



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de ingeniería División de Ciencias Básicas



Asignatura: Análisis Numérico.

Grupo: 15

Profesora: Flores Pérez Anahí.

Proyecto de Implementación: Método Rugen-Kutta de Orden 4.

Alumnos:

- Rodríguez González Rogelio.
- Martínez Pérez Brian Erik

Semestre: 2023-2

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

Problema de aplicación:

La cantidad de individuos de cierta especie de pez que vive en lagos de grandes dimensiones en el día t puede ser modelada por la *ecuación de Verhulst*.

$$\frac{dP}{dt} = P(\beta - \delta P).$$

Donde $P(t)$ es la cantidad de peces medido en decenas de miles β y δ son constantes que representan las razones de nacimientos y muertes de los peces que viven en el lago, respectivamente. Toma los valores de las constantes $\beta = 1$ y $\delta = 0.001$ y una población inicial $P(0) = 800$ Usando un método Runge-Kutta de orden 4 con $h = 0.01$. calcula la población de peces en el día $t = 5$. Interpreta los resultados en términos físicos.

Lo que hacemos después es sustituir las variables constantes en la ecuación y para que se vea un poco mejor cambiar el nombre de las variables P y t por $P = y, t = x$. Nos quedaría nuestra ecuación algo así

$$\frac{dy}{dx} = y(1 - 0.001y)$$

Estableciendo nuestra función $f(x, y) = y(1 - 0.001y)$

Por lo que podemos dejar nuestra ecuación diferencial y por lo que nos piden en nuestro problema es hacer el método Runge-Kutta de Orden 4, que se basa en:

$$K_1 = h * f(x_n, y_n)$$

$$K_2 = h * f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{K_1}{2}\right)$$

$$K_3 = h * f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{K_2}{2}\right)$$

$$K_4 = h * f(x_n + h, y_n + K_3)$$

$$y_{n+1} = y_n * \frac{1}{6} * (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

Si Lo plantemos con respecto a nuestra función nos quedaría y con base a nuestra $h = 0.001$ y manteniendo a nuestras K_n como incógnitas sin un valor aun sería:

- Para k_1

$$K_1 = (0.001) * y_n(1 - 0.001y_n)$$

Poniendo a y con el valor inicial hasta y_n como lo muestra el valor de nuestra función que solo depende de los valores de y

- Para k_2

$$K_2 = (0.001) * \left(0 + \frac{h}{2} + \left(y_n + \frac{K_1}{2} \right) * \left(1 - 0.001(y_n + \frac{K_1}{2}) \right) \right)$$

Establecemos como x_n igual a 0 en todas las condiciones siguientes porque nuestra ecuación función no lleva x por lo que no la consideramos como un factor dentro de nuestra función si no que solo establezca como punto de referencia, pero eso quiere decir que su constante no sea 0, por lo que si sumamos su parte de $\frac{h}{2}$.

De igual forma como se mencionó con anterioridad como esta depende casi totalmente de y y ahoar en todos los valores donde esta aparece esta se le suma $k_1, \frac{k_1}{2}$ respectivamente.

- Para k_3

$$K_3 = (0.001) * \left(0 + \frac{h}{2} + \left(y_n + \frac{K_2}{2} \right) * \left(1 - 0.001(y_n + \frac{K_2}{2}) \right) \right)$$

De igual forma establecemos los mismos parámetros y como se sigue mostrando no hay, x pero su valor es 0, por lo que se sigue sumando $\frac{h}{2}$. También pasa lo mismo con y ya que a cada una se le suma respectivamente su $\frac{K_2}{2}$ en este caso.

- Para k_4

$$K_4 = (0.001) * \left(0 + h + (y_n + K_3) * (1 - 0.001(y_n + K_3)) \right)$$

Aquí en lugar seguimos respetando el Rugen-Kutta por lo que en la constante de x ahora como lo marca como $+h$ y por consecuente en las partes de y , ahora se pone en esta como $y_n + k_3$ por lo que cada vez que aparezca y esta tiene que llevar la suma, y es por eso por lo que se le pone así.

- Para y_{n+1}

$$y_{n+1} = y_n * \frac{1}{6} * (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

Aquí tomamos todos los valores que tuvimos de K_1, K_2, K_3, K_4 y el valor de y_n es el que vamos tomando cada vez que n va incrementando.

Soluciones.

Para este trabajo manejamos dos tipos de programas distintos "Excel" y "Python ", a continuación vamos a explicar el uso de cada uno:

- Excel:

	B	C
x0:		0
y0:		800
xf:		5
h:		0.01

Ilustración 1

Como se puso en la clase ponemos primero todos nuestros datos, que son:

- ❖ x_0 como nuestro punto inicial en nuestra variable x ,
- ❖ $y_0=800$ como nuestro punto inicial en nuestra variable y (tomado del texto del ejercicio).
- ❖ $x_f=5$ que es el tiempo final que vamos a tomar (que también fue dado de parte del texto del ejercicio).
- ❖ h que refiere a los diferencia constante en cada uno de nuestros intervalos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		x0:		0						
2		y0:		800						
3		xf:		5		f(xy)=y(1-.001y)				
4		h:		0.01						
5						Metodo de Runge-Kutta 4o Orden				
6										
7	X	Y	K1	h*f(x,y)	K2	h*f(x+h/2, y+k1/2)	K3	h*f(x+h/2, y+k2/2)	K4	h*f(x+h, y+k3)
8		0	800	1.6	1.6	1.5904244	1.5904244	1.59048216	1.590482159	1.59053181

Ilustración 2

Lo que hacemos ahora en la "ilustración 2" primero ponerlo como lo hicimos en clase por una parte ponemos los valores que toman inicialmente x , y que son los que establecimos en la ilustración 1. También la las celdas C8, E8, G8, I8, son los mismos valores que tomamos en las celdas D8, F8, H8, J8 en estas como se ve en la parte de amarillo son las partes de las ecuaciones individuales de cada uno de los valores de k .

	A	B	C
1		x0:	0
2		y0:	800
3		xf:	5
4		h:	0.01

Ilustración 3

Alumnos: Martínez Pérez Brian Erick.

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

En la “ilustración 3” lo que vemos es que establecemos la celda C4 como h, para a la hora de ponerla en las ecuaciones que van a aparecerá continuación sea más fácil.

SUMA				
	A	B	C	D
1		x0:	0	
2		y0:	800	
3		xf:	5	
4		h:	0.01	
5				Metodo de R
6				
7	X	Y	K1	
8		0	800	1.6 =h*(B8*(1-0.001*B8))

Ilustración 4

En la “ilustración 4” se ve como el valor de k es igual a la ecuación que pusimos al inicio que multiplica a los valores de nuestra función $f(x, y) = y(1 - 0.001y)$ que en este caso y es igual a la Celda “B8”.

SUMA						
	A	B	C	D	E	F
1		x0:	0			
2		y0:	800			
3		xf:	5			f(xy)=y(1-.001y)
4		h:	0.01			
5						Metodo de Runge-Kutta 4o Orden
6						
7	X	Y	K1	h*f(x,y)	K2	
8		0	800	1.6	1.6	1.5968372 =h*(h/2+(B8+C8)*(1-0.001*(B8+C8/2)))

Ilustración 5

Como se muestra en la “ilustración 5” se logra apreciar que k_2 es igual a la función que se estableció con anterioridad, pero ahora la suma entre “y+k1”, se representa como “B8+C8”, y el $y + \frac{k_1}{2}$ ahora es: $B8 + \frac{C8}{2}$.

SUMA								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1		x0:	0					
2		y0:	800					
3		xf:	5					f(xy)=y(1-.001y)
4		h:	0.01					
5								Metodo de Runge-Kutta 4o Orden
6								
7	X	Y	K1	h*f(x,y)	K2	h*f(x+h/2, y+k1/2)	K3	
8		0	800	1.6	1.6	1.5968372	1.5968372	1.59684358 =h*(h/2+(B8+E8)*(1-0.001*(B8+E8/2)))

Ilustración 6

En la “ilustración 6” se da a conocer el valor de k_3 con su respectiva ecuación representando ahora la suma de “y+k2”, se representa como “B8+E8”, y el $y + \frac{k_2}{2}$ ahora es: $B8 + \frac{E8}{2}$.

SUMA										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		x0:	0							
2		y0:	800							
3		xf:	5							f(xy)=y(1-.001y)
4		h:	0.01							
5										Metodo de Runge-Kutta 4o Orden
6										
7	X	Y	K1	h*f(x,y)	K2	h*f(x+h/2, y+k1/2)	K3	h*f(x+h/2, y+k2/2)	K4	
8		0	800	1.6	1.6	1.5968372	1.5968372	1.59684358	1.59684358	1.59684358 =h*(h/2+(B8+G8)*(1-0.001*(B8+G8/2)))

Ilustración 7

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

Ahora en la “ilustración 7” se muestra el valor de k_4 con su respectiva ecuación representando ahora la suma de “ $y+k_3$ ”, se representa como “ B_8+G_8 ”, respectivamente.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		x0:	0							
2		y0:	800							
3		xf:	5			f(xy)=y(1-.001y)				
4		h:	0.01							
5					Metodo de Runge-Kutta 4o Orden					
6										
7	X	Y	K1	h*f(x,y)	K2	h*f(x+h/2, y+k1/2)	K3	h*f(x+h/2, y+k2/2)	K4	h*f(x+h, y+k3)
8		0			1.5968372	1.5968372	1.59684358	1.596843576	1.59049344	1.590493435
9		0.01	=B8+1/6*(C8+2*E8+2*G8+I8)		1.58721514	1.587215141	1.58722163	1.587221631	1.58089747	1.580897467

Ilustración 8

Ahora en la “Ilustración 8” se muestra el cálculo de y_{n+1} que ahora en lugar de y_n ahora es B8, K1=C8, K2=E8, K3=G8, K4=I8.

