Diplomado de especialización de desarrollo de aplicaciones con Inteligencia Artificial

Optimización industrial con Computación Evolutiva

Sesión 6
Inteligencia Colectiva

Dr. Soledad Espezua. Ll.
sespezua@pucp.edu.pe

Dr. Edwin Villanueva T.
evillatal@pucp.edu.pe

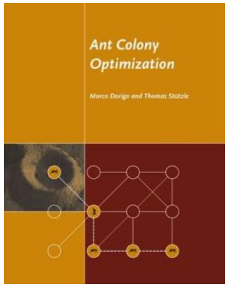
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

PUCP
ia.inf.pucp.edu.pe

3. *Ant Colony Optimization (ACO)*

3. *Ant Colony Optimization* (ACO)

- Marco Dorigo[4] en 1992 presento *Ant Colony Optimization* (ACO) como parte de su tesis de doctorado.

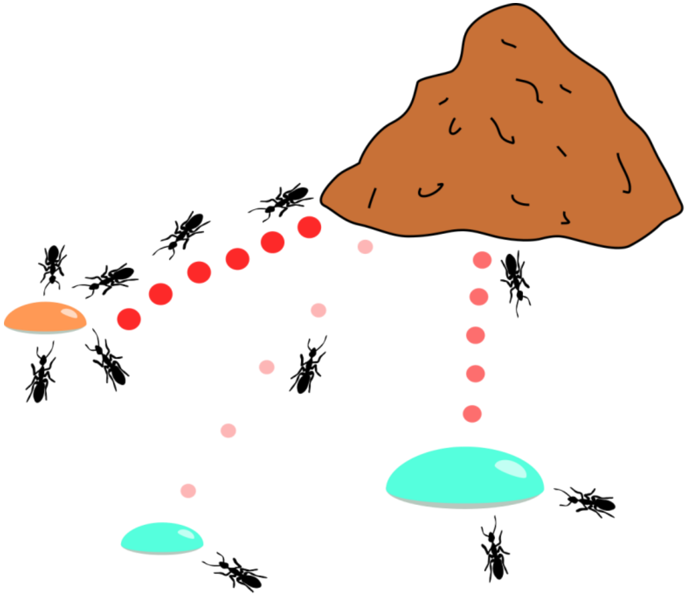


- ACO es una meta heurística de optimización inspirado en el comportamiento de colonias de hormigas. Está basado en el hecho de que las hormigas siempre encuentran el camino más corto a una fuente de alimento.
- ACO fue planteado para resolver problemas computacionalmente complejos que pueden ser reducidos a la búsqueda de caminos cortos en grafos.
- En ACO la colonia de hormigas artificiales, son unos agentes computacionales simples que trabajan de manera cooperativa y se comunican mediante rastros de feromona artificiales.

[4] M. Dorigo, Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD thesis, Politecnico di Milano, Italy, 1992.

Colonias de hormigas naturales

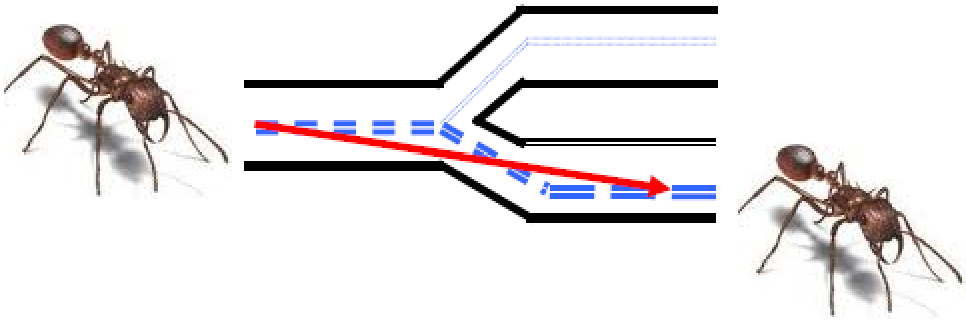
- Las hormigas en sus recorridos, depositan una sustancia llamada feromona que todas pueden oler (es una forma de comunicación indirecta).



- La acción continua de la colonia dejando un rastro prolongado de feromonas, permite a las hormigas elegir, siempre el camino más corto y luego regresar a su hormiguero con el alimento.
- Cuando el alimento termina, los rastros no son remarcados por la hormigas que regresan y el olor se desvanece.

Colonias de hormigas naturales

- Si un obstáculo bloquea un camino hacia una fuente de alimento, las hormigas lo abandonan para explorar nuevas rutas. Si tienen éxito, regresan y marcan un nuevo camino para la ruta más corta.
  - Los caminos exitosos son seguidos por más hormigas, y cada una lo refuerza con más feromona.
- Cada vez que una hormiga llega a una bifurcación, decide el camino a seguir de un modo aleatorio.



- Eligen con mayor probabilidad los caminos con un alto rastro de feromona.
- Las bifurcaciones más prometedoras van acumulando feromonas. Las menos prometedoras pierden feromona por evaporación.

Experimento con hormigas

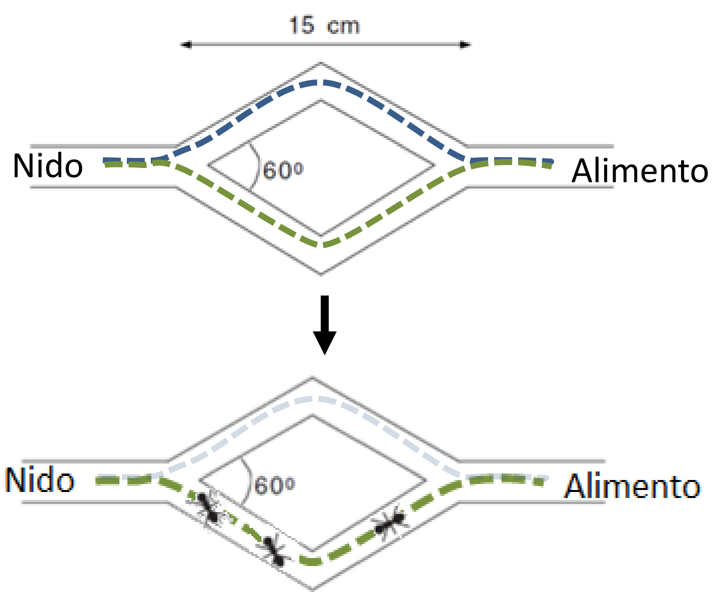
- **Jean-Louis Deneubourg** [5] realizo un experimento de laboratorio para determinar el camino que elegirían las hormigas en busca de comida.

- Se experimentó con un tipo de hormigas (*Argentine ants*) que depositan feromonas al ir del hormiguero a la comida y al volver. Se usaron dos tipos de circuitos (puentes):
  - En el primero, las dos ramas del puente tenían la misma longitud.
  - En el segundo, una rama era el doble de larga que la otra.
  - Después, unieron dos puentes cruzados del segundo tipo.

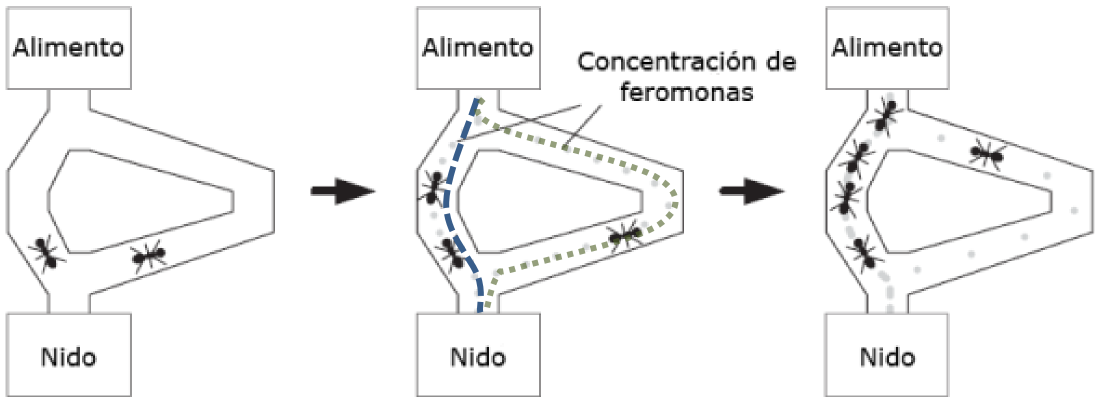
[5] J.-L. Deneubourg, S. Aron, S. Goss, J.-M. Pasteels, The self-organizing exploratory pattern of the argentine ant, J. Insect Behav. 3 (1990) 159–168.

