

Diplomado de especialización de desarrollo de aplicaciones con Inteligencia Artificial

Optimización industrial con Computación Evolutiva

Algoritmos Genéticos

Dr. Soledad Espezua. LI.
sespezua@pucp.edu.pe

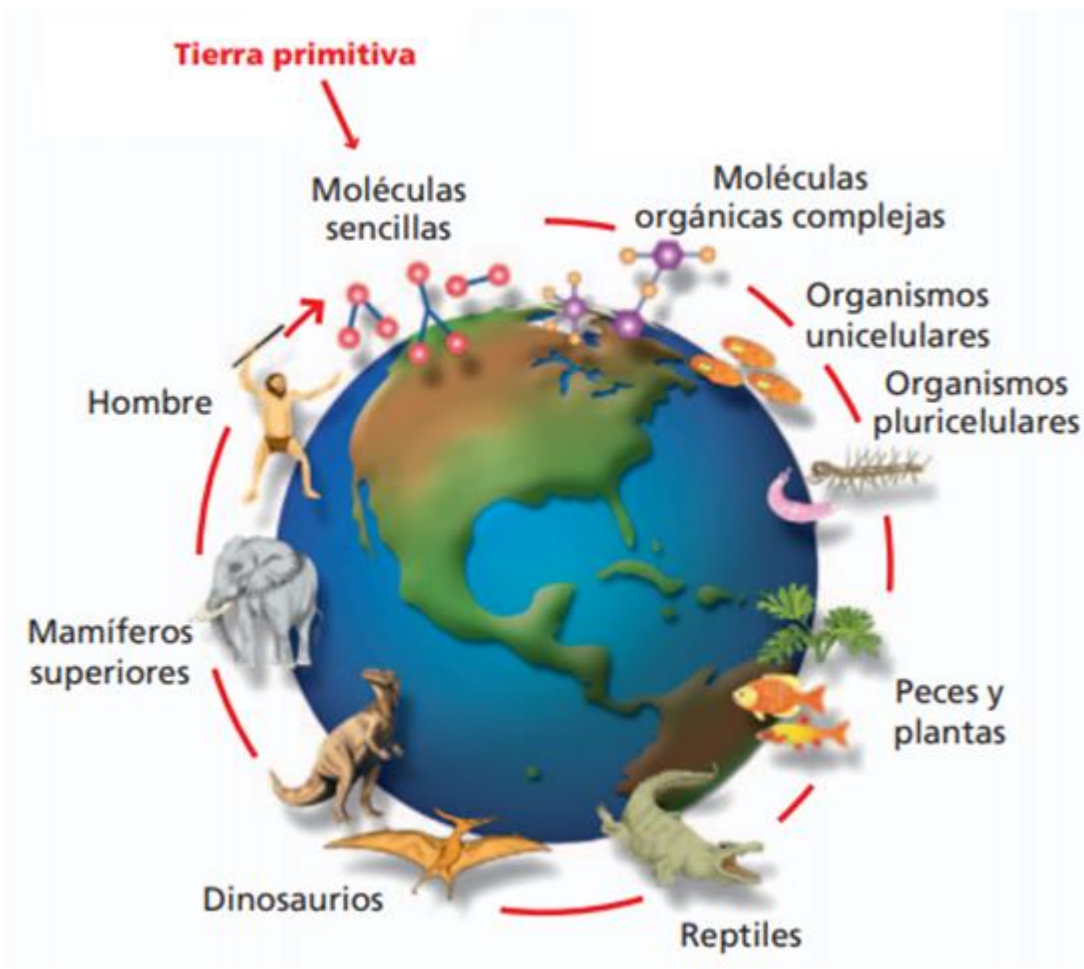
Dr. Edwin Villanueva T.
evillatal@pucp.edu.pe



Agenda

- Computación Bioinspirada
- Computación evolutiva
- Algoritmos Genéticos
 - conceptos, características, tipos de codificación.
- Mecanismos de evolución
- Algoritmos Genéticos
 - Operadores genéticos
 - Selección
 - Ejemplos
 - Cruzamiento y Mutación
 - Ejemplos

Mecanismos de evolución



- Co- evolución
 - Selección
 - Mutación
 - Migración
 - Deriva genética
- } Especiación

Co-evolución

Es la evolución conjunta de dos o más especies, que se influyen mutuamente.

- ❖ Co-evolución mutualista:
evolución de mutua entre especies.



Plantas co-evolucionan con polinizadores: abejas y picaflores

- ❖ Co-evolución depredador-presa:
la evolución de una especie no beneficia a otra y además, ejerce presión selectiva hasta que esa especie se adapte para contrarrestar.