Por lo que así se generó toda la tabla de Excel en cada valor correspondiente. Ahora presentaremos todos los valores de la tabla desde 0 hasta 5 de .01 en .01(en total 500 valores).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
7	X	Y	K1	h*(f(x,y))	K2	h*(f(x+h/2, y+k1/2))	K3	h*(f(x+h/2, y+k2/2))	K4	h*(f(x+h, y+k3))
8	0	800	1.6	1.6	1.5968372	1.5968372	1.59684358	1.59684356	1.59049344	1.590493439
9	0.01	801.596309	1.59039666	1.59039666	1.58721514	1.587215141	1.58722163	1.587221631	1.58089747	1.580897467
10	0.02	803.183004	1.58080066	1.58080066	1.57760109	1.577601091	1.57760769	1.577607693	1.57130997	1.571309697
11	0.03	804.760092	1.57121286	1.57121286	1.56799591	1.567995909	1.56800262	1.568002623	1.56173099	1.561730986
12	0.04	806.327582	1.56163413	1.56163413	1.55840044	1.558400443	1.55840727	1.558407268	1.55216218	1.552162177
13	0.05	807.885484	1.55260529	1.55260529	1.54881553	1.548815531	1.54882247	1.548822466	1.54260041	1.542600121
14	0.06	809.433808	1.54250718	1.54250718	1.539242	1.539241997	1.53924904	1.53924904	1.53305758	1.533057577
15	0.07	810.972566	1.53296063	1.53296063	1.52968065	1.529680654	1.52968784	1.529687804	1.52532341	1.525323414
16	0.08	812.051769	1.52342644	1.52342644	1.5201323	1.520132301	1.52013956	1.520139557	1.51400241	1.514002407
17	0.09	814.021431	1.51390541	1.51390541	1.51059773	1.510597728	1.51060509	1.510605089	1.5049534	1.504953399
18	0.1	815.531566	1.50439831	1.50439831	1.50107771	1.501077712	1.50108518	1.501085176	1.49500298	1.495002982
19	0.11	817.032187	1.49490592	1.49490592	1.49157302	1.491573015	1.49158058	1.491580582	1.48525609	1.485256094
20	0.12	818.52331	1.48542901	1.48542901	1.48208439	1.482084392	1.48209206	1.48209206	1.47606542	1.476065425
21	0.13	820.004951	1.47596831	1.47596831	1.47261258	1.472612581	1.47262035	1.472620349	1.46662178	1.466621708
22	0.14	821.477127	1.46652457	1.46652457	1.46315831	1.463158311	1.46316618	1.463166178	1.45719567	1.457195667
23	0.15	822.939856	1.45708985	1.45708985	1.4537223	1.453722299	1.45373026	1.453730262	1.44778801	1.447788014
24	0.16	824.393154	1.44769081	1.44769081	1.44430525	1.444305248	1.44431331	1.444313307	1.4389945	1.438994599
25	0.17	825.837042	1.43830222	1.43830222	1.43490785	1.434907849	1.43491602	1.434916002	1.42930654	1.429306549
26	0.18	827.271539	1.4289934	1.4289934	1.42553078	1.425530784	1.42553903	1.425539029	1.41968231	1.419682309
27	0.19	828.696665	1.41958503	1.41958503	1.41617472	1.416174719	1.41618306	1.416183056	1.41035508	1.410355077
28	0.2	830.112441	1.41025776	1.41025776	1.40684031	1.40684031	1.40684874	1.406848737	1.40196961	1.401969607
29	0.21	831.588058	1.40095277	1.40095277	1.3975282	1.397528202	1.39753672	1.397536717	1.39176653	1.391766539
30	0.22	832.91603	1.39166917	1.39166917	1.38823903	1.388239026	1.38824763	1.388247627	1.3820565	1.382056509
31	0.23	834.303888	1.3824091	1.3824091	1.3789734	1.378973401	1.37898209	1.378982088	1.37327011	1.373270108
32	0.24	835.682486	1.37317268	1.37317268	1.36973194	1.369731937	1.36974071	1.369740707	1.36405796	1.364057963
33	0.25	837.051849	1.36396051	1.36396051	1.36051529	1.360515292	1.36052408	1.360524081	1.35487066	1.354870658
34	0.26	838.412001	1.35477318	1.35477318	1.35132386	1.351323869	1.35133279	1.351332795	1.34570873	1.345708737
35	0.27	839.762966	1.34561127	1.34561127	1.34215841	1.342158408	1.34216742	1.342167419	1.33657286	1.336572867
36	0.28	841.104772	1.33647534	1.33647534	1.33301943	1.333019432	1.33302852	1.333028517	1.32746352	1.327463525
37	0.29	842.437445	1.32736596	1.32736596	1.32390747	1.323907472	1.32391664	1.323916636	1.31838126	1.318381263
38	0.3	843.761011	1.31828367	1.31828367	1.31482308	1.314823081	1.31483231	1.314832315	1.30932662	1.309326625
39	0.31	845.057498	1.30922901	1.30922901	1.30576677	1.305766768	1.30577608	1.305776079	1.30030013	1.300300132
40	0.32	846.380933	1.30020249	1.30020249	1.29673906	1.296739063	1.29674844	1.296748444	1.29130223	1.291302235
41	0.33	847.677347	1.29120463	1.29120463	1.28774046	1.287740462	1.28774991	1.287749912	1.28233613	1.282336133
42	0.34	848.964767	1.28223592	1.28223592	1.27877146	1.278771459	1.27878098	1.278780976	1.27339457	1.273394574
43	0.35	850.243222	1.27329685	1.27329685	1.26983253	1.269832533	1.26984212	1.269842112	1.26448565	1.264485654
44	0.36	851.512744	1.2643879	1.2643879	1.26092454	1.260924545	1.26093386	1.260933862	1.25560732	1.255607319
45	0.37	852.773363	1.25550954	1.25550954	1.25204678	1.252046781	1.25205649	1.252056491	1.24676002	1.246760024
46	0.38	854.025109	1.24666222	1.24666222	1.24320086	1.243200861	1.24321063	1.243210632	1.23794211	1.237942114
47	0.39	855.268014	1.23784638	1.23784638	1.23438683	1.234386829	1.23439666	1.234396659	1.22916031	1.229160313
48	0.4	856.50211	1.22906246	1.22906246	1.22560511	1.225605112	1.225615	1.225614999	1.220408751	1.220408751
49	0.41	857.727428	1.22031087	1.22031087	1.21685612	1.216856123	1.21686607	1.216866066	1.21168994	1.211689937
50	0.42	858.944002	1.21159203	1.21159203	1.20814027	1.208140267	1.20815026	1.208150264	1.20300427	1.20300427
51	0.43	860.151865	1.20290634	1.20290634	1.19945793	1.199457937	1.19946799	1.199467986	1.19435214	1.19435214
52	0.44	861.35105	1.19425418	1.19425418	1.19080951	1.190809514	1.19081961	1.190819615	1.185733926	1.185733926
53	0.45	862.541591	1.18563595	1.18563595	1.18219537	1.182195372	1.18220552	1.182205521	1.17715	1.177149996
54	0.46	863.725233	1.17705199	1.17705199	1.17361587	1.173615871	1.17362607	1.173626069	1.16860071	1.168600716
55	0.47	864.896879	1.16850268	1.16850268	1.16507136	1.165071364	1.16508161	1.165081607	1.16008641	1.160086412
56	0.48	866.061695	1.15988836	1.15988836	1.15656219	1.156562192	1.15657248	1.156572479	1.15160744	1.151607444
57	0.49	867.218005	1.15150937	1.15150937	1.14808868	1.148088684	1.14809901	1.148099014	1.14316413	1.143164131
58	0.5	868.365847	1.14306603	1.14306603	1.13965116	1.139651163	1.13966153	1.139661534	1.13475679	1.134756793
59	0.51	869.505255	1.13458567	1.13458567	1.13124994	1.13124994	1.13126035	1.131260353	1.12638776	1.126387763
60	0.52	870.632666	1.12628759	1.12628759	1.12288532	1.122885316	1.12289576	1.122895764	1.11805126	1.118051258

Alumnos: Martínez Pérez Brian Erick.

