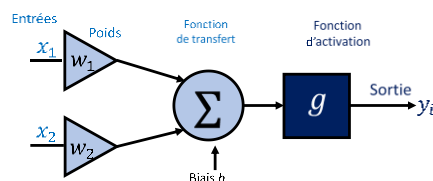


TD5 : Les Réseaux de neurones (2h)

Exercice 1 – Perceptron linéaire

On considère un perceptron linéaire avec deux entrées et une sortie, et une fonction d'activation $g(z) = \text{Heaviside}(z)$.

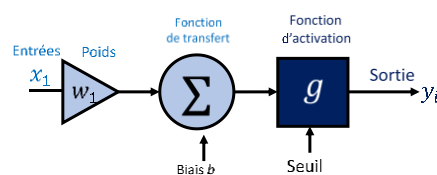


- 1) Donner l'expression de la sortie y_i en fonction des entrées x_1 x_2 . Les poids $w_1=2$, et $w_2 = 3$ et le biais $b = 0$ (seuil=0)
- 2) Donner l'expression de la sortie y_i pour les mêmes valeurs des poids et une biais $b>0$
- 3) Représenter l'hyperplan et déduire la frontière en absence du biais et pour une valeur de biais $b=2$.

Note :La fonction Heaviside() est la fonction échelon unité

Exercice 2 – Fonction Not et perceptron

On considère un perceptron non linéaire avec une entrée et une sortie, et une fonction d'activation $g(z) = \text{Heaviside}(z)$.



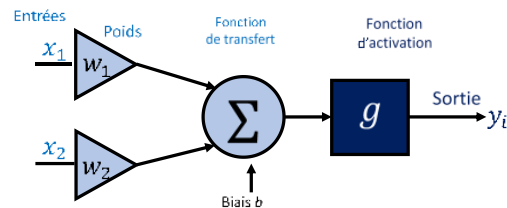
- 1) Donner l'expression de la sortie y_i en fonction des entrées x_1 . Les poids $w_1=-1$, et le biais $b = -0.5$ (seuil=0)
- 2) Donner l'expression de la sortie y_i
- 3) Représenter l'hyperplan et déduire la frontière
- 4) Mettre en cascade les deux perceptrons réalisant la fonction NOT et déduire la nouvelle sortie.

Note : La fonction Heaviside() est la fonction échelon unité

Exercice 3 – Fonctions Logiques et Perceptron

On considère un perceptron simple avec deux entrées et une sortie, et une fonction d'activation suivante :

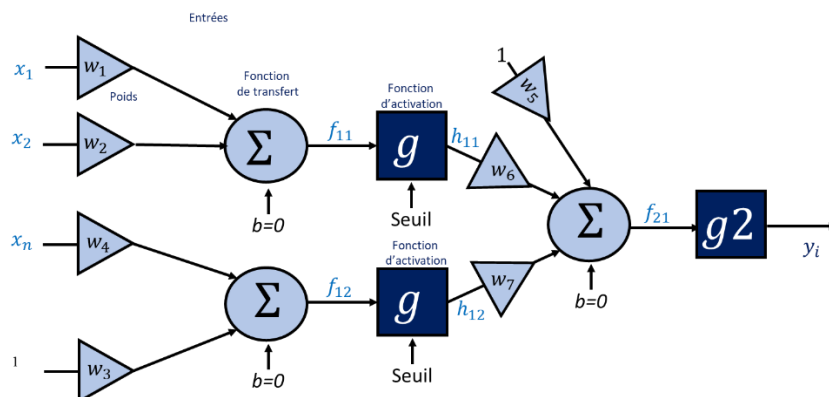
$$g(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } w_1x_1 + w_2x_2 - b > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



1. Trouvez les poids pour que le perceptron calcule la fonction ET logique.
2. Trouvez les poids pour que le perceptron calcule la fonction OU logique.
3. Essayer de trouver des poids pour la fonction XOR.

Exercice 4 – Réseau de neurones multicouches

Soit le réseau de neurones multicouches décrit par la figure ci-dessous :



1. Calculer les expressions mathématiques qui déterminent les sorties intermédiaires f_{11} , f_{12} , h_{11} , h_{12} , f_{21} ainsi que la sortie final du réseau y pour $x_1 = 1$, $x_2 = x_n = x$
2. Calculer la fonction cout ou critère J
3. Utiliser l'algorithme de rétropropagation (backpropagation), et calculer les expressions des mises à jour des paramètres Δw_j pour $j = 1, \dots, 6$

Nous fixons les poids $w_1 = 0.5$, $w_2 = -1$, $w_3 = -2$, $w_4 = 1.5$, $w_5 = 1$ et les

entrées/ sorties du réseaux sont définies par $(\mathbf{x}, \mathbf{d}) = (2, 1)$

4. Calculer les sorties des couches intermédiaires $f_{11}, f_{12}, h_{11}, h_{12}, f_{21}$ ainsi que la sortie finale.
5. Calculer les paramètres Δw_j et w_j pour $j = 1, \dots, 7$ après une itération de mise à jour (en considérant le paramètre d'apprentissage $\alpha=0.2$.

Exercice 5 – XOR et les réseaux de neurones

Soit **A** et **B** deux variables booléennes.

- 1) Concevoir un réseau de neurones à deux entrées permettant d'implémenter la fonction booléenne **A AND NOT(B)**.
- 2) Concevoir un réseau de neurones à deux couches implémentant la fonction booléenne **A XOR B**.