

AVL

Algoritmos y Estructuras de Datos

UNLA

Mg. Ing. Damián Santos

Lic. Romina Mansilla

Agustín Di Stefano



Repaso de árboles

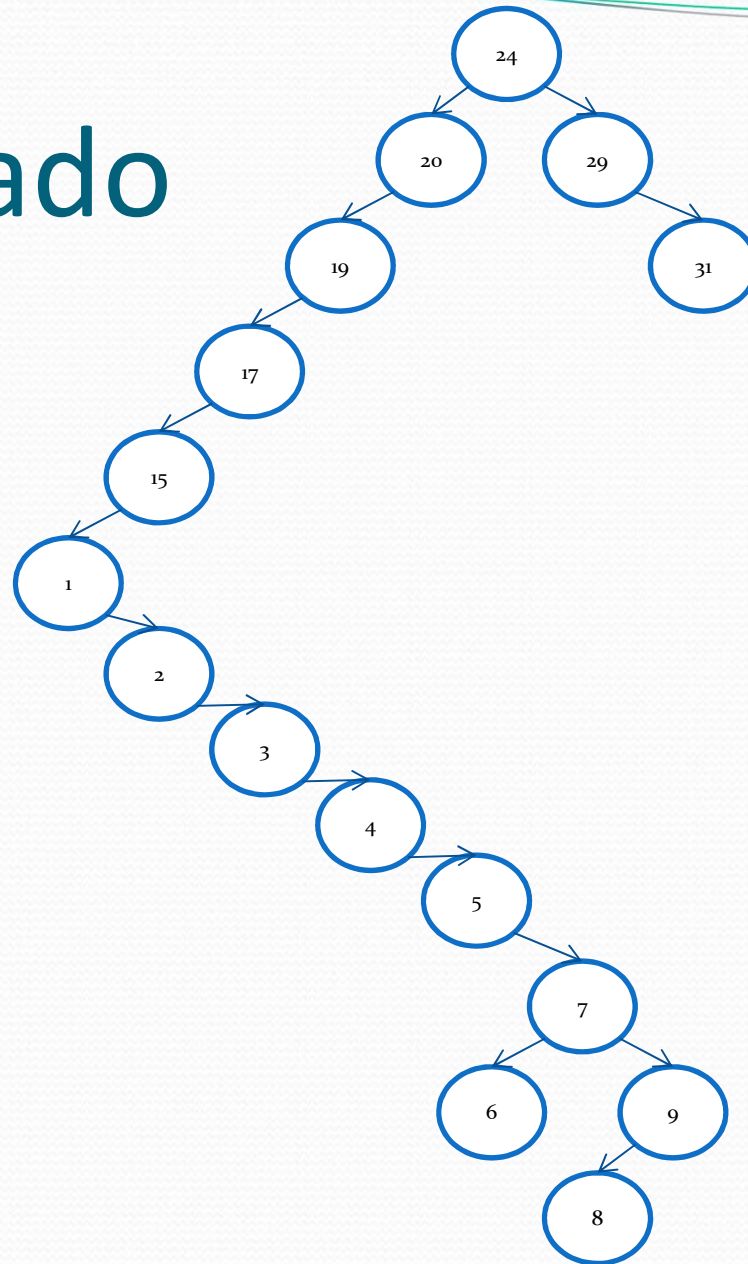
- Qué es un árbol?
- Qué es un nodo?
- Qué significa que un nodo sea raíz, hijo o padre?
- Qué significa el grado de un nodo y el grado de un árbol?
- A qué se denomina “altura” de un árbol?
- Qué es un árbol binario de búsqueda?



Motivación

- Insertar los siguientes elementos en un árbol binario de búsqueda
- 24, 29, 31, 20, 19, 17, 15, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 6, 9, 8