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

51	0.53	871.758916	1.11795308	1.11795308	1.11455758	1.11455758	1.11456807	1.11456807	1.10975365	1.10975365
52	0.54	872.873242	1.10965545	1.10965545	1.10626702	1.10626702	1.10627754	1.10627754	1.10149319	1.10149318
53	0.55	873.979282	1.10139497	1.10139497	1.09801391	1.098013906	1.09802446	1.098024457	1.09327014	1.093270143
54	0.56	875.077072	1.0931719	1.0931719	1.0897985	1.089798498	1.08980908	1.089809081	1.08508477	1.085084775
55	0.57	876.166651	1.08498651	1.08498651	1.08162105	1.081621052	1.08163166	1.081631665	1.07693733	1.076937334
56	0.58	877.248056	1.07683904	1.07683904	1.07348181	1.073481813	1.07349245	1.073492454	1.06882806	1.068828062
57	0.59	878.321325	1.06872975	1.06872975	1.06538102	1.065381015	1.06539168	1.065391683	1.06075719	1.060757192
58	0.6	879.386497	1.06065886	1.06065886	1.05731889	1.057318886	1.05732958	1.057329579	1.05272495	1.052724948
59	0.61	880.44361	1.05262659	1.05262659	1.04929564	1.049295643	1.04930636	1.049306359	1.04473154	1.044731544
60	0.62	881.492704	1.04463317	1.04463317	1.04131149	1.041311494	1.04132223	1.041322233	1.03677719	1.036777187
71	0.63	882.533817	1.03667879	1.03667879	1.03336664	1.033366641	1.03337774	1.03337774	1.02886207	1.028862073
72	0.64	883.566989	1.02876365	1.02876365	1.02546127	1.025461273	1.02547205	1.025472051	1.02098639	1.020986392
73	0.65	884.592258	1.02088795	1.02088795	1.01759558	1.017595575	1.01760637	1.017606371	1.01315032	1.013150324
74	0.66	885.609665	1.01305186	1.01305186	1.00976972	1.009769721	1.00978053	1.009780534	1.00535404	1.005354043
75	0.67	886.619249	1.00525556	1.00525556	1.00198388	1.001983878	1.00199471	1.001994705	0.99759771	0.99759771
76	0.68	887.621051	0.99749921	0.99749921	0.9942382	0.994238204	0.99424904	0.994249044	0.98988148	0.989881484
77	0.69	888.61511	0.98978296	0.98978296	0.98653285	0.986532849	0.9865437	0.986543702	0.98220551	0.982205511
78	0.7	889.601467	0.98210697	0.98210697	0.97886796	0.978867956	0.97887882	0.978878819	0.97456993	0.974569932
79	0.71	890.580162	0.97447137	0.97447137	0.97124366	0.97124366	0.97125453	0.971254532	0.96697488	0.966974879
90	0.72	891.551236	0.96687629	0.96687629	0.96366009	0.963660087	0.96367097	0.963670967	0.95942048	0.959420476
91	0.73	892.514729	0.95932187	0.95932187	0.95611736	0.956117356	0.95612824	0.956128243	0.95190684	0.951906842
92	0.74	893.470683	0.95180822	0.95180822	0.94861558	0.94861558	0.94862647	0.948626472	0.94443409	0.944434086
93	0.75	894.419137	0.94433544	0.94433544	0.94115486	0.941154863	0.94116576	0.941165759	0.93700231	0.937002309
94	0.76	895.360134	0.93690365	0.93690365	0.9337353	0.933735303	0.9337462	0.933746201	0.92961161	0.929611609
95	0.77	896.293713	0.92951293	0.92951293	0.92635699	0.926356989	0.92636789	0.926367888	0.92226207	0.922262071
96	0.78	897.219917	0.92216337	0.92216337	0.91902	0.919020004	0.9190309	0.919030903	0.91495378	0.914953778
97	0.79	898.138787	0.91485506	0.91485506	0.91172442	0.911724425	0.91173532	0.911735323	0.9076868	0.907686804
98	0.8	899.050364	0.90758807	0.90758807	0.90447032	0.90447032	0.90448122	0.904481216	0.90046122	0.900461217
99	0.81	899.95469	0.90036246	0.90036246	0.89725775	0.897257753	0.89726865	0.897268646	0.89327708	0.893277076
90	0.82	900.851805	0.8931783	0.8931783	0.89008678	0.89008678	0.89009767	0.890097667	0.88613444	0.886134437
91	0.83	901.741752	0.88603565	0.88603565	0.88295745	0.882957449	0.88296833	0.882968331	0.87903335	0.879033347
92	0.84	902.624572	0.87893454	0.87893454	0.8758698	0.875869805	0.87588068	0.875880679	0.87197385	0.871973847
93	0.85	903.500307	0.87187502	0.87187502	0.86882388	0.868823883	0.86883475	0.868834749	0.86495597	0.864955973
94	0.86	904.368998	0.86485713	0.86485713	0.86181971	0.861819715	0.86183057	0.861830571	0.85797975	0.857979754
95	0.87	905.230688	0.8578809	0.8578809	0.85485732	0.854857324	0.85486817	0.85486817	0.85104521	0.851045212
96	0.88	906.085417	0.85094634	0.85094634	0.84793673	0.84793673	0.84794756	0.847947564	0.84415236	0.844152366
97	0.89	906.933229	0.84405348	0.84405348	0.84105795	0.841057946	0.84106877	0.841068767	0.83730122	0.837301225
98	0.9	907.774163	0.83720232	0.83720232	0.83422098	0.834220977	0.83423178	0.834231785	0.83049175	0.83049175
99	0.91	908.608263	0.83039287	0.83039287	0.82742583	0.827425826	0.82743662	0.827436619	0.82372408	0.823724078
100	0.92	909.43557	0.82362514	0.82362514	0.82067249	0.820672489	0.82068327	0.820683265	0.81699806	0.816998066
101	0.93	910.256126	0.81689911	0.81689911	0.81396095	0.813960955	0.81397171	0.813971714	0.81031375	0.810313748
102	0.94	911.069972	0.81021478	0.81021478	0.80729121	0.807291209	0.80730195	0.807301951	0.80367111	0.803671111
103	0.95	911.877151	0.80357213	0.80357213	0.80066323	0.800663232	0.80067395	0.800673954	0.79707018	0.797070182
104	0.96	912.677704	0.79697113	0.79697113	0.794077	0.794076997	0.7940877	0.7940877	0.79051078	0.790510777
105	0.97	913.471672	0.79041176	0.79041176	0.78753247	0.787532475	0.78754316	0.787543157	0.78399302	0.783993024
106	0.98	914.259098	0.78389399	0.78389399	0.78102963	0.781029629	0.78104029	0.781040289	0.77751683	0.777516834
107	0.99	915.040023	0.77741779	0.77741779	0.77456842	0.77456842	0.77457906	0.774579057	0.77108216	0.771082164
108	1	915.814489	0.77098311	0.77098311	0.7681488	0.768148802	0.76815942	0.768159416	0.76468897	0.764688968
109	1.01	916.582537	0.7645899	0.7645899	0.76177073	0.761770726	0.76178132	0.761781316	0.7583372	0.758337197
110	1.02	917.344209	0.75823811	0.75823811	0.75543414	0.755434137	0.7554447	0.755444702	0.75202679	0.752026794
111	1.03	918.099546	0.75192769	0.75192769	0.74913898	0.749138977	0.74914952	0.749149515	0.7457577	0.7457577
112	1.04	918.848859	0.74565859	0.74565859	0.74288518	0.742885182	0.74289569	0.742895694	0.73952985	0.739529851
113	1.05	919.591382	0.73943072	0.73943072	0.73667269	0.736672686	0.73668317	0.73668317	0.73334318	0.733343179
114	1.06	920.327963	0.73324404	0.73324404	0.73050142	0.730501415	0.73051187	0.730511871	0.72719761	0.727197611
115	1.07	921.058374	0.72709846	0.72709846	0.7243713	0.724371296	0.72438172	0.724381722	0.72109307	0.72109307
116	1.08	921.782657	0.7209939	0.7209939	0.71828225	0.718282248	0.71829264	0.718292644	0.71502946	0.715029466
117	1.09	922.500852	0.7149303	0.7149303	0.71223419	0.712234187	0.71224455	0.712244552	0.70900675	0.709006745
118	1.1	923.213002	0.70890755	0.70890755	0.70622703	0.706227026	0.70623736	0.70623736	0.70302479	0.703024789
119	1.11	923.919145	0.70292558	0.70292558	0.70026067	0.700260674	0.70027098	0.700270976	0.69708352	0.697083515
120	1.12	924.619324	0.6969843	0.6969843	0.69433504	0.694335035	0.6943453	0.694345304	0.69118283	0.691182829
121	1.13	925.313578	0.6910836	0.6910836	0.68845001	0.688450012	0.68846025	0.688460248	0.68532263	0.68532263
122	1.14	926.00195	0.68522339	0.68522339	0.6826055	0.682605503	0.6826157	0.682615705	0.67950282	0.679502818
123	1.15	926.684478	0.67940357	0.67940357	0.6768014	0.676801402	0.67681157	0.676811569	0.67372328	0.673723285
124	1.16	927.361203	0.67362402	0.67362402	0.6710376	0.6710376	0.67104773	0.671047732	0.66798392	0.667983922
125	1.17	928.032166	0.66788465	0.66788465	0.66531399	0.665313986	0.66532408	0.665324082	0.66228462	0.662284618
126	1.18	928.697407	0.66218533	0.66218533	0.65963045	0.659630445	0.6596405	0.659640504	0.65662526	0.656625256
127	1.19	929.356966	0.65652596	0.65652596	0.65398686	0.653986858	0.65399688	0.65399688	0.65100572	0.651005719
128	1.2	930.010882	0.65090641	0.65090641	0.64838311	0.648383105	0.64839309	0.648393089	0.64542588	0.645425884
129	1.21	930.659197	0.64532656	0.64532656	0.64281906	0.642819061	0.64282907	0.64282907	0.63988563	0.639885628
130	1.22	931.301948	0.6397863	0.6397863	0.6372946	0.6372946	0.63730451	0.637304507	0.63438482	0.634384822
131	1.23	931.939176	0.63428548	0.63428548	0.63180959	0.631809592	0.63181946	0.63181946	0.62892334	0.628923338
132	1.24	932.570921	0.62882399	0.62882399	0.6263639	0.626363905	0.62637373	0.626373732	0.62350104	0.623501042
133	1.25	933.197221	0.62340168	0.62340168	0.6209574	0.620957403	0.62096719	0.62096719	0.61811778	0.618117799
134	1.26	933.818115	0.61801843	0.61801843	0.61558995	0.61558995	0.6155997	0.615599696	0.61277347	0.612773471
135	1.27	934.433644	0.61267409	0.61267409	0.6102614	0.610261405	0.61027111	0.61027111	0.60746792	0.607467919
136	1.28	935.043845	0.60736853	0.60736853	0.60497163	0.604971626	0.60498129	0.604981289	0.602201	0.602201
137	1.29	935.648758	0.6021016	0.6021016	0.59972047	0.599720468	0.59973009	0.59973009	0.59697257	0.596972569
138	1.3	936.24842	0.59687316	0.59687316	0.59450779	0.594507785	0.5945			

Alumnos: Martínez Pérez Brian Erick.