Experimento del doble puente

- Resultados:



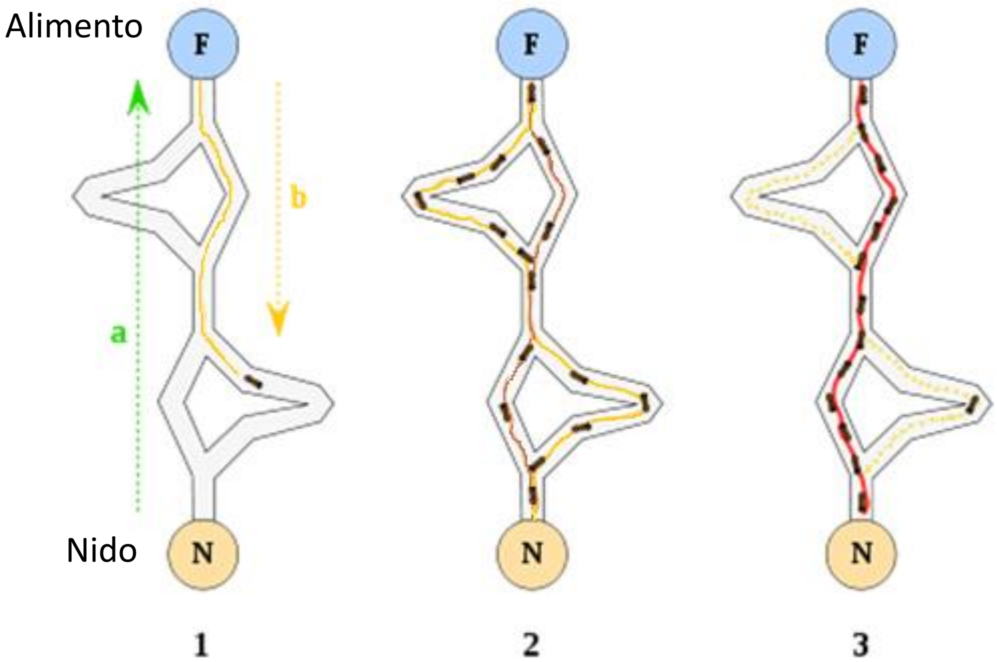
- En el primer caso, las hormigas terminaban por converger a una sola rama (cualquiera de las dos).



- En el segundo caso, las hormigas convergen a la rama más corta.

Experimento del doble puente

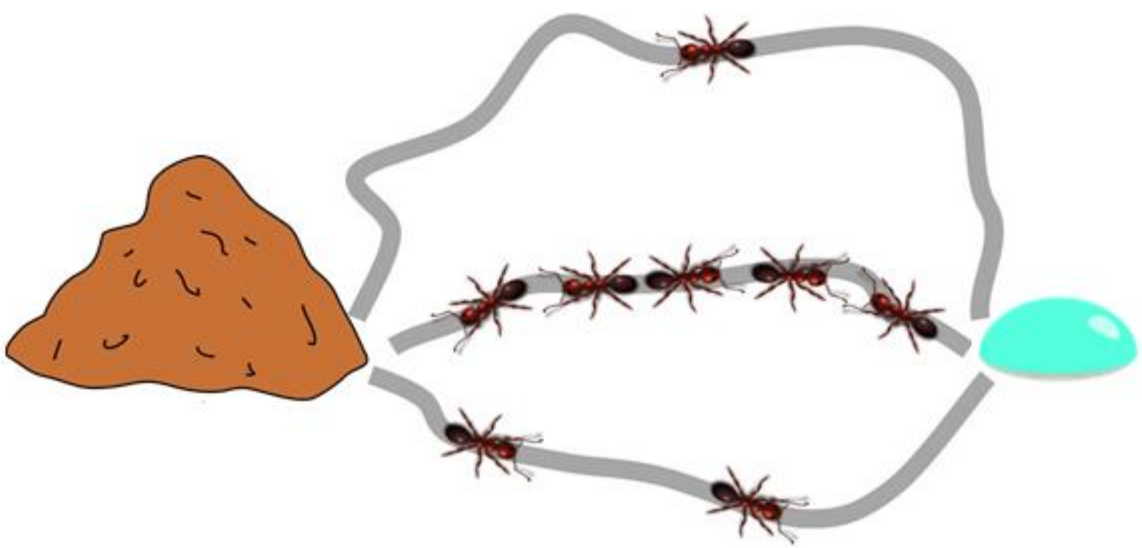
- Resultados:
  - En el tercer caso, circuito con dos puentes dobles cruzados, después de un tiempo las hormigas consiguen encontrar el camino más corto.



Conclusiones del Experimento

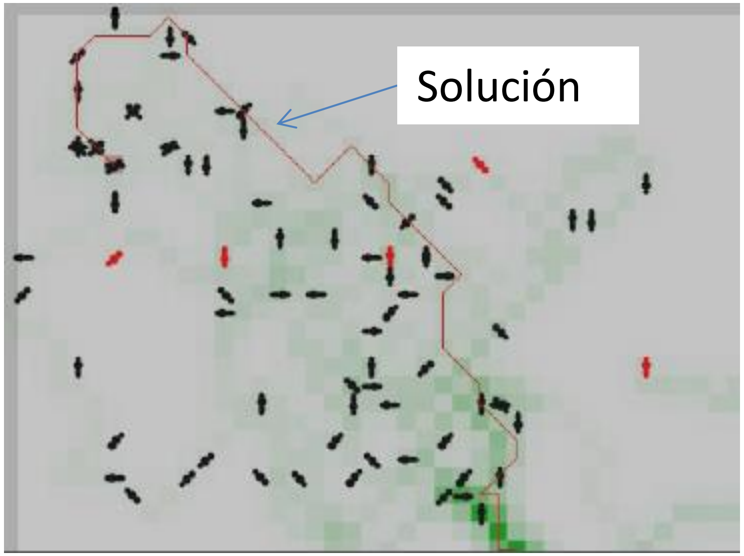
Como resultado de estos experimentos, surgieron las ideas básicas de ACO para encontrar soluciones a problemas de optimización de caminos:

- Buscar en forma paralela a lo largo de diferentes huellas o caminos
- Guardar el rastro de los caminos prometedores.



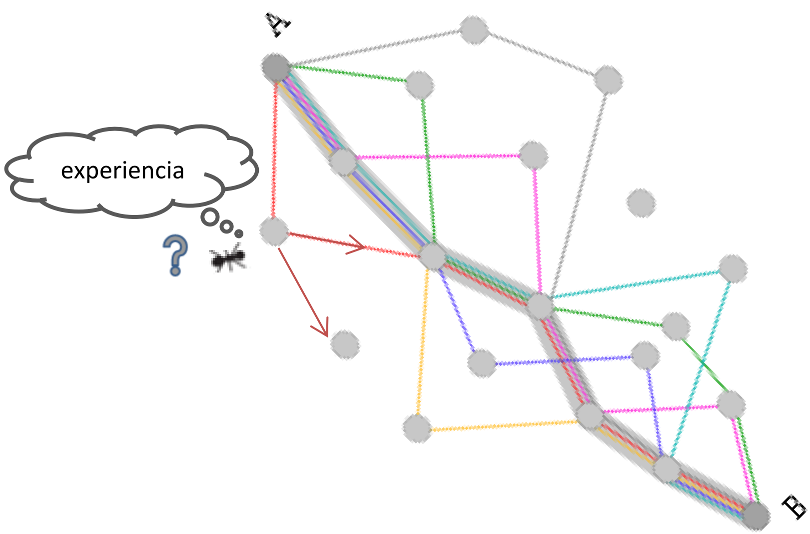
ACO - Características

1. Los algoritmos de ACO son esencialmente constructivos: en cada iteración, utilizan las hormigas artificiales (agentes) para construir soluciones en forma incremental. Cada una de las hormigas construye de forma independiente una solución al problema incorporando soluciones parciales en su recorrido por el grafo.