Resultado



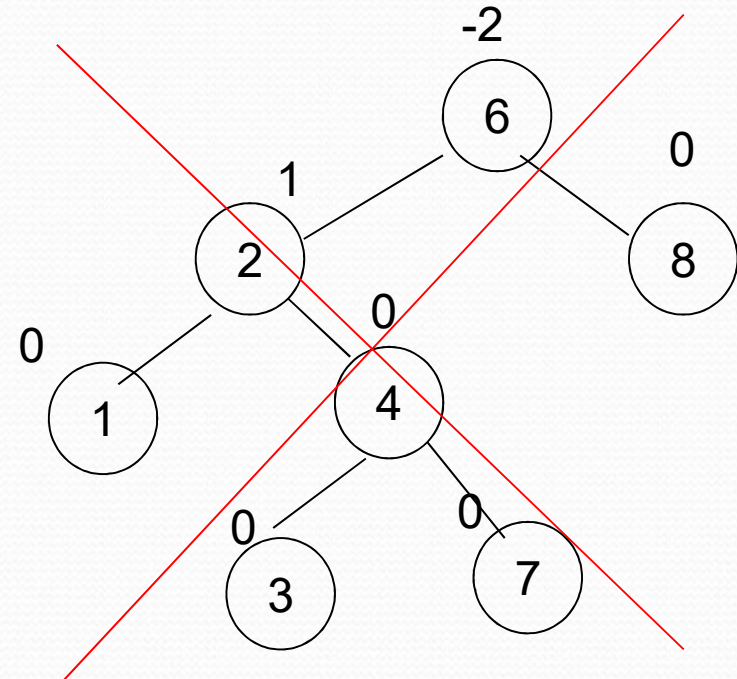
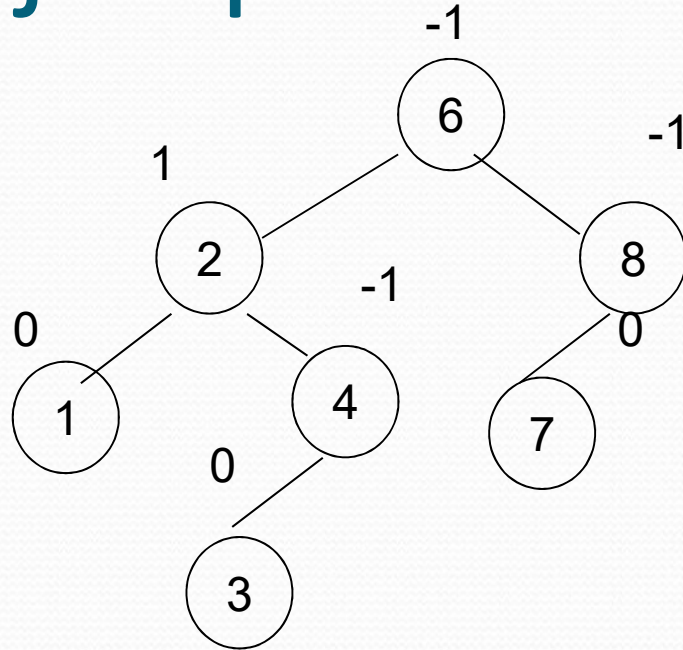
Qué problemas tiene este árbol?



Definición

- AVL son las iniciales de quienes idearon este tipo de árbol (Adelson-Velskii y Landis en 1962).
- Es un Árbol Binario de Búsqueda (ABB) que siempre debe estar equilibrado. Es decir, para todo nodo la altura de sus subárboles izquierdo y derecho pueden diferir a lo sumo en 1.
- Cada nodo tiene asignado un peso de acuerdo a las alturas de sus subárboles (1 si su subárbol derecho es más alto, -1 si su subárbol izquierdo es más alto y 0 si las alturas son las mismas)

Ejemplo de AVL



El árbol de la izquierda es AVL. El de la derecha viola la condición de equilibrio en el nodo 6, ya que su subárbol izquierdo tiene altura 3 y su subárbol derecho tiene altura 1.

Operaciones sobre un AVL

- Insertar
- Balancear
 - Caso 1 Rotación simple Izquierda RSI
 - Caso 2 Rotación simple Derecha RSD
 - Caso 3 Rotación doble Izquierda Derecha RDID
 - Caso 4 Rotación doble Derecha Izquierda RDDI
- Eliminar
- Calcular Altura

Equilibrio

- ▶ $\text{Equilibrio}(n) = \text{altura-der}(n) - \text{altura-izq}(n)$
describe relatividad entre subárbol der y subárbol izq.
 - + (positivo) \rightarrow der mas alto (profundo)
 - - (negativo) \rightarrow izq mas alto (profundo)
- ▶ Un árbol binario es un AVL si y sólo si cada uno de sus nodos tiene un equilibrio de $-1, 0, +1$
- ▶ Si alguno de los pesos de los nodos se modifica en un valor no válido (2 o -2) debe seguirse un esquema de rotación.

Implementación: Nodos

```
Struct Nodo {
```

```
    int fe; //para almacenar el valor del equilibrio del nodo
```

```
    void* ptrDato;
```

```
    Nodo* ptrIzq;
```

```
    Nodo* ptrDer;
```

