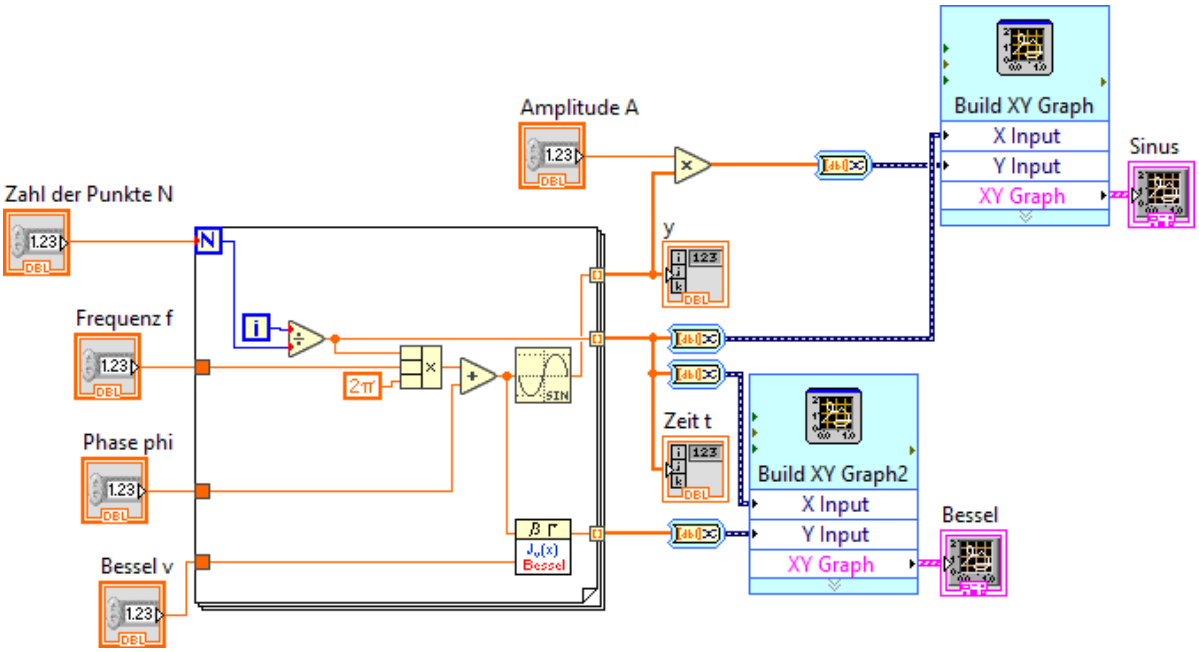


Abbildung 1: Die Abbildung zeigt ein LabVIEW-Blockdiagramm sowie den Aufbau des Programms zur Umsetzung einer Sinus- bzw. Bessel-Funktion. Die eigentliche Werte-Berechnung findet innerhalb der For-Schleife statt. Dazu werden feste, aber beliebige Fließkommazahlen für die Amplitude A, die Zahl der Punkte N, die Frequenz f, die Phase φ und die Ordnung ν der Bessel-Funktion herangezogen. Die Ausgabe der Wertepaare erfolgt in Form zweier X-Y-Graphen sowie Arrays.

Das dazugehörige ausgegebene Frontpanel ist in Abb. 2 erkennbar. Die Gleitkommazahlen-Werte für A, f, N und φ sollen frei wählbar sein, zumal u insbesondere von diesen abhängt. Das Programm ist daher so eingerichtet, dass auf der linken Seite des Frontpanels die entsprechenden Bedien- bzw. Eingabeelemente erscheinen. Unter gleichem Namen sind die jeweiligen Blockdiagrammobjekte im Programmcode zu finden. Im Zentrum des Programmcodes in Abb. 1 lässt sich eine For-Schleife erkennen. Gemäß Gleichung (1) sowie Gleichung (2) findet in dieser unter Verwendung des Laufindexes i die tatsächliche Berechnung der t- und u-Werte statt. Die Blockdiagrammobjekte auf der rechten Seite des Programmcodes in Abb. 1 bilden die Anzeige- bzw. Ausgabeelemente des Frontpanels in Abb. 2. Zum einen werden dabei zwei $N+1$ Einträge umfassende, eindimensionale Arrays angelegt, die jeweils alle t- sowie sämtliche u-Werte beinhalten und zum anderen wird ein X-Y-Diagramm erzeugt, in dem alle u-Werte gegen die entsprechenden t-Werte aufgetragen sind. Demnach befindet sich t auf der x-Achse und u auf der y-Achse. Um nun die Informationsübertragung zu bewerkstelligen, ist es notwendig im Programmcode vor den Anschlüssen der „Build XY Graph“-Kästen weitere Blockdiagrammobjekte hinzuzufügen, welche das Leitungssignal in ein für das Anzeigeelement (X-Y-Diagramm) passendes Eingangssignal umwandeln. Zumeist geschieht dies in LabVIEW automatisch und wird dann an der entsprechenden Stelle auf der Leitung mit einem kleinen, roten Punkt markiert.

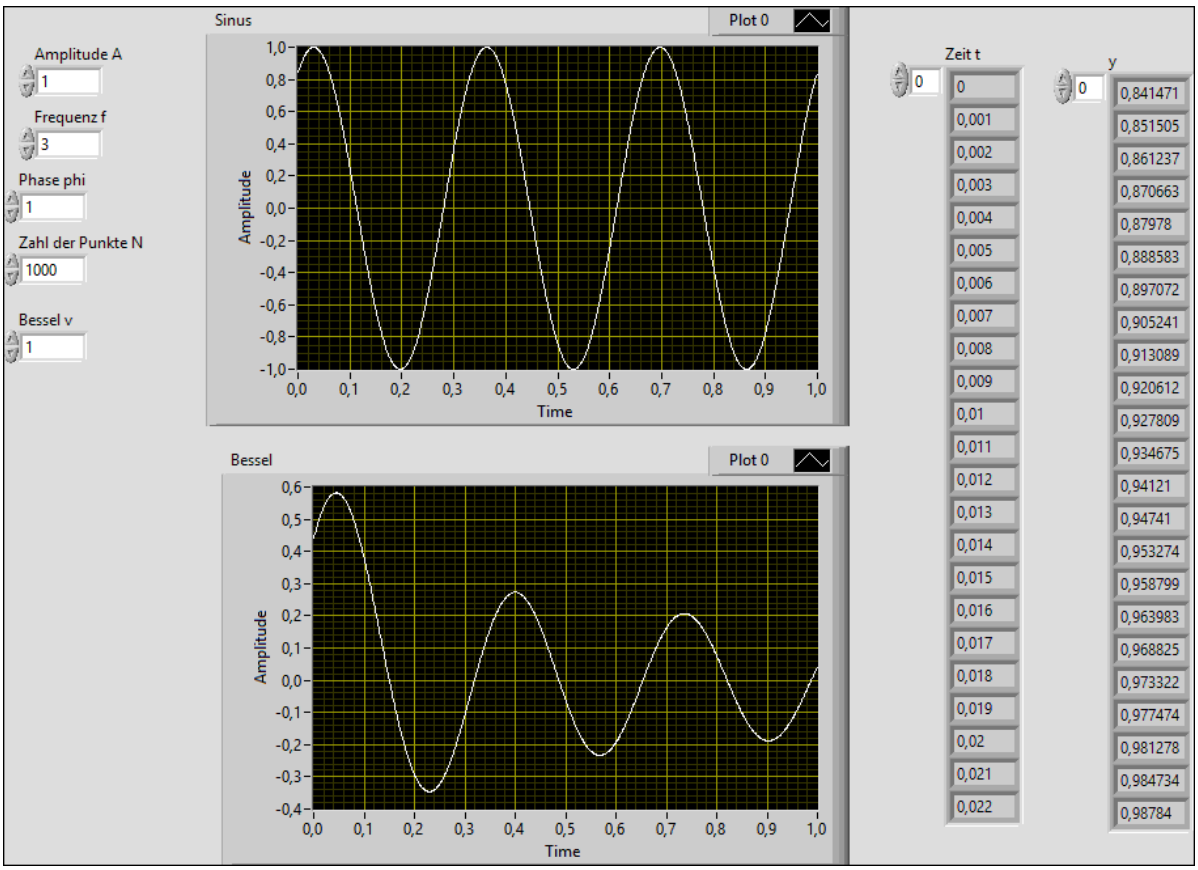


Abbildung 2: In dieser Abbildung ist das Frontpanel als Ausgabe und Benutzeroberfläche dargestellt.

Zusätzlich zur Sinus-Funktion wird eine Bessel-Funktion erster Gattung J_ν mit LabVIEW realisiert und ebenfalls in das Programm in Abb. 1 mit aufgenommen. Das entsprechende Blockdiagrammobjekt ist mit „$J_\nu(x)$ Bessel“ gekennzeichnet. Die Bessel-Funktion besitzt die allgemeine Form

$$J_\nu(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{2j+\nu}}{j! \cdot \Gamma(\nu + j + 1)} \ . \tag{3}$$

Wobei ν die Ordnung der Bessel-Funktion bildet, $\Gamma(\cdot)$ die Gamma-Funktion darstellt und x auf Basis des Programmcodes in Abb. 1 als

$$x := 2\pi f t + \varphi = \frac{2\pi f \cdot i}{N} + \varphi \tag{4}$$

definiert ist. Der Fließkommazahlen-Wert für ν ist, ähnlich wie beim Sinus-Programm, über das entsprechende Bedienelement auf der linken Seite des Frontpanels einstellbar, was in Abb. 2 zu erkennen ist. Genauso wie beim Sinus-Programm findet die Berechnung der x- und $J_\nu(x)$-Werte innerhalb der For-Schleife statt. Die Werteausgabe erfolgt in Form eines X-Y-Diagramms, dessen Anzeigeelement im unteren Bereich der Abb. 2

ersichtlich ist und in dem $J_\nu(x)$ als Funktion von x dargestellt ist. Zudem muss das Eingangssignal für das dazugehörige Blockdiagrammobjekt in Abb. 1 passend umgewandelt werden, so wie zuvor beim Sinus-Programm.

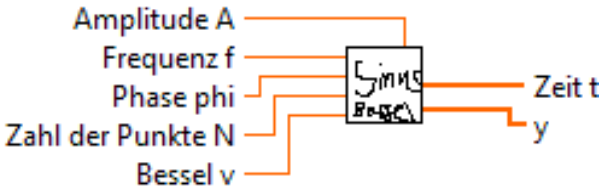


Abbildung 3: Die Abbildung zeigt das gestaltete Programm-Icon sowie die gesetzten Anschlussmöglichkeiten.

LabVIEW bietet die Möglichkeit ein bereits vorhandenes, selbst geschriebenes, funktionsfähiges Programm so zu bearbeiten, dass es für andere LabVIEW-Programme bzw. -Projekte als Blockdiagrammobjekt nutzbar wird. Dazu müssen zunächst die Anschlüsse festgelegt werden, sowohl die Eingänge als auch die Ausgänge. Allgemein kann es sich dabei um verschiedenste Arten von Ein-und Ausgangssignalen handeln. Bei der programmierten Sinus-Funktion verhält es sich demnach so, dass fünf Eingangs- und zwei Ausgangsanschlüsse generiert werden müssen, welche jeweils nur Gleitkommazahlen annehmen bzw. übergeben. Die Amplitude A, die Frequenz f, die Phasenverschiebung φ, die Anzahl der Punkte N und die Ordnung ν der Bessel-Funktion bilden hierbei die Eingänge, die t-Werte sowie die u- bzw. y-Werte erscheinen über die beiden Ausgänge. Des Weiteren ist es in LabVIEW möglich das entsprechende Blockdiagrammobjekt-Icon des Programms zu gestalten. Das komplette Resultat ist in Abb. 3 dargestellt.

Hinweis: Aus der Betrachtung des Programmcodes in Abb. 1 geht hervor, dass das Blockdiagrammobjekt, welches das Array-Ausgabeelement des Frontpanels bildet und alle u-Werte abgreifen soll, inkorrekt eingefügt ist. Denn anstelle einer Implementierung nach der Multiplikation mit der Amplitude A, befindet sich das besagte Blockdiagrammobjekt davor. Sodass das Array lediglich die Werte des Ausdrucks

$$\sin(2\pi f t + \varphi) \tag{5}$$

angibt, welche zwischen -1 und 1 liegen. Da die Ausgabefunktion als Array einen erheblichen Einfluss auf das folgende Vorgehen hat, kann mit dem Sinus-Programm in dieser Form nicht weitergearbeitet werden. Im weiteren Verlauf der Projektbearbeitung ist der beschriebene Fehler allerdings behoben worden. Eine berichtigte, aktualisierte Version des Programms liegt an dieser Stelle jedoch nicht vor.

1.2 Lissajous-Figuren

Im Folgenden sollen je nach Werteeinstellungen auf dem Anzeigeelement der Benutzeroberfläche verschiedene Lissajous-Figuren entstehen. Dies ist in Abb. 5 zu sehen. Die Basis für eine solche Lissajous-Figur bilden zwei verschiedene Sinusschwingungen, welche beide dieselbe Gestalt wie die Gleichung (1) besitzen:

$$u_1(A_1, f_1, t, \varphi_1) = A_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) \quad \text{und} \quad u_2(A_2, f_2, t, \varphi_2) = A_2 \cdot \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2)\ , \quad (6)$$

mit den unterschiedlichen Amplituden A_1 und A_2, den Frequenzen f_1 und f_2 sowie den Phasenverschiebungen φ_1 und φ_2. Zudem bedarf es eines zweidimensionalen kartesischen Koordinatensystems mit Rechts- und Hochachse. Eine Lissajous-Figur entsteht nun dadurch, dass man der x-Achse die Funktion u_1 und der y-Achse die Funktion u_2 zuweist. Je nachdem wie man die Werte für A_1, A_2, f_1, f_2, φ_1, φ_2 und N wählt, ergeben sich dann unterschiedliche Lissajous-Figuren.