ACO - Características

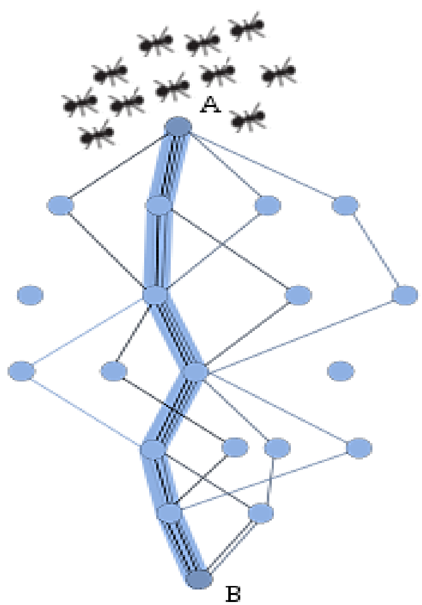
2. La elección de incorporación de soluciones parciales se realiza mediante una regla probabilística que toma en cuenta la experiencia adquirida en etapas anteriores de la búsqueda y la información heurística del problema considerado.

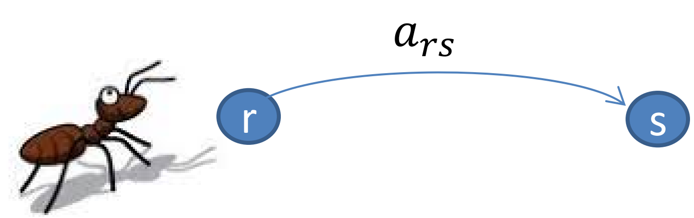


3. Para incorporar la experiencia adquirida en la construcción de soluciones se utiliza una matriz de feromona, a modo de memoria que almacena el rastro depositado por las hormigas.

ACO – Construcción de caminos

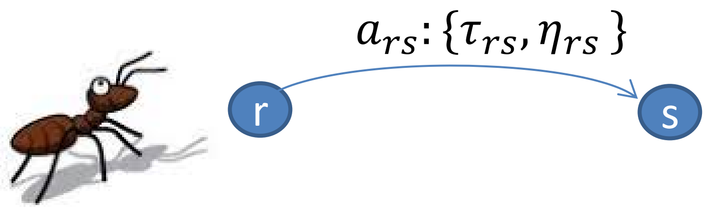
- Este algoritmo inicia con *k* distintas hormigas artificiales ubicadas en el nodo inicial de un grafo.
- Una hormiga se mueve de un estado ***r*** a un estado ***s*** cuando recorre una arista a_{rs}, correspondiendo a una solución intermedia, pero aún no una solución completa.





ACO – Recorrido entre aristas

- Cada **arista del grafo**, representa los <u>posibles caminos de la hormiga</u> y <u>tiene asociada dos tipos de información</u> que guían su movimiento:

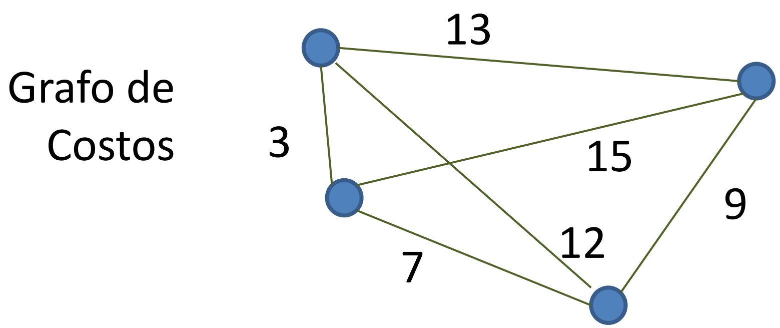


1. ***Información heurística*** (η_{rs}): mide la conveniencia de moverse desde el nodo r hasta el nodo s. Generalmente las hormigas no modifican esta información durante la ejecución del algoritmo. Esta información es calculada por alguna heurística que indica a *priori* la conveniencia de dicho movimiento.

2. ***Información del rastro de feromonas*** (τ_{rs}): imita a la feromona que depositan las hormigas naturales. Está asociado a la "memoria o recuerdo" en el movimiento de a_{rs}. Esta información se modifica durante la ejecución del algoritmo dependiendo de las soluciones encontradas por las hormigas. También se le conoce como Información memorística.

ACO – Recorrido entre aristas

Información heurística (η_{rs})

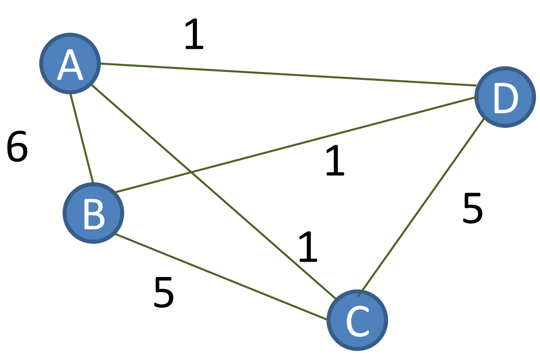


Información del rastro de feromonas (τ_{rs})

Grafo de Feromonas

ACO – Tabla de transiciones

- Una hormiga toma decisiones basada en la información heurística (η_{rs}) y una tabla de transiciones de la información del rastro de feromonas (τ_{rs}) .
  - La tabla de transiciones contiene la información del nodo en el que se encuentra la hormiga y de las aristas adyacentes.
  - La tabla de transiciones de τ_{rs}, se actualiza cada vez que una hormiga visita una arista, entonces se registra el rastro de feromona que deja la hormiga. También se actualiza cada vez que se evapora el rastro de feromona.

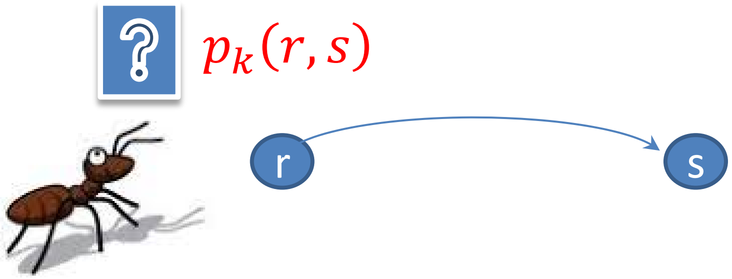


(τ_{rs})

	B	C	D
A	6	1	1
B	∞	5	1
C	∞	∞	1

ACO - La hormiga artificial

- La hormiga artificial es un agente que:
  - Recuerda los nodos que ha recorrido, utilizando para ello una lista de nodos visitados. Al finalizar, esta lista contiene la solución construida por la hormiga.
  - En cada iteración, la probabilidad de que una hormiga k se mueva de un nodo r hacia un nodo s, es definida por una probabilidad de transición: $p_k(r,s)$.



