

现代密码学

现代密码学

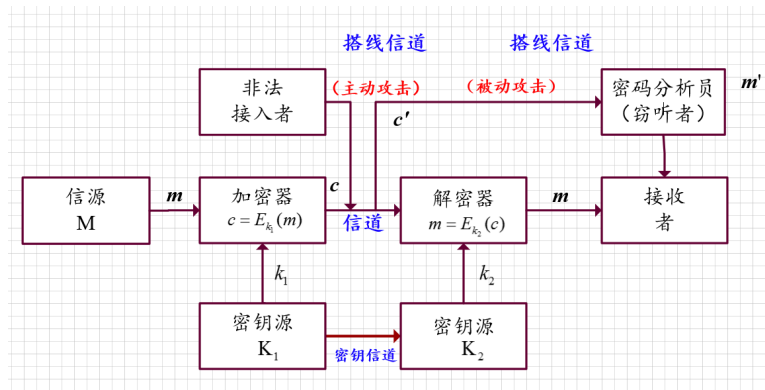
- 1、密码学基础
- 2、流密码基本概念
- 3、分组密码
- 4、公钥密码
- 5、数字签名
- 6、密码技术应用
- 7、云计算+计网+区块链（不考）
- 8、密钥协商（必考）

考试形式：7填空x4+7计算x8+1综合分析x16

1、密码学基础

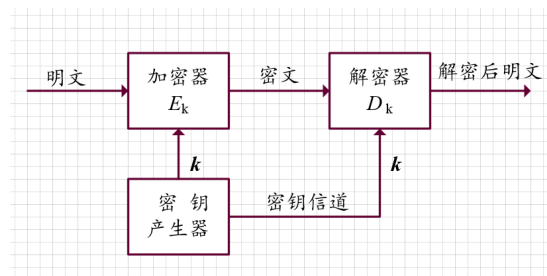
考点：古典密码（凯撒\维吉尼亚）加解密、密码分析的分类

- 密码学分类：密码编码学+密码分析学
- 重要概念：明文、密文、加密算法、解密算法、密钥、发送者、接收者、截收者（窃听者）、密码分析、主动攻击（入侵假冒）、被动攻击（窃听分析）
- 保密系统模型
 - 明文消息空间 M
 - 密文消息空间 C
 - 密钥空间 K_1 、 K_2 ，对称加密中 $K_1 = K_2 = K$
 - 加密变换： $E_{k_1} \in E, m \rightarrow c = E_{k_1}(m)$ ，其中 $k_1 \in K_1, m \in M, c \in C$
 - 解密变换： $D_{k_2} \in D, c \rightarrow m = D_{k_2}(c)$ ，其中 $k_2 \in K_2, m \in M, c \in C$



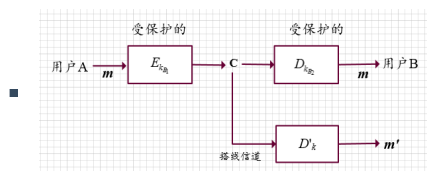
- Kerckhoff原则：系统的保密性不依赖于对加密体制或算法的保密，而依赖于密钥
- 信息安全三要素：CIA
- 密码体制分类：

- 单钥体制：流密码、分组密码。 不仅能用于数据加密，也可用于消息的认证

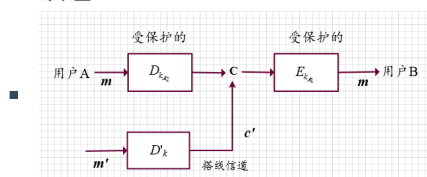


- 双钥体制：RSA、ECC等。认证和保密

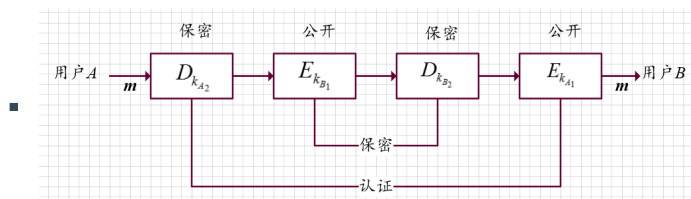
■ 保密



■ 认证



■ 保密+认证（先签名后加密）



● 古典密码（代换）

- 移位代换：Caeser, $k=3$
- 乘数密码： $E_k(i) = ik \equiv j \pmod q, (k, q) = 1$
- 仿射变换： $E_k(i) = ik_1 + j \equiv j \pmod q, (k_1, q) = 1$
- 多项式代换： $E_k(x) \equiv k_t x^t + k_{t-1} x^{t-1} + \dots + k_1 x + k_0 \pmod q$
- 密钥短语：用来构造代换表
- 多表代换：维吉尼亚、博福特密码、滚动密钥密码、弗纳姆密码、转轮密码
- 矩阵变换：Hill密码

● 密码分析学：

○ 穷举破译法

- 遍历明密文空间

○ 分析法

■ 确定性

- 通过明密文之间关系列出线性方程组并求解

■ 统计性

- 统计字频

- 密码分析种类：唯密文破译、已知明文破译、选择明文破译（加密黑盒子）、选择密文攻击（攻击强度依次递增，难度依次减弱）

●

攻击类型	攻击者拥有的资源
惟密文攻击	<ul style="list-style-type: none"> ■加密算法 ■截获的部分密文
已知明文攻击	<ul style="list-style-type: none"> ■加密算法 ■截获的部分密文和对应的明文
选择明文攻击	<ul style="list-style-type: none"> ■加密算法 ■加密黑盒子，可加密任意明文得到相应的密文
选择密文攻击	<ul style="list-style-type: none"> ■加密算法 ■解密黑盒子，可解密任意密文得到相应的明文