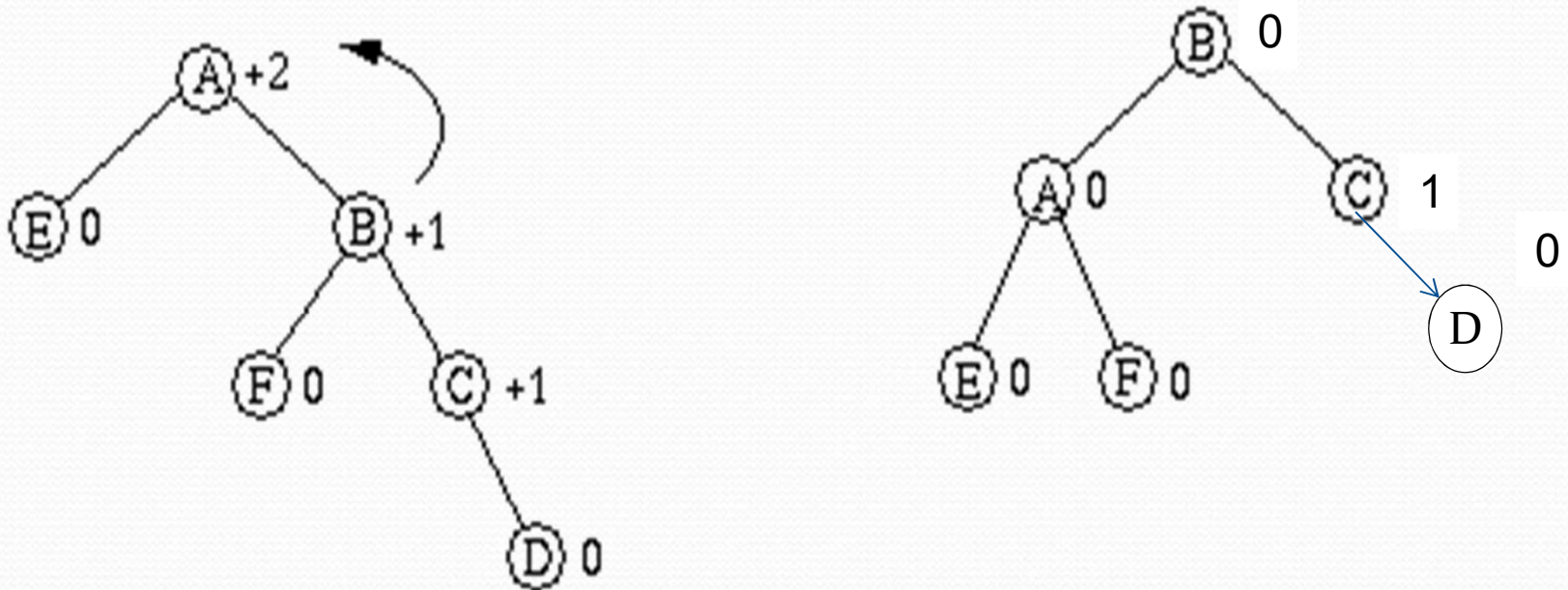
```
}
```

Insertar

- La técnica es la misma que en un ABB
- Se inserta el nodo como un nodo hoja en el lugar correspondiente.
- Se sube hasta la raíz actualizando el equilibrio de cada nodo.
- Si el equilibrio de un nodo pasa a ser $+ - 2$, se realizan rotaciones para balancear el árbol

Balancear RSI

- Caso 1: Rotación Simple Izquierda RSI
 - Si esta desequilibrado a la derecha y su hijo derecho tiene el mismo signo (+) hacemos rotación simple izquierda.



Single Left Rotation

Código RSI

- Cuando: $n \rightarrow fe = +1+1$, $n1 \rightarrow fe \geq 0$
- Código:

$n \rightarrow der = n1 \rightarrow izq$

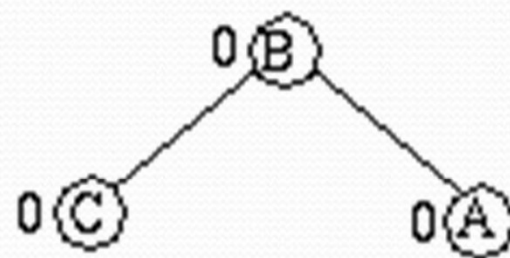
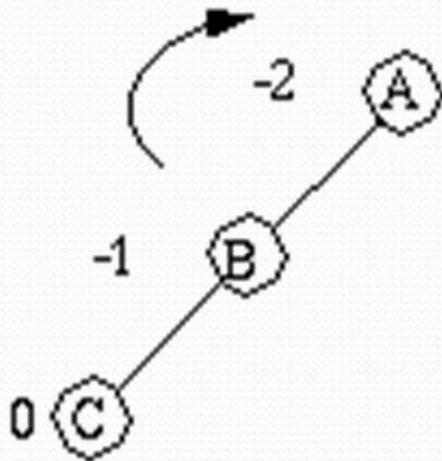
$n1 \rightarrow izq = n$

$n = n1$

Balancear RSD

- Caso 2: Rotación simple derecha RSD
 - Si esta desequilibrado a la izquierda y su hijo izquierdo tiene el mismo signo (-) hacemos rotación simple derecha.