ACO – Probabilidad de transición

Cuando una hormiga se mueve desde el nodo *r* al *s*, calcula las probabilidades de movimiento hacia los nodos adyacentes, utilizando la siguiente fórmula:

$$p_k(r,s) = \begin{cases} \dfrac{\overbrace{(\tau_{rs})^{\alpha}}^{\text{Cantidad de feromonas}} . \overbrace{(\eta_{rs})^{\beta}}^{\text{Facilidad de transición}}}{\sum_{u \in J_k(r)}[(\tau_{ru})^{\alpha} . (\eta_{ru})^{\beta}]}, & \text{si } s \in J_k(r) \\ 0, & \text{si } s \notin J_k(r) \end{cases} \qquad \textbf{(1)}$$

donde:

- $J_k(r)$: es la vecindad factible de la hormiga *k*, es decir el conjunto de nodos alcanzables desde r no visitados aún por la hormiga k.
- $p_k(r,s)$=0 : si *s* no está disponible (no alcanzable $s \notin J_k(r)$)
- τ_{rs}: rastro de feromonas asociado al arco a_{rs}

ACO – Probabilidad de transición

Cantidad de feromonas   Facilidad de transición

$$p_k(r,s) = \begin{cases} \dfrac{(\tau_{rs})^{\alpha} . (\eta_{rs})^{\beta}}{\sum_{u \in J_k(r)} [(\tau_{ru})^{\alpha} . (\eta_{ru})^{\beta}]} , & \text{si } s \in J_k(r) \\ 0 , & \text{si } s \notin J_k(r) \end{cases} \quad \textbf{(1)}$$

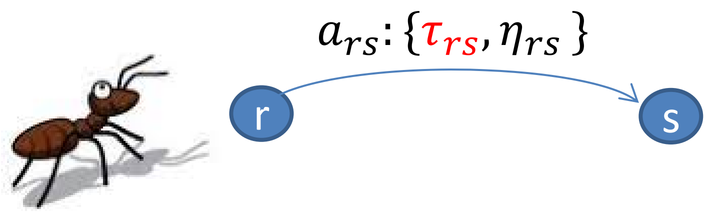
- η_{rs}: información heurística del arco a_{rs} . Representa la atracción de la hormiga por visitar el nodo *s y* puede medirse como:

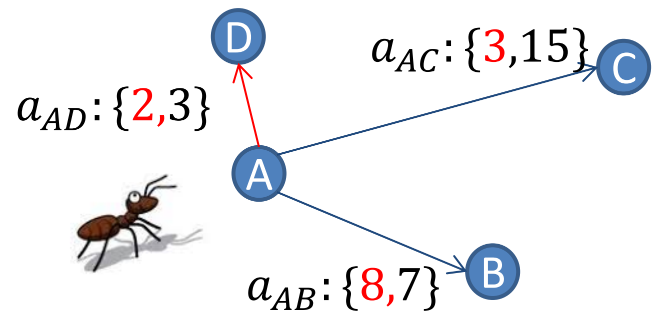
  $\eta_{rs} = \frac{1}{d_{rs}}$ **,** donde d_{rs} es la distancia de ***r*** a ***s***

- α y β: son pesos que establecen el equilibrio entre la influencia de la información del rastro de feromonas y la información heurística.
  - $\alpha \geq 0$ controla la influencia del rastro de feromonas τ_{rs}
  - $0 \leq \beta \leq 1$ controla la influencia de la facilidad de transición η_{rs}
- $\sum_{u \in J_k(r)} [(\tau_{ru})^{\alpha} . (\eta_{ru})^{\beta}]$: sumatorio de la vecindad factible de la hormiga *k*

ACO – Probabilidad de transición

Ejemplo: la $p(A, D)$ viene dada por:





$$p_k(r, s) = \frac{(\tau_{rs})^{\alpha} . (\eta_{rs})^{\beta}}{\sum_{u \in J_k(r)} [(\tau_{ru})^{\alpha} . (\eta_{ru})^{\beta}]}$$

$$p(A, D) = \frac{2 * \frac{1}{3}}{\left(2 * \frac{1}{3}\right) + \left(3 * \frac{1}{15}\right) + \left(8 * \frac{1}{7}\right)}$$

$\eta_{rs} = \frac{1}{d_{rs}}$

$\alpha = 1$ y $\beta = 1$

ACO – Rastro de Feromona

- En ACO, el rastro de feromona (τ_{rs}) es el aporte que cada hormiga k hace cada vez que decide transicionar una arista r -> s

  Para dejar ese rastro es necesario disminuir en el tiempo la cantidad de feromona, es decir, debe evaporarse con una cierta tasa en cuanto es depositada, de forma que sea útil únicamente si recibe un refuerzo constante en cada tramo (retroalimentación positiva). Así, la evaporación de la feromona:

  - Evita que la feromona acumulada crezca indefinidamente,
  - Permite olvidar pobres decisiones de búsquedas pasadas,
  - La evaporación es la misma para todos los rastros. El porcentaje que se elimina suele colocarse entre : 0≤ ρ ≤1 de su valor actual.

- Retroalimentación positiva: la hormiga deja un rastro de feromonas por el camino que ha seguido para reforzar en el futuro los componentes de las buenas soluciones mediante un aporte adicional de feromona.

  Cuanto mejor sea la solución, más feromona se aporta.

ACO: Fase de feromona

Evaporación de la feromona

- Cada vez que una hormiga k transiciona una arista r -> s, el rastro de feromona (τ_{rs}) se evapora, actualizando la tabla de transiciones de τ_{rs}:

Evaporación

$$\tau_{rs} = (1 - \rho).\tau_{rs} \quad \textbf{(2)}$$

$(1 - \rho)$ es una forma artificial de evaporación de feromona

- $0 \leq \rho \leq 1$: coeficiente de evaporación de las feromonas.
- τ_{rs}: cantidad de feromona dejada por la hormiga en una transición anterior.

ACO: Depósito de feromona

- Una vez que ocurre la evaporación de feromonas, las hormigas depositan feromonas obedeciendo la siguiente regla (*k* representa una hormiga cualquiera)

Depósito

$$\tau_{rs} = \tau_{rs} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_{rs}^{k} \qquad \textbf{(3)}$$

$\sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_{rs}^{k}$: depósito de rastro de feromonas dejado por otras k hormigas en la transición de r -> s

- $\Delta\tau_{rs}^{k}$: Es cero cuando la hormiga no ha utilizado esa transición y es un valor constante cuando la transición sí forma parte de la solución.

$$\Delta\tau_{rs}^{k} = \frac{1}{L_k}$$

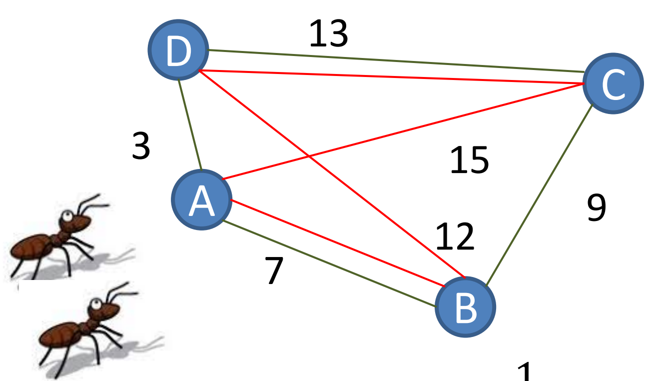
- $L_k$es el largo del camino construido por la *k ésima* hormiga artificial y es calculado como la suma de los valores en los arcos pertenecientes al camino.
- m: número total de hormigas.

