

Exercices ANDO Feuille 1.2

FISA 2024-2025

26-09-2024

Exercice 1. La distribution des dividendes versés aux actionnaires d'une entreprise pour l'exercice 2020 est donnée par le tableau suivant :

Dividendes versés en milliers d'euros	[0,2[[2,10[[10, 20[[20, 60[[60, 100[$100 \geq$	Totale
Pourcentage d'actionnaires	16	p_2	p_3	17	10	3	100

Les proportions p_2 et p_3 des classes $[2, 10[$ et $[10, 20[$ sont inconnues.

1. Déterminer p_2 et p_3 sachant que le 4ème décile est égale à 12500 euros.
2. Calculer l'écart-type de la distribution, sachant que le dividende moyen versé par l'entreprise à ses actionnaires est 60K euros.
3. Tracer la courbe de concentration.

Exercice 2. Nous avons l'échantillon suivant de $n = 10$ observations, réalisation d'une variable aléatoire réelle X , de loi P_X et de fonction de répartition F_X (inconnue). Nous souhaitons "visualiser" la loi de X à l'aide d'outils de statistique.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
6.11	1.14	4.76	1.41	6.83	4.17	7.16	4.28	14.84	17.4

1. Tracer la fonction de répartition des observations $F_n(x)$ pour $x \geq 0$.
2. Pourquoi $F_n(x)$ est-il un estimateur sans biais et consistant de $F_X(x)$? Donner un intervalle de confiance à 95% pour cette valeur.
3. Calculer un estimateur de la moyenne. Calculer un estimateur sans biais de la variance de X .
4. À partir de F_n , trouver les quartiles. Dessiner la box-plot et donner les éléments caractéristiques.
5. Rappeler les expressions des kurtosis et du skewness et claculer une version sans biais. Que peut-on en déduire sur la forme de la dnsité.
6. Tracer le QQ-plot de l'échantillon versus une loi normale centrée réduite. Rappeler sa construction. Quelle information est manquante? Interpréter.
7. Une variable d'intérêt est la variable transformée $\ln(X)$.
 - (a) Calculer un estimateur de $\mathbb{E}[\ln(X)]$.
 - (b) Le test d'adéquation de Kolmogorov-Smirnov à une loi normale (de même moyenne et même variance) donne une statistique $D_n = 0.21$ et une p -value supérieure à 0.15. Rappeler la définition de la statistique du test, et que concluez-vous?
 - (c) Comment mesurez vous la qualité de l'estimation de $\mathbb{E}[\ln(X)]$?