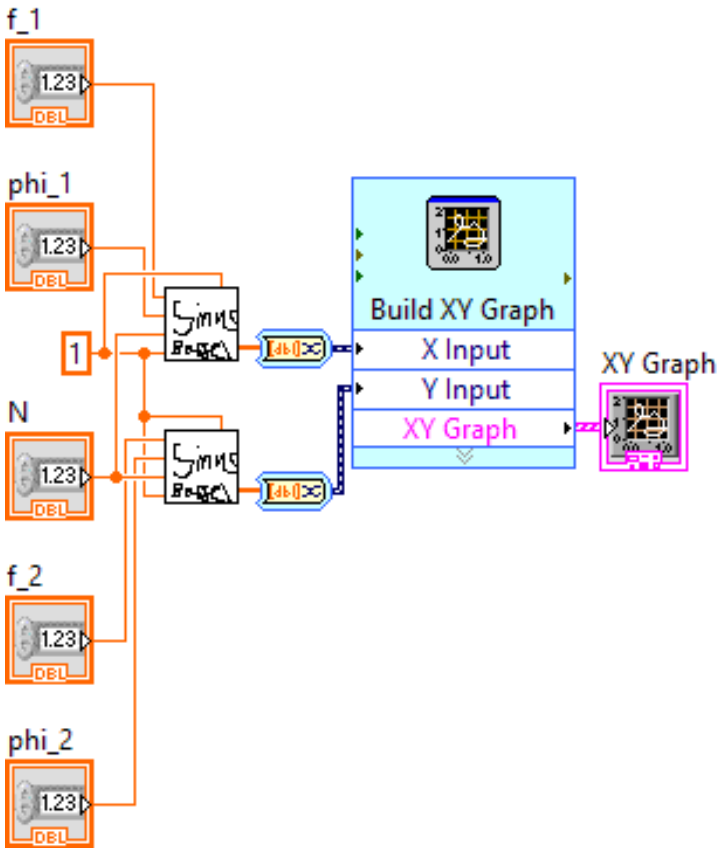


Abbildung 4: Dargestellt ist das Blockdiagramm und der LabVIEW-Programmcode, mit dem sich Lissajous-Figuren realisieren lassen.

Das dazugehörige LabVIEW-Programm sowie dessen Blockdiagramm und Programmcode sind in Abb. 4 zu erkennen. Die in Abschnitt 1.1 erstellte Sinus-Funktion bildet die Grundlage, denn mit dieser lassen sich die beiden separaten Schwingungen u_1 und u_2 aus Gleichung (6) realisieren. Dabei ist es möglich das Sinus-Programm als Blockdiagrammobjekt in den Programmcode einfügen, jeweils einmal für u_1 und u_2, was in Abb. 4 deutlich wird. An die offenen Eingangsanschlüsse müssen entsprechende, sogenannte „Controler“ für die Frequenzen f_1 und f_2, für die Phasenverschiebungen φ_1 und φ_2 sowie für die Zahl der Stützstellen N angeschlossen werden. Die dazugehörigen Bedien-

bzw. Eingabeelemente befinden sich links auf dem Frontpanel des Programms, so wie es in Abb. 5 dargestellt ist. Für die Amplituden soll einfachheitshalber $A_1 = A_2 = 1$ gelten.

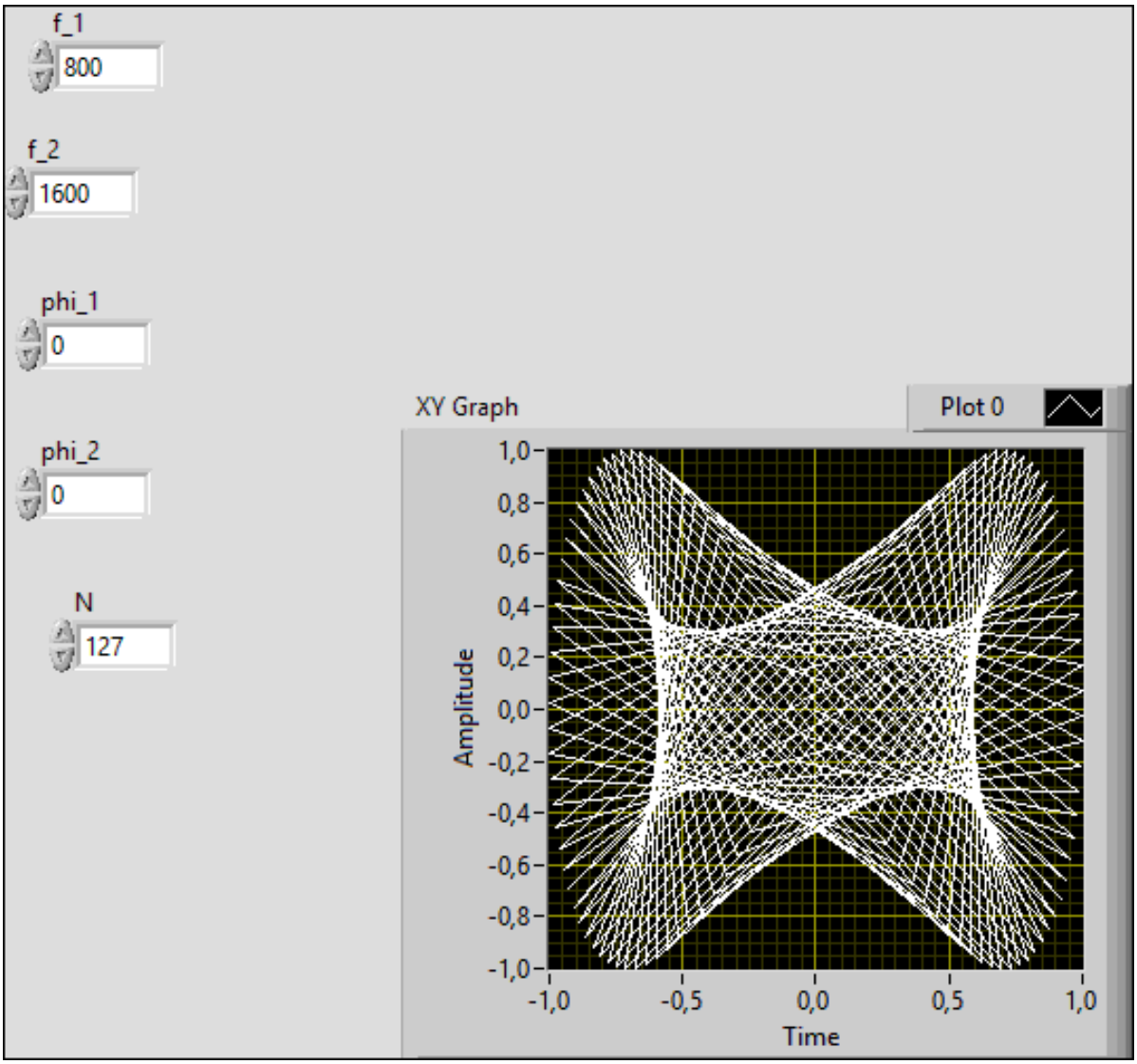


Abbildung 5: Die Abbildung zeigt das Frontpanel bzw. die Benutzeroberfläche, in dem sich im Anzeigeelement eine Lissajous-Figur befindet. Auf der linken Seite können die entsprechenden f_1-, f_2-, φ_1-, φ_2- und N-Werte abgelesen werden.

An den Ausgangsanschlüssen wird ein X-Y-Diagramm angebracht, wobei die u_1-Werte auf der x-Achse und die u_2-Werte auf der y-Achse liegen. Wie beim Programm in Abschnitt 1.1, ist dem Ausgabeelement an der entsprechenden Stelle auf der Leitung ein passendes Blockdiagrammobjekt zur Signalumwandlung vorgeschaltet. Je nach Wahl der f_1-, f_2-, φ_1-, φ_2- und N-Werte können sich somit die unterschiedlichsten Lissajous-Figuren formen.

2 Tag 2

2.1 Digitales Oszilloskop mit ExpressVI

Es wird ein Funktionsgenerator verwendet. Dessen Signal wird über einen Analog-Digital-Wandler durch den Computer erfasst. Zunächst wird das Signal in LabView mit dem entsprechenden ExpressVI verarbeitet. Das zugehörige Programm ist in Abb. 6 und die Frontplatte in Abb. 7 dargestellt.

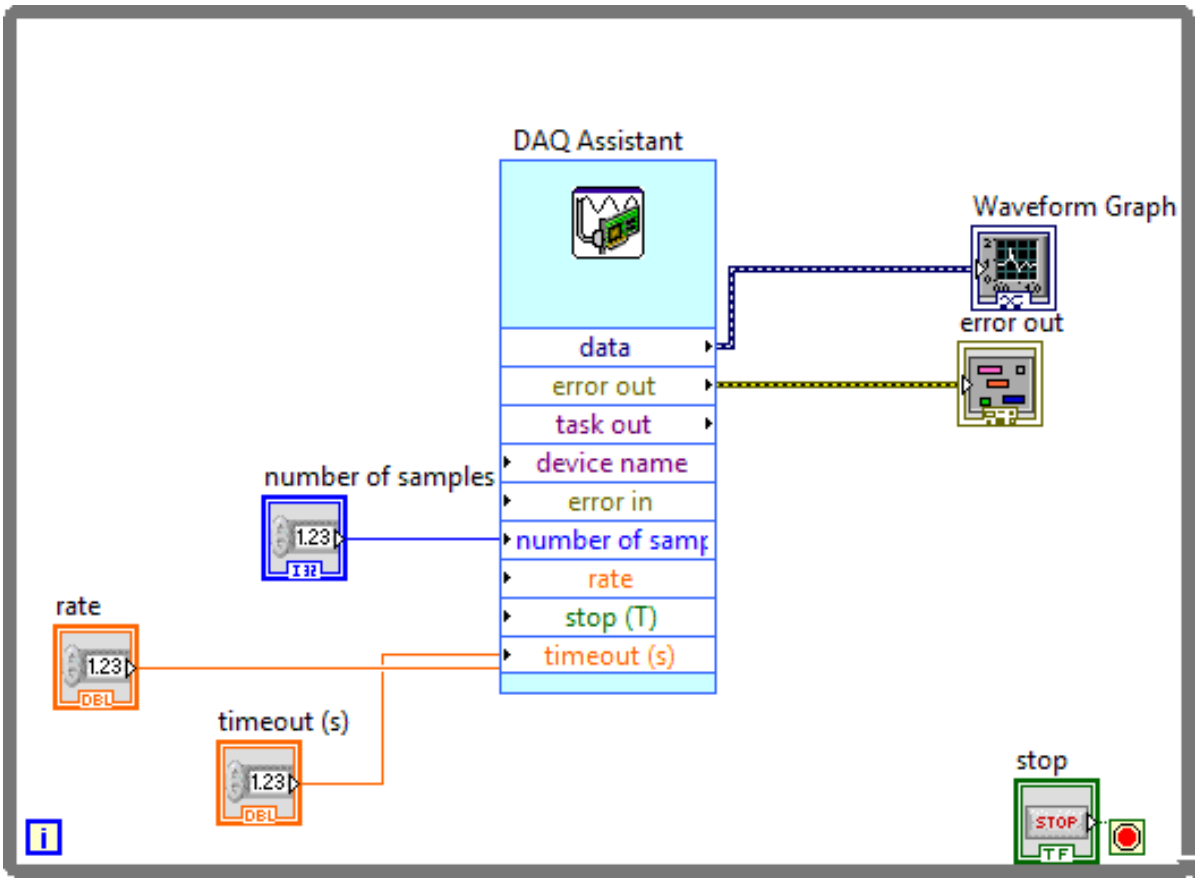


Abbildung 6: Einfaches Oszilloskop mithilfe des ExpressVIs zur Verarbeitung von Daten von Messgeräten.

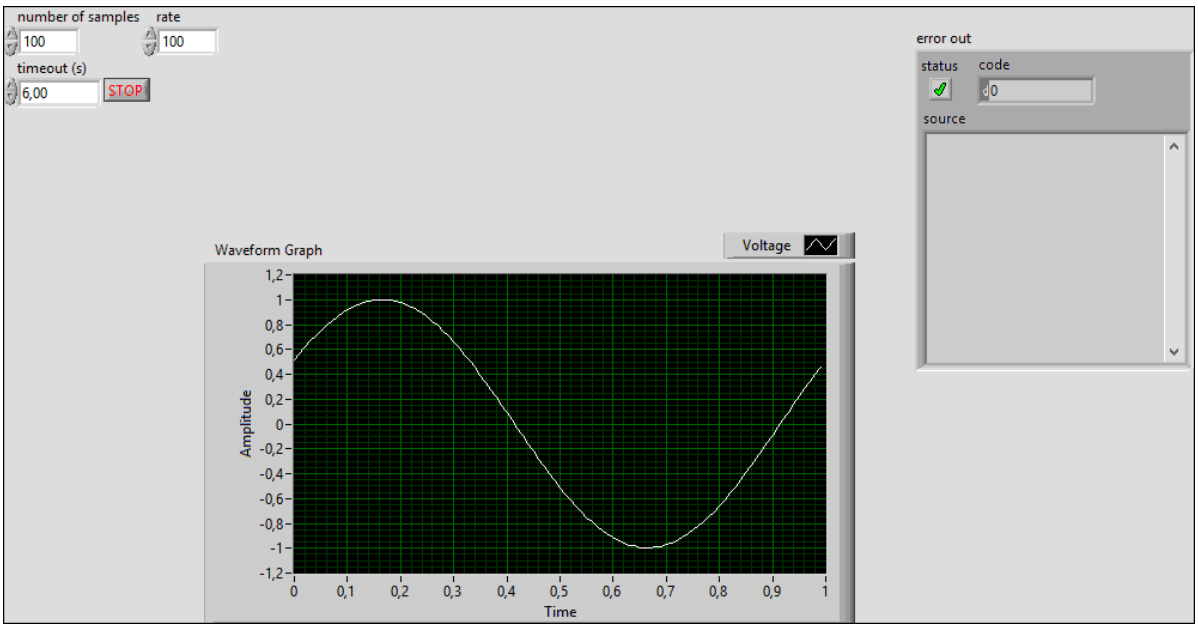


Abbildung 7: Frontplatte des einfachen Oszilloskop mithilfe des ExpressVIs zur Verarbeitung von Daten von Messgeräten. Dabei wurde durch den Funktionsgenerator ein sinusförmiges Signal ausgegeben.