Ejemplo 1

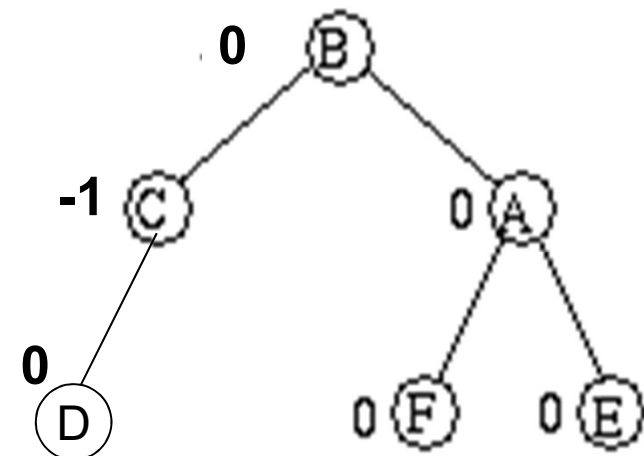
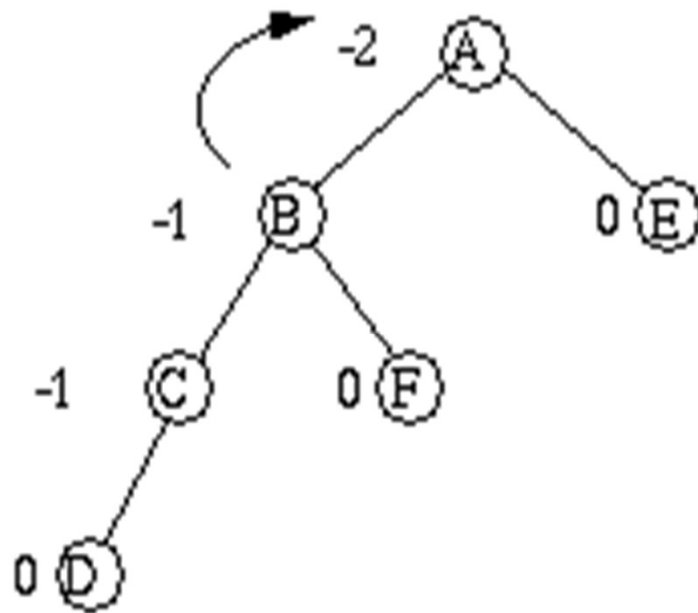


Single Right Rotation

Balancear RSD

■ Caso 2: Rotación simple derecha RSD

Ejemplo 2



Single Right Rotation

Código RSD

- Cuando: $n \rightarrow fe = -1-1$, $n1 \rightarrow fe \leq 0$
- Código:

$n \rightarrow izq = n1 \rightarrow der$

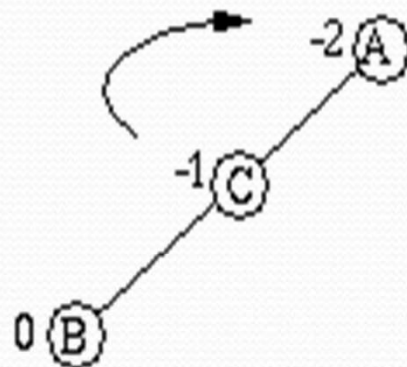
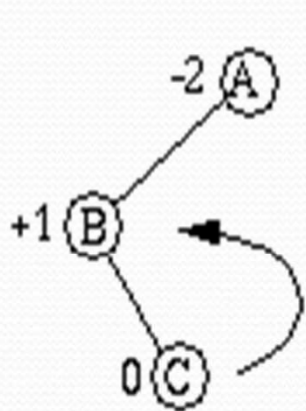
$n1 \rightarrow der = n$

$n = n1$

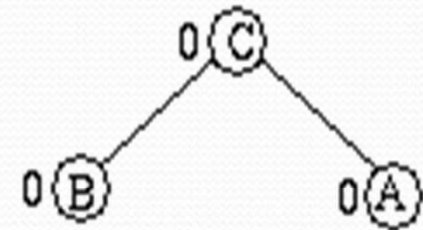
Balancear RDID

- Caso 3: Rotación doble izquierda derecha RDID
 - Si está desequilibrado a la izquierda ($FE < -1$), y su hijo izquierdo tiene distinto signo (+) hacemos rotación doble izquierda-derecha.