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

160	1.52	948.188912	0.49126699	0.49126699	0.48924124	0.48924981	0.489249807	0.48697907	0.486979068
161	1.53	948.678117	0.48687947	0.48687947	0.4848687	0.484868704	0.48487722	0.48262605	0.482626046
162	1.54	949.16295	0.48252644	0.48252644	0.4805306	0.480530601	0.48053907	0.480539068	0.478307328
163	1.55	949.643445	0.47820772	0.47820772	0.47622675	0.476226751	0.47623517	0.476235169	0.47402273
164	1.56	950.119638	0.47392312	0.47392312	0.47195697	0.47195697	0.47196534	0.471965339	0.46977202
165	1.57	950.591561	0.46967245	0.46967245	0.46772107	0.467721072	0.46772939	0.467729392	0.46555516
166	1.58	951.059249	0.46545554	0.46545554	0.46351887	0.463518872	0.46352714	0.463527143	0.46137182
167	1.59	951.522736	0.46127219	0.46127219	0.45935018	0.459350184	0.45935841	0.459358405	0.45722187
168	1.6	951.982054	0.45712223	0.45712223	0.45521482	0.455214821	0.45522299	0.455222993	0.4531051
169	1.61	952.437238	0.45300546	0.45300546	0.45111259	0.451112595	0.45112072	0.451120717	0.44902134
170	1.62	952.88832	0.44892169	0.44892169	0.44704332	0.447043318	0.44705139	0.447051391	0.44497041
171	1.63	953.335334	0.44487075	0.44487075	0.4430068	0.443006803	0.44301483	0.443014826	0.4409521
172	1.64	953.778312	0.44085244	0.44085244	0.43900286	0.439002859	0.43901083	0.439010833	0.43696624
173	1.65	954.217286	0.43686657	0.43686657	0.4350313	0.435031298	0.43503922	0.435039222	0.43301263
174	1.66	954.652289	0.43291296	0.43291296	0.43109193	0.43109193	0.43109984	0.431099840	0.429091089
175	1.67	955.083354	0.42899141	0.42899141	0.42718457	0.427184565	0.42719239	0.42719239	0.42520142
176	1.68	955.510512	0.42510174	0.42510174	0.42330901	0.423309013	0.42331679	0.423316788	0.42134344
177	1.69	955.933795	0.42124375	0.42124375	0.41946508	0.419465083	0.41947281	0.419472808	0.41751695
178	1.7	956.353234	0.41741726	0.41741726	0.41565258	0.415652585	0.41566026	0.41566026	0.41372177
179	1.71	956.768861	0.41362207	0.41362207	0.41187133	0.411871327	0.41187895	0.411878953	0.40995771
180	1.72	957.180708	0.409858	0.409858	0.40812112	0.408121119	0.40812869	0.408128695	0.40622456
181	1.73	957.588805	0.40612485	0.40612485	0.40404177	0.404041769	0.40404929	0.404049295	0.40252216
182	1.74	957.993183	0.40242244	0.40242244	0.40071309	0.400713085	0.40072056	0.400720562	0.39885029
183	1.75	958.393873	0.39875057	0.39875057	0.39705488	0.397054878	0.3970623	0.397062305	0.39520877
184	1.76	958.790906	0.39510905	0.39510905	0.39342695	0.393426955	0.39343433	0.393434332	0.39159742
185	1.77	959.18431	0.39149769	0.39149769	0.38982912	0.389829124	0.38983645	0.389836452	0.38801603
186	1.78	959.574118	0.3879163	0.3879163	0.3862612	0.386261195	0.38626847	0.386268473	0.384464429
187	1.79	959.960358	0.38436469	0.38436469	0.38272298	0.382722976	0.38273021	0.382730205	0.38094241
188	1.8	960.34306	0.38084267	0.38084267	0.37921428	0.379214276	0.37922146	0.379221456	0.37744979
189	1.81	960.722254	0.37735004	0.37735004	0.3757349	0.375734905	0.37574203	0.375742035	0.37398638
190	1.82	961.097969	0.37388663	0.37388663	0.37228467	0.37228467	0.37229175	0.372291751	0.37055198
191	1.83	961.470234	0.37045223	0.37045223	0.36886338	0.368863381	0.36887041	0.368870413	0.36714641
192	1.84	961.839079	0.36704665	0.36704665	0.36547085	0.365470848	0.36547783	0.365477831	0.36376948
193	1.85	962.204531	0.36366971	0.36366971	0.36210688	0.36210688	0.36211381	0.362113814	0.36042099
194	1.86	962.56662	0.36032122	0.36032122	0.35877129	0.358771288	0.35877817	0.358778173	0.35710079
195	1.87	962.925373	0.35700099	0.35700099	0.35546388	0.355463881	0.35547072	0.355470717	0.35380806
196	1.88	963.28082	0.35370882	0.35370882	0.35218447	0.352184469	0.35219126	0.352191257	0.35054431
197	1.89	963.632987	0.35044453	0.35044453	0.34893286	0.348932865	0.34893936	0.348939604	0.34730772
198	1.9	963.981903	0.34720793	0.34720793	0.34570888	0.345708878	0.34571557	0.345715568	0.344098623
199	1.91	964.327596	0.34399884	0.34399884	0.34251232	0.34251232	0.34251896	0.342518962	0.34091684
200	1.92	964.670092	0.34081705	0.34081705	0.339343	0.339343003	0.3393496	0.339349597	0.33776219
201	1.93	965.00942	0.3376624	0.3376624	0.33620074	0.336200739	0.33620728	0.336207285	0.33463447
202	1.94	965.345605	0.33453468	0.33453468	0.33308534	0.333085341	0.33309184	0.333091839	0.33153351
203	1.95	965.678676	0.33143371	0.33143371	0.32999662	0.329996621	0.33000307	0.330003072	0.32845911
204	1.96	966.008658	0.32835931	0.32835931	0.32693439	0.326934395	0.32694083	0.326940797	0.3254111
205	1.97	966.335578	0.32531129	0.32531129	0.32389847	0.323898474	0.32390483	0.32390483	0.32238927
206	1.98	966.659462	0.32228946	0.32228946	0.32088868	0.320888675	0.32089498	0.320894983	0.319393459
207	1.99	966.980337	0.31929365	0.31929365	0.31790481	0.317904812	0.31791107	0.317911072	0.31642347
208	2	967.298229	0.31632365	0.31632365	0.3149467	0.3149467	0.31495291	0.314952913	0.31347912
209	2.01	967.613163	0.3133793	0.3133793	0.31201416	0.312014155	0.31202032	0.312020322	0.31056023
210	2.02	967.925164	0.31046041	0.31046041	0.309107	0.309106995	0.30911312	0.309113115	0.30766662
211	2.03	968.234258	0.30756679	0.30756679	0.30622504	0.306225036	0.30623111	0.306231111	0.304798096
212	2.04	968.540471	0.30469827	0.30469827	0.3033681	0.303368097	0.30337412	0.303374124	0.301954486
213	2.05	968.843828	0.30185465	0.30185465	0.30053599	0.300535994	0.30054198	0.300541975	0.299135606
214	2.06	969.144352	0.29903577	0.29903577	0.29772855	0.297728549	0.29773448	0.297734484	0.296341275
215	2.07	969.442069	0.29624144	0.29624144	0.29494558	0.29494558	0.29495147	0.294951469	0.29357132
216	2.08	969.737004	0.29347147	0.29347147	0.29218691	0.292186907	0.29219275	0.29219275	0.290825546
217	2.09	970.02918	0.2907257	0.2907257	0.28945235	0.289452351	0.28945815	0.289458149	0.28810379
218	2.1	970.318621	0.28800394	0.28800394	0.28674173	0.286741735	0.28674749	0.286747488	0.28540587
219	2.11	970.605353	0.28530602	0.28530602	0.28405488	0.28405488	0.28406059	0.284060587	0.282731604
220	2.12	970.889398	0.28263175	0.28263175	0.28139161	0.281391609	0.28139727	0.281397271	0.280080822
221	2.13	971.170779	0.27998097	0.27998097	0.27875176	0.278751746	0.27875736	0.278757364	0.277453344
222	2.14	971.449521	0.27735349	0.27735349	0.27613512	0.276135115	0.27614069	0.276140689	0.274848998
223	2.15	971.725647	0.27474914	0.27474914	0.27354154	0.273541542	0.27354707	0.273547071	0.27226761
224	2.16	971.999179	0.27216775	0.27216775	0.27097085	0.270970852	0.27097634	0.270976337	0.26970901
225	2.17	972.270141	0.26960914	0.26960914	0.26842287	0.268422872	0.26842831	0.268428313	0.267173
226	2.18	972.538555	0.26707314	0.26707314	0.26589743	0.265897429	0.26590283	0.265902826	0.26465944
227	2.19	972.804444	0.26455958	0.26455958	0.26339435	0.263394351	0.2633997	0.263399705	0.262168151
228	2.2	973.06783	0.26206828	0.26206828	0.26091347	0.260913468	0.26091878	0.260918778	0.259689955
229	2.21	973.328735	0.25959908	0.25959908	0.25845461	0.258454608	0.25845988	0.258459875	0.257251685
230	2.22	973.587182	0.25715181	0.25715181	0.2560176	0.256017602	0.25602283	0.256022827	0.254826172
231	2.23	973.843192	0.2547263	0.2547263	0.25360228	0.253602282	0.25360746	0.253607464	0.252422249
232	2.24	974.096786	0.25232237	0.25232237	0.25120848	0.25120848	0.25121362	0.251213619	0.250039748
233	2.25	974.347988	0.24993987	0.24993987	0.24883603	0.248836027	0.24884112	0.248841125	0.247678502
234	2.26	974.596816	0.24757862	0.24757862	0.24648476	0.246484759	0.24648981	0.246489814	0.245338346
235	2.27	974.843294	0.24523846	0.24523846	0.24415451	0.244154509	0.24415952	0.244159523	0.243019115
236	2.28	975.087442	0.24291923	0.24291923	0.24184511	0.241845113	0.24185009	0.241850085	0.240720645
237	2.29	975.32928	0.24062076	0.24062076	0.23955641	0.239556407	0.23956134	0.239561337	0.238442772
238	2.3	975.56883	0.23834288	0.23834288	0.23728823	0.237288228	0.23729312	0.237293117	0.23618533
239	2.31	975.806112	0.23608544	0.23608544	0.23504041	0.235040413	0.23504526	0.235045261	0.233948169
240	2.32	976.041146	0.23384828	0.23384828	0.2328128	0.232812801	0.23281761	0.232817609	0.231713112
241	2.33	976.273952	0.23163122	0.23163122	0.23060523	0.230605233	0.23061	0.23061	0.229534019
242	2.34	976.504552	0.22943412	0.22943412	0.22841755	0.228417547	0.22842227	0.228422274	0.227356714
243	2.35	976.732964	0.22725681	0.22725681	0.22624959	0.226249586	0.22625427	0.226254273	0.225199046
244	2.36	976.959207	0.22509914	0.22509914	0.22410119	0.224101192	0.22410584	0.224105839	0.223060856
245	2.37	977.183303	0.22296095	0.22296095	0.22197221	0.221972207</			

Alumnos: Martínez Pérez Brian Erick.