2.2 Fouriertheorem

Gemäß des Fouriertheorems kann jede periodische Funktion als Fourierreihe bzw. Fourierintegral ausgedrückt werden. Dies ist nützlich bei der Zerlegung eines möglicherweise verrauschten Signals in seine Bestandteile. Das grundsätzliche Problem hierbei ist, dass Messprozesse immer zeitlich begrenzt ist, weshalb das Signal nicht bis in die positive und negative Unendlichkeit periodisch sein kann. Dies verursacht den sogenannten „Leakage-Effekt“, auf den in Abschnitt 3.1 näher eingegangen wird.

2.3 Abtasttheorem

Um ein Signal abzutasten, werden im Analog-Digital-Wandler mithilfe einer Sample-and-Hold-Schaltung zeitlich diskrete Messungen durchgeführt. Dies lässt sich als Multiplikation des Signals mit einem Delta-Kamm ausdrücken. Dabei treten Summen- und Differenzfrequenzen der Abtastfrequenz (und deren Oberfrequenzen) und den Frequenzen im Signal auf. Im Frequenzraum ergibt sich hierdurch eine periodische Fortsetzung des Spektrums des ursprünglichen Signals, wobei die Periode der Abtastfrequenz entspricht, wobei auch die Differenzfrequenzen auftauchen. Wenn die Abtastfrequenz hinreichend groß ist, kann man nun mithilfe eines Tiefpasses das Signal herausfiltern. Dazu muss sie allerdings größer als das Doppelte der höchsten im Signal auftretenden Frequenz sein, da sich ansonsten das Spektrum des Signals mit den Differenzfrequenzen der nächsten Periode überlagern. Dies bezeichnet man als Aliasing.

3 Tag 3

3.1 Leakage-Effekt und Fensterfunktion

Wenn die Signalfrequenz kein Vielfaches des Produkts aus Abtastfrequenz und Zahl an Messpunkten pro Messung ist, tritt aufgrund der Endlichkeit des Messprozesses der sogenannte „Leakage-Effekt“ auf. Dieser verursacht eine Verbreiterung des Peaks der Signalfrequenz im Frequenzbild. Dies ist in Abb. 8 dargestellt.

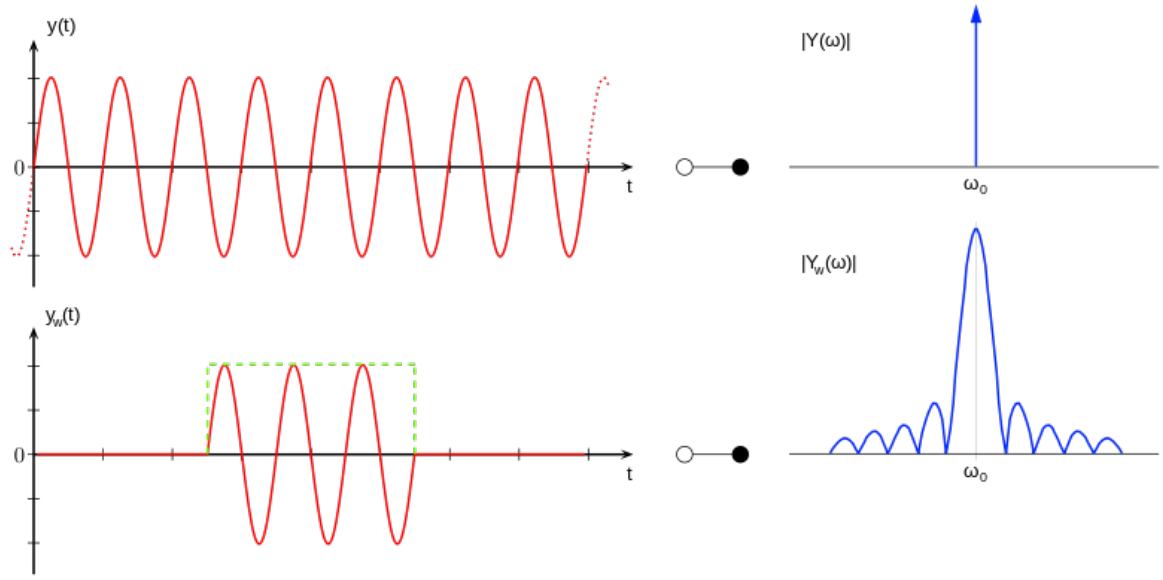


Abbildung 8: Zeitlich unlimitierte („ungefensterte“) Sinusschwingung oben und zeitlich limitierte Sinusschwingung unten (limitiert mit Rechteck-Fensterfunktion). Daneben deren Fourier-Transformierten. [1]

Um diesen Effekt zu minimieren können Fensterfunktionen angewendet werden. Im Folgenden wird das „Von-Hann-Fenster“ (auch „Hanning-Fenster“) verwendet.

3.2 Digitales Oszilloskop ohne ExpressVI

Das Oszilloskopprogramm von zuvor wird ersetzt durch eines, dass anstelle des ExpressVIs Konfiguration, Messung und Cleanup getrennt enthält. Dieses ist in Abb. 9 dargestellt, während in Abb. 10 die Frontplatte bei einem Eingangssignal von 600 Hz.

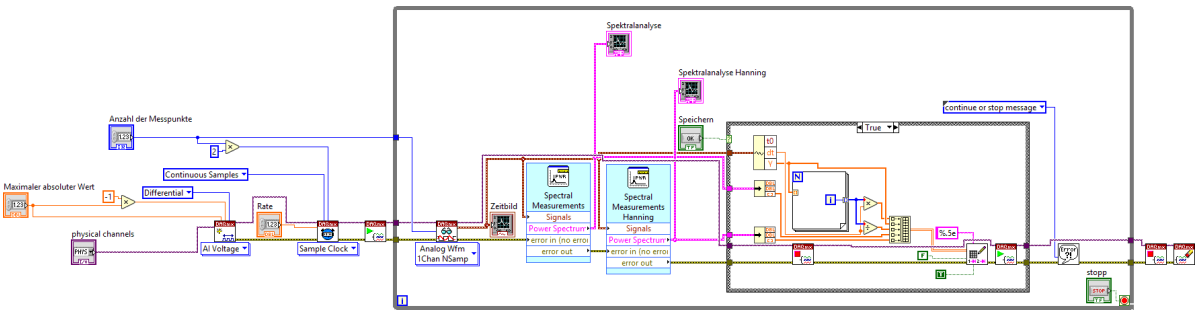


Abbildung 9: Oszilloskopprogramm, das eine Abtastung vornimmt und das Ergebnis im Zeitbild sowie im Frequenzbild mit und ohne Hann-Fenster darstellt. Außerdem ist die Speicherung der Daten in einem Textdokument ermöglicht.

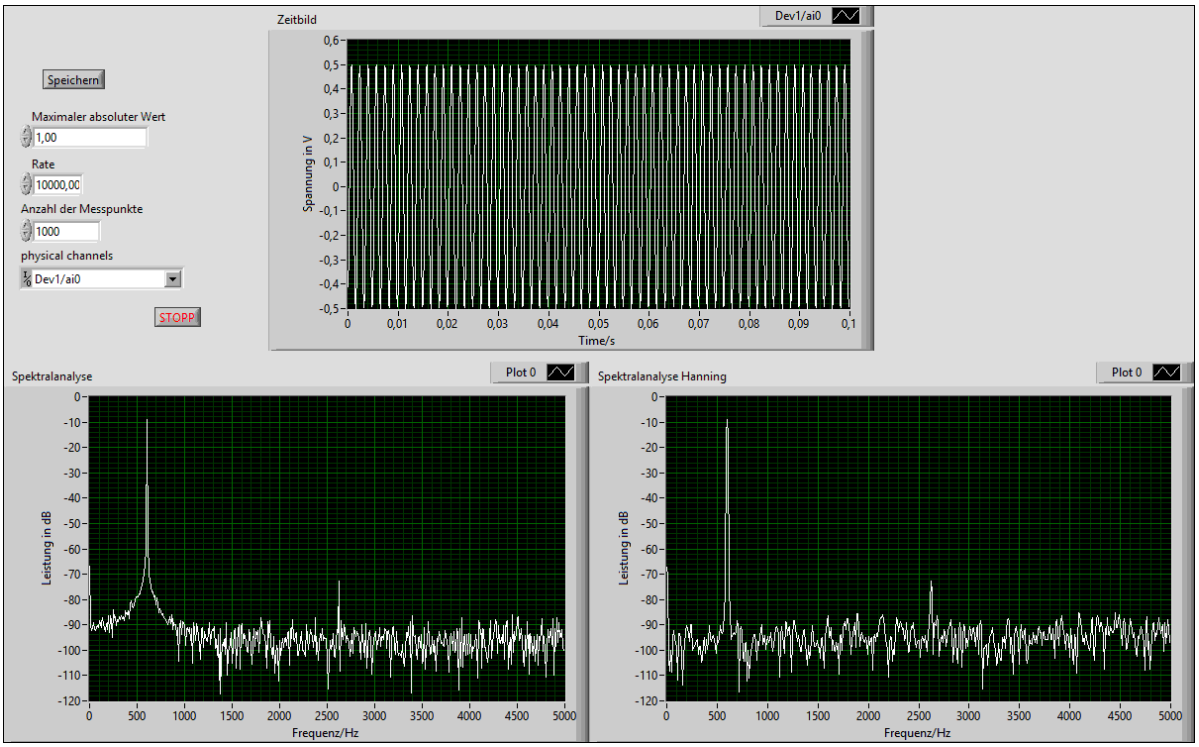


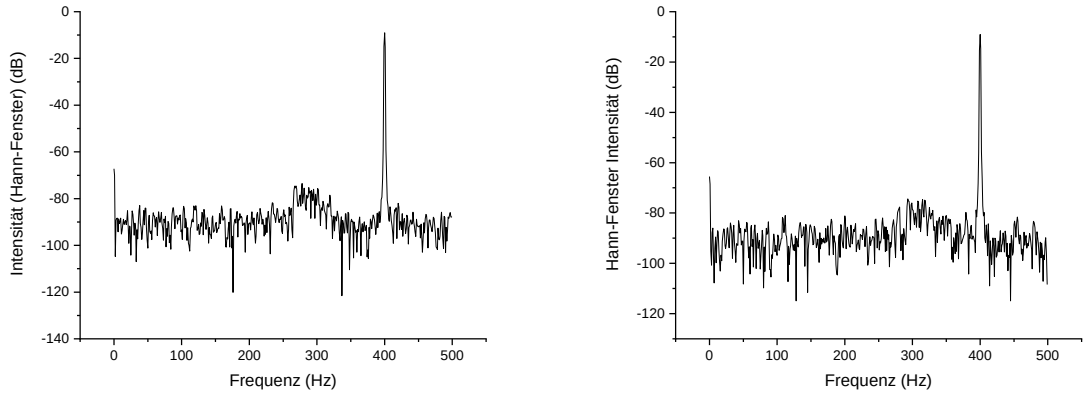
Abbildung 10: Oszilloskopfrontplatte. Dargestellt wird das gemessene Signal im Zeitbild sowie im Frequenzbild mit und ohne Von-Hann-Fenster. Einstellbar ist die Abtastfrequenz, die Anzahl der Messpunkte, der Eingangskanal des Messgerätes und der maximale messbare Wert, wobei der minimale auf das Negative des maximalen gesetzt wird. Mithilfe des Stopp-Knopfes kann das Programm gestoppt werden und mit dem Speichern-Knopf werden die aktuellen Messwerte aus allen drei Diagrammen in eine Textdatei exportiert.

Hierbei wurde ebenfalls die Möglichkeit die aktuellen Messwerte zu speichern eingeführt. Dazu wurden die Strukturen, die in den Diagrammen dargestellt werden in

ihre Bestandteile zerlegt und die Arrays der Y-Werte mit zwei Arrays für fortlaufende Zeit- und Frequenzwerte kombiniert und der Speicherfunktion zugeführt. Der Speichervorgang befindet sich innerhalb eines case-Konstrukts, das ignoriert wird, solange der Speichern-Knopf nicht gedrückt wurde. Außerdem werden Fehlermeldungen einer Fehlerdialogfunktion zugeführt, die dem Nutzer erlaubt bei Fehlern wahlweise das Programm anzuhalten oder weiterlaufen zu lassen. Um ein Volllaufen des Mess-Buffers zu vermeiden, wird dieser doppelt so groß wie die Anzahl der Messpunkte pro Zyklus gewählt.