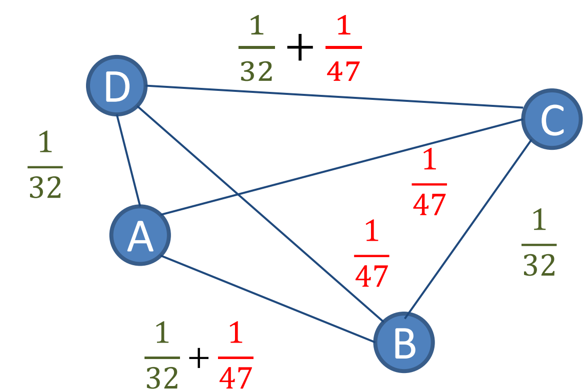
Matriz de transición

Ejemplo 1: Sin considerar evaporación $\tau_{rs} = \sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{rs}^{k}$

η_{rs}^{k} ➡ Grafo de Costos

τ_{rs}^{k} ➡ Grafo de Feromonas





$$\Delta\tau_{rs}^{k} = \frac{1}{L_k}$$

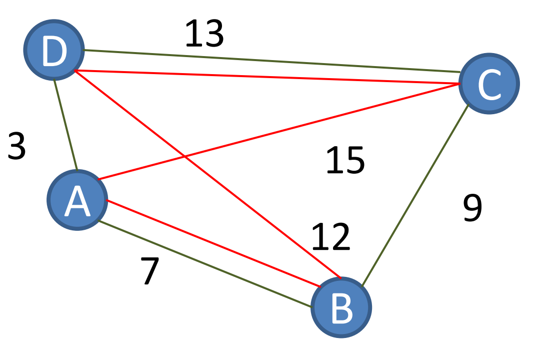
$L_1 = 32 \longrightarrow \Delta\tau_{rs}^{L_1} = \frac{1}{32}$

$L_2 = 47 \longrightarrow \Delta\tau_{rs}^{L_2} = \frac{1}{47}$

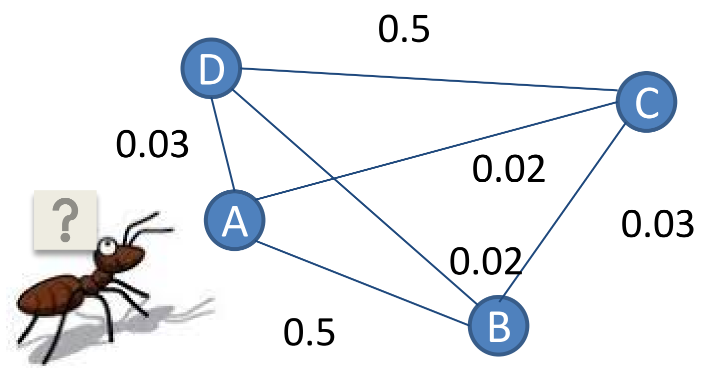
Matriz de transición

Ejemplo 1: Sin considerar evaporación $\tau_{rs} = \sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{rs}^{k}$

η_{rs}^{k} ➡ Grafo de Costos



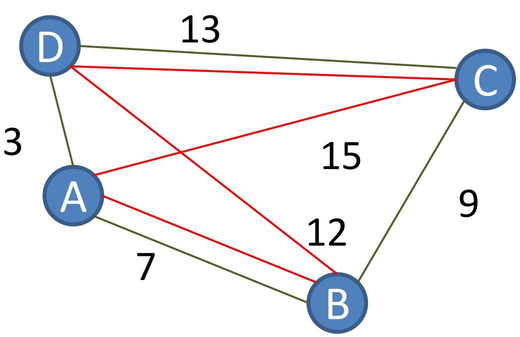
τ_{rs}^{k} ➡ Grafo de Feromonas



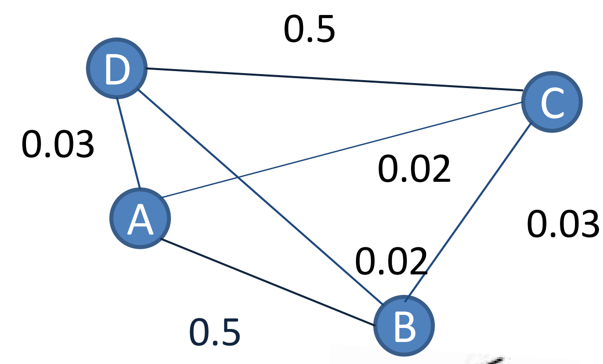
Matriz de transición

Ejemplo 1: Sin considerar evaporación $\tau_{rs} = \sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{rs}^{k}$

η_{rs}^{k} ➡ Grafo de Costos



τ_{rs}^{k} ➡ Grafo de Feromonas



Mayor concentración de feromona

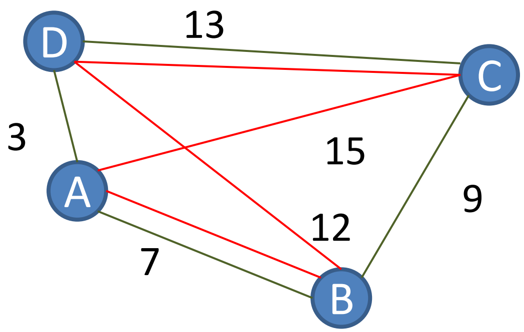
Matriz de transición

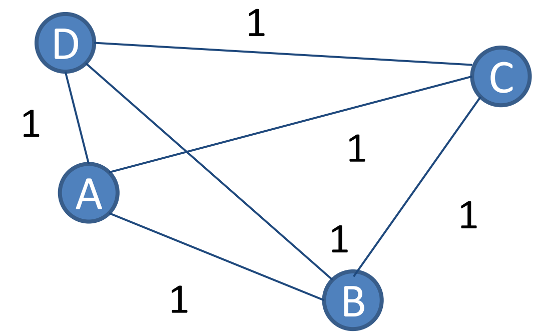
Ejemplo 2: Considerando evaporación

$$\tau_{rs}^{k} = (1-\rho).\tau_{rs} + \sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{rs}^{k} \qquad \rho = 0.5$$

η_{rs}^{k} ⇒ Grafo de Costos

τ_{rs}^{k} ⇒ Grafo de Feromonas



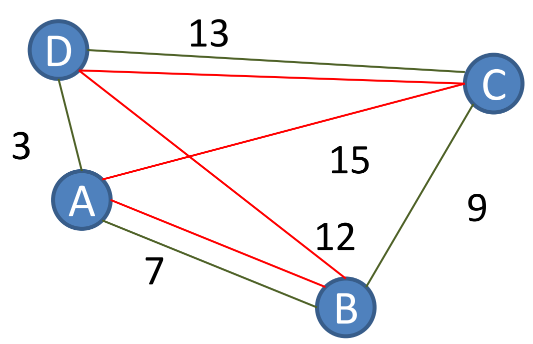


Matriz de transición

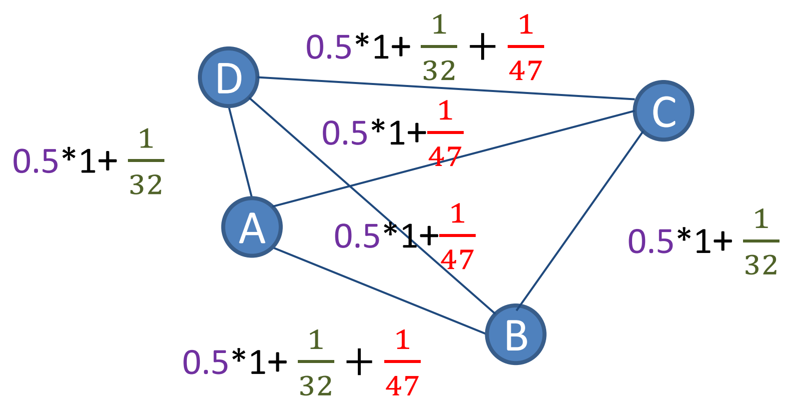
Ejemplo 2: Considerando evaporación

$$\tau_{rs}^{k} = (1-\rho).\tau_{rs} + \sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{rs}^{k} \qquad \rho = 0.5$$