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

259	2.51	980.105663	0.19498552	0.19498552	0.19411859	0.194118588	0.19412267	0.194122666	0.19322115	0.1932211
260	2.52	980.299778	0.19312123	0.19312123	0.1922625	0.192262505	0.19226655	0.192266546	0.19137395	0.1913739
261	2.53	980.492037	0.19127402	0.19127402	0.19042344	0.190423439	0.19042744	0.190427445	0.18954368	0.1895436
262	2.54	980.682457	0.18944375	0.18944375	0.18860125	0.18860125	0.18860522	0.18860522	0.18773021	0.1877302
263	2.55	980.871055	0.18763029	0.18763029	0.1867958	0.186795795	0.18679973	0.18679973	0.1859334	0.1859334
264	2.56	981.057847	0.18583347	0.18583347	0.18500694	0.185006936	0.18501084	0.185010835	0.18415311	0.1841531
265	2.57	981.242851	0.18405318	0.18405318	0.18323453	0.183234532	0.1832384	0.183238397	0.1823892	0.1823892
266	2.58	981.426082	0.18228927	0.18228927	0.18147845	0.181478446	0.18148228	0.181482276	0.18064154	0.1806415
267	2.59	981.607558	0.1805416	0.1805416	0.17973854	0.17973854	0.17974234	0.179742336	0.17890997	0.1789099
268	2.6	981.787293	0.17881004	0.17881004	0.17801468	0.178014678	0.17801844	0.178018439	0.17719438	0.1771943
269	2.61	981.965305	0.17709445	0.17709445	0.17630672	0.176306725	0.17631045	0.176310452	0.17549462	0.1754946
270	2.62	982.141609	0.17539469	0.17539469	0.17461454	0.174614545	0.17461824	0.174618238	0.17381057	0.1738105
271	2.63	982.316221	0.17371063	0.17371063	0.172938	0.172938005	0.17294166	0.172941664	0.17214208	0.172142
272	2.64	982.489156	0.17204214	0.17204214	0.17127697	0.171276972	0.1712806	0.171280598	0.17048903	0.1704890
273	2.65	982.660431	0.17038909	0.17038909	0.16963131	0.169631314	0.16963491	0.169634907	0.16885128	0.1688512
274	2.66	982.830059	0.16875134	0.16875134	0.1680009	0.1680009	0.16800446	0.16800446	0.1672287	0.1672287
275	2.67	982.998058	0.16712876	0.16712876	0.1663856	0.1663856	0.16638913	0.166389128	0.16562117	0.1656211
276	2.68	983.164441	0.16552123	0.16552123	0.16478529	0.164785285	0.16478878	0.16478878	0.16402856	0.1640285
277	2.69	983.329224	0.16392861	0.16392861	0.16319983	0.163199826	0.16320329	0.163203289	0.16245073	0.1624507
278	2.7	983.492422	0.16235078	0.16235078	0.1616291	0.161629096	0.16163253	0.161632527	0.16088756	0.1608875
279	2.71	983.654049	0.16078761	0.16078761	0.16007297	0.160072969	0.16007637	0.160076368	0.15933892	0.1593389
280	2.72	983.814119	0.15923898	0.15923898	0.15853132	0.158531318	0.15853469	0.158534685	0.1578047	0.1578047
281	2.73	983.972649	0.15770475	0.15770475	0.15700402	0.157004018	0.15700735	0.157007355	0.15628476	0.1562847
282	2.74	984.129651	0.15618481	0.15618481	0.15549095	0.155490947	0.15549425	0.155494252	0.15477898	0.1547789
283	2.75	984.28514	0.15467903	0.15467903	0.15399198	0.15399198	0.15399525	0.153995254	0.15328724	0.1532872
284	2.76	984.43913	0.15318729	0.15318729	0.152507	0.152506996	0.15251024	0.15251024	0.15180942	0.1518094
285	2.77	984.591635	0.15170947	0.15170947	0.15103587	0.151035873	0.15103909	0.151039086	0.1503454	0.1503453
286	2.78	984.742669	0.15024545	0.15024545	0.14957849	0.149578491	0.14958167	0.149581674	0.14889505	0.1488950
287	2.79	984.892246	0.1487951	0.1487951	0.14813473	0.14813473	0.14813788	0.148137883	0.14745826	0.1474582
288	2.8	985.040379	0.14735831	0.14735831	0.14670447	0.146704472	0.1467076	0.146707595	0.14603491	0.1460349
289	2.81	985.187082	0.14593495	0.14593495	0.1452876	0.145287598	0.14529069	0.145290692	0.14462488	0.1446248
290	2.82	985.332368	0.14452492	0.14452492	0.14388399	0.143883993	0.14388706	0.143887057	0.14322806	0.1432280
291	2.83	985.476251	0.1431281	0.1431281	0.14249354	0.142493539	0.14249657	0.142496574	0.14184432	0.1418443
292	2.84	985.618743	0.14174437	0.14174437	0.14111612	0.141116121	0.14111913	0.141119128	0.14047357	0.1404735
293	2.85	985.759858	0.14037361	0.14037361	0.13975163	0.139751626	0.1397546	0.139754604	0.13911567	0.1391156
294	2.86	985.899608	0.13901571	0.13901571	0.13839994	0.138399939	0.13840289	0.138402888	0.13777052	0.1377705
295	2.87	986.038006	0.13767056	0.13767056	0.13706095	0.137060948	0.13706387	0.137063869	0.13643801	0.1364380
296	2.88	986.175066	0.13633805	0.13633805	0.13573454	0.13573454	0.13573743	0.135737434	0.13511802	0.1351180
297	2.89	986.310799	0.13501806	0.13501806	0.13442061	0.134420606	0.13442347	0.134423471	0.13381045	0.1338104
298	2.9	986.445219	0.13371049	0.13371049	0.13311903	0.133119034	0.13312187	0.133121872	0.13251518	0.1325151
299	2.91	986.578337	0.13241522	0.13241522	0.13182972	0.131829716	0.13183253	0.131832526	0.13123211	0.1312321
300	2.92	986.710165	0.13113215	0.13113215	0.1305254	0.13052542	0.13055533	0.130555326	0.12996113	0.1299611
301	2.93	986.840717	0.12986116	0.12986116	0.12928741	0.129287406	0.12929016	0.129290162	0.12870212	0.1287021
302	2.94	986.970003	0.12860216	0.12860216	0.1280342	0.1280342	0.12803693	0.128036929	0.12745499	0.1274549
303	2.95	987.098037	0.12735503	0.12735503	0.12679282	0.126792818	0.12679552	0.126795521	0.12621963	0.1262196
304	2.96	987.224829	0.12611966	0.12611966	0.12556316	0.125563155	0.12556583	0.125565832	0.12499593	0.1249959
305	2.97	987.350391	0.12489597	0.12489597	0.12434511	0.124345107	0.12434776	0.124347757	0.12378379	0.1237837
306	2.98	987.474735	0.12368383	0.12368383	0.12313857	0.123138569	0.12314119	0.123141194	0.12258311	0.1225831
307	2.99	987.597873	0.12248314	0.12248314	0.12194344	0.12194344	0.12194604	0.121946039	0.12139378	0.1213937
308	3	987.719815	0.12129382	0.12129382	0.12075962	0.120759617	0.12076219	0.12076219	0.12021571	0.1202157
309	3.01	987.840574	0.12011574	0.12011574	0.119587	0.119586998	0.11958955	0.119589546	0.11904879	0.1190487
310	3.02	987.960161	0.11894882	0.11894882	0.11842548	0.118425484	0.11842801	0.118428007	0.11789291	0.1178929
311	3.03	988.078585	0.11779295	0.11779295	0.11727498	0.117274975	0.11727747	0.117277473	0.116748	0.116748
312	3.04	988.19586	0.11664803	0.11664803	0.11613537	0.116135372	0.11613785	0.116137845	0.11561393	0.1156139
313	3.05	988.311994	0.11551396	0.11551396	0.11500658	0.115006577	0.11500903	0.115009026	0.11449062	0.1144906
314	3.06	988.427	0.11439065	0.11439065	0.11388849	0.113888492	0.11389092	0.113890917	0.11337798	0.1133779
315	3.07	988.540888	0.11327801	0.11327801	0.11278102	0.112781022	0.11278342	0.112783422	0.11227589	0.1122758
316	3.08	988.653669	0.11217592	0.11217592	0.11168407	0.11168407	0.11168645	0.111686446	0.11118428	0.1111842
317	3.09	988.765352	0.1110843	0.1110843	0.11059754	0.110597541	0.11059989	0.110599894	0.11010303	0.1101030
318	3.1	988.875949	0.11000306	0.11000306	0.10952134	0.109521342	0.10952367	0.10952367	0.109032073	0.1090320
319	3.11	988.98547	0.1089321	0.1089321	0.10845338	0.108453378	0.10845768	0.108457683	0.1079713	0.1079712
320	3.12	989.093925	0.10787132	0.10787132	0.10739956	0.107399557	0.10740184	0.107401839	0.10692062	0.1069206
321	3.13	989.201324	0.10682064	0.10682064	0.10635379	0.106353787	0.10635605	0.106356046	0.10587994	0.1058799
322	3.14	989.307678	0.10577997	0.10577997	0.10531798	0.105317977	0.10532021	0.105320213	0.10484918	0.1048491
323	3.15	989.412995	0.1047492	0.1047492	0.10429204	0.104292036	0.10429425	0.104294249	0.10382823	0.1038282
324	3.16	989.517287	0.10372826	0.10372826	0.10327587	0.103275874	0.10327807	0.103278066	0.10281702	0.1028170
325	3.17	989.620562	0.10271705	0.10271705	0.1022694	0.102269404	0.10227157	0.102271573	0.10181546	0.1018154
326	3.18	989.722831	0.10171548	0.10171548	0.10127254	0.101272535	0.10127468	0.101274682	0.10082345	0.1008234
327	3.19	989.824104	0.10072347	0.10072347	0.10028518	0.100285181	0.10028731	0.100287306	0.09984091	0.0998409
328	3.2	989.924389	0.09974094	0.09974094	0.09930726	0.099307255	0.09930936	0.099309358	0.09886776	0.0988677
329	3.21	990.023696	0.09876778	0.09876778	0.09833867	0.098338671	0.09834075	0.098340752	0.0979039	0.0979039
330	3.22	990.122034	0.09780392	0.09780392	0.09737934	0.097379343	0.09738143	0.097381403	0.09694925	0.0969492
331	3.23	990.219413	0.09684927	0.09684927	0.09642919	0.096429186	0.09643123	0.096431225	0.09600373	0.0960037
332	3.24	990.315842	0.09590375	0.09590375	0.09548812	0.095488117	0.09549014	0.095490135	0.09506725	0.0950672
333	3.25	990.41133	0.09496727	0.09496727	0.09455605	0.094556052	0.09455805	0.09455805	0.09413974	0.0941397
334	3.26	990.505886	0.09403976	0.09403976	0.09363291	0.093632909	0.09363489	0.093634886	0.0932211	0.0932211
335	3.27	990.599519	0.09312112	0.09312112	0.09271861	0.092718606	0.09272056	0.092720562	0.09231126	0.0923112
336	3.28	990.692237	0.09221129	0.09221129	0.09181306	0.091813061	0.091815	0.091814997	0.09141014	0.0914101
337	3.29	990.78405	0.0							

Alumnos: Martínez Pérez Brian Erick.

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

358	3.5	992.517626	0.07426388	0.07426388	0.07395087	0.07395086	0.0739524	0.073952396	0.07363537	0.073635366
359	3.51	992.591577	0.07353538	0.07353538	0.07322585	0.073225848	0.07322736	0.073227361	0.0729139	0.072913903
360	3.52	992.664803	0.07281392	0.07281392	0.07250783	0.072507832	0.07250933	0.072509329	0.07219941	0.072199408
361	3.53	992.737311	0.07209942	0.07209942	0.07179675	0.071796754	0.07179823	0.071798234	0.07149182	0.071491817
362	3.54	992.809108	0.07139183	0.07139183	0.07109255	0.071092547	0.07109401	0.071094011	0.07079106	0.070791065
363	3.55	992.880201	0.07069108	0.07069108	0.07039515	0.070395147	0.0703966	0.070396595	0.07009709	0.070097086
364	3.56	992.950596	0.0699971	0.0699971	0.06970449	0.069704491	0.06970592	0.069705923	0.06940982	0.069409819
365	3.57	993.020301	0.06930983	0.06930983	0.06902052	0.069020515	0.06902193	0.069021932	0.0687292	0.0687292
366	3.58	993.089321	0.06862921	0.06862921	0.06834316	0.068343157	0.06834456	0.068344558	0.06805517	0.068055167
367	3.59	993.157665	0.06795518	0.06795518	0.06767235	0.067672355	0.06767374	0.06767374	0.06738766	0.067387657
368	3.6	993.225337	0.06728767	0.06728767	0.06700805	0.067008046	0.06700942	0.067009416	0.06672661	0.066726609
369	3.61	993.292345	0.06662662	0.06662662	0.06635017	0.06635017	0.06635152	0.066351524	0.06607196	0.066071963
370	3.62	993.358696	0.06597198	0.06597198	0.06569867	0.065698666	0.06570001	0.065700005	0.06542366	0.065423659
371	3.63	993.424394	0.06532367	0.06532367	0.06505347	0.065053474	0.0650548	0.065054798	0.06478164	0.064781635
372	3.64	993.489448	0.06468165	0.06468165	0.06441453	0.064414534	0.06441584	0.064415844	0.06414583	0.064145834
373	3.65	993.553863	0.06404585	0.06404585	0.06378179	0.063781789	0.06378308	0.063783084	0.0635162	0.063516197
374	3.66	993.617645	0.06341621	0.06341621	0.06315518	0.063155178	0.06315646	0.063156459	0.06289267	0.062892666
375	3.67	993.6808	0.06279268	0.06279268	0.06253465	0.062534645	0.06253591	0.062535911	0.06227518	0.062275182
376	3.68	993.743335	0.06217519	0.06217519	0.06192013	0.061920132	0.06192138	0.061921384	0.06166369	0.061663689
377	3.69	993.805255	0.0615637	0.0615637	0.06131158	0.061311582	0.06131282	0.06131282	0.06105813	0.06105813
378	3.7	993.866567	0.06095814	0.06095814	0.06070894	0.060708939	0.06071016	0.060710162	0.06045845	0.060458449
379	3.71	993.927276	0.06035846	0.06035846	0.06011215	0.060112147	0.06011336	0.060113356	0.05986459	0.05986459
380	3.72	993.987388	0.0597646	0.0597646	0.05952115	0.05952115	0.05952235	0.059522345	0.0592765	0.059276499
381	3.73	994.04691	0.05917651	0.05917651	0.05893589	0.058935893	0.05893707	0.058937075	0.05869412	0.058694121
382	3.74	994.105846	0.05859413	0.05859413	0.05835632	0.058356323	0.05835749	0.058357491	0.0581174	0.058117401
383	3.75	994.164202	0.05801741	0.05801741	0.05778239	0.057782385	0.05778354	0.05778354	0.05754629	0.057546286
384	3.76	994.221985	0.0574463	0.0574463	0.05721403	0.057214026	0.05721517	0.057215167	0.05698072	0.056980723
385	3.77	994.279199	0.05688073	0.05688073	0.05665119	0.056651193	0.05665232	0.056652321	0.05642066	0.056420658
386	3.78	994.335851	0.05632067	0.05632067	0.05609383	0.056093833	0.05609495	0.056094948	0.05586604	0.055866041
387	3.79	994.391945	0.05576605	0.05576605	0.0555419	0.055541895	0.055543	0.055542997	0.05531682	0.055316819
388	3.8	994.447487	0.05521683	0.05521683	0.05499533	0.054995327	0.05499642	0.054996417	0.05477294	0.054772941
389	3.81	994.502482	0.05467295	0.05467295	0.05445408	0.054454078	0.05445515	0.054455155	0.05423436	0.054234356
390	3.82	994.556937	0.05413436	0.05413436	0.0539181	0.053918097	0.05391916	0.053919161	0.05370101	0.053701013
391	3.83	994.610855	0.05360102	0.05360102	0.05338733	0.053387335	0.05338839	0.053388386	0.05317286	0.053172863
392	3.84	994.664243	0.05307287	0.05307287	0.05286174	0.052861741	0.05286278	0.05286278	0.052649857	0.052649857
393	3.85	994.717104	0.05254987	0.05254987	0.05234127	0.052341266	0.05234229	0.052342293	0.05213195	0.052131945
394	3.86	994.769446	0.05203195	0.05203195	0.05182586	0.051825862	0.05182688	0.051826877	0.05161908	0.051619079
395	3.87	994.821272	0.05151909	0.05151909	0.05131548	0.051315481	0.05131648	0.051316483	0.05111211	0.051112111
396	3.88	994.872588	0.05101122	0.05101122	0.05081007	0.050810073	0.05081106	0.050811063	0.05060829	0.050608293
397	3.89	994.923398	0.0505083	0.0505083	0.05030959	0.050309592	0.05031057	0.050310571	0.05011028	0.050110278
398	3.9	994.973708	0.05001029	0.05001029	0.04981399	0.049813992	0.04981496	0.049814958	0.04961712	0.049617118
399	3.91	995.023522	0.04951713	0.04951713	0.04932322	0.049323224	0.04932418	0.049324179	0.04912877	0.049128769
400	3.92	995.072846	0.04902878	0.04902878	0.04883724	0.048837244	0.04883819	0.048838187	0.04864518	0.048645183
401	3.93	995.121683	0.04854519	0.04854519	0.048356	0.048356005	0.04835694	0.048356937	0.04816632	0.048166315
402	3.94	995.170039	0.04806632	0.04806632	0.04787946	0.047879462	0.04788038	0.047880382	0.04769212	0.047692121
403	3.95	995.217919	0.04759213	0.04759213	0.04740757	0.04740757	0.04740848	0.047408479	0.04722255	0.047222555
404	3.96	995.265327	0.04712256	0.04712256	0.04694028	0.046940284	0.04694118	0.046941183	0.04675757	0.046757573
405	3.97	995.312267	0.04665758	0.04665758	0.04647756	0.046477561	0.04647845	0.046478449	0.046297131	0.046297131
406	3.98	995.358745	0.04619714	0.04619714	0.04601936	0.046019357	0.04602023	0.046020234	0.04584119	0.045841186
407	3.99	995.404765	0.04574119	0.04574119	0.04556563	0.045565628	0.04556649	0.045566494	0.04538969	0.045389694
408	4	995.45033	0.0452897	0.0452897	0.04511633	0.045116332	0.04511719	0.045117188	0.04494261	0.044942614
409	4.01	995.495447	0.04484262	0.04484262	0.04467143	0.044671427	0.04467227	0.044672271	0.04449992	0.04449992
410	4.02	995.540119	0.04439991	0.04439991	0.04423087	0.044230869	0.04423173	0.044231703	0.04406152	0.044061517
411	4.03	995.58435	0.04396152	0.04396152	0.04379462	0.043794617	0.04379544	0.043795441	0.043627417	0.043627417
412	4.04	995.628145	0.04352742	0.04352742	0.04336263	0.04336263	0.04336344	0.043363444	0.04319756	0.043197561
413	4.05	995.671507	0.04309757	0.04309757	0.04293487	0.042934868	0.04293567	0.042935671	0.04277191	0.042771909
414	4.06	995.714443	0.04267191	0.04267191	0.04251129	0.042511289	0.04251208	0.042512082	0.04235042	0.042350419
415	4.07	995.756954	0.04225042	0.04225042	0.04209185	0.042091853	0.04209264	0.042092636	0.04193305	0.041933053
416	4.08	995.799046	0.04183306	0.04183306	0.04167652	0.04167652	0.04167729	0.041677293	0.04151977	0.04151977
417	4.09	995.840723	0.04141978	0.04141978	0.04126525	0.041265252	0.04126601	0.041266015	0.04111053	0.041110531
418	4.1	995.881988	0.04101054	0.04101054	0.04085801	0.040858008	0.04085876	0.040858762	0.0407053	0.040705297
419	4.11	995.922847	0.0406053	0.0406053	0.04045475	0.040454751	0.04045549	0.040455494	0.04030403	0.04030403
420	4.12	995.963302	0.04020403	0.04020403	0.04005544	0.040055441	0.04005618	0.040056175	0.03990669	0.039906691
421	4.13	996.003357	0.0398067	0.0398067	0.03966004	0.039660041	0.03966077	0.039660766	0.03951324	0.039513243
422	4.14	996.043017	0.03941325	0.03941325	0.03926851	0.039268513	0.03926923	0.039269229	0.039123648	0.039123648
423	4.15	996.082286	0.03902365	0.03902365	0.03888082	0.03888082	0.03888153	0.038881526	0.03873787	0.038737869
424	4.16	996.121167	0.03863787	0.03863787	0.03849693	0.038496925	0.03849762	0.038497622	0.03835587	0.03835587
425	4.17	996.159664	0.03825587	0.03825587	0.03811679	0.038116791	0.03811748	0.038117479	0.03797761	0.037977613
426	4.18	996.197781	0.03787762	0.03787762	0.03774038	0.037740382	0.03774106	0.037741061	0.03760306	0.037603063
427	4.19	996.235522	0.03750307	0.03750307	0.03736766	0.037367662	0.03736833	0.037368332	0.03723218	0.037232183
428	4.2	996.272289	0.03713219	0.03713219	0.0369986	0.036998596	0.03699926	0.036999256	0.03686494	0.03686494
429	4.21	996.309889	0.03676494	0.03676494	0.03663315	0.036633148	0.0366338	0.036633799	0.036501296	0.036501296
430	4.22	996.346522	0.0364013	0.0364013	0.03627128	0.036271282	0.03627193	0.036271925	0.03614122	0.036141219
431	4.23	996.382794	0.03604122	0.03604122	0.03591297	0.035912966	0.0359136	0.0359136	0.03578467	0.035784672
432	4.24	996.418707	0.03568468	0.03568468	0.03555816	0.035558164	0.03555879	0.03555879	0.03543162	0.035431623
433	4.25	996.454265	0.03533163	0.03533163	0.03520684	0.035206842	0.03520746	0.035207459	0.03508204	0.035082037
434	4.26	996.489472	0.03498204	0.03498204	0.03485897	0.034858967	0.03485958	0.034859576	0.03473588	0.034735881
435	4.27	996.5								