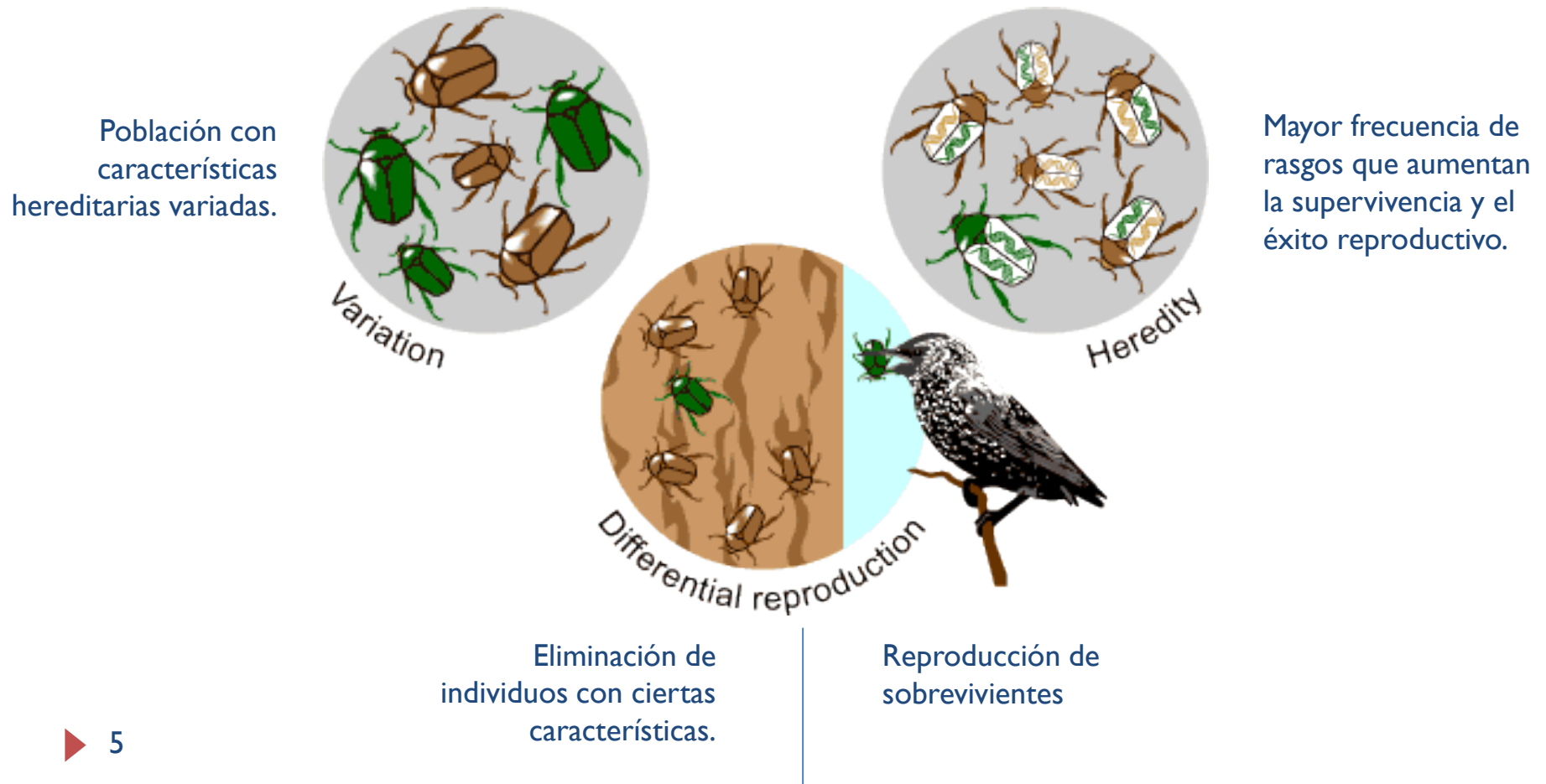


Relación depredador-presa: Gacela y Guepardo

Selección natural

Proceso mediante el cual **algunos individuos** en una población son **seleccionados** para reproducirse, generalmente en base a su aptitud.

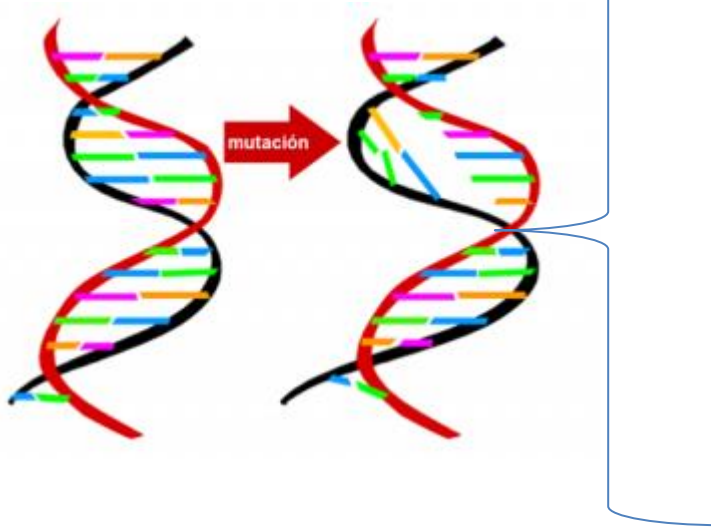
- Solo los mejores individuos se mantienen para generar descendencia.



Mutación

Variaciones aleatorias que ocurren constantemente en la secuencia de los nucleótidos del ADN de los individuos.

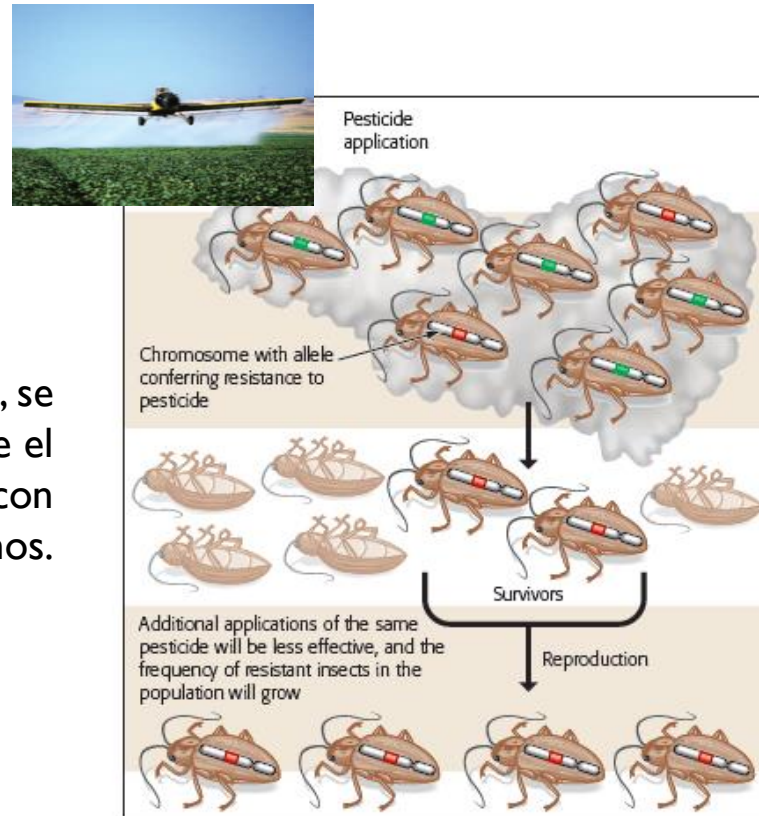
- Mutaciones debido a errores de copiado durante la división celular, donde el ADN no logra copiarse con precisión.



Mutación

- Mutación debida a influencias externas como exposición a sustancias químicas o radiación.

Al rociar cultivos con plaguicidas, se ha favorecido involuntariamente el éxito reproductivo de insectos con resistencia a venenos.



Mutaciones en poblaciones de insectos favorecen la resistencia a plaguicidas.

Migración

Se le conoce también como “**flujo de genes**”, es un proceso mediante el cual la población de una determinada especie da lugar a otra u otras especies por **transferencia de genes**.

- Cuando una subpoblación de una cierta especie se separa geográficamente de la población principal durante un tiempo suficientemente largo, sus genes divergirán.

Efecto fundador: causado por el aislamiento geográfico.



- ▶ Ej. Pico de los Tentillones de Galápagos



Dieta de cactus



Dieta de insectos

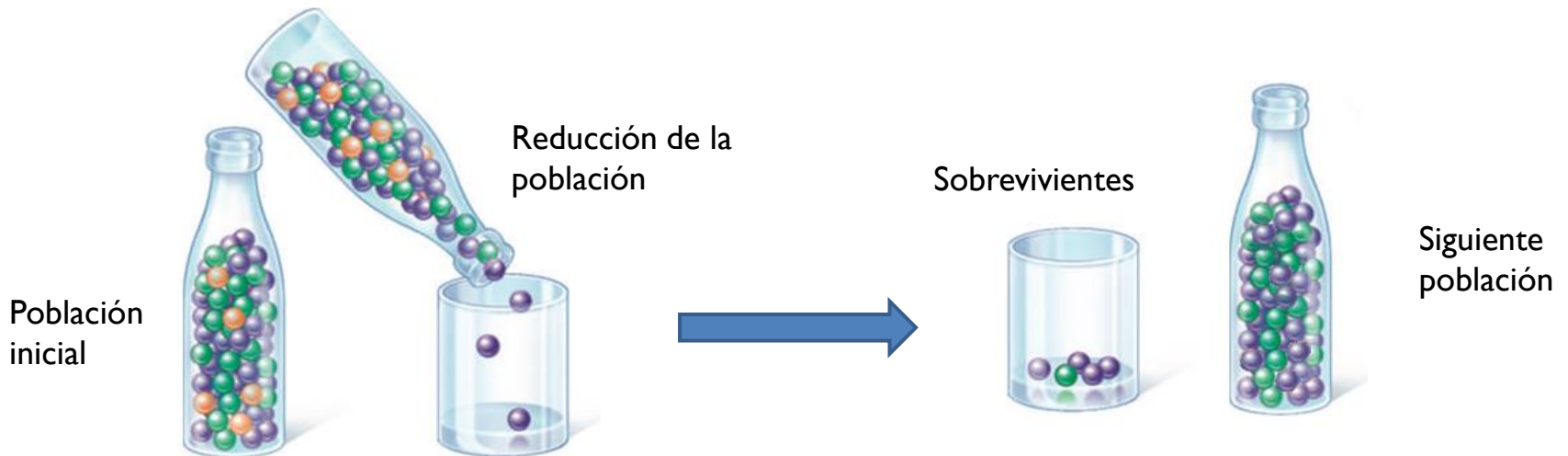


Dieta de semillas

Deriva genética

Es la **reducción de la variabilidad genética**, que significa el fin de la diversidad en los cromosomas y puede llevar a la completa extinción de una especie.