η_{rs}^{k} ➡ Grafo de Costos



τ_{rs}^{k} ➡ Grafo de Feromonas



$L_1 = 32 \longrightarrow \Delta\tau_{rs}^{L_1} = \frac{1}{32}$

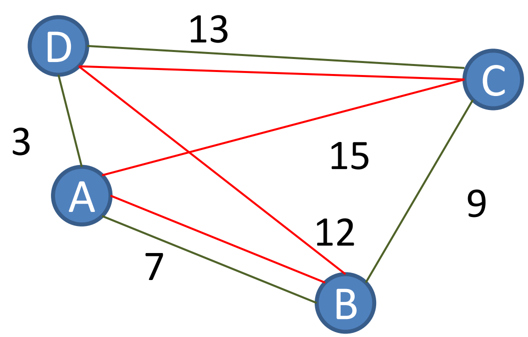
$L_2 = 47 \longrightarrow \Delta\tau_{rs}^{L_2} = \frac{1}{47}$

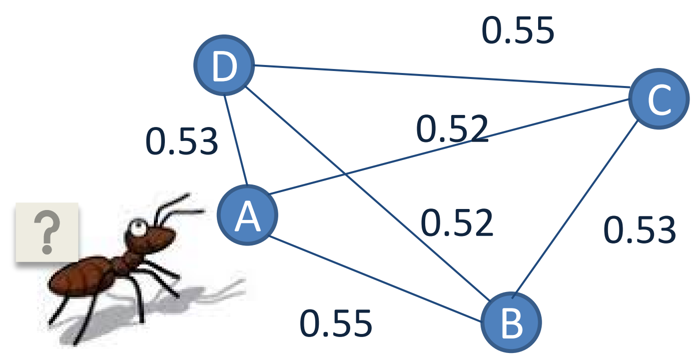
Matriz de transición

Ejemplo 2: Considerando evaporación

η_{rs}^{k} Grafo de Costos

τ_{rs}^{k} Grafo de Feromonas





L_1= 32 $\longrightarrow$ $\Delta\tau_{rs}^{L_1} = \frac{1}{32}$

L_2= 47 $\longrightarrow$ $\Delta\tau_{rs}^{L_2} = \frac{1}{47}$

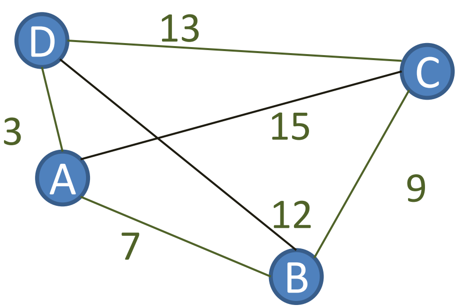
Calculando las probabilidades

Ejemplo 3:

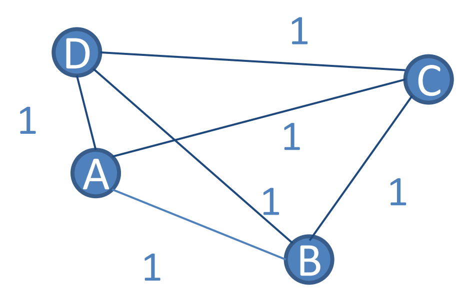
$$p_k(r,s) = \frac{(\tau_{rs})^{\alpha}.(\eta_{rs})^{\beta}}{\sum_{u\in J_k(r)}[(\tau_{ru})^{\alpha}.(\eta_{ru})^{\beta}]}$$

$\eta_{rs} = \frac{1}{d_{rs}}$ **,** donde d_{rs} es la distancia de ***r*** a ***s***

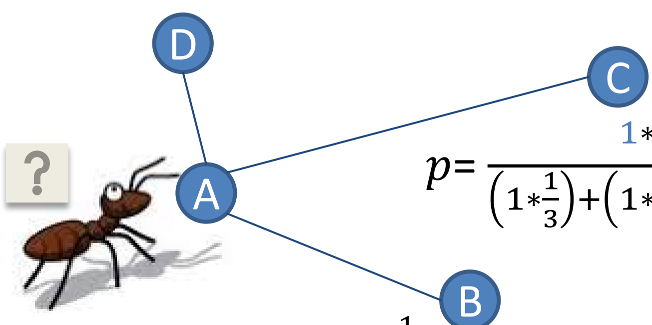
Grafo de Costos



Grafo de Feromonas



$$p = \frac{1*\frac{1}{3}}{\left(1*\frac{1}{3}\right)+\left(1*\frac{1}{15}\right)+\left(1*\frac{1}{7}\right)} = 0.6140$$



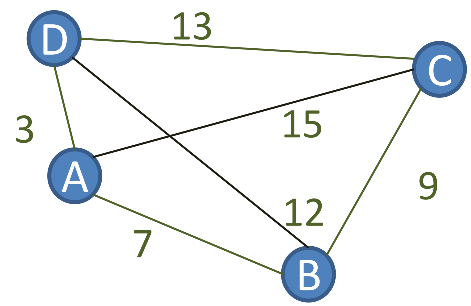
$$p = \frac{1*\frac{1}{15}}{\left(1*\frac{1}{3}\right)+\left(1*\frac{1}{15}\right)+\left(1*\frac{1}{7}\right)} = 0.1228$$

$$p = \frac{1*\frac{1}{7}}{\left(1*\frac{1}{3}\right)+\left(1*\frac{1}{15}\right)+\left(1*\frac{1}{7}\right)} = 0.2632$$

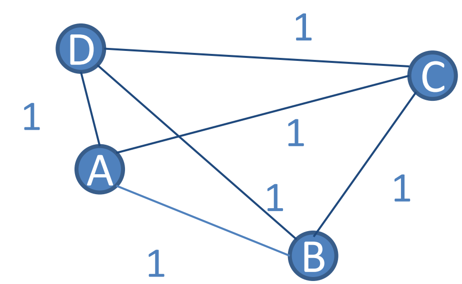
Calculando las probabilidades

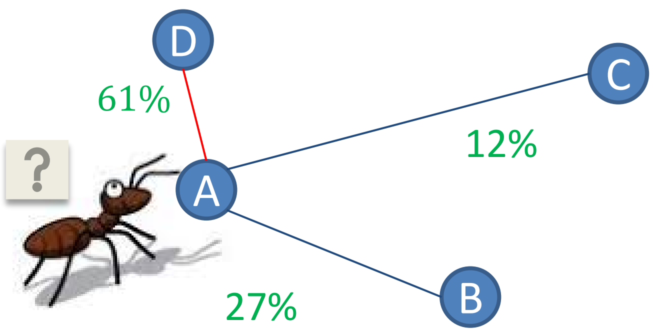
Ejemplo 3:

Grafo de Costos



Grafo de Feromonas

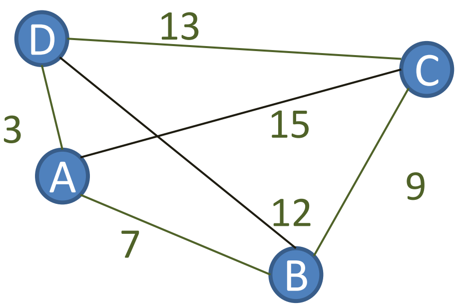




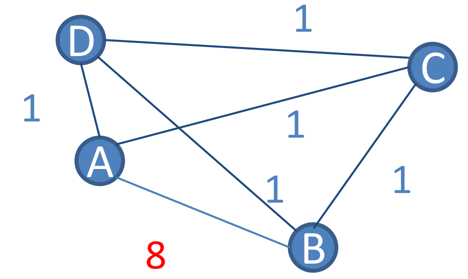
Calculando las probabilidades

Ejemplo 4:

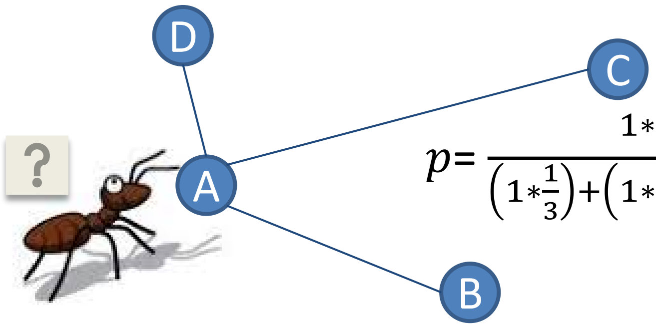
Grafo de Costos



Grafo de Feromonas



$$p = \frac{1*\frac{1}{3}}{\left(1*\frac{1}{3}\right)+\left(1*\frac{1}{15}\right)+\left(8*\frac{1}{7}\right)} = 0.2160$$