3.3 Aliasing

Um den Effekt des Aliasings absichtlich herbeizuführen, werden bei einer Abtastfrequenz von 1000 Hz zwei verschiedene Signale abgetastet. Da bei dieser Abtastfrequenz die höchste Frequenz im Signal kleiner als 500 Hz sein muss, ist hierbei zu erwarten, dass ein Signal von 400 Hz korrekt abgetastet wird, während eines mit 600 Hz falsch abgetastet wird. Das Spektrum des abgetasteten Signals bei diesen beiden Signalfrequenzen ist in Abschnitt 3.3 dargestellt.



(a) 400 Hz (b) 600 Hz

Abbildung 11: Mit einer Abtastfrequenz von 1000 Hz abgetastete Signale, deren Frequenz einmal 400 Hz und einmal 600 Hz beträgt, sodass einmal korrekt und einmal falsch abgetastet wird.

Es fällt auf, dass sich zwischen diesen beiden Signalen kein Unterschied erkennen lässt. Dies liegt daran, dass bei einer Signalfrequenz von 600 Hz die eigentliche Signalfrequenz nicht mehr vom idealen Tiefpass übertragen wird, während die Differenzfrequenz von Abtastfrequenz und Signalfrequenz 400 Hz beträgt. Es ist an den beiden Signalen zu erkennen, dass sich ein falsch abgetastetes Signal nicht mehr von einem korrekt abgetasteten Signal bei der entsprechenden Differenzfrequenz unterscheiden lässt. Man stellt fest, dass man vor der Abtastung bereits wissen muss, welche Frequenzen im Signal vorkommen.

3.4 Amplitudenmodulierte Signale

3.4.1 Erzeugung eines amplitudenmodulierten Signals

Es soll nun ein amplitudenmoduliertes Signal (auch als AM-Signal bezeichnet) erzeugt werden und über die Soundkarte des verwendeten PCs ausgegeben werden. Dabei wird das Signal der Soundkarte wieder auf den Analog-Digital-Wandler gegeben und mit dem zuvor erstellten Oszilloskopprogramm verarbeitet. In Abb. 12 ist das dazu verwendete LabView-Programm dargestellt. Moduliert werden soll die Überlagerung zweier Signale mit einstellbarer Frequenz und Amplitude. Auch Trägerfrequenz und Modulationsgrad soll einstellbar sein. Die Amplitudenmodulation lässt sich durch die Gleichung

$$S_{AM}(t) = S_T(1 + m \cdot s(t)) \cdot \cos(2\pi f_T t) \tag{7}$$

beschreiben. Da die Überlagerung von zwei sinusförmigen Signalen beliebiger aber fester Frequenz moduliert werden soll gilt:

$$s(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t) \ . \tag{8}$$

Diese beiden Gleichungen sollen im Folgenden durch Operationen auf Arrays realisiert und als Audiosignal ausgegeben werden. Dazu wird das in Abschnitt 1.1 erstellte Programm verwendet, um Arrays von Sinusfunktionen zu erstellen. Diesem wird in jedem Fall die Phase 0 zugeführt und 44100 Stützstellen gewählt, weil dies der Abtastrate bei CDs entspricht. Dem Programm wird zunächst eine Amplitude von 1 gegeben und dann werden alle Array-Elemente mit der gewählten Amplitude multipliziert. Dies hängt lediglich damit zusammen, dass zuvor im Sinus-erstellenden Programm ein Fehler vorhanden war, der dies nötig machte (vgl. Abschnitt 1.1). In Abb. 12 ist zu erkennen, dass zunächst zwei Sinus-Arrays erstellt werden, für die jeweils eine Signalfrequenz und -amplitude gewählt werden. Die beiden resultierenden Arrays werden addiert, mit dem Modulationsgrad multipliziert und dann mit dem Array der Trägerfrequenz multipliziert. Dieses wurde zuvor in gleicher Art und Weise mit dem Sinus-Programm bei der einstellbaren Trägerfrequenz erstellt. Für die Amplitude des Trägersignals wird der Kehrwert der maximalen Signalamplitude gewählt, damit die resultierende Amplitude immer auf 1 liegt, da die Soundkarte höhere Werte nicht verarbeitet. Das resultierende Array wird im Zeit- und Frequenzbild dargestellt und dann mithilfe der entsprechenden VIs über die Soundkarte ausgegeben. Hierfür wird die Abtastrate von 44 100 Hz, die Anzahl der Kanäle von 1 und Außerdem wird das Element zur Ausgabe von Fehlern verwendet, dass es erlaubt, das Programm beim Auftreten von Fehlern wahlweise zu beenden oder weiterlaufen zu lassen und das Signal in jedem Schleifendurchlauf

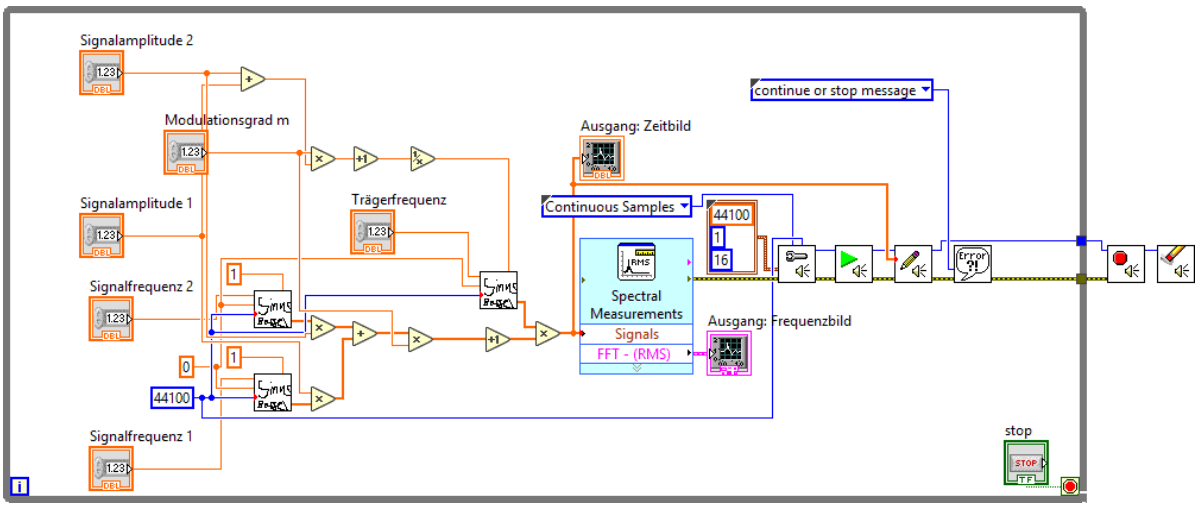


Abbildung 12: Blockdiagramm des Programms zur Erzeugung eines amplitudenmodulierten Signals und Ausgabe dessen über die Soundkarte.

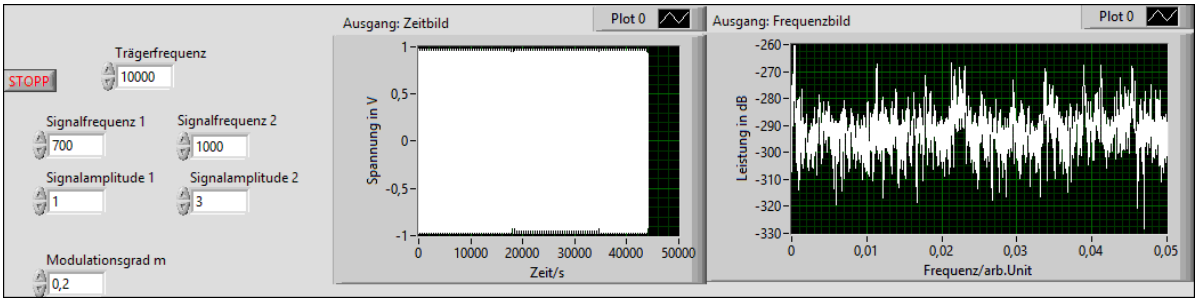


Abbildung 13: Frontplatte des Programms zur Erzeugung eines amplitudenmodulierten Signals und Ausgabe dessen über die Soundkarte.

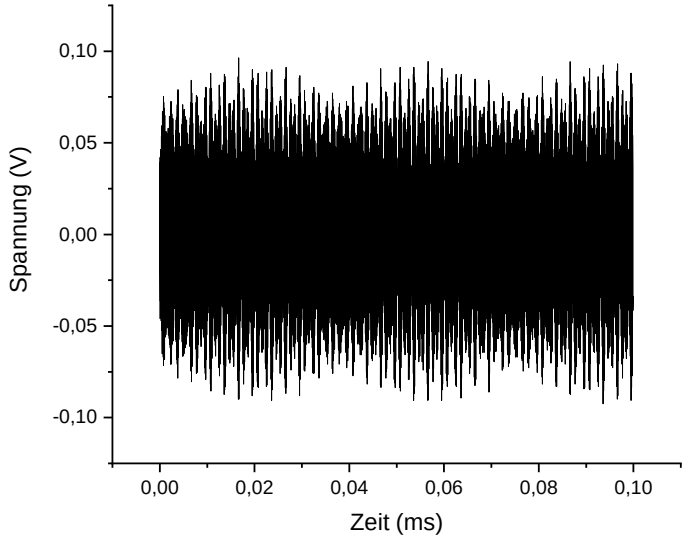


Abbildung 14: Ausgabe des Oszilloskopprogramms im Zeitraum bei Erfassung des amplitudenmodulierten Signals, das mittels der Soundkarte ausgegeben wird.

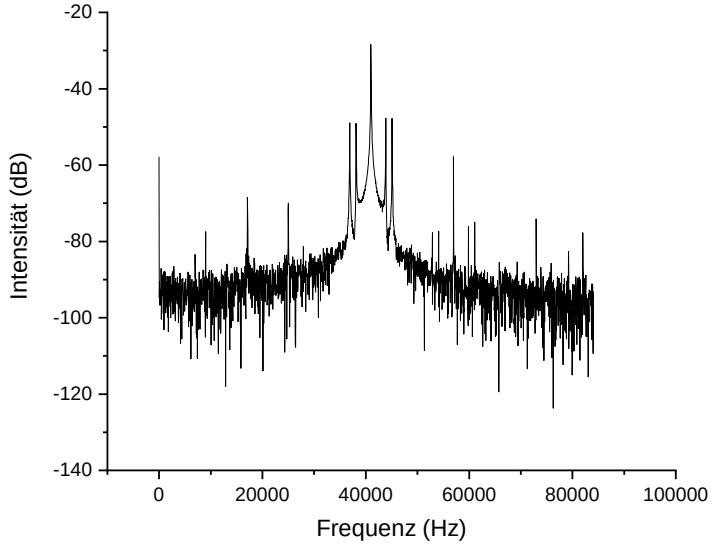


Abbildung 15: Ausgabe des Oszilloskopprogramms im Frequenzraum bei Erfassung des amplitudenmodulierten Signals, das mittels der Soundkarte ausgegeben wird.

3.4.2 Demodulation eines AM-Signals durch Quadrieren und Betragsbildung

Um nun das amplitudenmodulierte Signal im Oszilloskopprogramm wieder demodulieren zu können, wird ein Case-Konstrukt eingeführt, welches nach Auswahl des Benutzers wahlweise das Signal nicht demoduliert, mit sich selbst multipliziert oder den Betrag des Signals bildet, da in den letzten beiden Fällen unter anderem wieder die Ursprungsfrequenzen vorliegen. Nach diesem Schritt wird das Signal im Zeit- und Frequenzbild dargestellt und danach zusätzlich durch einen Tiefpass geführt, der auftretende höhere Frequenzen herausfiltert, und dann erneut im Zeit- und Frequenzbild dargestellt. Außerdem wird die Speicherung von zuvor erweitert, sodass das Signal vor der Demodulation, vor dem Tiefpass und nach diesem gespeichert werden kann. Das fertige Programm ist in Abb. 16 und die zugehörige Frontplatte in Abb. 17 dargestellt.

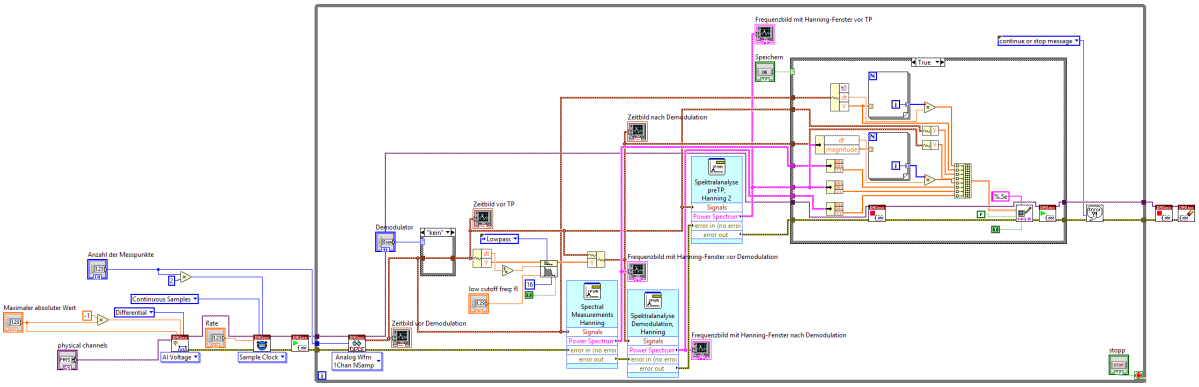


Abbildung 16: Blockdiagramm des Programms zur Demodulation und Darstellung eines amplitudenmodulierten Signals.