Ejemplo 1



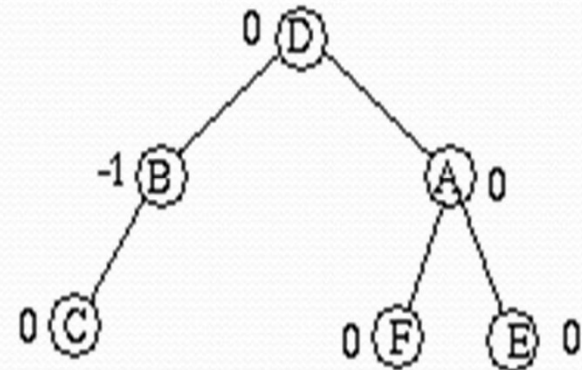
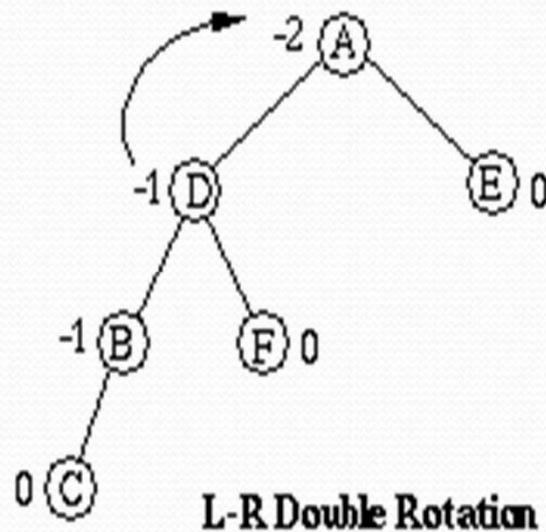
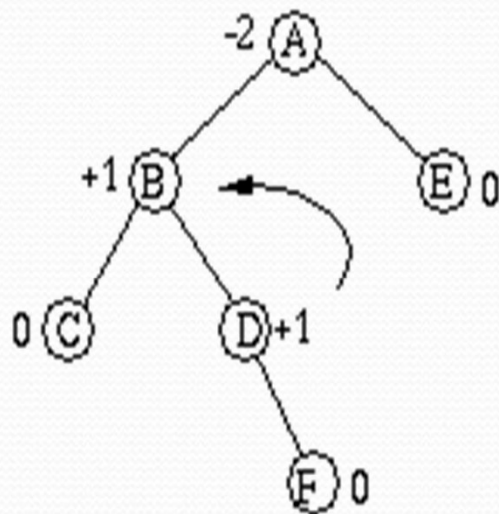
L-R Double Rotation



Balancear RDID

- Caso 3: Rotación doble izquierda derecha RDID

Ejemplo 2



Código RDID

- Cuando: $n \rightarrow fe = -1-1$, $n1 \rightarrow fe > 0$
- Código:

$n1 \rightarrow der = n2 \rightarrow izq$

$n2 \rightarrow izq = n1$

$n \rightarrow izq = n2 \rightarrow der$

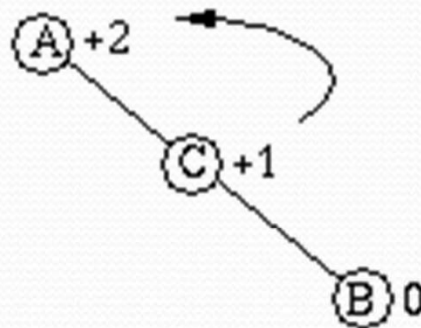
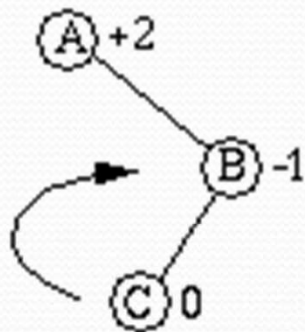
$n2 \rightarrow der = n$

$n = n2$

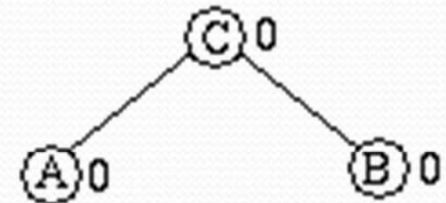
Balancear RDDI

- Caso 4: Rotación doble derecha izquierda RDDI
 - Si esta desequilibrado a la derecha y su hijo derecho tiene distinto signo (-) hacemos rotación doble derecha-izquierda.

Ejemplo 1

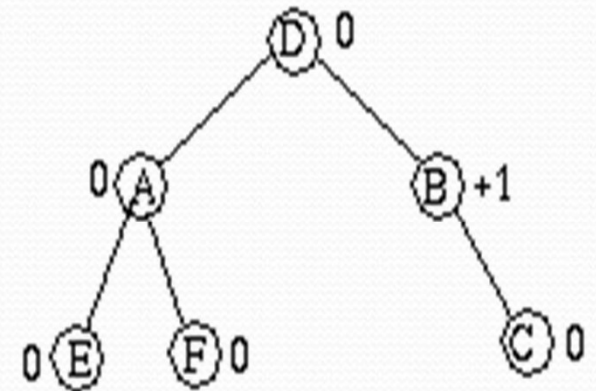
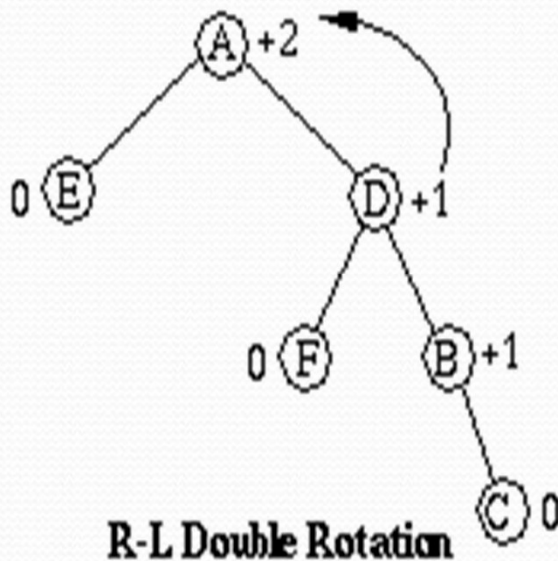
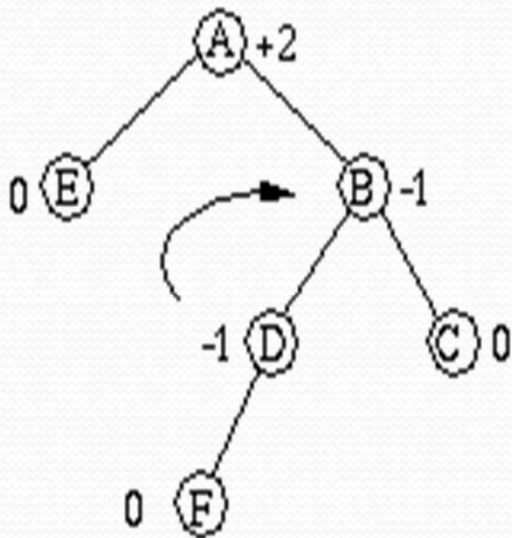


