

## TD6 : Apprentissage profond (2h)

### Exercice 1 – RNN

Considérons un réseau RNN à 3 cellules avec une entrée à 2 dimensions et une sortie à 1 dimension. Les poids des connexions sont les suivants :

- $W_{xh}$  est une matrice 3x3 de poids pour les entrées
- $W_{hh}$  est une matrice 3x3 de poids pour les sorties précédentes
- $W_{hy}$  est une matrice 1x3 de poids pour la couche de sortie
- $b_h$  est un vecteur de biais de taille 3 pour les cellules
- $b_y$  est un scalaire de biais pour la couche de sortie

- Supposons que la séquence d'entrée est la suivante :  $\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right]$

$[[1, 0], [0, 1], [1, 1], [0, 0]]$ .

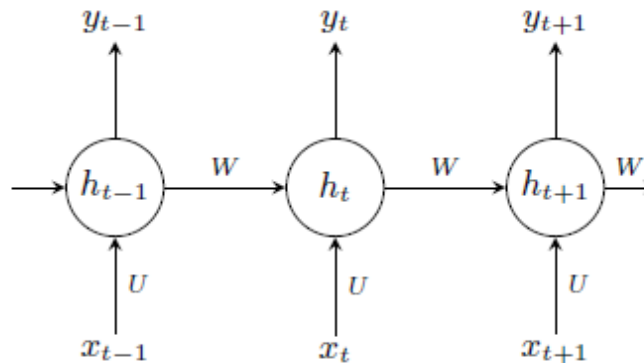
1) Calculer la sortie pour les paramètres du RNN ci-dessous :

- $W_{xh} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $W_{hh} = \begin{pmatrix} 0.7616 & 0.7616 & 0.7616 \\ -0.7616 & 0.7616 & 0.7616 \\ 0.7616 & -0.7616 & 0.7616 \end{pmatrix}$
- 
- $W_{hy} = (0.5 \quad -0.5 \quad 0.5)$
- $b_h = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $b_y = 0.5$

### Exercice 2 – RNN à 5 cellules

Considérez un RNN à 5 cellules, où chaque cellule est une unité à mémoire de 2 dimensions. La matrice de poids de la couche cachée est de 5x5 et la matrice de poids de la couche de sortie est

de 5x1. La fonction d'activation pour les cellules est une tangente hyperbolique (tanh) et la fonction d'activation pour la couche de sortie est une fonction sigmoïde.



Soit  $x(t)$  un vecteur d'entrée de dimension 5 à l'instant  $t$ . Les poids pour la première cellule cachée sont :

- $W_{xh1} = \begin{pmatrix} 0.4 & -0.2 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & -0.2 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$
- $W_{hh1} = (1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$

Où  $W_{hh1}$  est la matrice de poids de la couche cachée pour la première cellule et  $W_{xh1}$  est la matrice de poids reliant l'entrée  $x(t)$  à la première cellule. Les autres cellules ont des poids similaires, mais différents.

- 1) Calculez la sortie du RNN pour une séquence d'entrée  $x(t) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.2 \\ 0.3 \\ 0.4 \\ -0.5 \end{pmatrix} \forall t \geq 0$ ,

---

### Exercice 3 – Un Réseau CNN simple

---

Considérons un CNN avec une couche de convolution suivie d'une couche de pooling. L'image d'entrée est de taille 6x6 et a une profondeur de 1. Nous utilisons 2 filtres de convolution de taille

3x3 avec un pas de 1 et un padding de zéro. Nous utilisons un pool de taille 2x2 avec un pas de 2 et une opération de max pooling. Nous utilisons une couche entièrement connectée avec 2 neurones.

- 1) Calculez le nombre de paramètres de ce réseau et la taille de la sortie de chaque couche. Utilisez la fonction d'activation ReLU après chaque couche de convolution et la couche entièrement connectée.

---

#### Exercice 4 – Un Réseau CNN simple

---

Considérons un CNN avec une couche de convolution suivie d'une couche de pooling et une couche entièrement connectée. L'image d'entrée est de taille 5x5 et a une profondeur de 1.

Nous utilisons 2 filtres de convolution de taille 3x3 avec un pas de 1 et un padding de zéro.

Nous utilisons un pool de taille 2x2 avec un pas de 2 et une opération de max pooling. La couche entièrement connectée a 2 neurones.

Les poids des filtres de convolution sont les suivants :

$$\text{Filtre 1 : } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Filtre 2 : } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Les biais pour la couche de convolution sont les suivants :

Biais 1 : -1 Biais 2 : 0

Les poids pour la couche entièrement connectée sont les suivants :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Les biais pour la couche entièrement connectée sont les suivants :

$$\begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculez la sortie du réseau pour l'image d'entrée suivante :

1	0	-1	0	1
2	1	0	-1	0
3	2	1	0	-1
2	1	0	1	0
1	0	-1	0	1

Utilisez la fonction d'activation ReLU après chaque couche de convolution et la couche entièrement connectée.