Alumnos: Martínez Pérez Brian Erick.

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

457	4.49	997.209791	0.02782424	0.02782424	0.02773628	0.027736279	0.02773672	0.027736716	0.02764841	0.027648413
458	4.5	997.237527	0.02754842	0.02754842	0.02746181	0.027461811	0.02746224	0.027462241	0.0273753	0.027375303
459	4.51	997.264989	0.02727531	0.02727531	0.02719004	0.027190044	0.02719047	0.027190467	0.02710488	0.027104881
460	4.52	997.292179	0.02700488	0.02700488	0.02692095	0.026920952	0.02692137	0.026921369	0.02683712	0.026837121
461	4.53	997.3191	0.02673712	0.02673712	0.02665451	0.026654509	0.02665492	0.026654919	0.026572	0.026571996
462	4.54	997.345755	0.026472	0.026472	0.02639069	0.026390689	0.02639109	0.026391092	0.02630948	0.026309482
463	4.55	997.372146	0.02620948	0.02620948	0.02612947	0.026129466	0.02612986	0.026129863	0.02604955	0.026049552
464	4.56	997.398276	0.02594955	0.02594955	0.02587082	0.025870816	0.02587121	0.025871207	0.02579218	0.025792182
465	4.57	997.424147	0.02569218	0.02569218	0.02561471	0.025614713	0.0256151	0.025615097	0.02553735	0.025537346
466	4.58	997.449761	0.02543735	0.02543735	0.02536113	0.025361132	0.02536151	0.02536151	0.02528502	0.025285021
467	4.59	997.475123	0.02518502	0.02518502	0.02511005	0.025110049	0.02511042	0.025110421	0.02503518	0.025035181
468	4.6	997.500233	0.02493518	0.02493518	0.02486144	0.024861439	0.0248618	0.024861805	0.0247878	0.024787802
469	4.61	997.525094	0.0246878	0.0246878	0.02461528	0.024615278	0.02461564	0.024615638	0.02454286	0.024542861
470	4.62	997.54971	0.02444286	0.02444286	0.02437154	0.024371543	0.0243719	0.024371897	0.02430033	0.024300332
471	4.63	997.574082	0.02420033	0.02420033	0.02413021	0.02413021	0.02413056	0.024130558	0.02406019	0.024060193
472	4.64	997.598212	0.0239602	0.0239602	0.02389125	0.023891255	0.0238916	0.023891597	0.02382242	0.023822421
473	4.65	997.622103	0.02372242	0.02372242	0.02365465	0.023654655	0.02365499	0.023654991	0.02358699	0.023586993
474	4.66	997.645758	0.02348699	0.02348699	0.02342039	0.023420387	0.02342072	0.023420717	0.02335388	0.023353885
475	4.67	997.669179	0.02325389	0.02325389	0.02318843	0.023188428	0.02318875	0.023188753	0.02312308	0.023123075
476	4.68	997.692367	0.02302308	0.02302308	0.02295876	0.022958756	0.02295908	0.022959075	0.02289454	0.022894541
477	4.69	997.715326	0.02279454	0.02279454	0.02273135	0.022731348	0.02273166	0.022731662	0.02266826	0.022668259
478	4.7	997.738057	0.02256826	0.02256826	0.02250618	0.022506183	0.02250649	0.022506492	0.02244421	0.022444211
479	4.71	997.760564	0.02234421	0.02234421	0.02228324	0.022283238	0.02228354	0.022283541	0.02222237	0.022222369
480	4.72	997.782847	0.02212237	0.02212237	0.02206249	0.022062492	0.02206279	0.02206279	0.02200271	0.022002717
481	4.73	997.80491	0.02190272	0.02190272	0.02184392	0.021843924	0.02184422	0.021844216	0.02178523	0.021785231
482	4.74	997.826754	0.02168523	0.02168523	0.02162751	0.021627511	0.0216278	0.021627797	0.02156989	0.021569891
483	4.75	997.848381	0.02146989	0.02146989	0.02141323	0.021413232	0.02141351	0.021413514	0.02135667	0.021356673
484	4.76	997.869795	0.02125667	0.02125667	0.02120107	0.021201068	0.02120134	0.021201345	0.02114556	0.021145561
485	4.77	997.890996	0.02104556	0.02104556	0.020991	0.020990998	0.02099127	0.020991269	0.02093653	0.020936531
486	4.78	997.911987	0.02083653	0.02083653	0.020783	0.020782999	0.02078327	0.020783265	0.02072956	0.020729563
487	4.79	997.93277	0.02062956	0.02062956	0.02057705	0.020577054	0.02057731	0.020577315	0.02052464	0.020524638
488	4.8	997.953347	0.02042464	0.02042464	0.02037314	0.020373141	0.0203734	0.020373397	0.02032174	0.020321735
489	4.81	997.973721	0.02022174	0.02022174	0.02017124	0.02017124	0.02017149	0.020171491	0.02012084	0.020120835
490	4.82	997.993892	0.02002084	0.02002084	0.01997133	0.019971333	0.01997158	0.019971579	0.01992192	0.019921918
491	4.83	998.013863	0.01982192	0.01982192	0.0197734	0.019773399	0.01977364	0.01977364	0.01972496	0.019724965
492	4.84	998.033637	0.01962497	0.01962497	0.01957742	0.019577418	0.01957765	0.019577655	0.01952996	0.019529956
493	4.85	998.053214	0.01942996	0.01942996	0.01938337	0.019383373	0.0193836	0.019383604	0.01933687	0.019336872
494	4.86	998.072598	0.01923687	0.01923687	0.01919124	0.019191243	0.01919147	0.01919147	0.01914569	0.019145695
495	4.87	998.091789	0.0190457	0.0190457	0.01900101	0.019001011	0.01900123	0.019001233	0.01895641	0.018956406
496	4.88	998.11079	0.01885641	0.01885641	0.01881266	0.018812657	0.01881287	0.018812875	0.01876899	0.018768985
497	4.89	998.129603	0.01866899	0.01866899	0.01862616	0.018626164	0.01862638	0.018626377	0.01858342	0.018583416
498	4.9	998.148229	0.01848342	0.01848342	0.01844151	0.018441512	0.01844172	0.018441721	0.01839968	0.018399681
499	4.91	998.166671	0.01829968	0.01829968	0.01825868	0.018258684	0.01825889	0.018258888	0.01821776	0.018217758
500	4.92	998.18493	0.01811776	0.01811776	0.01807766	0.018077663	0.01807786	0.018077862	0.01803763	0.018037634
501	4.93	998.203007	0.01793764	0.01793764	0.01789843	0.017898429	0.01789862	0.017898624	0.01785929	0.017859289
502	4.94	998.220906	0.01775929	0.01775929	0.01772097	0.017720966	0.01772116	0.017721157	0.01768271	0.017682706
503	4.95	998.238627	0.01758271	0.01758271	0.01754526	0.017545257	0.01754544	0.017545443	0.01750787	0.017507868
504	4.96	998.256172	0.01740787	0.01740787	0.01737128	0.017371283	0.01737147	0.017371465	0.01733475	0.017334757
505	4.97	998.273544	0.01723476	0.01723476	0.01719903	0.017199029	0.01719921	0.017199207	0.01716336	0.017163357
506	4.98	998.290743	0.01706336	0.01706336	0.01702848	0.017028477	0.01702865	0.017028651	0.01699365	0.016993651
507	4.99	998.307771	0.01689365	0.01689365	0.01685961	0.016859611	0.01685978	0.01685978	0.01682562	0.016825622
508	5	998.324631	0.01672562	0.01672562	0.01669241	0.016692414	0.01669258	0.016692579	0.01665925	0.016659254