Efecto cuello de botella: ciertos alelos pueden estar representados en exceso entre los sobrevivientes y otros alelos pueden estar sub-representados o son eliminados.



Ej. De cuellos de botella:

- epidemias
- catástrofes naturales
- caza o tala masiva de árboles.

Operadores genéticos



1. Selección

- Es el operador que guía la dirección de evolución de una población.
- Generalmente los cromosomas más adaptados (mejor *fitness*) tienen mayores posibilidades de transmitir sus genes.
- Existen varios métodos de selección:
 - a) Método de la ruleta
 - b) Muestreo Estocástico Universal
 - c) Selección por torneo

a) Método de la Ruleta

► Objetivo:

- Seleccionar algunos cromosomas de la población según evaluación dada por su *fitness*.

La probabilidad p_i de un cromosoma i ser seleccionado es proporcional a su desempeño $f(x_i)$ y del desempeño medio de la población \bar{f} .

$$p_i = \frac{f(x_i)}{\bar{f}} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Fitness del cromosoma} \\ \leftarrow \text{Fitness medio de la población} \end{array}$$

donde $\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^N f(x_i)}{N}$ con N igual al tamaño de la población.

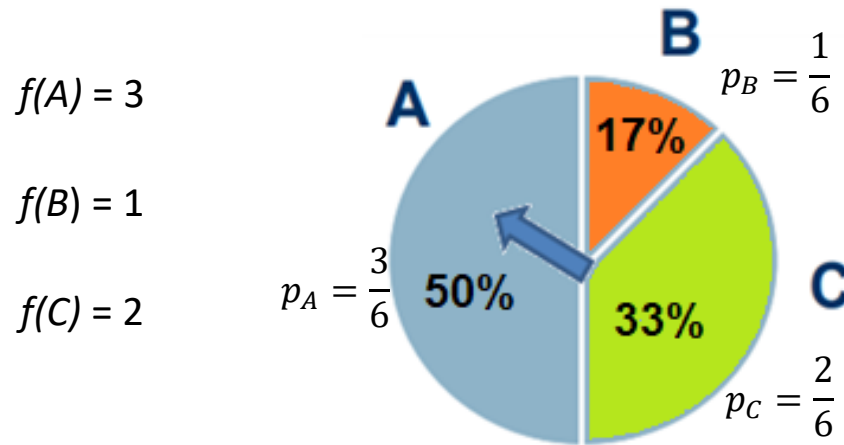
- Según este método la probabilidad de cada cromosoma de ser elegido es proporcional a su *fitness* $f(x_i)$



a) Método de la Ruleta

► Procedimiento:

- A cada cromosoma se le asigna una “porción” de la ruleta, la cual es proporcional a su *fitness*.



Cada cromosoma es representado en la ruleta proporcionalmente a su *fitness*.

- Se gira la ruleta k veces para escoger k cromosomas.
- Se escoge al cromosoma donde la aguja se detiene para permanecer en la próxima generación.

a) Método de la Ruleta

- ▶ Implementación de la ruleta:

Calcular el fitness acumulado $f_{ac}(N)$ de la población

$$f_{ac}(N) = \sum_{i=1}^N f(x_i)$$

Repetir **k** veces para seleccionar **k** cromosomas:

- ▶ Generar un número aleatorio **r** en el intervalo $[0, f_{ac}(N)]$.
- ▶ Recorrer secuencialmente los cromosomas de la población (x_i) , acumulando en **S** el valor del *fitness* de los cromosomas ya recorridos:

Si **S** > **r** entonces

Seleccionar el cromosoma (x_i)

Ejemplo del método de la ruleta

Seleccionar 3 cromosomas de una población de 5 cromosomas $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ con valores *fitness*: $f(x_{1:5})=\{2,7,1,4,6\}$

Calcular el $f_{ac}(N) = \sum_{i=1}^N f(x_i) = 20$

Para 3 valores aleatorios entre [0 y 20], por eje.: $r=[5, 11, 17]$

Sumas acumuladas de los *fitness* de cada cromosoma:

Seleccionar el cromosoma cuya $f_{ac}(x_i) > r$

$$f_{ac}(x_1) = 2$$

$$f_{ac}(x_2) = 7 + 2 = 9 \quad 9 > [5], \text{ seleccionar } x_2$$

$$f_{ac}(x_3) = 1 + 7 + 2 = 10$$

$$f_{ac}(x_4) = 4 + 1 + 7 + 2 = 14 \quad 14 > [11], \text{ seleccionar } x_4$$

$$f_{ac}(x_5) = 6 + 4 + 7 + 1 + 2 = 20 \quad 20 > [17], \text{ seleccionar } x_5$$

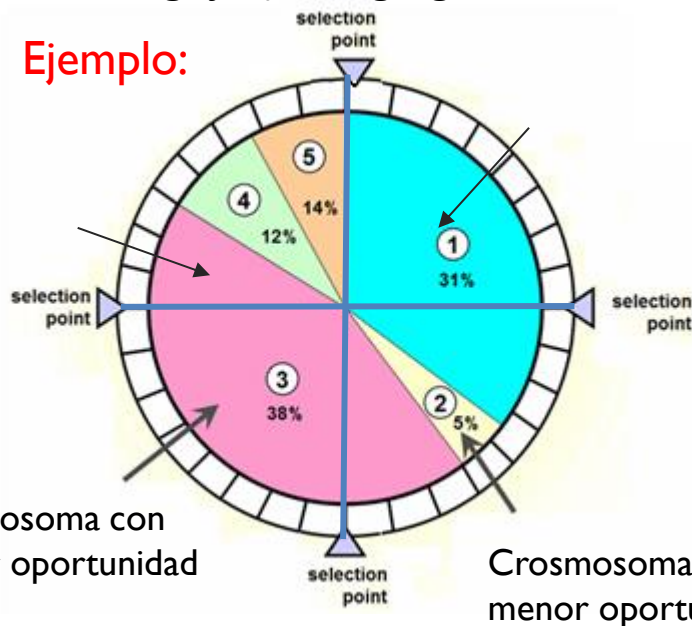
Cromosomas seleccionados: $\{x_2, x_4, x_5\}$



b) Muestreo Estocástico Universal

- ▶ El muestreo estocástico universal o SUS por su nombre en inglés: *Stochastic Universal Sampling*. Es similar a la Ruleta, pero con más agujas.
- ▶ Objetivo:
Minimizar la mala distribución de los individuos en la población en función de sus valores esperados.
- ▶ Implementación:
Para seleccionar k individuos, dividir la ruleta en k espacios iguales (o k agujas). Luego girar la ruleta y seleccionar un individuo por cada k espacio.