R-L Double Rotation



Balancear RDDI

- Caso 4: Rotación doble derecha Izquierda RDDI
Ejemplo 2



Código RDDI

- Cuando: $n \rightarrow fe = +1+1$, $n1 \rightarrow fe < 0$
- Código:

`n1->izq= n2->der`

`n2->der = n1`

`n->der = n2->izq`

`n2->izq = n`

`n = n2`

Eliminar

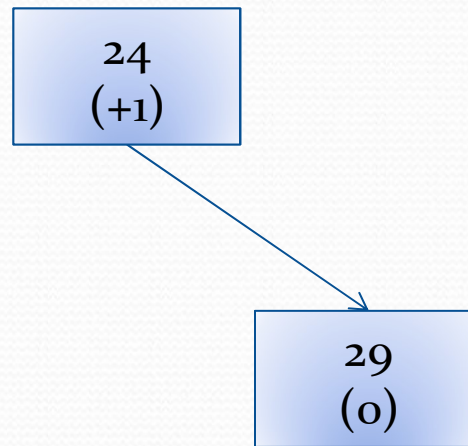
Se elimina igual al ABB:

- Si el nodo es un nodo hoja, simplemente lo eliminamos.
- Si el nodo solo tiene un hijo, lo sustituimos con su hijo.
- Si el nodo eliminado tiene dos hijos, lo sustituimos por el hijo derecho y colocamos el hijo izquierdo en el subárbol izquierdo del hijo derecho.

Al eliminar un nodo en un árbol AVL puede afectar el equilibrio de sus nodos. Entonces hay que hacer rotaciones simples o dobles.