2、流密码基本概念

考点：递推关系求序列、密码破译

流密码强度完全依赖于密钥流产生器所生成序列的**随机性和不可预测性**

$$x = x_0 x_1 x_2 \cdots$$

$$z = z_0 z_1 z_2 \cdots$$

$$y = y_0 y_1 y_2 \cdots$$

$$y_i = x_i \oplus z_i$$

$$x_i = y_i \oplus z_i$$

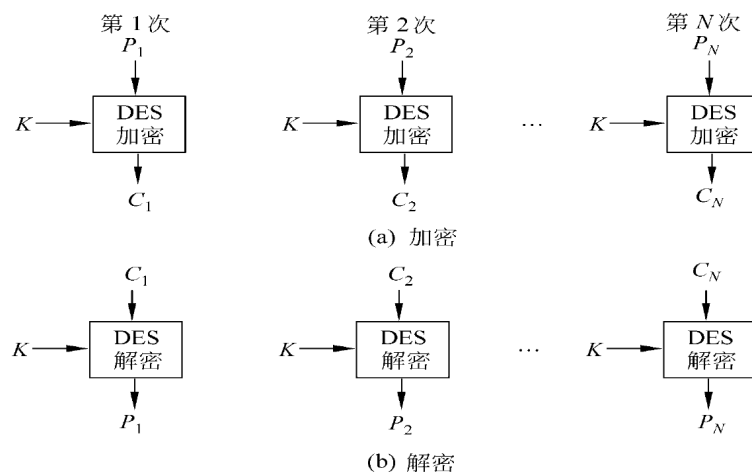
- 同步流密码：密钥流产生算法和明文无关
- 自同步流密码：密钥流产生算法和明文相关
- **LFSR**: $f(a_1, a_2, \cdots, a_n) = c_n a_1 \oplus c_{n-1} a_2 \oplus \cdots \oplus c_1 a_n$
- n级LFSR状态数：最多 2^n 个
- n级LFSR状态周期数： $\leq 2^n - 1$
- **选择合适的反馈函数**使序列的周期达到最大 $2^n - 1$ ，周期达到最大值的序列称为**m序列**
- 随机性公设
 - 在序列的一个周期内，0与1的个数相差最多为1
 - 在序列的一个周期内，长为i的游程占游程总数的 $1/2^i$ ，在等长的游程中0的游程个数和1的游程个数相等
 - 异相自相关函数是一个常数
- ZUC

3、分组密码

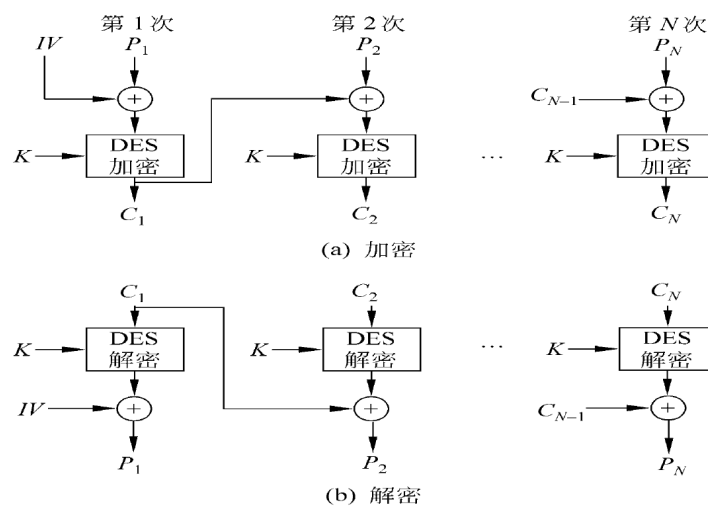
考点：基本概念、攻击、设计原则、AES的S盒、工作模式（掌握）

- 分组密码主要攻击：已知明文攻击→多次使用同一个密钥
- 为了抵抗已知明文攻击，必须具备的特性：**混淆性和扩散性**
- 分组密码的设计准则：
 - 安全性：无法解决明文、无法接近密钥
 - 简洁性：字长适应软件编程、使用计算机支持的操作：加法、乘法、移位
 - 有效性：密钥最大限度地起到安全性的作用

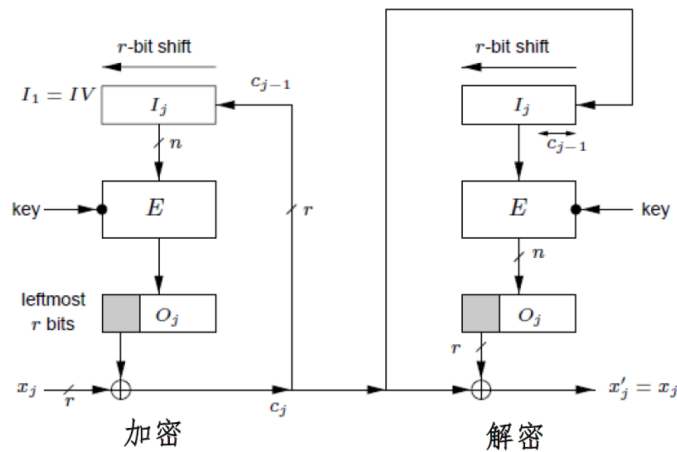
- 透明性和灵活性：避免存在黑盒，可以适应多种长度的明密文
- 加解密相似性：加解密算法相同，仅密钥编排不同
- 分组密码的设计技巧：
 - 计算部件：S盒用来混淆
 - 计算部件的组合
 - SPN（即替换/置换网络）：Feistel网络 $L_{r+1} = R_r, R_{r+1} = L_r \oplus F(k_r, R_r)$
 - 多轮迭代与轮函数
- 工作模式：
 - 电码本（ECB）：相同明文对应相同密文