Ejemplo:



$$f(x_1) \rightarrow 31\%$$

$$f(x_2) \rightarrow 5\%$$

$$f(x_3) \rightarrow 38\%$$

$$f(x_4) \rightarrow 12\%$$

$$f(x_5) \rightarrow 14\%$$

Para $k=4$ seleccionar: $\{x_3, x_2, x_1, x_3\}$

b) Selección por Torneo

- ▶ Objetivo:
 - Utilizar sucesivas disputas (comparaciones directas de los individuos) para elegir a los padres.
- ▶ Implementación:
 - Realizar k disputas para seleccionar k individuos. Cada disputa implica n individuos contrincantes elegidos al azar.
 - Generalmente se utiliza $n = 3$ como número de contrincantes. El individuo con mejor *fitness* en la disputa es el ganador del “torneo”.

Ejemplo:

$f(x_1) \rightarrow 5$

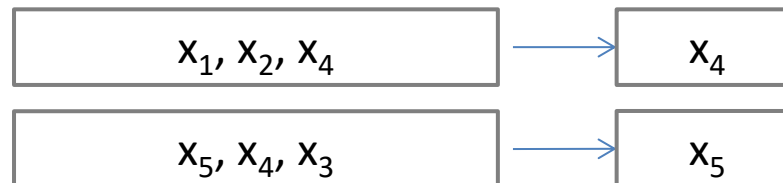
$f(x_2) \rightarrow 11$

$f(x_3) \rightarrow 13$

$f(x_4) \rightarrow 24$

$f(x_5) \rightarrow 47$

$k=2; n=3$

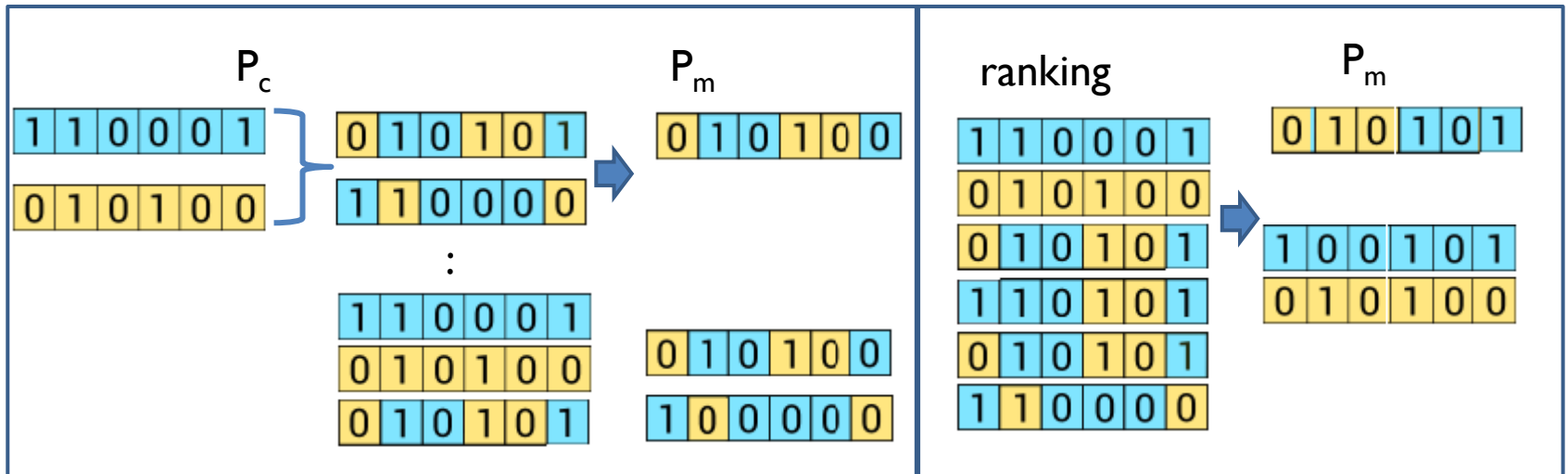
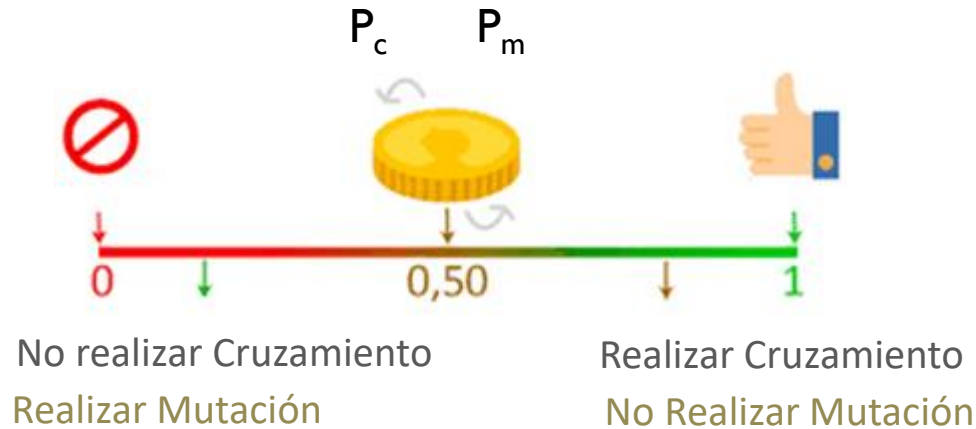


Ejemplos con operadores: Ruleta y Torneo



Cruzamiento y Mutación

Se utilizan reglas de transición probabilísticas



2. Cruzamiento

- También llamado de recombinación.
- Responsable por generar nuevos cromosomas (sean mejores o peores) a partir de cromosomas prometedores.
 - ▶ Combina las informaciones genéticas de dos cromosomas (padres) para generar nuevos descendientes (hijos).
- Las versiones más comunes siempre crean dos hijos por cada operación.
- La probabilidad de cruzamiento (P_C) por cada par de cromosomas normalmente es entre [0.6 y 0.99].

2. Cruzamiento (Cx)

Tipos de cruzamiento por su representación:

2.1) Representación binaria y entera

- *Onepoint, multipoint, uniform*

2.2) En permutaciones:

- Cruzamiento en orden (*Order Crossover*)
- Cruzamiento parcialmente mapeado (PMX)