- Python:

El problema nos proporciona la función f (imagen 2.0). que implementada en su forma general en Python se ve como se muestra en la ilustración (imagen 2.1). donde los valores de sus constantes ya están sustituidos.

Como tenemos estas expresiones en su forma general, es más fácil su interpretación e implementación en Python.

La función “funcionF” recibe como parámetros “x” y “y” que se utilizan para calcular el valor de la función en los cálculos de “k enésima” para estimar los valores $y(n+1)$.

$$\frac{dP}{dt} = P(\beta - \delta P)$$

(imagen 2.0)

```
def funcionF(x,y): #esta funcion representa la E.D. dada por el problema
    return y*(1-0.001*y)
```

(imagen 2.1)

Para poder solucionar este problema en un lenguaje de programación, partimos de las expresiones vistas en clase del método Runge-Kutta de orden 4. (imagen 2.2), para calcular los valores de cada “k” creamos una función diferente para cada una, como estos cálculos se repiten, nos conviene llamar a cada función en el momento que se requiere el cálculo (imagen 2.3).

$$k_1 = hf(x_n, y_n),$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}),$$

$$k_3 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}),$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3),$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) . \text{RK-4}$$

(imagen 2.2)


```
def funcionF(x,y): #esta funcion representa la E.D. dada por el problema
    return y*(1-0.001*y)

def kutta1(h,x,y): #esta funcion calcula el valor de K1 para Runge-Kutta de orden 4
    return (h*funcionF(x,y))

def kutta2(h,x,y,k): #esta funcion calcula el valor de K2 para Runge-Kutta de orden 4
    return ( h*funcionF( x+(h/2) , y+(k)/2 ) )

def kutta3(h,x,y,k): #esta funcion calcula el valor de K3 para Runge-Kutta de orden 4
    return ( h*funcionF( x+h , y+k ) )

def kutta4(h,x,y,k): #esta funcion calcula el valor de K4 para Runge-Kutta de orden 4
    return ( h*funcionF( x+h , y+k ) )
```

(imagen 2.3)

Una vez que tenemos todas las funciones necesarias para hacer cada uno de los cálculos, el siguiente paso es aplicar el método de Runge-kutta 4, para hacer primero llamamos a la función “runge_Kutta4” (imagen 2.4), que recibe como parámetros 3 valores, el primero es el valor de “h=0.01” y los valores de la condición inicial “P (0)=800”, donde X=0 y Y=800.

```
runge_Kutta4(0.01, 0.0, 800)
```

(imagen 2.4)

La función “runge_Kutta4” aplica todos los pasos para llegar al valor esperado de “P (5)”, donde creamos dos arreglos, uno para guardar los valores de X y otro para guardar los valores calculados de Y(n+1). (imagen 2.5)

```
def runge_Kutta4(H,A,B):
    X=[]
    Y=[]
    X.append(A) #colocamos el valor inicial de la variable X
    Y.append(B) #colocamos el valor inicial de la variable Y
```

(imagen 2.5)

Para poder llegar a estimar el valor de “P(5)”, debemos de repetir el cálculo de Y(n+1) 500 veces, ya que nuestro valor inicial de X empieza en 0 y debemos llegar hasta 5, en un paso de 0.01.

Para los cálculos de k1, k2, k3, k4. Utilizamos los mismos nombres de la notación, para poder tener una mejor comprensión del método, estos se calculan para cada iteración diferente, el cálculo de

Alumnos: Martínez Pérez Brian Erick.

Rodríguez González Rogelio

Grupo: 15

Fecha de entrega: 12 de junio de 2023

$Y(n+1)$ lo guardamos en una variable llamada “yN”, que solo la usamos para simplificar la legibilidad del proceso y NO tener un exceso de operaciones en una sola línea de código. (imagen 2.6)

```
for n in range(0,500):  
  
    k1=kutta1(H, X[n], Y[n])  
    k2=kutta2(H, X[n], Y[n], k1)  
    k3=kutta3(H, X[n], Y[n], k2)  
    k4=kutta4(H, X[n], Y[n], k3)  
  
    yN= Y[n]+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4) #calcula el valor de y(n+1)
```

(imagen 2.6)

Cuando calculamos el valor de $Y(n+1)$, lo agregamos al arreglo Y con la función de Python llamada “append”, que agrega el valor recibido en la última posición del arreglo, lo mismo sucede con el arreglo X, agregamos el paso de la variable “t”. (imagen 2.7)

```
X.append(X[n]+H) #colocamos el valor x(n+1)  
Y.append(yN) #colocamos el valor y(n+1)
```

(imagen 2.7)

El código en su forma conjunta se ve de la siguiente forma. (imagen 2.8)

```
def runge_Kutta4(H,A,B):  
    X=[]  
    Y=[]  
    X.append(A) #colocamos el valor inicial de la variable X  
    Y.append(B) #colocamos el valor inicial de la variable Y  
    for n in range(0,500):  
  
        k1=kutta1(H, X[n], Y[n])  
        k2=kutta2(H, X[n], Y[n], k1)  
        k3=kutta3(H, X[n], Y[n], k2)  
        k4=kutta4(H, X[n], Y[n], k3)  
  
        yN= Y[n]+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4) #calcula el valor de y(n+1)  
  
        X.append(X[n]+H) #colocamos el valor x(n+1)  
        Y.append(yN) #colocamos el valor y(n+1)  
  
    imprimirFuncion(X,Y) #despues de hacer todos los calculos, primimos el resultado
```

(imagen 2.8)

Por último, tenemos una función para imprimir nuestro proceso de discretización, llamada “imprimirFuncion”, que recibe como parámetros los dos arreglos generados para guardar nuestros valores de la variable X y Y.

Esta función obtiene el tamaño del arreglo con la función "len()", a partir de esto con un ciclo "FOR" recorremos todo el arreglo e imprimimos sus elementos. (imagen 2.9)

imprimirFuncion(X,Y)

```
def imprimirFuncion(A,B):  
    print("\n")  
    print("  X    /    Y")  
    print("-----")  
    for i in range(0,len(A)):  
        print (" {0:.2f}".format(A[i])," /  {}".format(B[i]))
```

(imagen 2.9)

X	Y
0.00	800
0.01	801.5936043782943
0.02	803.1776265549129
0.03	804.7520744175545
0.04	806.3169567087273
0.05	807.8722830139844
0.06	809.4180637501181
0.07	810.9543101533156
0.08	812.4810342672838
0.09	813.9982489313442
0.10	815.5059677685061
0.11	817.0042051735207
0.12	818.4929763009203
0.13	819.972297053048
0.14	821.4421840680816
0.15	822.9026547080563
0.16	824.3537270468896
0.17	825.7954198584132
0.18	827.2277526044155
0.19	828.6507454226985
0.20	830.0644191151531
0.21	831.4687951358566
0.22	832.8638955791952
0.23	834.2497431680164
0.24	835.6263612418135
0.25	836.9937737449462

0.27	839.701080770592
0.28	841.041026100711
0.29	842.371867452122
0.30	843.6936316183103
0.31	845.0063459278839
0.32	846.3100382331336
0.33	847.6047368986522
0.34	848.8904707900157
0.35	850.1672692625307
0.36	851.4351621500479
0.37	852.694179753846
0.38	853.9443528315879
0.39	855.1857125863504
0.40	856.418290655731
0.41	857.6421191010326
0.42	858.857230396529
0.43	860.0636574188123
0.44	861.2614334362249
0.45	862.4505920983765
0.46	863.6311674257494
0.47	864.8031937993924
0.48	865.9667059507059
0.49	867.1217389513181
0.50	868.2683282030555
0.51	869.4065094280079
0.52	870.5363186586892
0.53	871.6577922282955
0.54	872.7709667610616
0.55	873.8758791627162

0.56	874.9725666110386
0.57	876.0610665465155
0.58	877.1414166631001
0.59	878.2136548990746
0.60	879.2778194280156
0.61	880.3339486498642
0.62	881.3820811821007
0.63	882.4222558510254
0.64	883.4545116831443
0.65	884.4788878966622
0.66	885.4954238930816
0.67	886.5041592489102
0.68	887.5051337074747
0.69	888.4983871708421
0.70	889.4839596918503
0.71	890.4618914662452
0.72	891.4322228249274
0.73	892.3949942263057
0.74	893.3502462487601
0.75	894.2980195832124
0.76	895.238355025805
0.77	896.1712934706882
0.78	897.0968759029146
0.79	898.0151433914423
0.80	898.926137082245
0.81	899.8298981915292
0.82	900.726467999059
0.83	901.6158878415871

0.89	906.8045780640842
0.90	907.6451090371996
0.91	908.4788220375597
0.92	909.3057586366192
0.93	910.1259604029075
0.94	910.9394688966033
0.95	911.7463256642102
0.96	912.5465722333313
0.97	913.3402501075444
0.98	914.1274007613744
0.99	914.908065635364
1.00	915.6822861312418
1.01	916.4501036071856
1.02	917.2115593731826
1.03	917.966694686483
1.04	918.7155507471487
1.05	919.4581686936933
1.06	920.1945895988167
1.07	920.9248544652293
1.08	921.649004221567
1.09	922.3670797183969
1.10	923.0791217243104
1.11	923.7851709221054
1.12	924.4852679050545
1.13	925.1794531732601
1.14	925.8677671300945
1.15	926.5502500787239

1.16	927.2269422187162
1.17	927.8978836427309
1.18	928.563114333291
1.19	929.2226741596347
1.20	929.8766028746475
1.21	930.524940111872
1.22	931.1677253825968
1.23	931.8049980730208
1.24	932.4367974414937
1.25	933.0631626158322
1.26	933.6841325907087
1.27	934.299746225114
1.28	934.9100422398911
1.29	935.5150592153416
1.30	936.1148355888996
1.31	936.7094096528774
1.32	937.2988195522773
1.33	937.8831032826719
1.34	938.4622986881496
1.35	939.0364434593266
1.36	939.6055751314218
1.37	940.1697310823963
1.38	940.728948531155
1.39	941.283264535809
1.40	941.8327159920001
1.41	942.377339631283