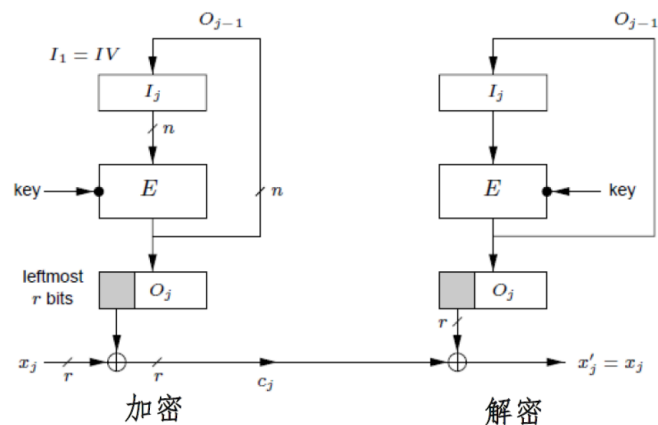
- 密码分组链接（CBC）： $c_i = E_k(m_i \oplus c_{i-1})$ 、 $m_i = D_k(c_i) \oplus c_{i-1}$ ，两步错误传播、明文统计特性得到隐藏



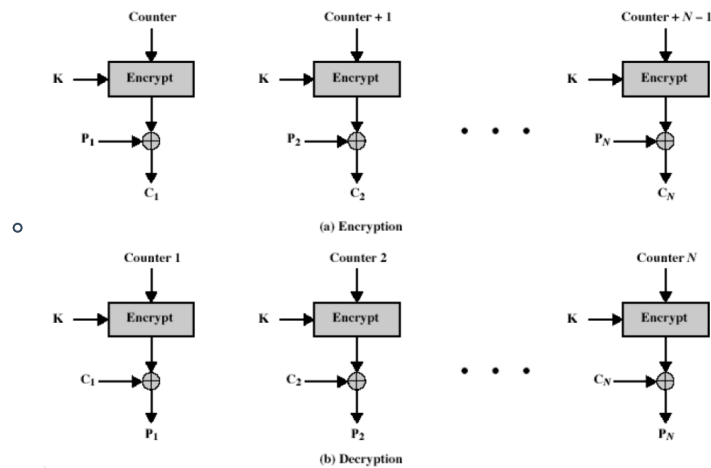
- 密码反馈（CFB）： $c_i = x_i \oplus \text{left}_r(E_k(c_{i-1} \dots c_{i-2} c_{i-1}))$



- 输出反馈 (OFB)



- 计数器 (CTR)



- DES: 分组长度64、密钥长度64 (有8个校验位, 有效长度56)、算法主要包括:
 - 初始置换 IP
 - 16轮迭代
 - 逆初始置换 IP^{-1}
 - 代换盒S盒、P盒、PC
- DES攻击: 二重DES的中间相遇攻击、三重DES (加密、解密、加密) 双密钥下
- AES设计标准:
 - 抗所有已知攻击
 - 在多个平台上速度快、编码紧凑
 - 设计简单
- AES算法:

- 字节代替
- 行移位
- 列混合
- 密钥加
- AES相关参数：
 - 明文分组：128、192、256
 - 密钥长度：128、192、256

4、公钥密码

考点：RSA、背包、ElGamal、单向陷门函数、RSA的攻击

- 公钥体制的基本原理：限门单向函数
- 单向函数举例：离散对数DL、大整数分解FAC、背包问题（超递增背包）、格的最小向量问题SVP
- RSA
 - 密钥生成过程
 - 随机产生大素数 p 和 q
 - 计算 $n = pq$ 和 $\varphi(n) = (p-1)(q-1)$
 - 随机选择整数 $e, 1 < 2 < \varphi(n)$, 使得 $(e, \varphi(n)) = 1$
 - 计算整数 d , 使得 $ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$
 - 公钥 $K_A^e = (n, e)$
 - 私钥 $K_A^d = (d, n)$
 - 加密过程
 - $c \equiv m^e \pmod{n}$
 - 解密过程
 - $m \equiv c^d \pmod{n}$
 - 存在的攻击
 - 共模攻击
 - 低指数攻击
 - 已知密文对攻击：
 - 已知 $(m_1, c_1), (m_2, c_2)$
 - $\text{if } c = c_1 c_2 \pmod{n}, \Rightarrow m = m_1 m_2 \pmod{n}$
 - $\text{if } c = c_1 / c_2 \pmod{n}, \Rightarrow m = m_1 / m_2 \pmod{n}$
 - $\text{if } c = c_2 / c_1 \pmod{n}, \Rightarrow m = m_2 / m_1 \pmod{n}$
- 背包密码
 - 密钥生成：
 - 超递增背包向量 $A = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$
 - 变化参数： k, t
 - 计算加密背包： $B = t \cdot A \pmod{k}$
 - 加密：
 - 将信息写成跟背包向量等长的二进制，对应去乘 B
 - 解密：
 - $t^{-1} \equiv \pmod{k}$
 - $c \cdot t^{-1} \pmod{k}$

- 将第二步得到的数字，用原始背包向量去减，直到为0
- Rabin 不考 🍊，基于二次剩余
 - 密钥产生： $n = pq$, n 是公钥, (p, q) 是私钥
 - 加密：
 - 将信息表示为整数 $m, 0 \leq m \leq n - 1$
 - 计算 $c \equiv m^2 \pmod{n}$
 - 解密
 -

$$\begin{cases} x^2 \equiv c \pmod{p} \\ x^2 \equiv c \pmod{q} \end{cases}$$

- ElGamal

- 密钥生成：
 - 选择大素数 p
 - 选择 $g, 1 < g < p$
 - 选择 $x, 1 < x < p - 1$
 - 计算 $y \equiv g^x \pmod{p}$
 - 公钥： (p, g, y)
 - 私钥： (p, x)
- 加密
 - 挑选随机数 $k, (k, p - 1) = 1$, 计算 $y_1 = g^k \pmod{p}$
 - 使用公钥计算 $y_2 = my^k \pmod{p}$
 - 最终结果 $c = y_1 || y_2$
- 解密

$$m' \equiv \frac{y_2}{y_1^x} = \frac{my^k}{g^{kx}} = \frac{mg^{xk}}{g^{xk}} \pmod{p}$$