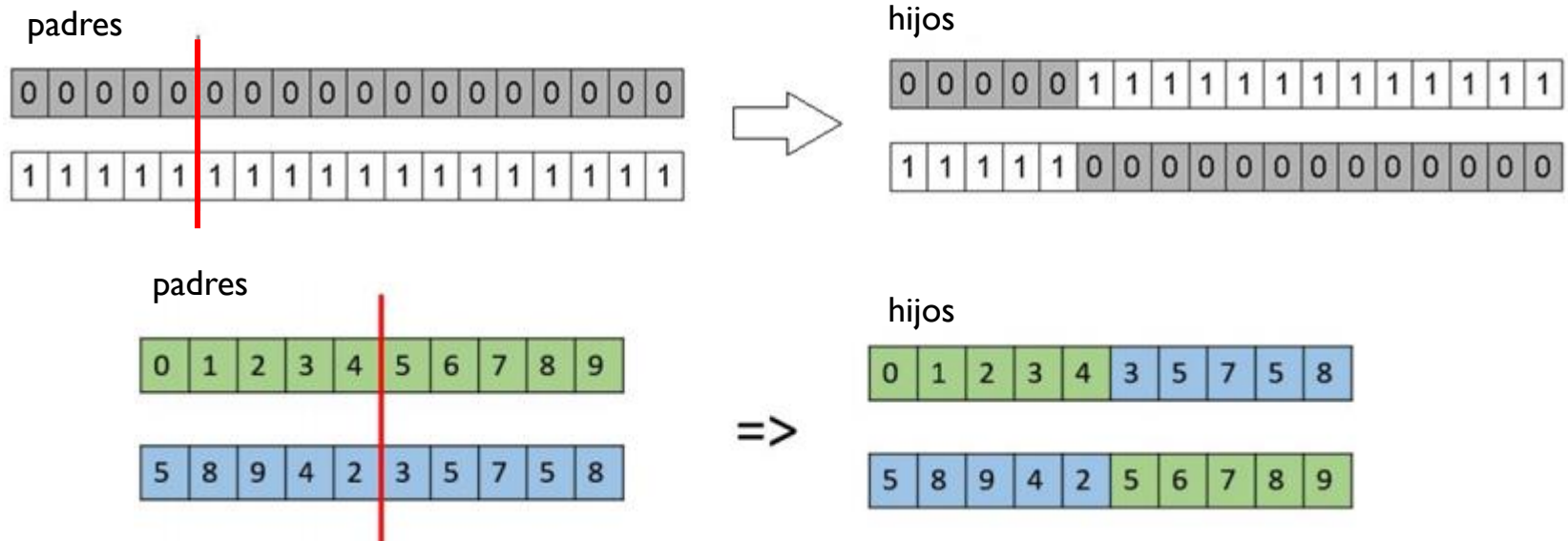
2.3) Representación en punto flotante

- Cruce aritmético único, simple, completo

2.1) Cx: representación binaria y entera

□ *Onepoint*

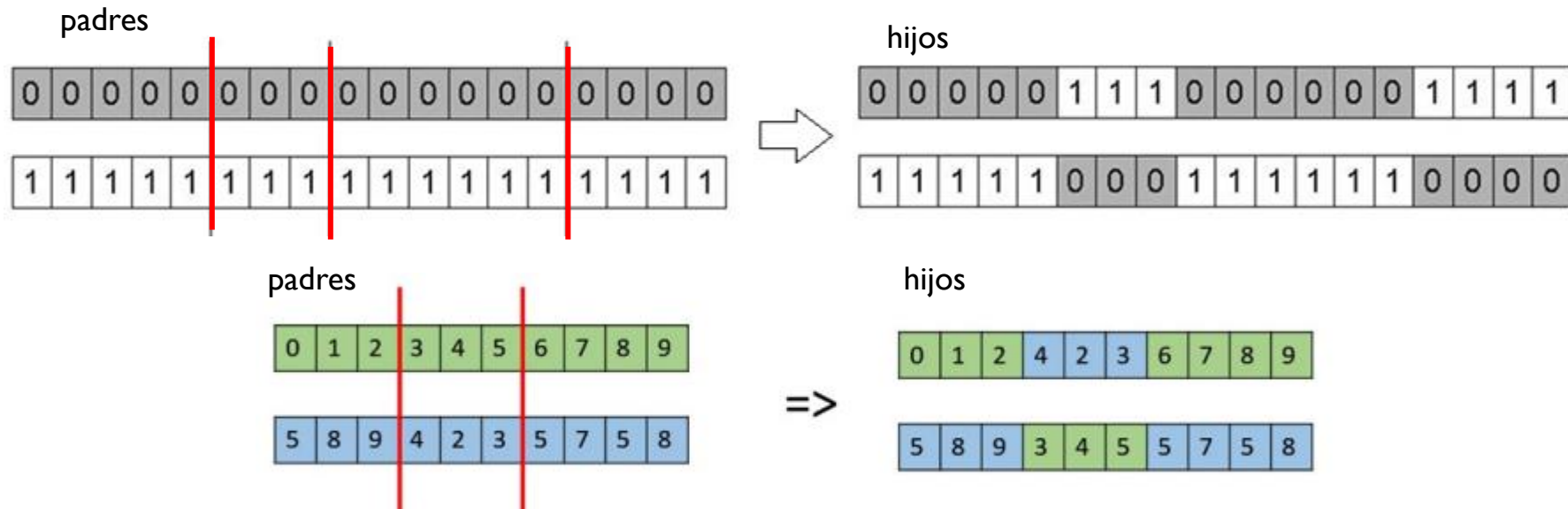
- Seleccionar 2 padres y elegir un punto aleatorio de corte en el tamaño del cromosoma.
- Crear a los hijos intercambiando las secciones a la derecha del punto de corte.



2.1) Cx: representación binaria y entera

□ *Multipoint*

- Seleccionar 2 padres y elegir **n** puntos de corte aleatorios en los padres
- Partir a los padres en esos puntos
- Unir esas partes, alternando entre los padres



2.1) Cx: representación binaria y entera

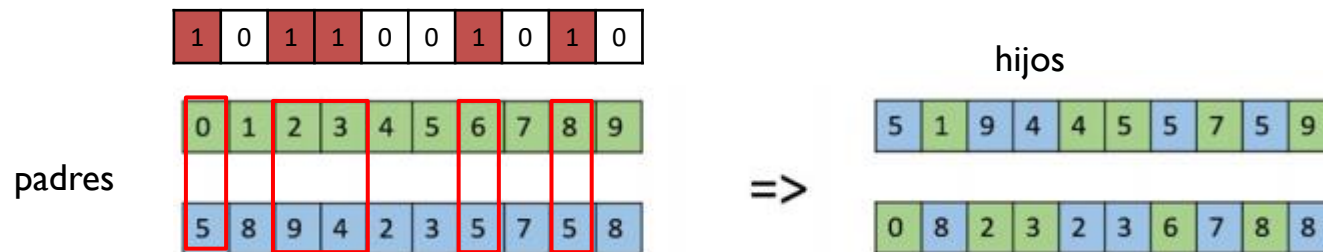
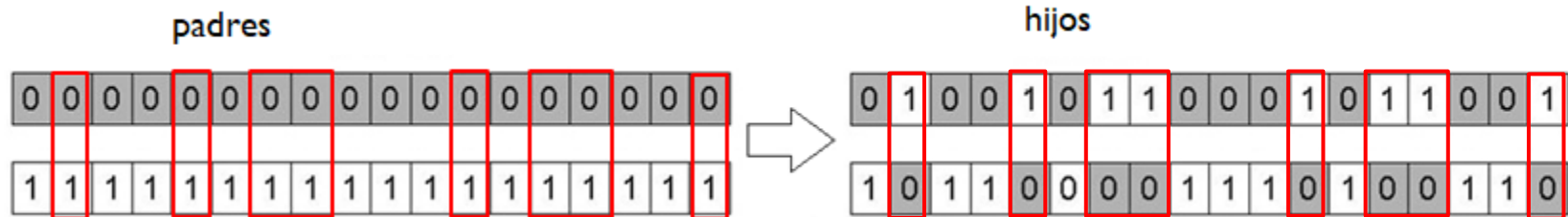
□ *Uniform*

- Crear una mascara binaria aleatoria

Mascara

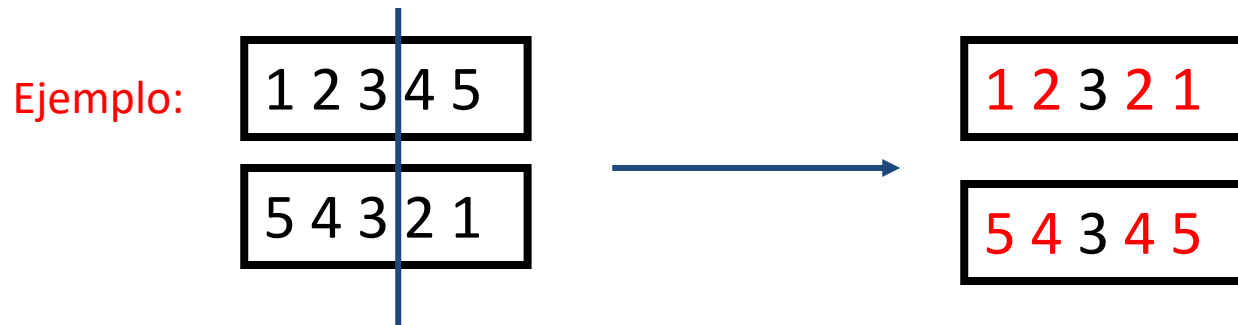
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

- Los hijos son generados intercambiando las posiciones en los padres donde hay un **1** en la máscara.