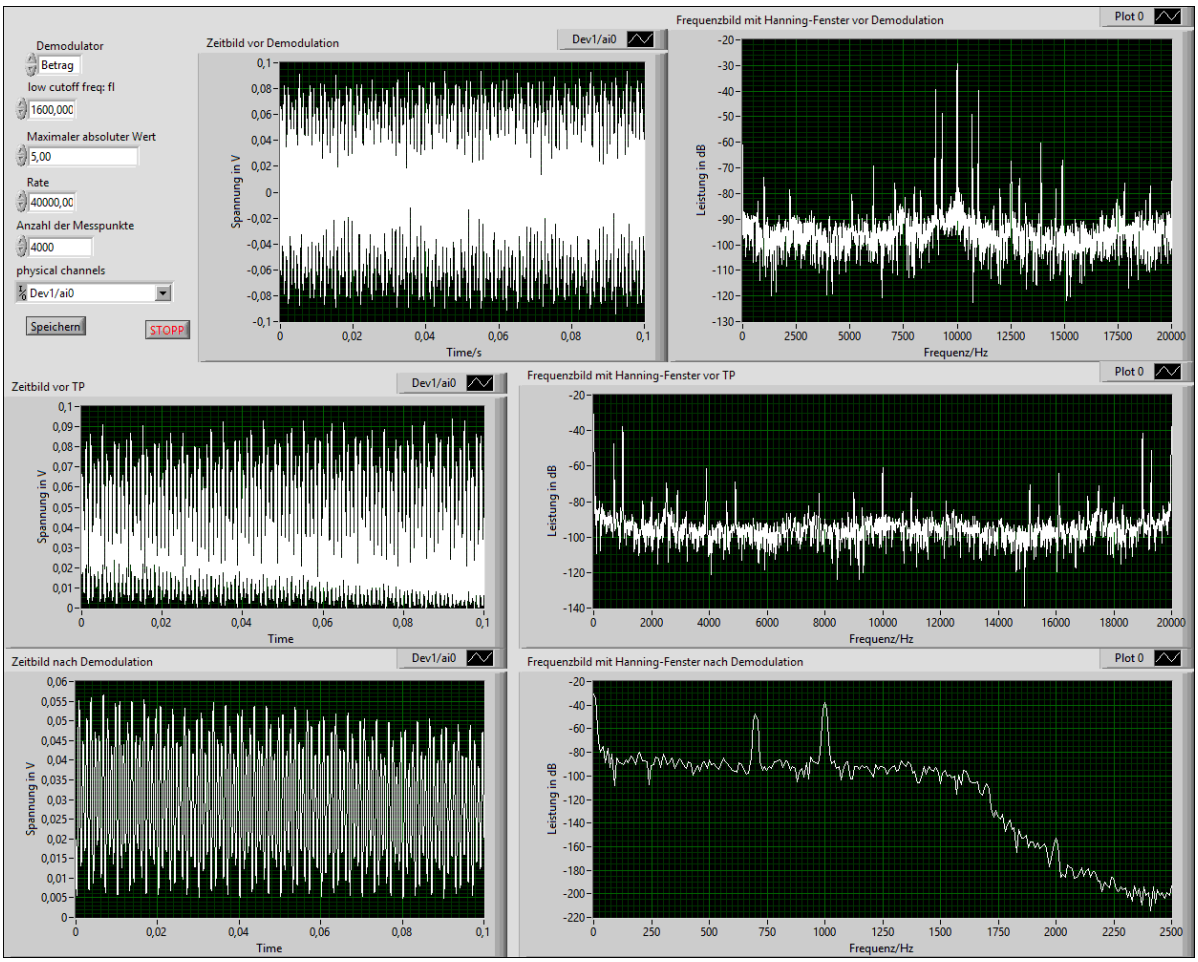


Abbildung 17: Frontplatte des Programms zur Demodulation und Darstellung eines amplitudenmodulierten Signals. Einstellbar ist die Art der Demodulation (keine, Quadrieren, Betragsbildung), die Grenzfrequenz des Tiefpasses nach der Demodulation, maximal messbarer Wert, Messfrequenz, Anzahl der Messpunkte pro Messdurchgang und Eingangskanal, an dem der Analog-Digital-Wandler angeschlossen ist. Die Grafiken zeigen jeweils im Zeit- und Frequenzbild (mit Hanning-Fensterfunktion) das Signal vor, nach und während der Demodulation. Die aktuellen Punkte in allen sechs Grafiken können in einer Textdatei gespeichert werden.

4 Tag 4

4.1 Demodulation eines AM-Signals mittels Trägerfrequenzmultiplikation

Das allgemeine Ziel dieses Abschnitts ist die Demodulation des über die Computer-Soundkarte gemessenen amplitudenmodulierten Signals unter Zuhilfenahme der Multi-

plikation mit der Trägerfrequenz. In der mathematischen Theorie führt das Multiplizieren der amplitudenmodulierten Signal-Funktion mit der Schwingungsfunktion, welche lediglich der Trägerfrequenz des AM-Signals unterliegt, dazu, dass sich mit dem passenden Additionstheorem als Ergebnis eine additive Aneinanderreihung von Schwingungstermen unterschiedlichster Frequenzen bildet. Letztere lassen sich unter Verwendung einer Fourier-Transformation im Frequenzspektrum dieses neu gewonnenen Schwingungsterms betrachten. Neben den diversen Peaks an Stellen mit vergleichsweise hohen Frequenzen, befinden sich darin ebenfalls Peaks bei relativ niedrigen Frequenzwerten.

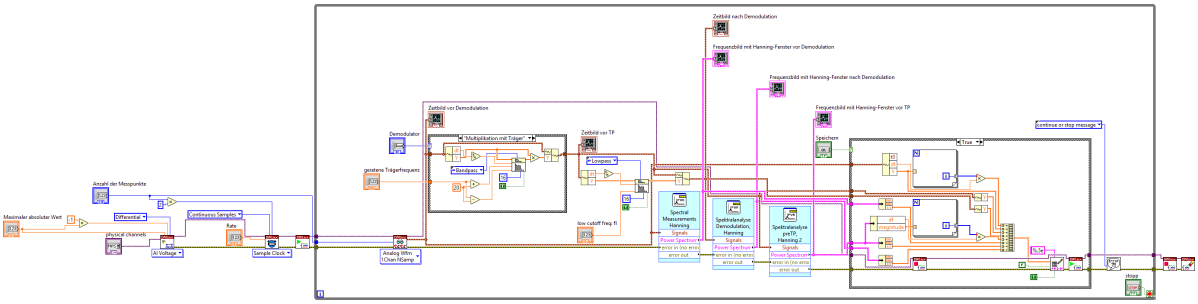


Abbildung 18: Die Abbildung zeigt das LabVIEW-Blockdiagramm bzw. den Programmcode zur Demodulation eines über die Computer-Soundkarte gemessenen amplitudenmodulierten Signals mittels Trägerfrequenzmultiplikation.

Demnach handelt es sich um ein breites Frequenzspektrum, in dem man sogar die Frequenz(en) des modulierten, ursprünglichen Signals deutlich erkennen kann. Von einem theoretischen Standpunkt aus ist die komplette Demodulation des AM-Signals damit abgeschlossen. Zusätzlich lassen sich durch einen Tiefpass mit hinreichend großer Grenzfrequenz die hohen Frequenzanteile aus dem Spektrum herausfiltern, sodass letztendlich nur noch die besagten Frequenzen des amplitudenmodulierten Ursprungssignals übrig bleiben.

Dieses Verfahren soll nun in ein LabVIEW-Programm übertragen werden, dessen dazugehöriger Programmcode in 18 zu sehen ist. Voraussetzung ist dabei das in Abschnitt 3.4.2 bereits erstellte Programm. Alle zuvor eingefügten Methoden zur Demodulation („Quadrat“ und „Betrag“) sollen frei auswählbar bleiben. Dafür wird zunächst die Demodulator-Case-Konstruktion um eine weitere Option mit dem Namen „Multiplikation mit Träger“ ergänzt und somit ein neues, ausfüllbares Case-Feld erzeugt. Darin werden diverse, später näher beschriebene Blockdiagrammobjekte angelegt, welche die Demodulation des über die Computer-Soundkarte gemessenen AM-Signals umsetzten. Zuerst muss hierbei vom Nutzer die Trägerfrequenz des amplitudenmodulierten Signals geraten werden. Dazu wird sowohl ein weiteres Bedienelement auf dem Frontpanel hinzugefügt als auch ein entsprechendes Blockdiagrammobjekt im Programmcode erstellt.

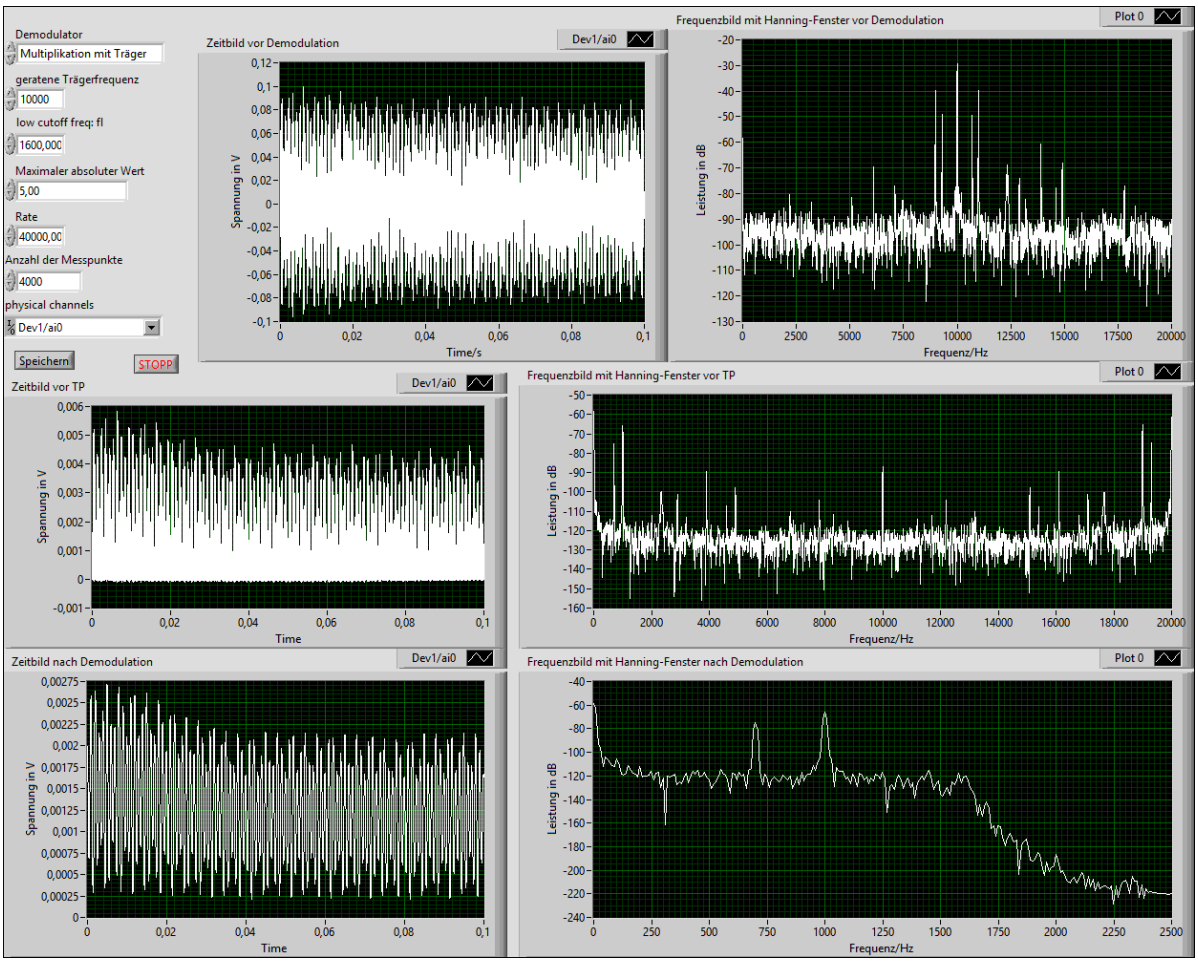


Abbildung 19: Die Abbildung veranschaulicht die LabVIEW-Benutzeroberfläche bzw. das LabVIEW-Frontpanel des Programms zur Demodulation eines über die Computer-Soundkarte gemessenen AM-Signals mittels Trägerfrequenzmultiplikation. Alle sechs Anzeige- bzw. Ausgabeelemente zeigen in zweidimensionalen, kartesischen Diagrammen das an bestimmten Stellen des Bearbeitungsprozesses abgegriffene AM-Signal, jeweils im Zeitbild und im Frequenzbild mit Hanning-Fenster. Die beiden oberen Diagramme stellen das über die Computer-Soundkarte gemessene AM-Signal vor der Demodulation dar. In den beiden mittleren Diagrammen sieht man das Ergebnis der Demodulation des amplitudenmodulierten Signals ohne Tiefpassfilterung. Die unteren beiden Diagramme veranschaulichen das demodulierte AM-Signal nach der Tiefpassfilterung.