- NTRU不考 🍎

- 椭圆曲线

- $E: y^2 = x^3 + a_4x + a_6$, 判别式 $\Delta = -16(4a_4^3 + 27a_6^2) \neq 0$
- F_p 点的计算, $P_1 = (x_1, y_1), P_2 = (x_2, y_2)$ 是曲线 E 上的两个点, O 为无穷远点, 则
 - $O + P_1 = P_1 + O$
 - $-P_1 = (x_1, -y_1)$
 - $P_3 = (x_3, y_3) = P_1 + P_2 \neq O$
 -

$$\begin{cases} x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2 \\ y_3 = \lambda(x_1 - x_3) - y_1 \end{cases}$$

▪

$$\lambda = \begin{cases} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, & x_1 \neq x_2 \\ \frac{3x_1^2 + a_4}{2y_1}, & x_1 = x_2 \end{cases}$$

5、数字签名

考点：哈希函数、生日攻击、ElGamal签名（掌握）、RSA签名面临的问题，以及如何解决、Schorr签名（了解，优先算的问题）

- hash函数
 - 将任意长度的比特串 x 压缩成为固定长度的比特串 y
 - 已知 x ，计算 $y = H(x)$ 很容易，已知 y ，找一个 x 满足 $y = H(x)$ 很困难，这一性质称为**单向性**。
 - 找 $(x_1, x_2), x_1 \neq x_2, H(x_1) = H(x_2)$ 很困难，这一性质称为**无碰撞性**
- 生日攻击
 - $P(m, N)$ 表示一个篮子中至少有两个球的概率
 - $1 - e^{-\frac{m(m-1)}{2N}} \leq P(m, N) \leq \frac{m(m-1)}{2N}$
 - 选择 \sqrt{m} 个 F 的随机元素就能以1/2的概率产生一个碰撞
- MD5已经不安全了、SHA-1 现在也不够安全，推荐使用SHA-2
- 数字签名应该具有的性质：完整性、身份唯一性（不可伪造性）、不可否认性（公开可验证）
- RSA签名存在的问题：**重放攻击和拼接**，解决办法：
 - 对签名过得消息进行备案（签名过就不再签名），不能抵拼接的
 - 加时间戳
- 签名和加密的先后顺序：**先签名后加密**，先加密后签名会造成**抵赖**的问题。
- RSA签名：
 - 公私钥产生参见RSA加密算法， (n, e) 公钥， (d, n) 为私钥
 - 计算散列值： $h = H(m)$
 - 签名： $s = h^d \mod n$
 - 发送内容： (m, s)
 - 验签： $H(m) = s^e \mod n$
- ElGamal签名
 - 公私钥生成参见ElGamal加密算法，公钥 (p, g, y) ，私钥 x
 - 计算散列值： $h = H(m)$
 - 签名：
 - 选取随机数 $k, 0 < k < p-1$ 且 $(k, p-1) = 1$
 - 计算 $r = g^k \mod p$
 - ???这步为什么是 $p-1$ ，计算 $s = (h - xr)k^{-1} \mod (p-1)$
 - 发送内容： (m, r, s)
 - 验签： $y^r r^s = g^{H(m)} \mod p$ ，其中 $y^r = g^{xr}, r^s = g^{h-xr}$
- Schorr 签名
 - 公钥： (p, q, g, y) ，其中 $y = g^x \mod p$ ，私钥 $x, 1 < x < q$
 - 计算 $r = g^k \mod p, e = H(r, m)$
 - 计算签名： $s = k + xe \mod q$
 - 发送内容： (m, e, s)

- 验签: $r' = g^s y^{-e} \pmod{p}$, $e = H(r', m)$
- ElGamal和Schorr对比:
 - 阶: ElGamal签名为p阶, Schorr为q-1阶
 - 签名长度: Schorr < ElGamal
 - ElGamal: $|p| + |p - 1|$
 - Schorr: $|q| + |q|$
 - 速度Schorr是ElGamal的大约6倍
- DSA、DSS看一下书上的🍎
- 盲签名: 不知道内容, 但需要签署文件 (仲裁)
 - A用随机数乘以文件, 此随机值称为盲因子, 用盲因子乘后的文件称为盲文件
 - A将盲文件发送给B
 - B对盲文件签名
 - A以盲因子除以签名, 得到B对原文件的签名 (签名函数和乘法函数可换的条件下)
- 盲签名过程举例:
 - 选择盲因子 k , $1 < k < n$, 计算盲文件 t : $t = mk^e \pmod{n}$
 - 发送盲文件: t
 - 签名盲文件: $t^d = (mk^e)^d \pmod{n}$
 - 发送签名结果: t^d
 - 计算签名结果: $s = t^d / k \pmod{n} = (mk^e)^d / k \pmod{n} = m^d \cdot k^{ed-1} \pmod{n} = m^d \pmod{n}$, 费马小定理保证 $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$
 - 签名结果 (m, s)
- 群签名: 投标中使用
 - 只有群中的成员能代表群体签名
 - 接收签名的人可以用公钥验证群签名, 但不能知道群中哪一个成员签署
 - 发生争议的时候, 可由群体中成员或者信赖机构来鉴别签名者
- 想法: 群签名和环签名的区别与联系?