2.2) Cx: en permutaciones

- ❑ En el caso de permutaciones, usar los operadores de cruce *onpoint*, *multipoint* o *uniform*, llevarán a soluciones inadmisibles.



- ❑ Se han creado operadores especializados que combinan el orden o la información de adyacencia de los padres.

2.2) Cx: en permutaciones

❑ Cruzamiento en orden (*Order Crossover*)

- El objetivo es transmitir la información preservando el orden relativo del segundo padre.
- Procedimiento:
 1. Elegir aleatoriamente 2 puntos de cruce y generar un hijo (H1) copiando el segmento generado padre (P1) en las posiciones correspondientes a P1. Las posiciones restantes se dejan en blanco.
 2. Iniciando en el segundo punto del segmento que se corresponde con el segundo padre (P2), copiar al hijo (H1) los valores que faltan respetando el orden en el que aparecen en el segundo padre, siempre de derecha a izquierda .
 3. Realizar un procedimiento análogo para el segundo hijo, con los roles de los padres invertidos

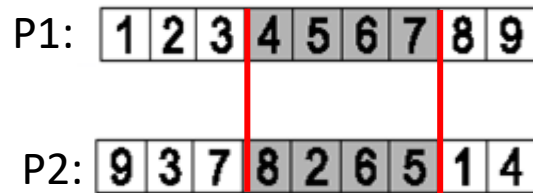
2.2) Cx: en permutaciones

❑ Cruzamiento en orden

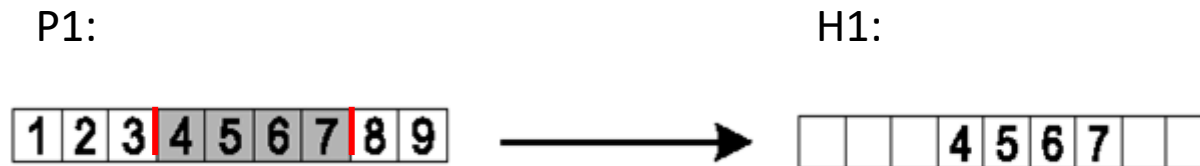
Ejemplo:

Procedimiento para encontrar el primer hijo (H1)

- Elegir aleatoriamente 2 puntos de corte en los padres



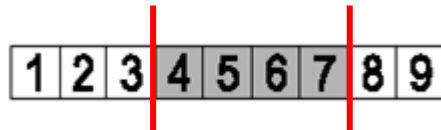
- Copiar el segmento generado entre los puntos de corte del primer padre (P1) al primer hijo (H1)



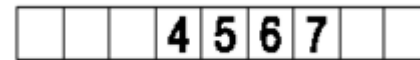
2.2) Cx: en permutaciones

❑ Cruzamiento en orden

P1:



H1:



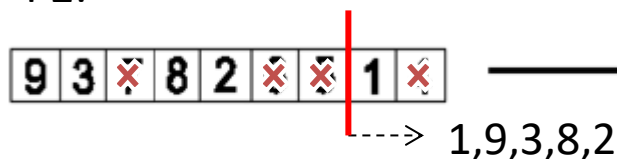
- Desconsiderar en el segundo padre los elementos que ya existen en H1

P2:



- Completar los valores en H1, copiando de P2 a partir de la derecha del 2^{do} punto de corte, los valores que no fueron desconsiderados. Respetar el orden en que aparecen en el P2.

P2:



H1:



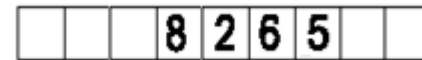
2.2) Cx: en permutaciones

Repetir el procedimiento para encontrar el segundo hijo (H2)

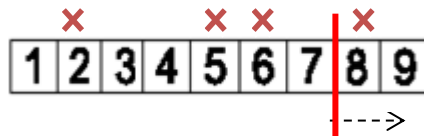
P2:



H2:



P1:



9,1,3,4,7

H2:



2.2) Cx: en permutaciones

❑ Cruzamiento parcialmente mapeado (*Partially Mapped Crossover PMX*)

1. Elegir aleatoriamente 2 puntos de cruce y copiar el segmento generado del padre (P1) al primer hijo (H1).
2. Iniciando en el primer punto de cruce del segundo padre (P2), buscar los valores que falten, de derecha a izquierda.
3. Para cada uno de estos valores i , buscar en el hijo los valores j que han sido copiados en lugar de P1.
4. Colocar i en la posición ocupada por j en P2.
5. Si el lugar ocupado por j en P2 ya ha sido llenado en el hijo k , colocar i en la posición ocupada por k en P2.
6. Habiendo tratado los elementos del segmento de cruzamiento, el resto de los hijos pueden llenarse desde P2.
7. El segundo hijo se crea análogamente



2.2) Cx: en permutaciones

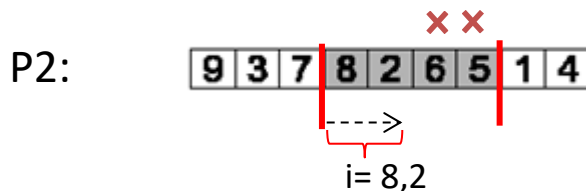
❑ Cruzamiento PMX

Ejemplo: Procedimiento para encontrar el primer hijo (H1)

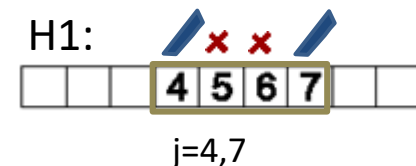
- Elegir aleatoriamente 2 puntos de corte en los padres
- Copiar el segmento generado entre los puntos de corte, del primer padre (P1) al primer hijo (H1)



- Buscar en el segmento del P2, los i valores que faltan copiar en H1.



- En H1, buscar los j valores que no están en el segmento del P2.



2.2) Cx: en permutaciones

- En P2, buscar los j valores de H1 y marcar esas mismas posiciones en H1.

P2:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

H1:

| | | | | | | | | |
|--|--|--|---|---|---|---|--|--|
| | | | 4 | 5 | 6 | 7 | | |
|--|--|--|---|---|---|---|--|--|

j=4,7

- Copiar a H1 los i valores del P2 en las posiciones marcadas.

P2:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

i=8,2



H1:

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|---|---|--|---|
| | | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | | 8 |
|--|--|---|---|---|---|---|--|---|

- Completar H1 colocando el resto de valores del P2 en las mismas posiciones.