Mit einem Bandpass sechzehnter Ordnung soll die geratene Trägerfrequenz aus dem Frequenzspektrum des AM-Signals herausgefiltert werden. Die obere bzw. untere Grenzfrequenz des Bandpassfilters bildet der geratene Trägerfrequenzwert zuzüglich bzw. abzüglich einem Wert von 20 Hz. Dieser 20 Hz-Wert ist hinreichend groß gewählt, um einerseits Überlappungen mit anderen Frequenz-Peaks zu vermeiden und andererseits die Gesamt-

heit des Trägerfrequenz-Peaks zu erfassen. Es wird also ein Bereich von ±20 Hz um die Trägerfrequenz „herausgeschnitten„. Die dazugehörige Schwingungsfunktion wird nun mit dem unveränderten, gemessenen amplitudenmodulierten Signal multipliziert. Das Ergebnis dieser Operation ist, wie zuvor im Theorie-Teil erwähnt, ein breites Frequenzspektrum mit zahlreichen Peaks an unterschiedlich hohen und niedrigen Frequenzwerten, was im rechten, mittleren Diagramm in Abb. 19 erkennbar ist. Überdies sind in Abb. 19 noch fünf weitere Anzeigeelemente in Diagramm-Form dargestellt: Die beiden Oberen zeigen das über die Computer-Soundkarte gemessene amplitudenmodulierte Signal ohne Demodulation, zum einen im Zeitbild und zum andern im Frequenzbild. Im linken, mittleren Anzeigeelement ist ein Diagramm zu sehen, in dem der zeitliche Signalverlauf nach der Durchführung der Trägerfrequenzmultiplikation und somit auch nach der kompletten Demodulation veranschaulicht ist. Die beiden unteren Anzeigeelemente stellen, sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbild, das demodulierte AM-Signal nach der bereits im Theorie-Teil angesprochenen Tiefpassfilterung dar. Genauso wie in Abschnitt 3.4.2 findet die Tiefpassfilterung außerhalb der Demodulator-Case-Konstruktion statt. Dabei bedarf es eines zusätzlichen Bedienelements auf dem Frontpanel sowie eines dazugehörigen Blockdiagrammobjekts im Programmcode, um die entsprechende Grenzfrequenz für den Tiefpass festzulegen. Diese liegt in Abb. 19 bei 1.600 Hz. Zudem befinden sich auf der Benutzeroberfläche in Abb. 19 sämtliche Bedien- bzw. Eingabeelemente oben links.

Das für den in Abb. 19 gezeigten Programmdurchlauf verwendete Ursprungssignal, welches in Abschnitt 3.4.1 amplitudenmoduliert wurde und dieselbe Gestalt wie in Gleichung (8) besitzt, wird unter anderem durch die Frequenzen $f_1 = 700\,\text{Hz}$ und $f_2 = 1.000\,\text{Hz}$ bestimmt. Dies lässt sich insbesondere anhand der Bedienelemente-Einstellung des Frontpanels in Abb. 13 nachvollziehen. Die Demodulation des über die Computer-Soundkarte gemessenen amplitudenmodulierten Signals mittels Trägerfrequenzmultiplikation und die anschließende Tiefpassfilterung führten schlussendlich zu dem Frequenzbild, was unten rechts auf der Benutzeroberfläche in Abb. 19 dargestellt ist. Dieses Frequenzspektrum weist zwei deutliche Peaks bei 700 Hz und 1.000 Hz auf, welche genau den f_1- und f_2-Werten des Ursprungssignals entsprechen. Daher kann man als Fazit sagen, dass es sich wohl um eine erfolgreich funktionierende Amplitudenmodulation sowie Demodulation handelt. Anzumerken ist noch, dass bei einem größer gewählten Modulationsgrad m in Gleichung (7) die Peaks im Frequenzspektrum bei den eingestellten f_1- und f_2-Werten höher ausfallen und damit leichter zu erkennen sind.

4.2 Erzeugung eines phasen- bzw. frequenzmodulierten Signals

In diesem Abschnitt soll ein LabVIEW-Programm entstehen, welches ein Signal der in Gleichung (8) präsentierten Form zunächst wahlweise phasen- oder frequenzmoduliert und anschließend über die Soundkarte des verwendeten PCs ausgibt.

Der daraus hervorgehende Programmcode ist in Abb. 20 und Abb. 23 aufgeführt. Bei der dazugehörigen Benutzeroberfläche, welche unter anderem in Abb. 21, Abb. 22 sowie Abb. 24 dargestellt ist, befinden sich alle Bedien- bzw. Eingabeelemente auf der linken und alle Anzeige- bzw. Ausgabeelemente auf der rechten Seite. In diesem Fall handelt es sich bei den Anzeigeelementen um zwei Diagramme, die das phasen- oder

frequenzmodulierte Signal, je nachdem welche Modulationsart ausgewählt ist, zum einen im Zeit- und zum andern im Frequenzbild anzeigen.

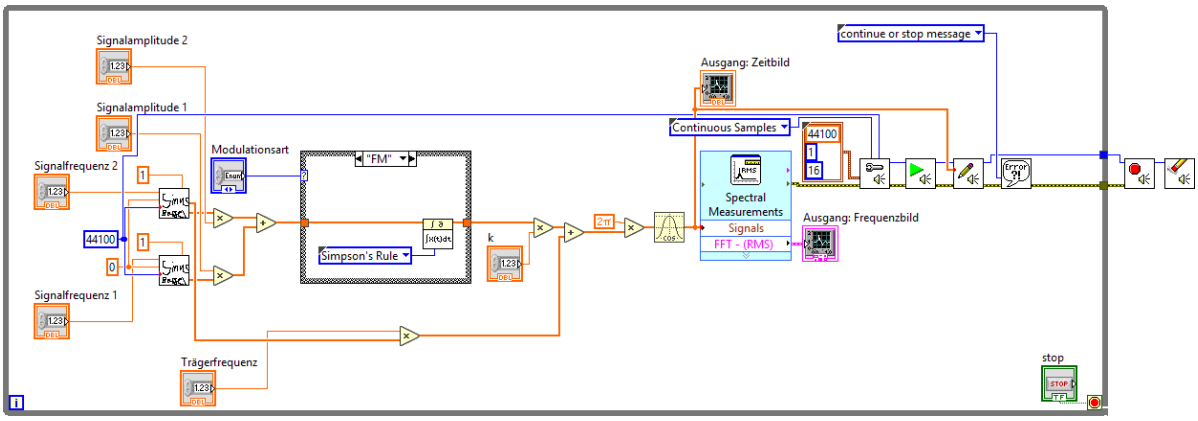


Abbildung 20: In dieser Abbildung ist das LabVIEW-Blockdiagramm bzw. der Programmcode zu sehen, mit dem ein (Ursprungs-)Signal zuerst wahlweise phasen- oder frequenzmoduliert und anschließend über die Computer-Soundkarte ausgeben wird.

Die Blockdiagrammobjekte, welche die Ausgabe über die Computer-Soundkarte realisieren, liegen rechtsseitig im Programmcode und teilweise außerhalb der While-Schleife. Deren Anordnung und Funktionsweise ist die gleiche wie beim LabVIEW-Programm in Abschnitt 3.4.1. Genauso wie in Abb. 12 aus Abschnitt 3.4.1 sieht man auf der linken Seite des Programmcodes zunächst die Erzeugung des (Ursprungs-)Signals $s(t)$ gemäß Gleichung (8). Weiterhin ist dabei die zusätzliche, aufgrund des in Abschnitt 1.1 aufgetretenen Programmierfehlers notwendige Amplitudenmultiplikation zu beachten. Außerdem soll $N = 44.100$ gelten. Da der Vorgang der $s(t)$-Konstruktion komplett identisch zu der in Abschnitt 3.4.1 bereits ausführlich beschriebenen Vorgehensweise ist, wird an dieser Stelle nicht weiter auf die (Ursprungs-)Signalentstehung eingegangen. Zwischen den Blockdiagrammobjekten zur Benutzeroberflächenkonfiguration und der (Ursprungs-)Signalentstehung findet im Programmcode die Modulation des Signals statt. Durch das Hinzufügen einer Case-Konstruktion kommt die Auswahlmöglichkeit zwischen Frequenz- und Phasenmodulation zustande. Dazu werden zwei Case-Optionen mit den jeweiligen Markierungen „FM“ und „PM“ erstellt.

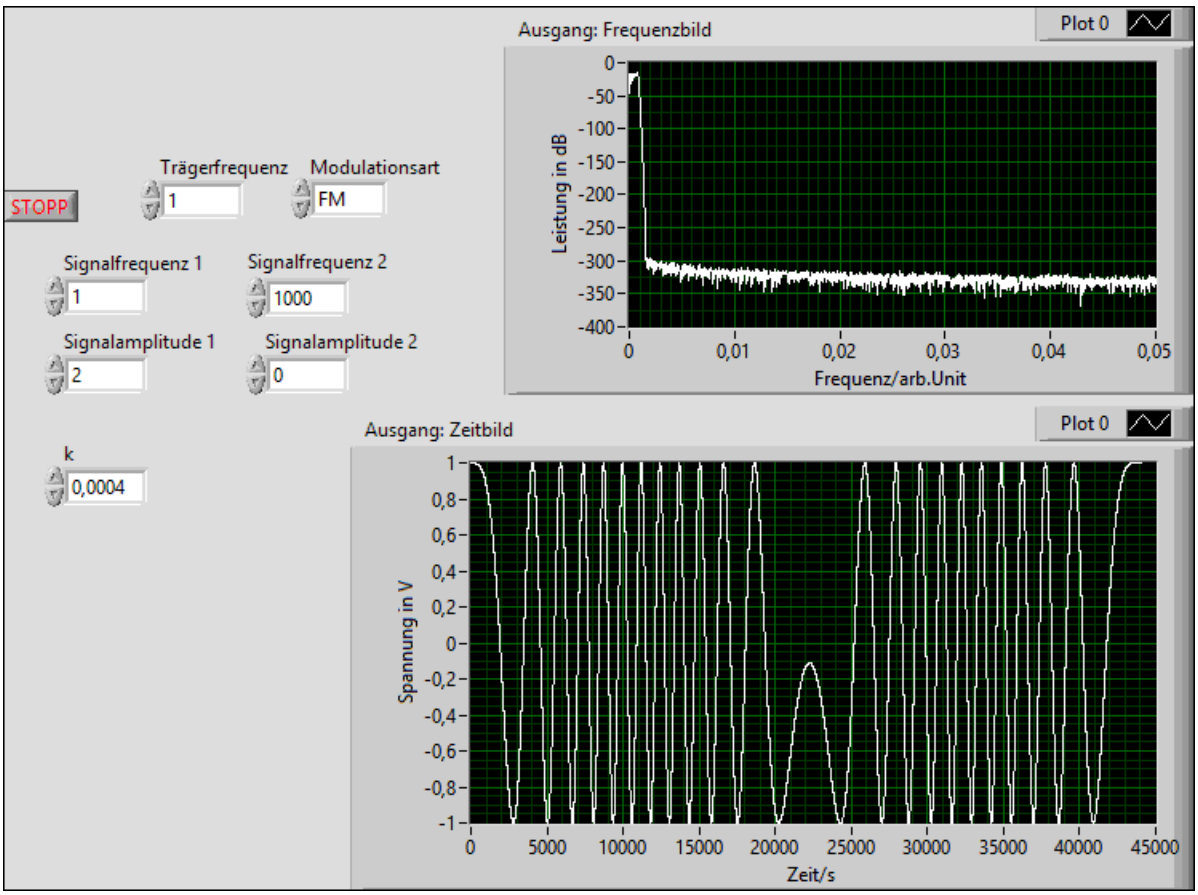


Abbildung 21: Die Abbildung zeigt das Frontpanel bzw. die Benutzeroberfläche des LabVIEW-Programms zur Umsetzung der Frequenzmodulation. Der hierbei verwendete k-Wert ist relativ klein. Allgemein besteht mit dem entsprechenden, sich oben auf dem Frontpanel befindenden Bedienelement die Möglichkeit die Art der Modulation auszuwählen: Entweder Frequenzmodulation (Abkürzung: FM) oder Phasenmodulation (Abkürzung: PM).

Die zwei dadurch erscheinenden, zunächst freien sowie ausfüllbaren Case-Felder sollen somit jeweils der Frequenzmodulation und der Phasenmodulation zur Verfügung stehen. Der Wechsel zwischen diesen beiden erfolgt durch ein mit dem Namen „Modulationsart“ gekennzeichnetes Bedienelement auf der Benutzeroberfläche samt dazugehörigem Controler an der entsprechenden Stelle im Programmcode.

Im Folgenden wird zwischen Frequenz- und Phasenmodulation unterschieden.

Die Frequenzmodulation des (Ursprungs-)Signals $s(t)$ soll gemäß der Gleichung

$$S_{FM}(t) = \cos(2\pi(f_0 t + k \cdot \int s(t)dt)) \tag{9}$$

geschehen, wobei t die Zeit, f_0 die sogenannte Trägerfrequenz und k eine beliebige Konstante ist. Am Programmcode in Abb. 20 lässt sich die unter Verwendung der von LabVIEW zur Verfügung gestellten numerischen Operationen, Funktionen und Konstanten erfolgte Umsetzung dieser Formel betrachten.