6、密码技术应用

考点: 秘密共享 (掌握)、不经意传输 (了解)、电子投票 (计算)、零知识证明 (概念)

- 秘密共享: t 个人在一起可以得到最终秘密、 $t-1$ 个不可以, t 称为门限值
- Shamir门限方案 (t, n) :
 - 秘密分割
 - 选择大素数 p
 - 将秘密表示为 $(a_{t-1} a_{t-2} \cdots a_1 a_0)$
 - 构造多项式 $h(x) = a_{t-1} x^{t-1} + a_{t-2} x^{t-2} + \cdots + a_1 x + a_0 \pmod{p}$
 - 计算分割值 $h(1), h(2) \cdots h(n)$
 - 秘密恢复

$$\begin{aligned}
 h(1) &= a_{t-1}1^{t-1} + a_{t-2}1^{t-2} + \cdots + a_1 1 + a_0 \pmod{p} \\
 h(2) &= a_{t-1}2^{t-1} + a_{t-2}2^{t-2} + \cdots + a_1 2 + a_0 \pmod{p} \\
 &\vdots \\
 h(t) &= a_{t-1}t^{t-1} + a_{t-2}t^{t-2} + \cdots + a_1 t + a_0 \pmod{p}
 \end{aligned}$$

t个方程，t个变元，线性代数求解即可

◦ 为什么t-1个无法恢复？

- t个变元，t-1个方程，我们会发现方程组的秩最多为t-1，肯定存在变元无法求解，参考线性方程组知识。

• 中国剩余定理的(t,n)门限方案：

◦ 条件将秘密k分成n个子秘密 k_1, k_2, \dots, k_n ，满足下面条件：

- 如果已知任意t个 k_i 值，易于恢复出k；
- 少于t个不能恢复出k

◦ 秘密分割(t,n)门限，原理（大方程的解一定是小方程的，小方程不一定是大方程的）

- $d_1 < d_2 < \cdots < d_n$ (d_n 严格递增)
- $(d_i, d_j) = 1$ (两两互素)
- $N = d_1 \times d_2 \times \cdots \times d_t$
 $M = d_{n-t+2} \times d_{n-t+3} \times \cdots \times d_n$
- 对某个秘密k,要求 $N > k > M$,子秘密为 (d_i, k_i)
-

$$\begin{cases} k_1 \equiv k \pmod{d_1} \\ k_2 \equiv k \pmod{d_2} \\ \vdots \\ k_n \equiv k \pmod{d_n} \end{cases}$$

◦ 秘密恢复(t,n)门限

- 任选t个： $(k_{i_1}, d_{i_1}), (k_{i_2}, d_{i_2}), \dots, (k_{i_t}, d_{i_t})$
- 基于中国剩余定理求解下列同余方程组
-

$$\begin{cases} x \equiv k_{i_1} \pmod{d_{i_1}} \\ x \equiv k_{i_2} \pmod{d_{i_2}} \\ \vdots \\ x \equiv k_{i_t} \pmod{d_{i_t}} \end{cases}$$

- $x \equiv k \pmod{N_1}, N_1 = d_{i_1} d_{i_2} \cdots d_{i_t}, N_1 \geq N > k$ 所以 N_1 的解肯定是原始方程的解

◦ 为什么t-1个不能恢复呢？

- t-1个恢复出来的秘密： $x \equiv k \pmod{M_1}, M_1 = d_{j_1} d_{j_2} \cdots d_{j_t}$
- $k > M \geq M_1$ ，所以该方程的解一定不是原方程的解

• 不经意传输：(行贿，出卖机密)

- 每次传输得到秘密与不得到秘密的概率均为1/2，双方无法干预
- 发送结束时，甲方并不能确定乙方是否得到了完整秘密，只能确定每次得到与不得到的概率都是1/2

• 基于Rabin的不经意传输：（有N，成功分解N，得到秘密）

- 选取大素数 p, q , $\{p, q\}$ 就是要发送的秘密
 - A计算 N , 并将 N 发送给B: $N = pq$
 - B选取整数 $x, 1 < x < N$ 计算 $a = x^2 \pmod N$, 将 a 发送给A
 - A计算 $x^2 \pmod N$ 的四个平方根, 由于A掌握 $N = pq$ 信息, 所以计算平方根是简单的事情, 记平方为 $x, -x, y, -y$
 - A在四个平方根中调选一个, 发送给B
 - B如果得到的是 $x, -x$ 中的一个则属于无用信息, 无法分解 N , 如果得到的是 $y, -y$, 则可顺利分解 N , 从而得到秘密
 - 上述过程传输成功的概率为 $\frac{1}{2}$
 - 电子投票
 - 合法性
 - 唯一性
 - 匿名性
 - 不可追踪性
 - 可验证性
 - 电子投票方案:
 - 选举委员会公钥 (n, e) , 选举委员会私钥 (p, q, d) , 其中 $n = pq, ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$
 - 计算投票 $C = R^e m \pmod n$ 其中 m 是投票内容, R 是随机整数。将 C 和自己的身份一同发给选举委员会
 - 选举委员会鉴别身份: (合法性、唯一性、匿名性(随机数掩盖了投票内容))
 - 身份是否合理(参与团体内部的人)
 - 身份是否已经用过
 - 签名 $T = C^d \pmod n$
 - 将 T 发给投票人
- (上面属于盲签名的过程)
- 投票人计算 $S = R^{-1} T \pmod n$, 并验证 $S^e = m \pmod n$
 - 原理:

$$S^e \pmod n = (R^{-1} T)^e \pmod n = (R^{-1} C^d)^e \pmod n = (R^{-1} (R^e m)^d)^e \pmod n = (R^{ed-1} m^d)^e \pmod n = m$$
 - 投票人将消息内容 m 与签名 S 进行联立得到最终投票发送给委员会, 此时并不发送身份 (不可追踪性)
 - 委员会验证 $S = m^d \pmod n$, 如果满足条件则该投票是一张诚实和经过委员会签名的投票, 并公布结果
 - 投票人根据公布的投票结果, 判断自己的投票是否在其中。
 - 如果投票不在公布结果中, 投票人公布 (m, S) 所有人都可以验证该票据是经过委员会签名的。从而降低自己的公信力
 - 不可验证性不满足 (榜上有名时, 并不能确定这个票是不是自己的, 只有榜上无名时才能验证)
- 改进: 使用哈希函数和随机数代替第一步的结果即 $C = R^e H(m, U) \pmod n$
 - 两种攻击: 攻击委员会和攻击选举人
 - 零知识证明: P知道一个秘密, 他能让V知道自己知道该秘密, 但是不能泄露关于秘密的任何信息
 - 电子支付: 匿名性、不可追踪性、重复使用性(不具备)、当场可验证性、不可分性