Ejemplo

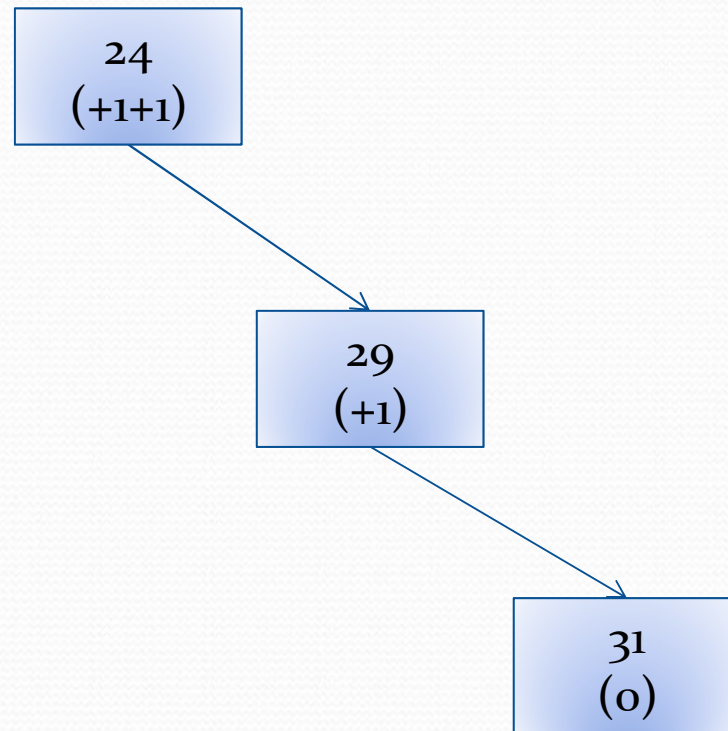
- Insertamos 24 y 29



Ejemplo

- Insertamos 31

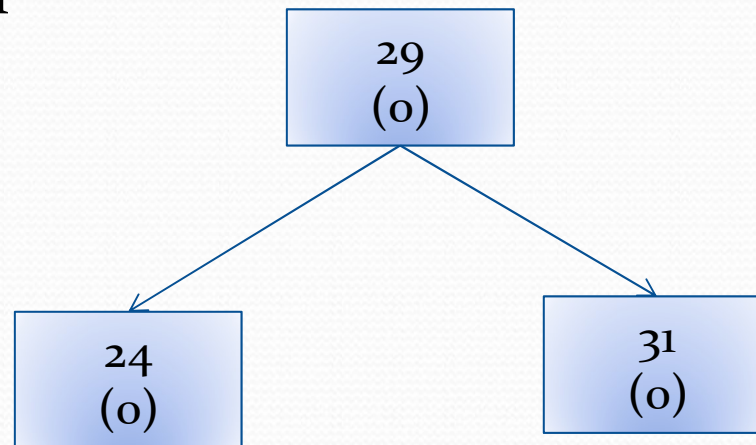
Viola equilibrio,
rotación



Ejemplo

- Rotación Simple Izquierda

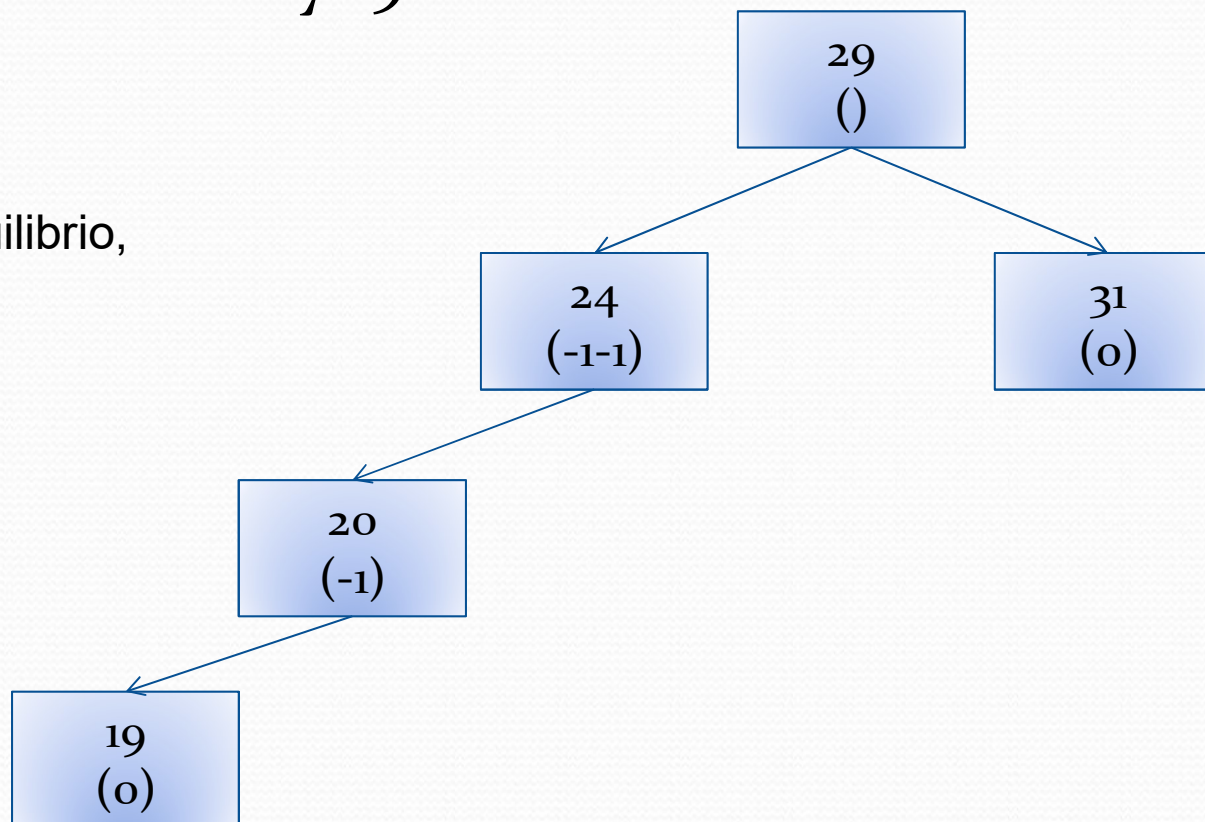