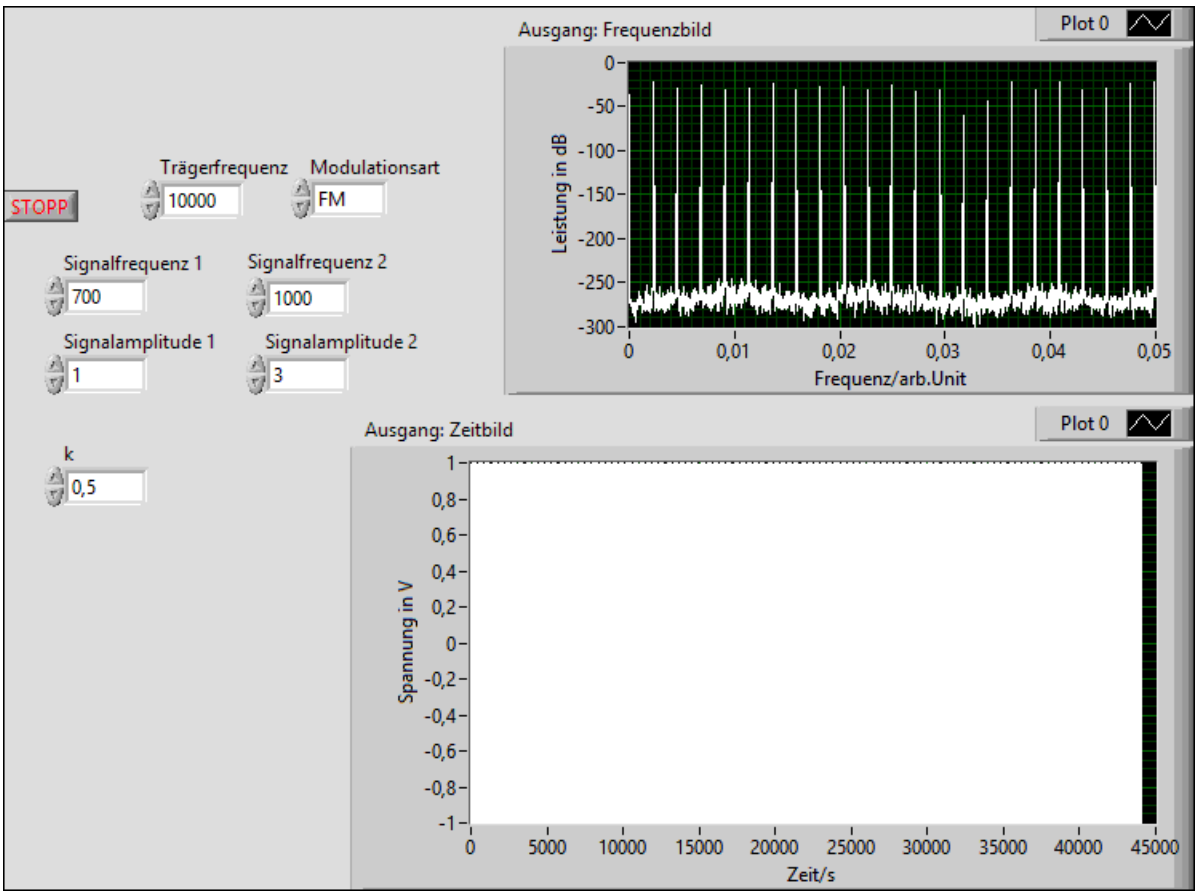


Abbildung 22: In der Abbildung ist das Frontpanel bzw. die Benutzeroberfläche des LabVIEW-Programms zur Realisierung der Frequenzmodulation zu sehen. Der dabei betrachtete k-Wert ist vergleichsweise groß.

Unter anderem können die dafür benötigten t-Werte, welche nach Gleichung (2) für alle $i = 0, 1, 2, ..., 44.100$ gegeben sind, am Ausgangsanschluss des aus Abschnitt 1.1 stammenden, Sinus-erstellenden Programms abgegriffen werden. Das dazugehörige Blockdiagrammobjekt befindet sich im linken Programmcode-Bereich, welcher der (Ursprungs-)Signalerzeugung dient. Durch zusätzliche Controler und entsprechende Bedienelemente auf dem Frontpanel wird die Eingabe der Gleitkommazahlenwerte für f_0 und k realisierbar. Innerhalb des für die Frequenzmodulation reservierten, freien, ausfüllbaren Case-Feldes („FM“) wird die in Gleichung (9) auftretende Integration von $s(t)$ ermöglicht. Dabei wird auf die Simpsonregel („Simpson's Rule“) zurückgegriffen, da diese im Vergleich zu anderen bekannten Verfahren der numerischen Integration am effizientesten ist.

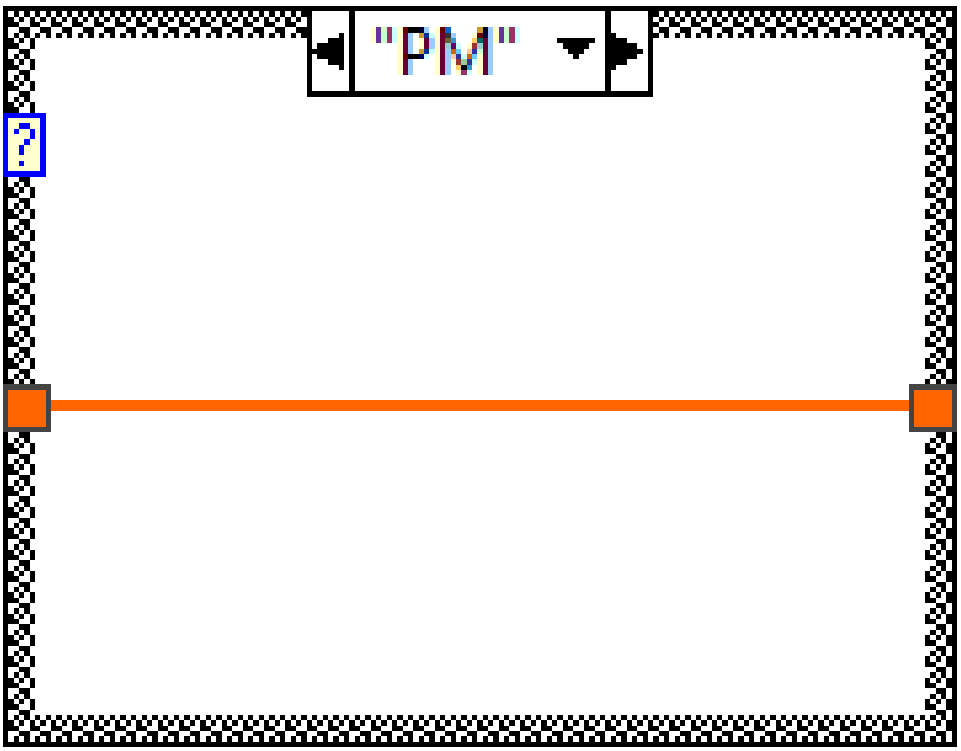


Abbildung 23: Es ist der in Abb. 20 nicht sichtbare Teil des LabVIEW-Programmcodes dargestellt, der notwendig ist, um die Art der Modulation auf der Benutzeroberfläche des Programms auszuwählen zu können. Bei diesem hier abgebildeten Programmcodeteil handelt es sich um eine weitere Option in der Case-Konstruktion, welche darauf abzielt die Phasenmodulation zu ergänzen.

Die gesamte Berechnung (FM-/PM-Modulation sowie (Ursprungs-)Signalerzeugung) und der Großteil der Signalausgabe finden in einer While-Schleife statt, was auch aus Abb. 20 hervorgeht. Ebenso wie bei den zuvor behandelten Abschnitten ist der While-Schleife ein „Stopp“-Knopf beigefügt, um das Programm bei Bedarf anhalten zu können.

Vergleicht man die Diagramme des frequenzmodulierten Signals in Abb. 21 mit denen aus Abb. 22, so lässt sich feststellen, dass im Zeitbild die tausendfach höhere Trägerfrequenz deutlich zum Tragen kommt, sodass zahlreiche Nulldurchgänge stattfinden. Der Graph erscheint daher wie ein „weißer Block“ aus Linien. Der Vergleich der beiden Frequenzbilder legt die Vermutung nahe, dass die Vergrößerung des k-Wertes zu schärfer definierten Peaks im Frequenzspektrum führt.

Phasenmoduliert man das Ursprungssignal $s(t)$, so nimmt das daraus entstehende Signal $S_{PM}(t)$ die Form

$$S_{PM}(t) = \cos(2\pi(f_0 t + k \cdot s(t))) \tag{10}$$

an. Dabei bildet f_0 die Trägerfrequenz und t die Zeit. k ist ein fester, aber beliebig wählbarer Faktor. Aufgrund der Ähnlichkeit von Gleichung (10) zu Gleichung (9), ver-

läuft auch die Realisierung der Phasenmodulation als LabVIEW-Programm ähnlich zur Programm-Umsetzung der Frequenzmodulation.

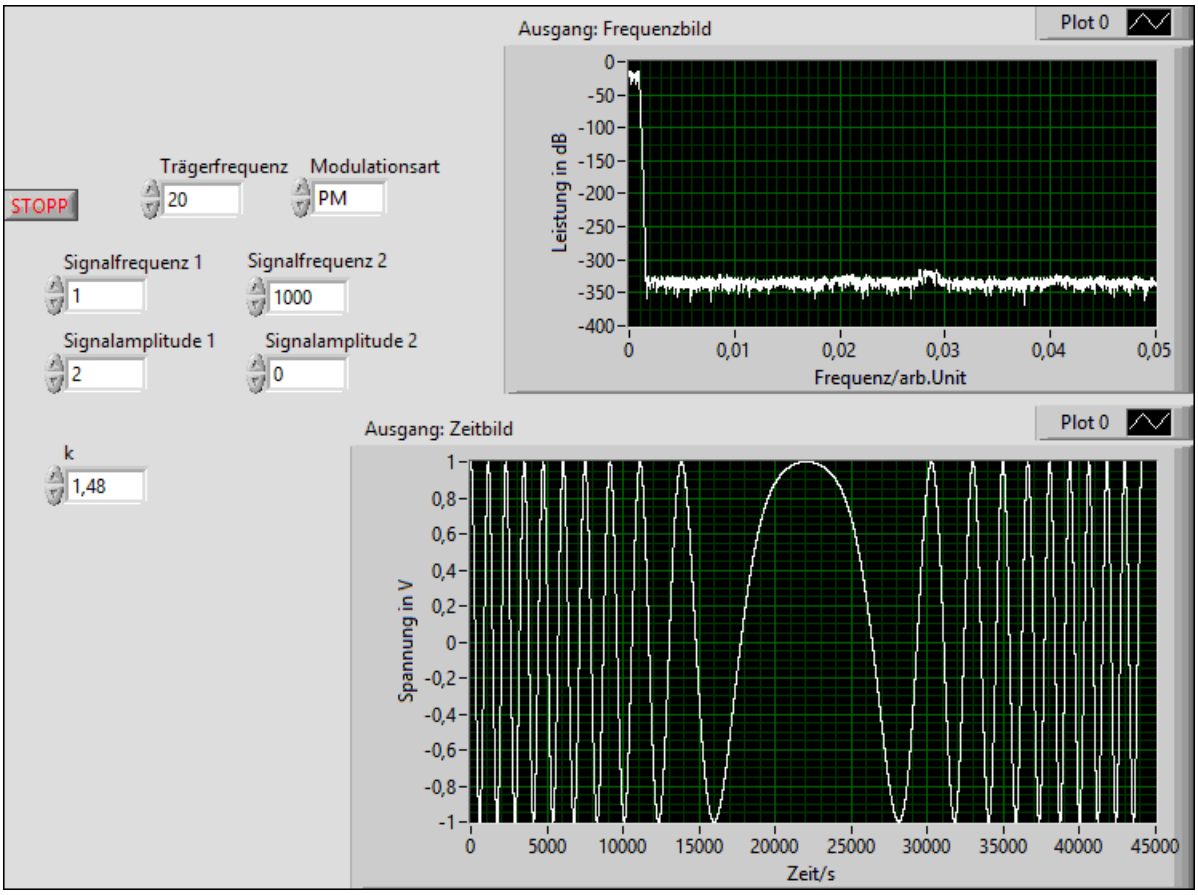


Abbildung 24: Die Abbildung zeigt das Frontpanel bzw. die Benutzeroberfläche des LabVIEW-Programms zur Realisierung der Phasenmodulation.

Daher besteht lediglich die Notwendigkeit das für die Phasenmodulation reservierte, freie, ausfüllbare Case-Feld passend zu besetzen. Wie im Programmcode in Abb. 23 zu erkennen, wird hierbei die Leitung direkt durch das Case-Feld gezogen, ohne das übertragene Signal zu bearbeiten oder zu verändern. In Kombination mit der bereits durch die Frequenzmodulation existierenden Programm-Struktur ist damit die Umsetzung der Phasenmodulation abgeschlossen. Das sich ergebene, phasenmodulierte Signal $S_{PM}(t)$ bzw. $\tilde{S}_{PM}(f)$ ist in den beiden Diagrammen auf der Benutzeroberfläche des Programms aus Abb. 24 dargestellt.

Hinweis: Bei diesem LabVIEW-Programm zur Erzeugung von phasen- und frequenzmodulierten Signalen ist zu beachten, dass zwischen den k-Werten der Frequenzmodulation und den k-Werten der Phasenmodulation stets eine Diskrepanz um einen Faktor der Größenordnung 10^4 vorliegt.