7、云计算+计网+区块链 (不考)

- 后量子密码:

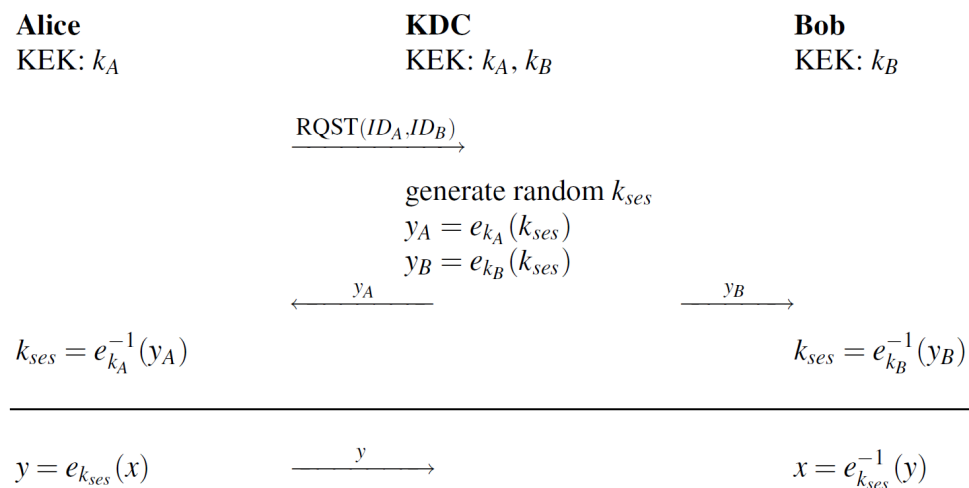
- 格公钥密码
- 背包公钥密码
- 代数编码公钥密码
- 多变量二次（MQ）公钥密码
- 一些非交换公钥密码|Merkle树
- 同源密码