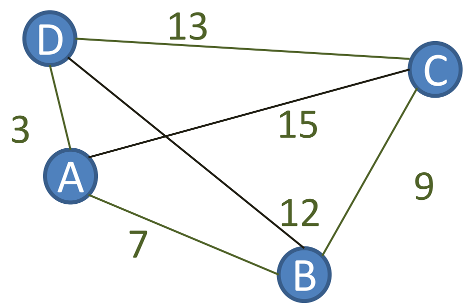
$$p = \frac{1*\frac{1}{15}}{\left(1*\frac{1}{3}\right)+\left(1*\frac{1}{15}\right)+\left(8*\frac{1}{7}\right)} = 0.0432$$

$$p = \frac{8*\frac{1}{7}}{\left(1*\frac{1}{3}\right)+\left(1*\frac{1}{15}\right)+\left(8*\frac{1}{7}\right)} = 0.7407$$

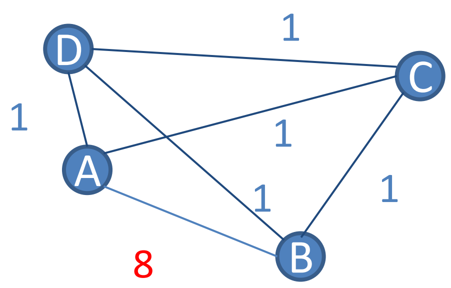
Calculando las probabilidades

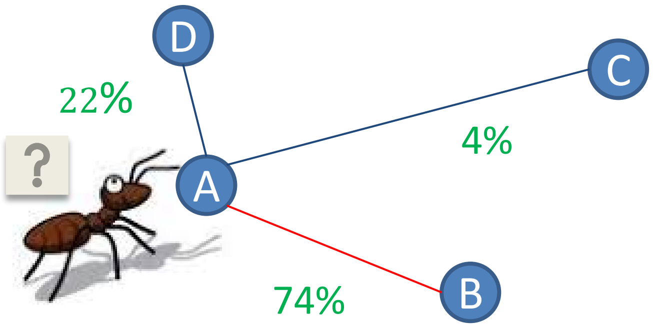
Ejemplo 4:

Grafo de Costos

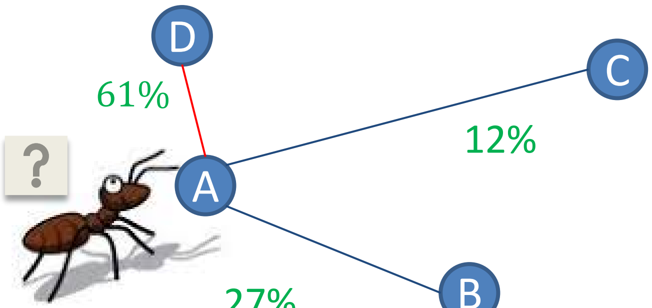


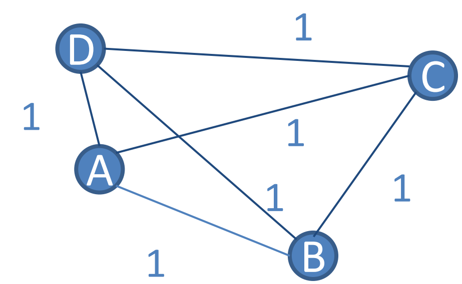
Grafo de Feromonas

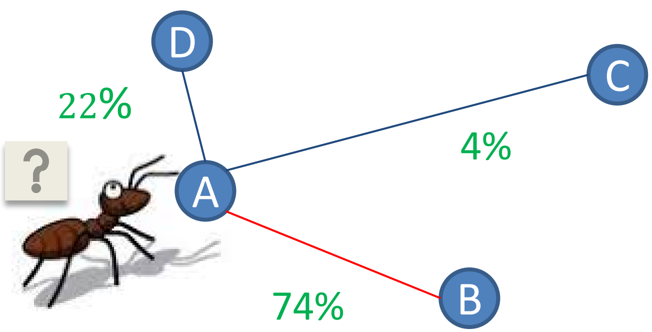


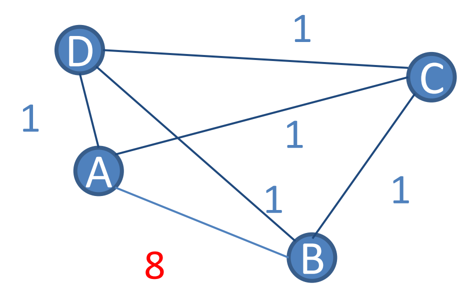


Calculando las probabilidades

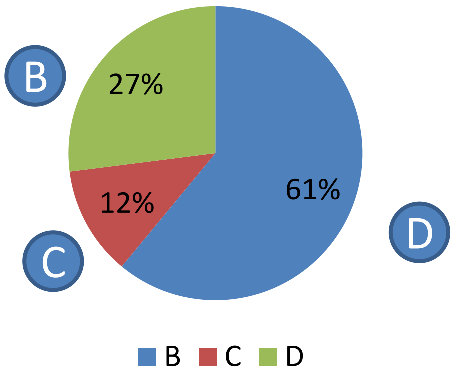








Selección por ruleta



Probabilisticamente

B	C	D
0.27	**0.12**	**0.61**

Suma acumulativa

1	**0.73**	**0.61**

Para 3 valores aleatorios **r** entre [0 y 1]

$$\begin{cases} 0.73 < r \leq 1 & \text{B} \\ 0.61 < r \leq 0.73 & \text{C} \\ 0 \leq r \leq 0.61 & \text{D} \end{cases}$$

Pseudocódigo ACO

Procedimiento ACO

Inicializar todos los parámetros: $\alpha, \beta, \tau_0, \eta_k$

Mientras criterio de parada no sea satisfecho **hacer**

  Posicionar cada hormiga en el nodo inicial

  Repetir

    Para cada hormiga $k = 1, \ldots, m$ **hacer**

      Escoger el siguiente nodo aplicando la regla de transición de estados

$$p_k(r,s) = \frac{(\tau_{rs})^{\alpha}.(\eta_{rs})^{\beta}}{\sum_{u \in J_k(r)}[(\tau_{ru})^{\alpha}.(\eta_{ru})^{\beta}]}$$

    Fin

  Hasta que cada hormiga haya construido un $path$ (solución)

  Aplicar evaporación de feromonas:

$$\tau_{rs} = (1-\rho).\tau_{rs}$$

  Para cada hormiga $k = 1, \ldots, m$ **hacer**

    Por cada arco $a_{rs} \epsilon\, pathk$

      Calcular $\Delta\tau_{rs} = \frac{1}{L_k}$

      Actualizar el rastro de feromonas: $\tau_{rs} = \tau_{rs} + \Delta\tau_{rs}^{k}$

    Fin

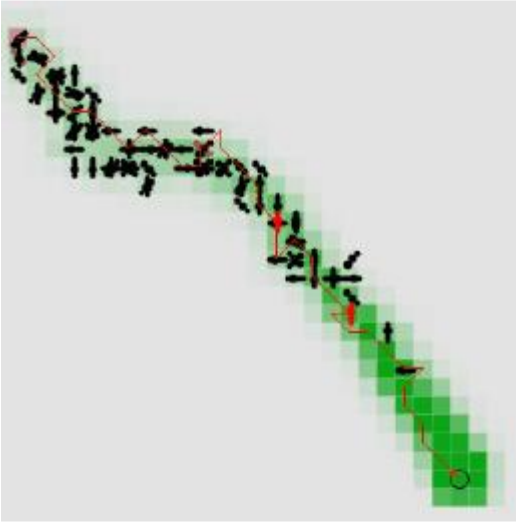
  Fin

  Actualizar el mejor $path$

Fin

ACO - Consideraciones

- En un sistema natural, a lo largo del tiempo, el rastro de feromonas se va evaporando, reduciendo así la atracción de las hormigas por ese camino. Mientras un camino sea más largo, más tiempo tardaran las hormigas que tomen ese camino y más rastro de feromona se evaporara. Así, el camino más corto es el más reforzado con el olor.
  - Sin embargo, en un modelo ACO, cuando un camino tiene mucho tráfico se suele incrementar el coeficiente de evaporación (ρ) para evitar caer en sub-óptimos locales (estagnación).