P2:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

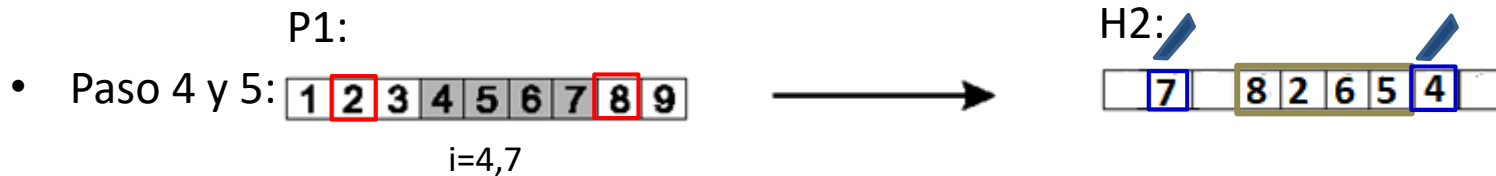


H1:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

2.2) Cx: en permutaciones

- Repetir el procedimiento para encontrar el H2



2.3) Cx: representación en punto flotante

Se utiliza un valor α para determinar el valor de afectación de los alelos.

- Los z hijos son generados a partir de la combinación de sus padres (x, y) y los alelos afectados por α .

$$z_i = \alpha x_i + (1 - \alpha) y_i$$

$$\text{donde } 0 \leq \alpha \leq 1$$

Si $\alpha = 0.5$ el valor de los alelos en los **hijos** es afectado igualmente.



2.3) Cx: representación en punto flotante

□ **Cruce aritmético único** El cruce se realiza en un único punto

- Padres: $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ y $\langle y_1, \dots, y_n \rangle$
- Escoger un gen (k) aleatoriamente,
- Hijo₁: $\langle x_1, \dots, \alpha \cdot x_k + (1 - \alpha) \cdot y_k, \dots, x_n \rangle$
- Hijo₂: $\langle y_1, \dots, \alpha \cdot y_k + (1 - \alpha) \cdot x_k, \dots, y_n \rangle$

Ejemplo:

para $K=8$ y $\alpha = 0.3$

Padres

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| y | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 |

k=8



Hijos

| | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|--|
| $0.3 * 0.8 + (1 - 0.3) * 0.2 = 0.38$ | | | | | | | | | |
| 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.38 | 0.9 | |
| $0.3 * 0.2 + (1 - 0.3) * 0.8 = 0.62$ | | | | | | | | | |
| 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.62 | 0.3 | |

2.3) Cx: representación en punto flotante

□ Cruce aritmético único

Ejemplo:

para: $K=8$ y $\alpha = 0.5$

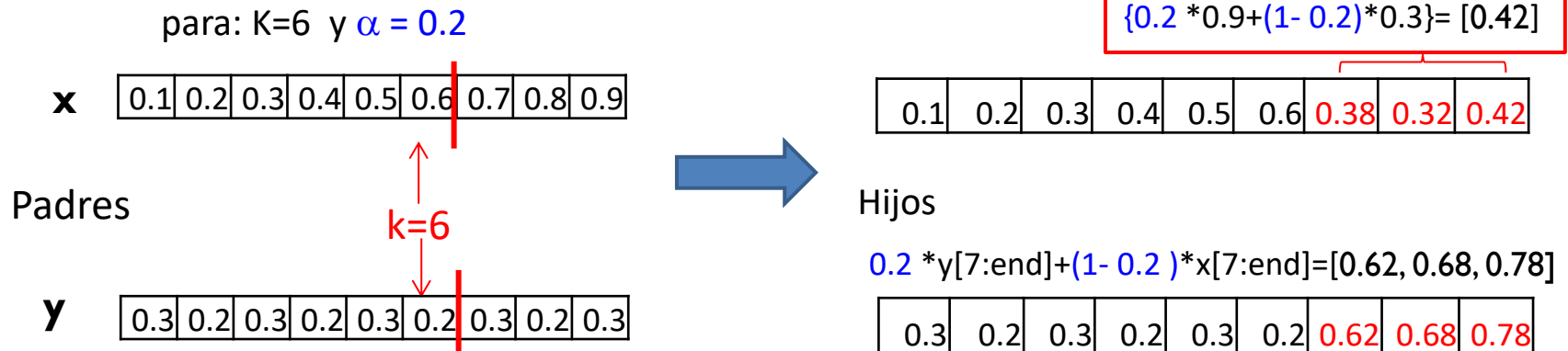


2.3) Cx: representación en punto flotante

❑ **Cruce aritmético simple** El cruce se realiza a partir de un punto de corte en un segmento

- Padres: $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ y $\langle y_1, \dots, y_n \rangle$
- Escoger un gen (k) aleatoriamente, después de este punto combinar valores
- Hijo₁: $\langle x_1, \dots, \alpha \cdot x_k + (1 - \alpha) \cdot y_k, \dots, \alpha \cdot x_n + (1 - \alpha) \cdot y_n \rangle$
- Hijo₂: $\langle y_1, \dots, \alpha \cdot y_k + (1 - \alpha) \cdot x_k, \dots, \alpha \cdot y_n + (1 - \alpha) \cdot x_n \rangle$

Ejemplo:



2.3) Cx: representación en punto flotante

□ **Cruce aritmético completo** El cruce se realiza en todo el cromosoma

- Padres: $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ y $\langle y_1, \dots, y_n \rangle$
- Hijo₁: $\alpha \cdot \bar{x} + (1 - \alpha) \cdot \bar{y}$
- Hijo₂: $\alpha \cdot \bar{y} + (1 - \alpha) \cdot \bar{x}$

Ejemplo: $\alpha = 0.4$

x

| | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

Padres

y

| | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.3 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|



Hijos

$$0.4 * x[1:\text{end}] + (1 - 0.4) * y[1:\text{end}]$$

| | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.22 | 0.20 | 0.30 | 0.28 | 0.38 | 0.36 | 0.46 | 0.44 | 0.54 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

$$0.4 * y[1:\text{end}] + (1 - 0.4) * x[1:\text{end}]$$

| | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.18 | 0.20 | 0.30 | 0.32 | 0.42 | 0.44 | 0.54 | 0.56 | 0.66 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

2. Cx - Consideraciones

□ Formas de cruzamiento

- *Random Mating* (aleatorio)
Se eligen los individuos aleatoriamente, con la misma probabilidad.
- *Inbreeding* (entre parientes)
Se recombinan individuos similares
- *Line Breeding* (semental)
Un solo super-individuo (aptitud alta) se recombina con una población base y sus hijos se seleccionan como padres.
- *Outbreeding* (entre desconocidos)
Sólo se recombinan individuos muy diferentes.
- *Self-fertilization* (auto-fertilización)
Un individuo se recombina con sí mismo.
- *Cloning* (clonación)
Un individuo se copia sin modificaciones

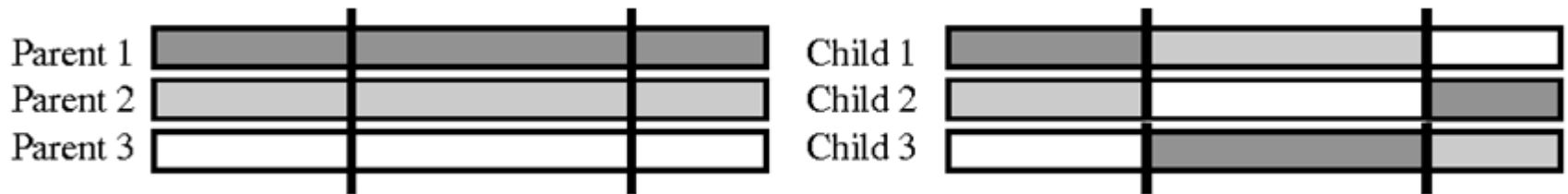
Cx - Consideraciones

❑ Cruce con varios padres

Aunque no son comunes en los algoritmos genéticos, existen también operadores de cruce que usan varios padres. Por ejemplo:

- Diagonal crossover
- Multi-parent uniform crossover

Ejemplo: Diagonal crossover para $n=2$



3. Mutación

- ▶ Altera aleatoriamente los alelos de los cromosomas con una probabilidad de mutación P_m . Esta probabilidad debe ser muy baja.
 - $P_m = \langle 1/\text{tamaño_población}, 1/\text{longitud_cromosoma} \rangle$
- ▶ Crea nuevas características, introduciendo o manteniendo la diversidad genética de la población.
- ▶ Genera la posibilidad de alcanzar cualquier punto del espacio de búsqueda (escapar y rodear mínimos/ máximos locales).
- ▶ Si su uso es exagerado, reduce la evolución a una búsqueda totalmente aleatoria.
- ▶ Depende fuertemente de la representación escogida

3. Mutación

3.1) Representación binaria

- *Bit flip, Bitwise, Inversión*

3.2) Representación punto flotante

- Mutación no uniforme

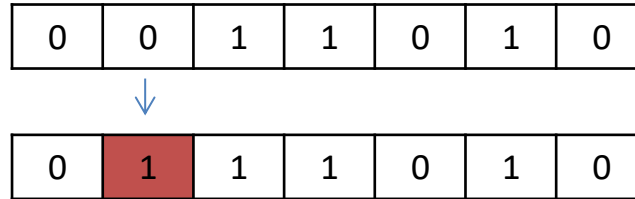
3.3) En permutaciones

- Inserción, *Swap*, Inversión , Perturbación

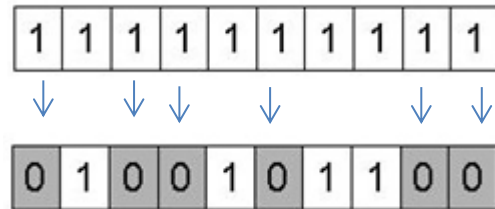


3.1) Mutación: en representación binaria

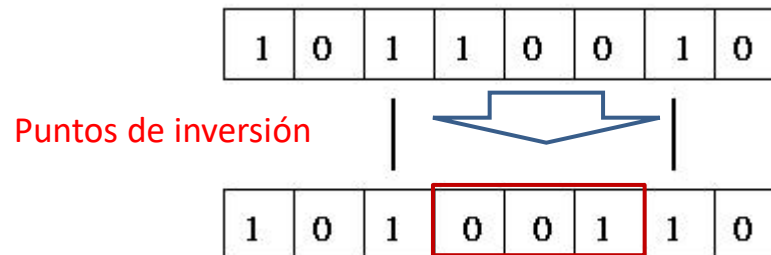
- Bit flip:



- Bitwise:



- **Inversión:** Se invierte el orden de todos los genes comprendidos entre 2 puntos seleccionados al azar en el cromosoma



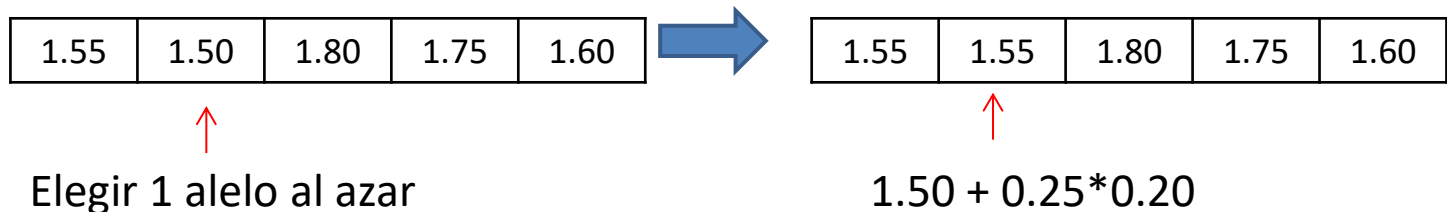
3.2) Mutación: en punto flotante

□ Mutación no uniforme:

Realiza un cambio muy pequeño ($\alpha * \Delta_{\max}$) **en uno** de los alelos elegido aleatoriamente

$$\begin{array}{c} [x_1, x_2, x_3, x_4] \\ \downarrow \\ x_2' = x_2 + \alpha * \Delta_{\max} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \Delta_{\max} = \text{máxima variación permitida} \\ \alpha = [-1, 1] \end{array} \right.$$

Ejemplo: Estatura de personas $\Delta_{\max} = 0.20 \text{ cm}$, $\alpha = 0.25$

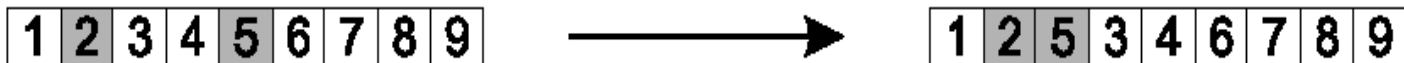


3.3) Mutación: en permutaciones

Mutación como tal, no sería una buena opción. Una buena alternativa sería intercambiar al menos dos valores.

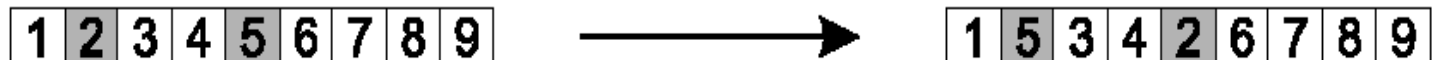
❑ Inserción (conserva el orden y la información de adyacencia)

- Elegir 2 valores de alelos al azar
- Mover el segundo alelo al lado del primero, luego desplazar el resto de alelos



❑ Swap (conserva la información de adyacencia pero irrumpe el orden)

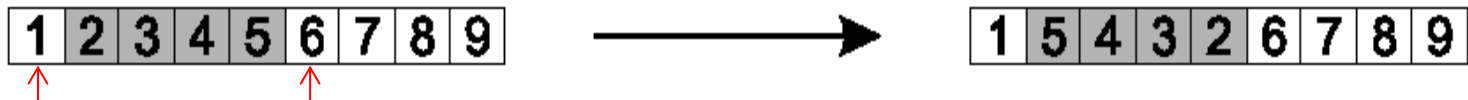
- Elegir 2 alelos al azar e intercambiar sus posiciones



3.3) Mutación: en permutaciones

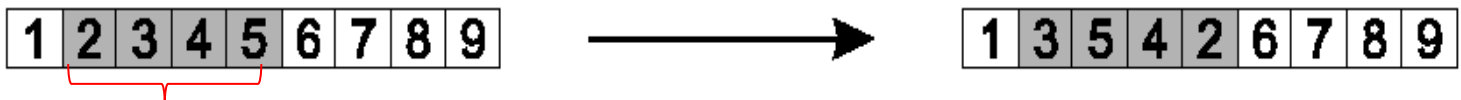
❑ **Inversión** (conserva la información de adyacencia, solo rompe dos enlaces, pero altera el orden)

- Elegir 2 puntos al azar y luego invertir la subcadena entre ellos.



❑ **Perturbación** (reorganiza aleatoriamente los alelos en esas posiciones)

- Elegir una subcadena de genes al azar y luego reorganizarla aleatoriamente.



Ejemplos con operadores de Cruzamiento y Mutación