8、密钥协商（必考）

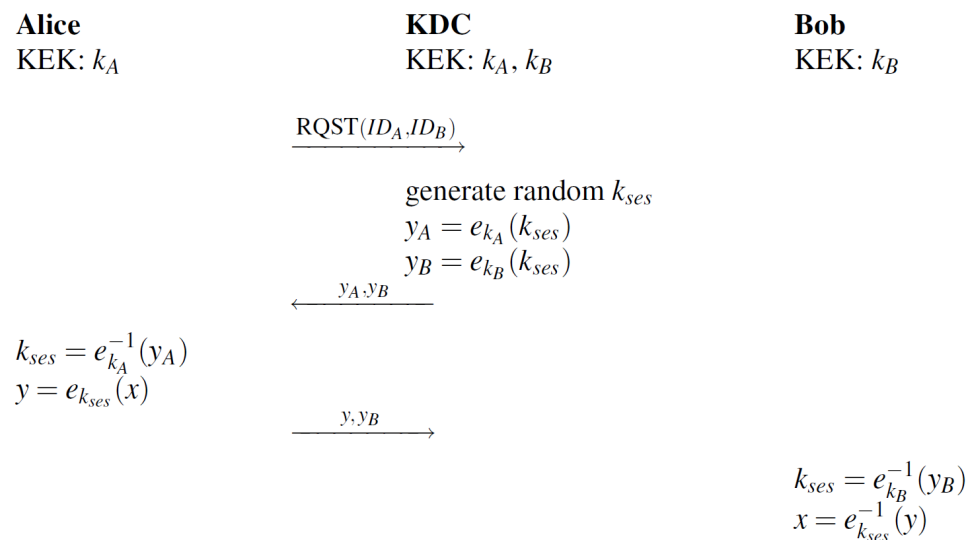
考点：对称密钥协商、双方一轮协商、三方一轮协商

- 对称密钥协商
 - 借助第三方KDC，其中KDC存储有所有用户的密钥（重放攻击）

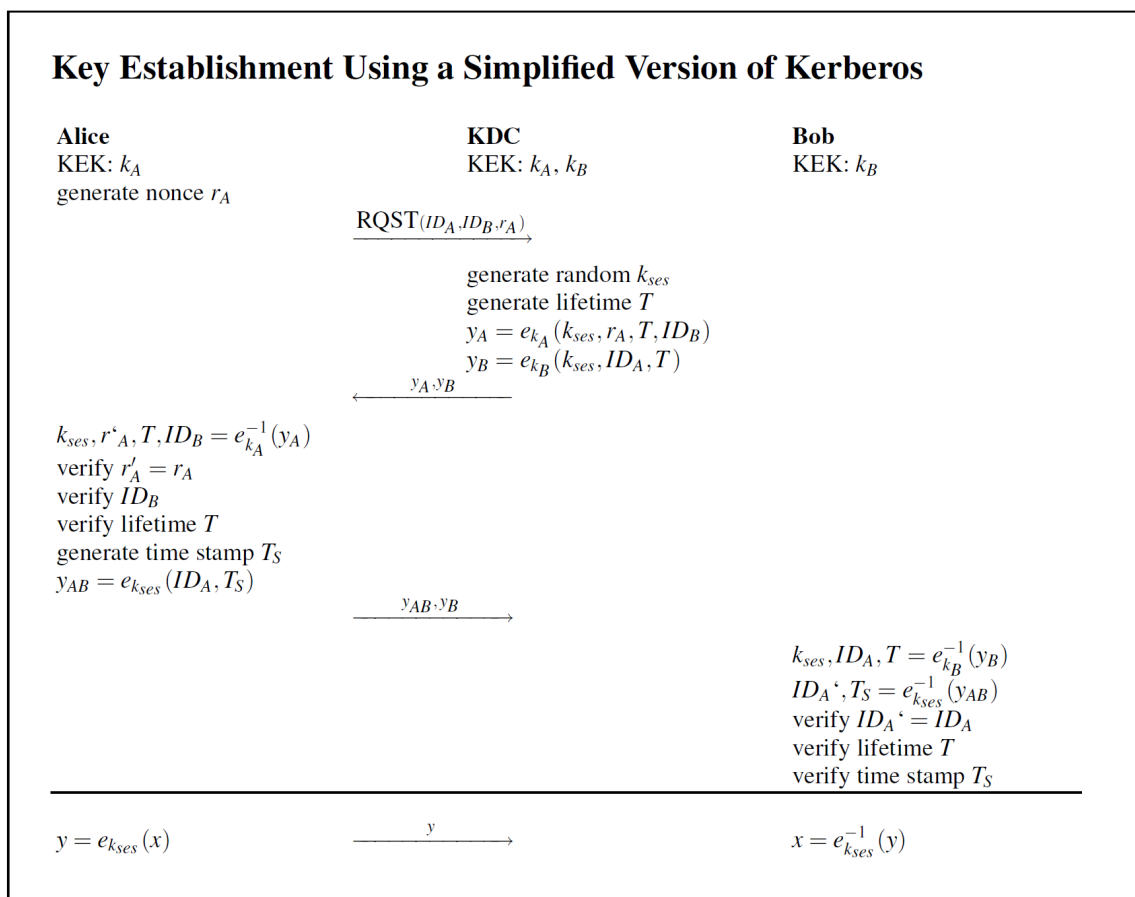
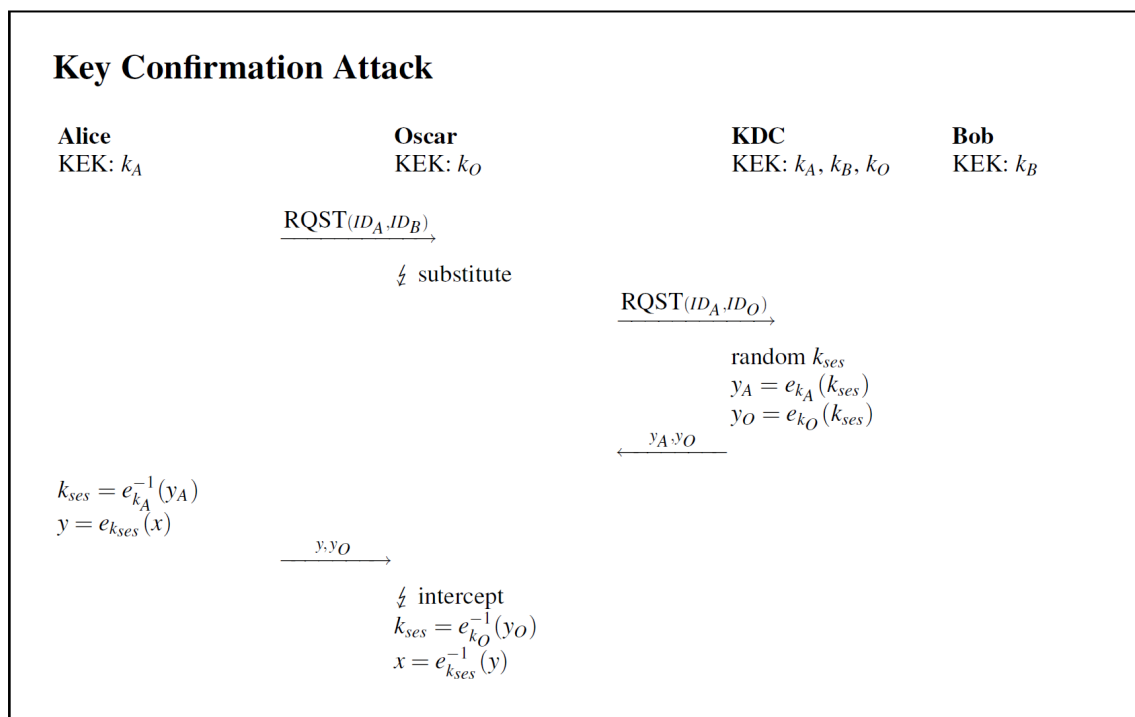
Basic Key Establishment Using a Key Distribution Center



Key Establishment Using a Key Distribution Center



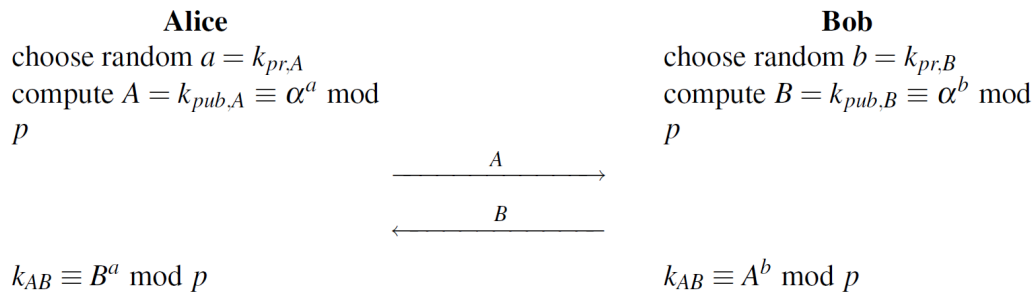
Key Confirmation Attack Another weakness of the above protocol is that Alice is not assured that the key material she receives from the KDC is actually for a session between her and Bob. This attack assumes that Oscar is also a legitimate (but malicious) user. By changing the session-request message Oscar can trick the KDC and Alice to set up session between him and Alice as opposed to between Alice and Bob. Here is the attack:



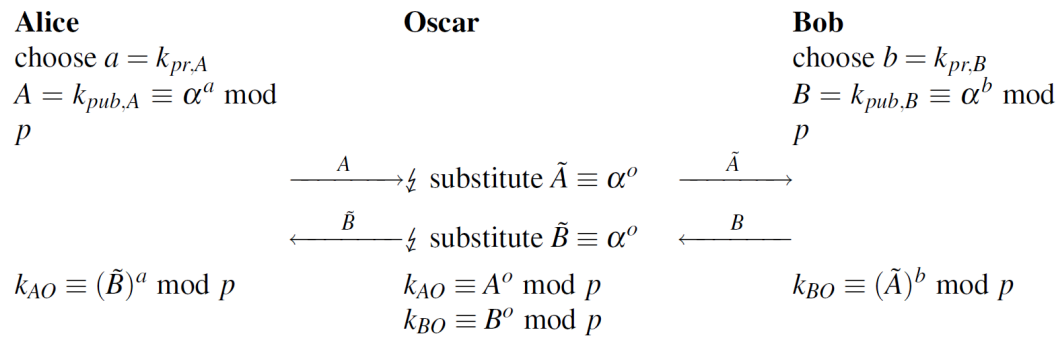
- 非对称密钥协商

- DH密钥交换（双方）

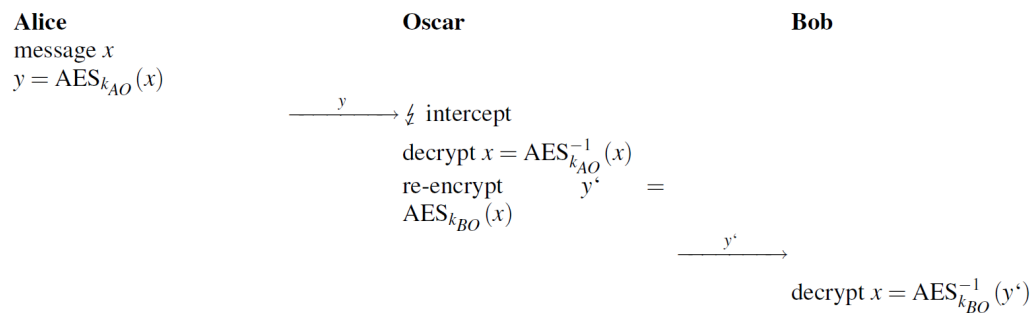
Diffie-Hellman Key Exchange



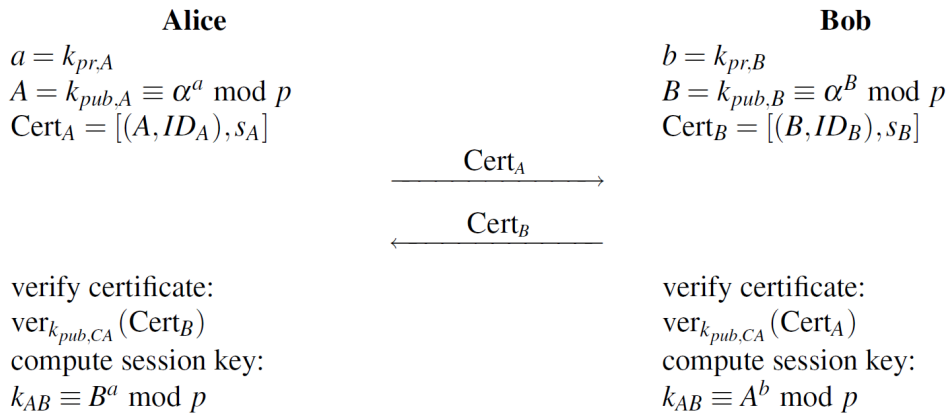
Man-in-the-Middle Attack Against the DHKE



Message Manipulation After a Man-in-the-Middle Attack



Diffie-Hellman Key Exchange with Certificates



三方一轮协商

ADIAN UNIVERSITY

基于双线性映射的一轮三方密钥协商协议

对于双线性映射:

$$e: G_1 \times G_2 \rightarrow G_T$$

其中 G_1 , G_2 和 G_T 是素数阶群, 此映射满足下面的三种性质:

- (1) 可计算: e 可高效计算
- (2) 非退化性: 如果 g_1 是 G_1 群的生成元, g_2 是 G_2 群的生成元, 那么 $e(g, g)$ 一定是 G_T 群的生成元
- (3) 双线性: 对所有的 $P \in G_1$ 与 $Q \in G_2$, 和所有的 $a, b \in \mathbb{Z}_q^*$, 有 $e(P^a, Q^b) = e(P, Q)^{ab}$

基于双线性映射的一轮三方密钥协商协议

考虑三方A, B, C, 各自拥有私钥 $a, b, c \in \mathbb{Z}_q^*$

- A发送 g^a 给B, C
- B发送 g^b 给A, C
- C发送 g^c 给A, B
- A计算 $e(g^b, g^c)^a$
- B计算 $e(g^a, g^c)^b$
- C计算 $e(g^a, g^b)^c$

协商密钥为 $e(g, g)^{abc}$

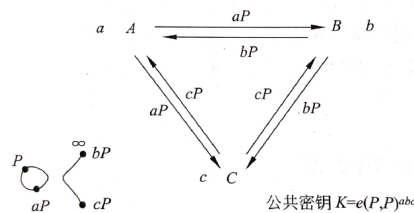


图 3.9 一轮三方 D-H 密钥交换协议