ACO - Consideraciones

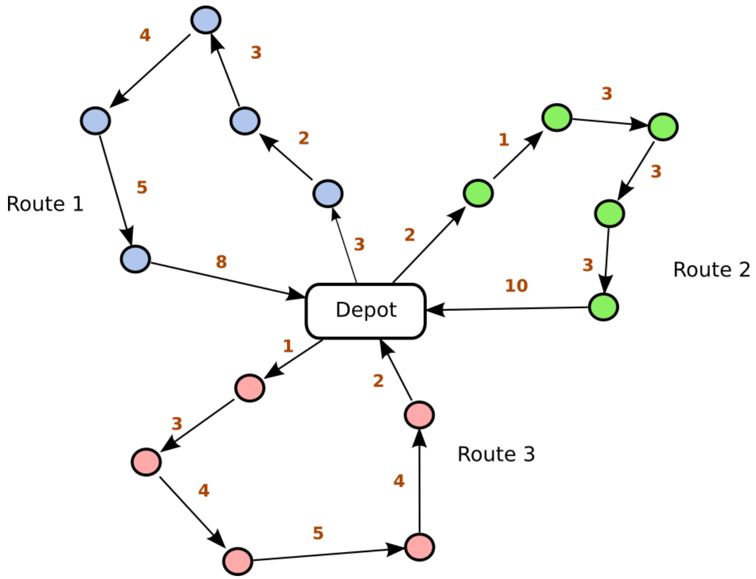
- Debido a su naturaleza poblacional son fáciles de paralelizar.
- El principal problema de este algoritmo radica en la gran cantidad de parámetros que hay que elegir: pesos α y β en el cálculo de probabilidades y coeficiente de evaporación ρ.
- ACO tiene una ventaja principal sobre otros algoritmos como los AG y es que cuando el problema cambia dinámicamente, el algoritmo ACO puede cambiar dinámicamente también durante una ejecución en tiempo real.
  - Esto es muy interesante para aplicaciones en búsqueda de rutas en grandes sistemas de telecomunicaciones y redes de ordenadores o control del trafico urbano.

ACO - Consideraciones

- ACO puede ser usado en cualquier problema que pueda traducirse a búsqueda de un camino óptimo en un grafo, como por ejemplo:
  - Ordenación secuencial
  - Problemas de asignación cuadrática:
    - Distribución de recursos en línea de acopio.
    - Disposición de tiendas en un mall.
    - Distribución de Terminales de Aeropuertos
    - Edificación de Universidades/ Colegios, etc.
    - Asignación de horarios
    - Planificación de tareas
    - Cableado de Placas Electrónicas
- Sin embargo, en algunos casos esa traducción puede ser difícil o muy costosa.

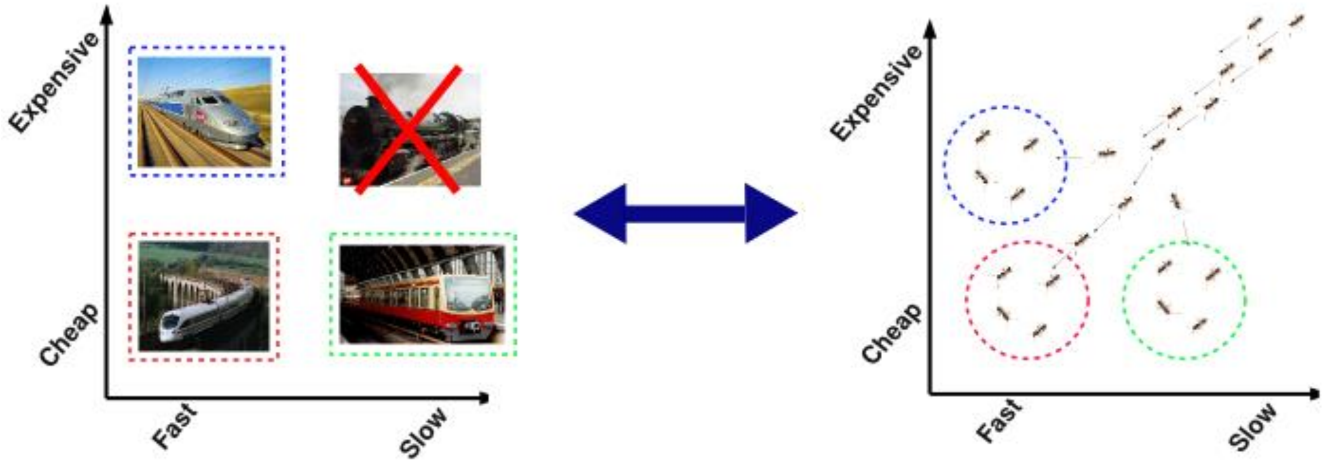
ACO - Consideraciones

- ACO se aplica con éxito a problemas de optimización combinatoria, donde la dimensión del espacio completo de soluciones es exponencial con respecto a la dimensión de la representación del problema (NP-completos). Por ejemplo:
  - Problema TSP y derivados
    - Por eje. en el TSP en AG, a medida que el nro. de ciudades crece, la solución encontrada posiblemente no sea la mejor, esto por el nro. de combinaciones que tienen que realizar. Para ACO esto no es un problema porque tiene memoria de los mejores caminos y al final encontrara casi indefectiblemente el mejor camino.
  - Problemas de modelamiento y tráfico de redes
  - Enrutamiento de vehículos

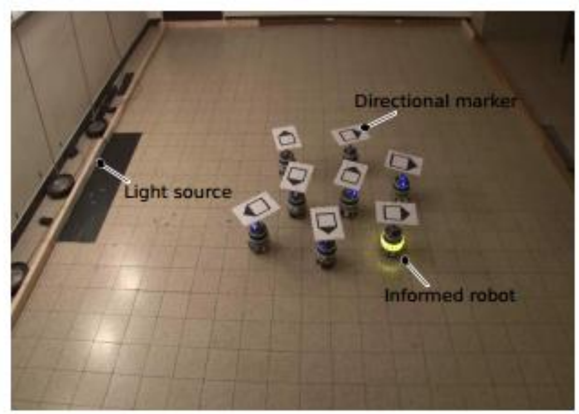


ACO – Consideraciones

- Optimización: Multiobjective ACO (MOACO)



- Organización



An Experimental Analysis of Design Choices of Multi-objective Ant Colony Optimization Algorithms. Lopez-Ibanez M., Stützle T. - Swarm Intelligence, Volume 6, Number 3, Pages 207-232, 2012.

Bibliografía

- Ivan Zelinka; Guarong Chen. **Evolutionary Algorithms, Swarm Dynamics and Complex Networks. Methodology Perpectives and Implementation**. Springer-Verlag, 2018
- Raúl Benítez; Gerard Escudero;Samir Kanaan. **Inteligencia artificial avanzada**. Universitat Oberta de Catalunya (UOC), 2016
- Silja Meyer-Nieberg;Nadiia Leopold;Tobias Uhlig. **Natural Computing for Simulation-Based Optimization and Beyond**. Springer, 2019
- M. Dorigo, Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD thesis, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- Marco Dorigo, Mauro Birattari, and Thomas Stutzle, Universite Libre de Bruxelles, BELGIUM.