4.3 Demodulation eines phasen- bzw. frequenzmodulierten Signals

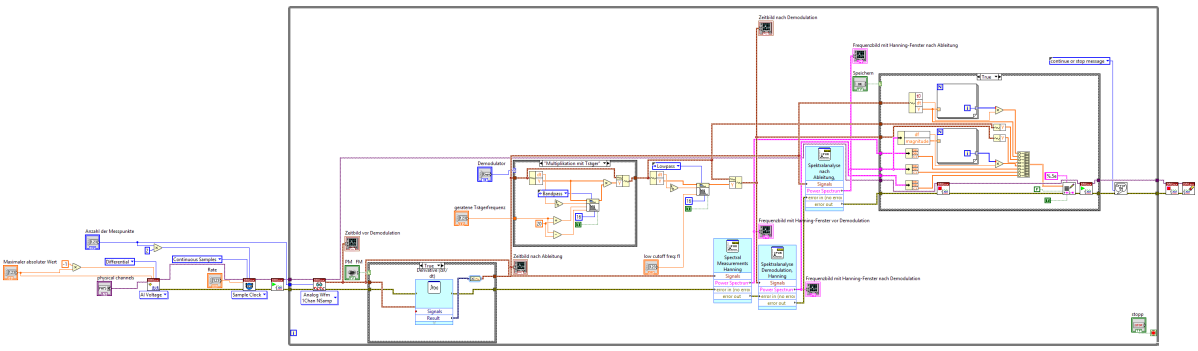


Abbildung 25: .

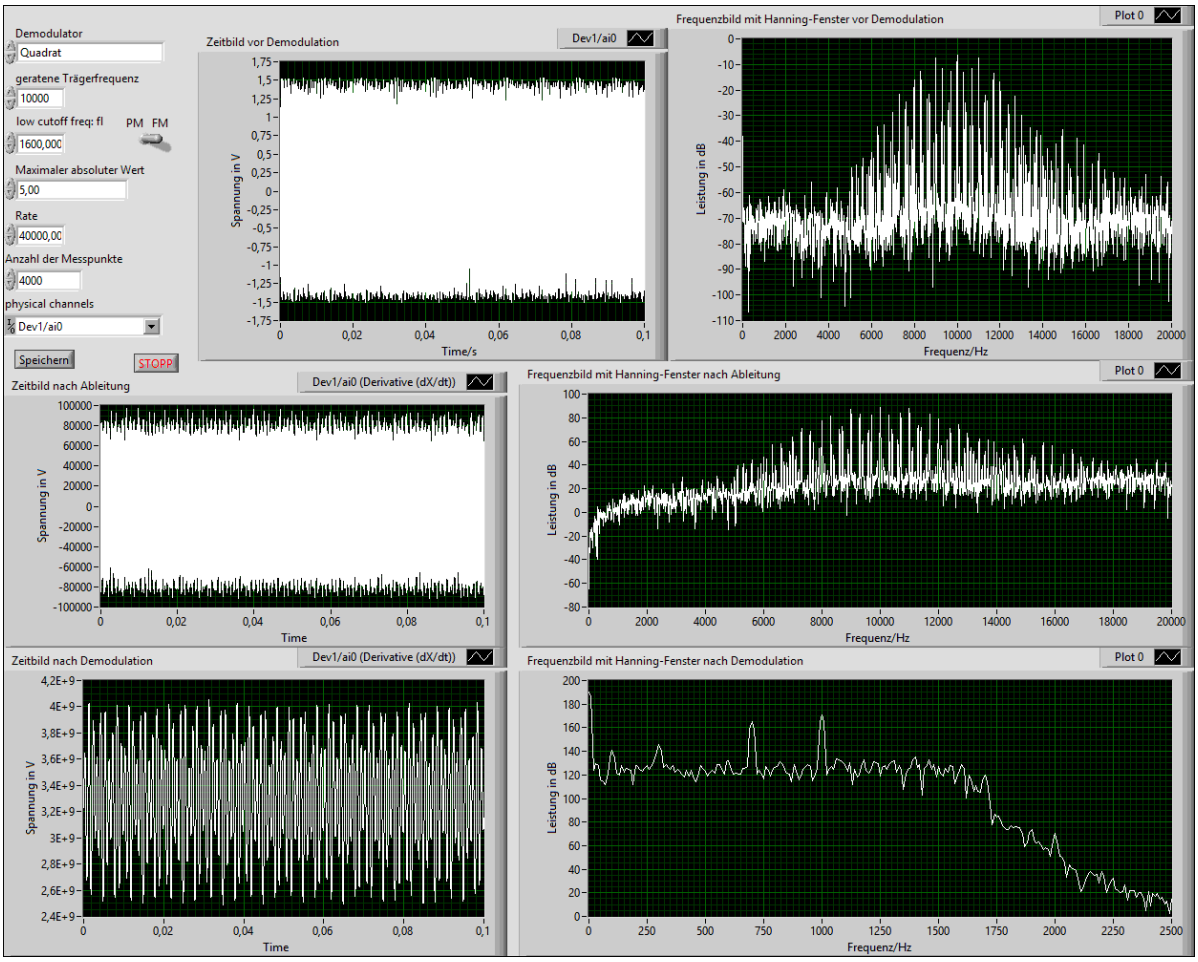


Abbildung 26: .

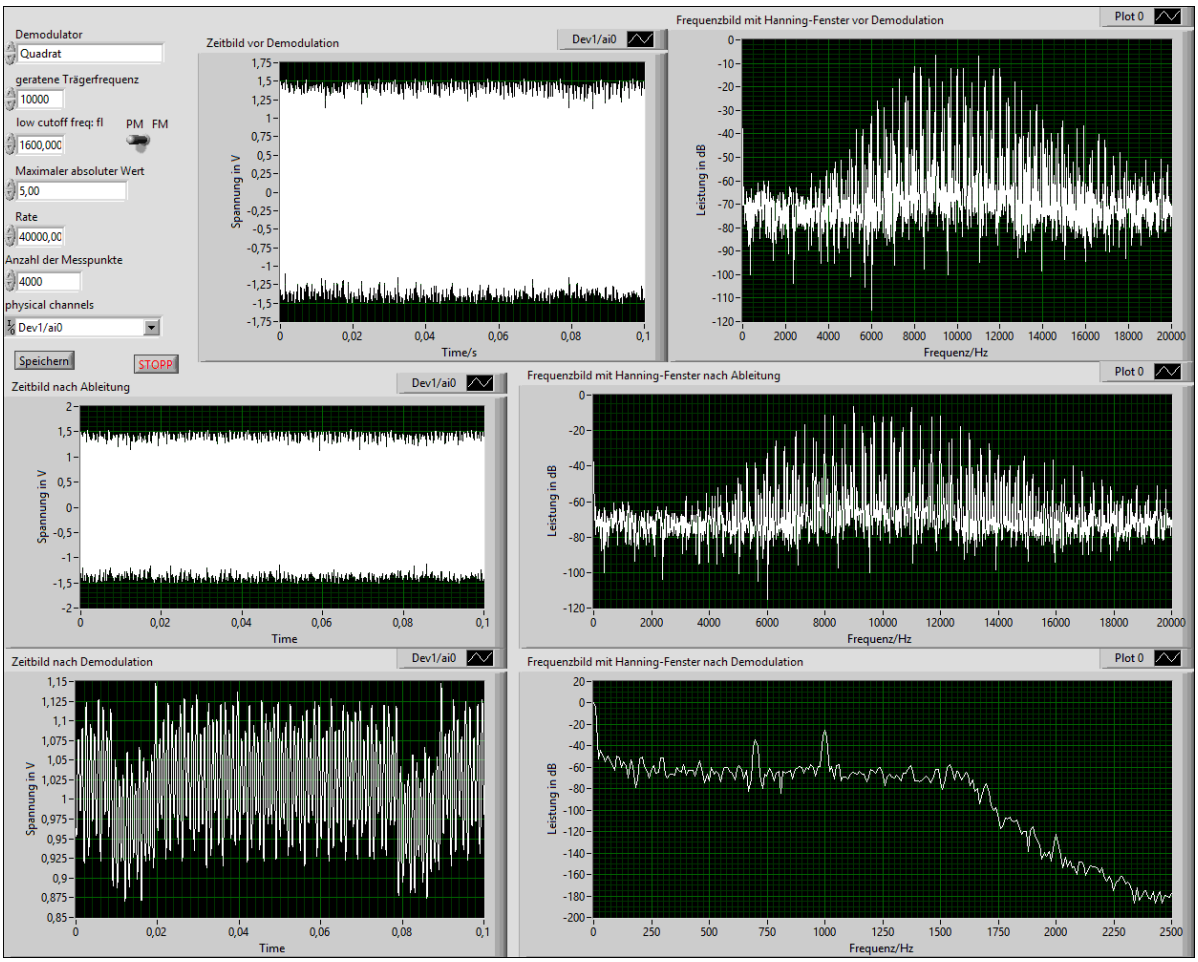


Abbildung 27: .

4.3.1 Erweiterte Demodulation mit Bandpass und zusätzlicher Integration des Signals

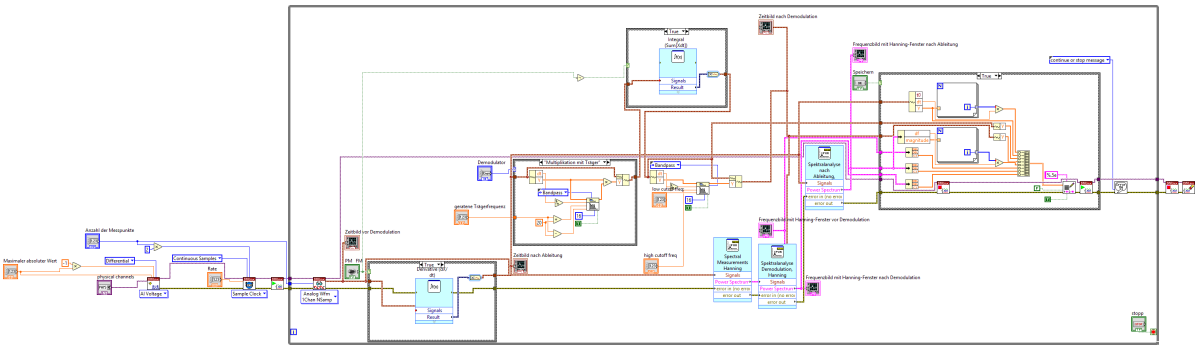


Abbildung 28: .

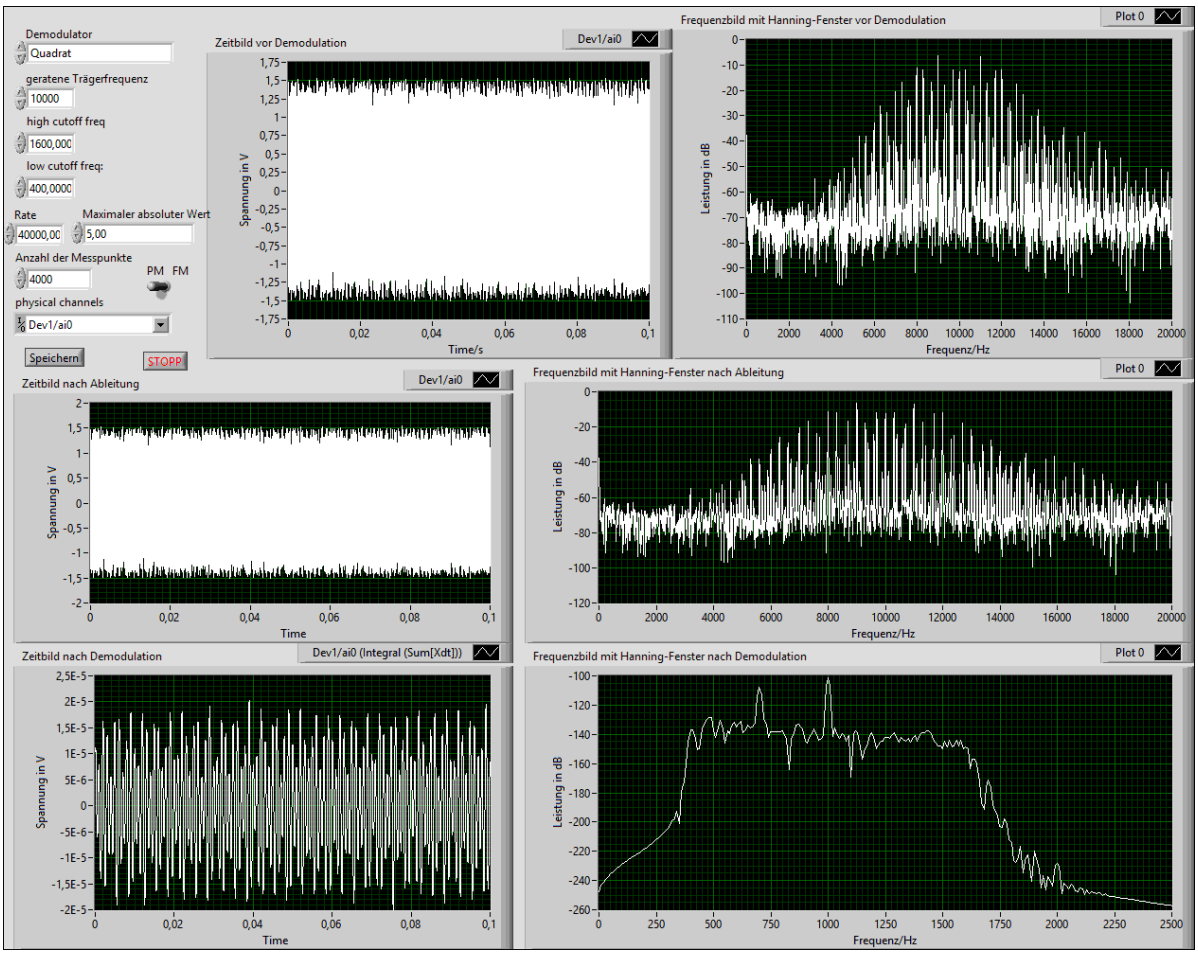


Abbildung 29: .

Literatur

[1] Wikipedia: wdwd. *Spectral leakage Sine*. URL: `https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Spectral_leakage_Sine.svg` (besucht am 17. 09. 2018).