1.41	942.377339631283
1.42	942.9171720195682
1.43	943.4522495556212
1.44	943.9826084696193
1.45	944.5082848217645
1.46	945.0293145009507
1.47	945.5457332234862
1.48	946.0575765318683
1.49	946.5648797936115
1.50	947.0676782001258
1.51	947.5660067656472
1.52	948.0599003262167
1.53	948.5493935387088
1.54	949.0345208799081
1.55	949.5153166456325
1.56	949.9918149499038
1.57	950.4640497241626
1.58	950.9320547165291
1.59	951.3958634911069
1.60	951.8555094273298
1.61	952.3110257193518
1.62	952.7624453754779
1.63	953.209801217635
1.64	953.6531258808841
1.65	954.0924518129705
1.66	954.5278112739127
1.67	954.9592363356289
1.68	955.3867588816005
1.69	955.810410606571
1.70	956.2302230162817

1.75		958.2727847804587
1.76		958.6702123101867
1.77		959.0640157575865
1.78		959.4542251108395
1.79		959.8408701682123
1.80		960.2239805381068
1.81		960.6035856391383
1.82		960.97971470024
1.83		961.3523967607955
1.84		961.7216606707956
1.85		962.087535091022
1.86		962.4500484932547
1.87		962.8092291605044
1.88		963.1651051872676
1.89		963.5177044798057
1.90		963.8670547564458
1.91		964.2131835479037
1.92		964.5561181976283
1.93		964.8958858621668
1.94		965.23251351155
1.95		965.5660279296976
1.96		965.8964557148424
1.97		966.2238232799737
1.98		966.5481568532982
1.99		966.8694824787198
2.00		967.1878260163348

2.01		967.5032131429463
2.02		967.8156693525923
2.03		968.1252199570916
2.04		968.4318900866043
2.05		968.7357046902067
2.06		969.036688536482
2.07		969.3348662141235
2.08		969.630262132553
2.09		969.9229005225507
2.10		970.2128054368995
2.11		970.5000007510406
2.12		970.7845101637414
2.13		971.066357197775
2.14		971.3455652006112
2.15		971.6221573451177
2.16		971.896156630272
2.17		972.1675858818842
2.18		972.4364677533279
2.19		972.702824726282
2.20		972.9666791114806
2.21		973.2280530494724
2.22		973.4869685113872
2.23		973.7434472997122
2.24		973.9975110490744
2.25		974.2491812270314

2.26		974.4984791348685
2.27		974.7454259084038
2.28		974.9900425187985
2.29		975.2323497733743
2.30		975.472368316436
2.31		975.7101186301009
2.32		975.9456210351319
2.33		976.1788956917777
2.34		976.4099626006158
2.35		976.6388416034017
2.36		976.8655523839218
2.37		977.0901144688501
2.38		977.3125472286094
2.39		977.5328698782358
2.40		977.7511014782463
2.41		977.9672609355099
2.42		978.1813670041221
2.43		978.3934382862808
2.44		978.6034932331661
2.45		978.8115501458216
2.46		979.017627176038
2.47		979.2217423272388
2.48		979.4239134553673
2.49		979.6241582697754
2.50		979.822494334114

2.51		980.0189390672239
2.52		980.213509744028
2.53		980.4062234964248
2.54		980.5970973141814
2.55		980.7861480458283
2.56		980.9733923995536
2.57		981.1588469440975
2.58		981.342528109647
2.59		981.5244521887307
2.60		981.7046353371127
2.61		981.8830935746862
2.62		982.0598427863673
2.63		982.2348987229872
2.64		982.4082770021835
2.65		982.5799931092916
2.66		982.7500623982343
2.67		982.9185000924094
2.68		983.085321285578
2.69		983.250540942749
2.70		983.4141739010643
2.71		983.5762348706805
2.72		983.7367384356504
2.73		983.8956990548008
2.74		984.0531310626103
2.75		984.2090486700837

2.76		984.3634659656248
2.77		984.5163969159067
2.78		984.6678553667402
2.79		984.8178550439392
2.80		984.9664095541838
2.81		985.1135323858811
2.82		985.2592369100231
2.83		985.4035363810418
2.84		985.5464439376617
2.85		985.687972603749
2.86		985.8281352891584
2.87		985.9669447905765
2.88		986.1044137923624
2.89		986.2405548673847
2.90		986.3753804778559
2.91		986.5089029761627
2.92		986.6411346056944
2.93		986.772087501666
2.94		986.9017736919394
2.95		987.0302050978408
2.96		987.1573935349742
2.97		987.283350714031
2.98		987.4080882415976
2.99		987.5316176209573
3.00		987.6539502528898

3.01		987.7750974364667
3.02		987.8950703698431
3.03		988.0138801510453
3.04		988.1315377787548
3.05		988.2480541530884
3.06		988.3634400763747
3.07		988.4777062539256
3.08		988.5908632948053
3.09		988.7029217125944
3.10		988.8138919261498
3.11		988.9237842603615
3.12		989.032608946904
3.13		989.1403761249851
3.14		989.2470958420893
3.15		989.3527780547178
3.16		989.4574326291241
3.17		989.5610693420458
3.18		989.6636978814313
3.19		989.7653278471633
3.20		989.865968751778
3.21		989.9656300211791
3.22		990.0643209953485
3.23		990.1620509290528
3.24		990.2588289925451
3.25		990.3546642722625

3.26		990.4495657715198
3.27		990.5435424111984
3.28		990.6366030304313
3.29		990.7287563872839
3.30		990.8200111594299
3.31		990.9103759448238
3.32		990.9998592623682
3.33		991.0884695525773
3.34		991.1762151782364
3.35		991.2631044250562
3.36		991.349145502324
3.37		991.4343465435493
3.38		991.5187156071063
3.39		991.6022606768714
3.40		991.6849896628567
3.41		991.7669104018388
3.42		991.8480306579843
3.43		991.9283581234698
3.44		992.0079004190987
3.45		992.0866650949131
3.46		992.1646596308015
3.47		992.2418914371028
3.48		992.3183678552056
3.49		992.3940961581429
3.50		992.469083551184

3.51		992.5433371724203
3.52		992.6168640933483
3.53		992.6896713194486
3.54		992.761765790759
3.55		992.8331543824455
3.56		992.9038439053678
3.57		992.9738411066413
3.58		993.0431526701949
3.59		993.1117852173244
3.60		993.179745307242
3.61		993.2470394376221
3.62		993.3136740451424
3.63		993.3796555060212
3.64		993.444990136551
3.65		993.5096841936277
3.66		993.5737438752755
3.67		993.6371753211688
3.68		993.6999846131496
3.69		993.7621777757403
3.70		993.8237607766538
3.71		993.8847395272987
3.72		993.9451198832811
3.73		994.0049076449025
3.74		994.0641085576534
3.75		994.122728312704

3.76		994.1807725473897
3.77		994.2382468456941
3.78		994.2951567387274
3.79		994.3515077052016
3.80		994.4073051719013
3.81		994.4625545141512
3.82		994.5172610562798
3.83		994.5714300720798
3.84		994.6250667852637
3.85		994.678176369917
3.86		994.7307639509471
3.87		994.7828346045287
3.88		994.8343933585459
3.89		994.8854451930297
3.90		994.9359950405936
3.91		994.9860477868644
3.92		995.0356082709096
3.93		995.0846812856618
3.94		995.1332715783393
3.95		995.1813838508637
3.96		995.229022760273
3.97		995.2761929191324
3.98		995.3228988959414
3.99		995.3691452155372
4.00		995.4149363594947

4.00		995.4149363594947
4.01		995.4602767665242
4.02		995.5051708328642
4.03		995.5496229126724
4.04		995.5936373184121
4.05		995.6372183212367
4.06		995.6803701513697
4.07		995.7230969984828
4.08		995.7654030120692
4.09		995.8072923018153
4.10		995.8487689379685
4.11		995.8898369517018
4.12		995.9305003354756
4.13		995.9707630433961
4.14		996.0106289915714
4.15		996.050102058463
4.16		996.0891860852365
4.17		996.127884876107
4.18		996.1662021986832
4.19		996.2041417843079
4.20		996.2417073283954
4.21		996.2789024907663
4.22		996.3157308959795
4.23		996.3521961336609
4.24		996.3883017588292
4.25		996.4240512922202

4.26		996.4594482206056
4.27		996.4944959971124
4.28		996.5291980415362
4.29		996.5635577406547
4.30		996.5975784485358
4.31		996.6312634868455
4.32		996.6646161451506
4.33		996.6976396812212
4.34		996.7303373213286
4.35		996.7627122605418
4.36		996.7947676630203
4.37		996.8265066623054
4.38		996.8579323616086
4.39		996.8890478340967
4.40		996.9198561231755
4.41		996.9503602427701
4.42		996.9805631776032
4.43		997.0104678834708
4.44		997.0400772875151
4.45		997.0693942884959
4.46		997.0984217570583
4.47		997.127162535999
4.48		997.1556194405297
4.49		997.1837952585386
4.50		997.2116927508489

4.51		997.2393146514755
4.52		997.2666636678794
4.53		997.293742481219
4.54		997.3205537466009
4.55		997.347100093326
4.56		997.3733841251357
4.57		997.399408420454
4.58		997.4251755326294
4.59		997.4506879901721
4.60		997.4759482969916
4.61		997.5009589326303
4.62		997.5257223524956
4.63		997.5502409880903
4.64		997.5745172472405
4.65		997.5985535143209
4.66		997.6223521504794
4.67		997.6459154938581
4.68		997.6692458598135
4.69		997.6923455411339
4.70		997.7152168082555
4.71		997.7378619094757
4.72		997.760283071165
4.73		997.7824824979771
4.74		997.8044623730564
4.75		997.8262248582444


```
4.76 | 997.8477720942833
4.77 | 997.8691062010187
4.78 | 997.8902292775996
4.79 | 997.9111434026771
4.80 | 997.9318506346011
4.81 | 997.9523530116148
4.82 | 997.9726525520482
4.83 | 997.992751254509
4.84 | 998.0126510980724
4.85 | 998.0323540424686
4.86 | 998.0518620282687
4.87 | 998.0711769770694
4.88 | 998.0903007916751
4.89 | 998.1092353562789
4.90 | 998.1279825366419
4.91 | 998.1465441802704
4.92 | 998.1649221165924
4.93 | 998.1831181571309
4.94 | 998.2011340956772
4.95 | 998.2189717084614
4.96 | 998.2366327543222
4.97 | 998.2541189748744
4.98 | 998.2714320946751
4.99 | 998.2885738213888
5.00 | 998.30554584595

...Program finished with exit code 0
Press ENTER to exit console.
```

Excel

5	998.3246308
---	-------------

Python

5.00		998.30554584595
------	--	-----------------

Conclusión

La población de peces se calcula en decenas de miles, por lo que el valor obtenido para P en el día $t = 5$ estará en esa escala. Por lo tanto, habrá 998.3 decenas de miles de peces en el día $t=5$.

Dado que la ecuación de Verhulst modela el crecimiento y la disminución de la población en función de las tasas de nacimiento y muerte, los resultados nos darán una estimación de la población de peces en el día 5 teniendo en cuenta estos factores.

Es importante tener en cuenta que la interpretación precisa de los resultados depende de las condiciones específicas del ecosistema de los lagos y de la validez del modelo de Verhulst para representar adecuadamente el comportamiento de la población de peces en esos lagos.