Ahora está
balanceado



Ejemplo

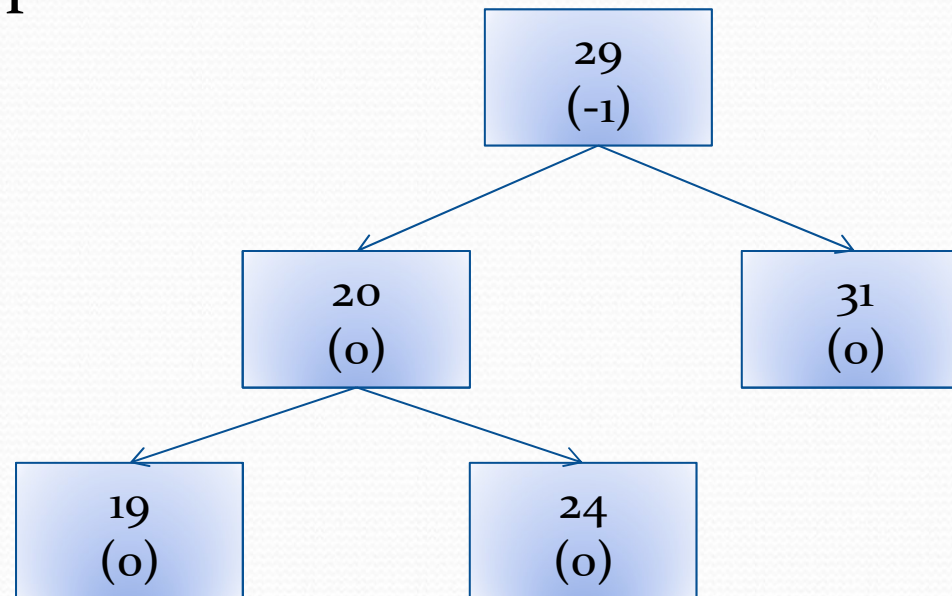
- Insertamos 20 y 19

Viola equilibrio,
rotación



Ejemplo

- Rotación Simple Derecha

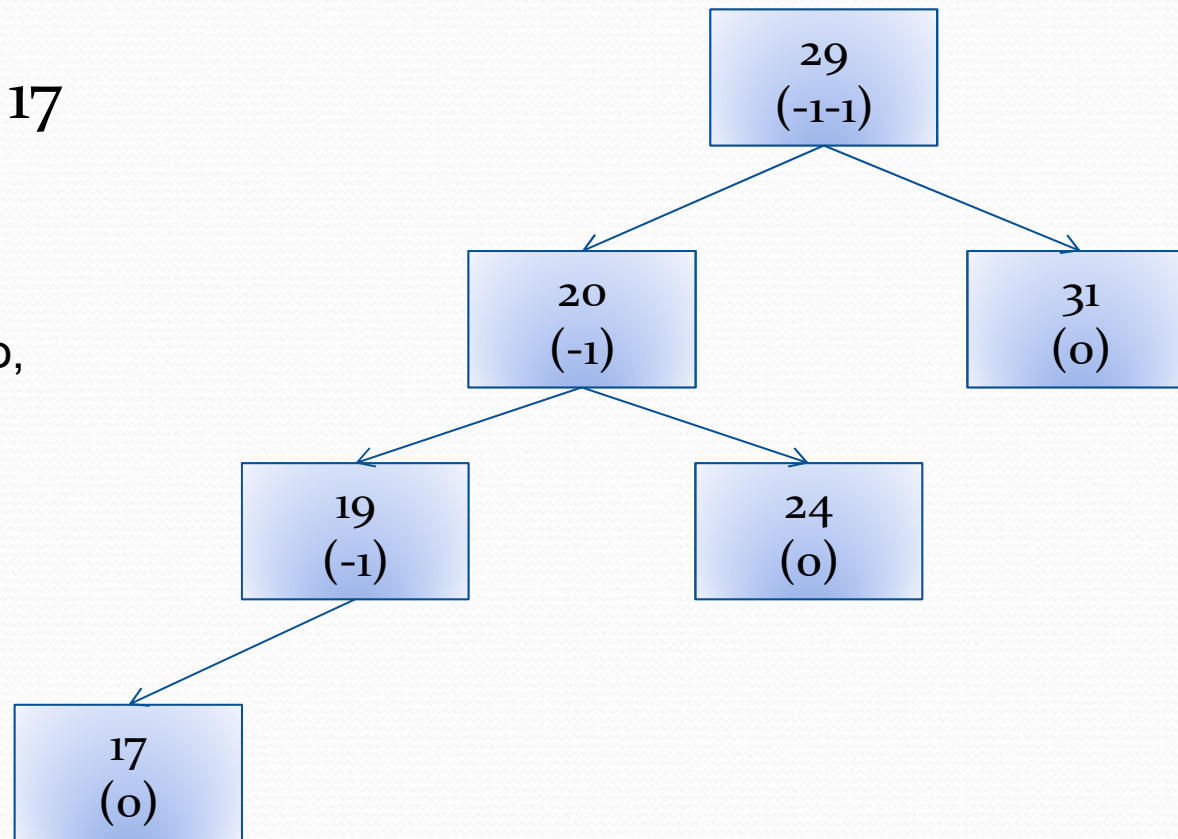


Ahora está
balanceado

Ejemplo

- Insertar 17

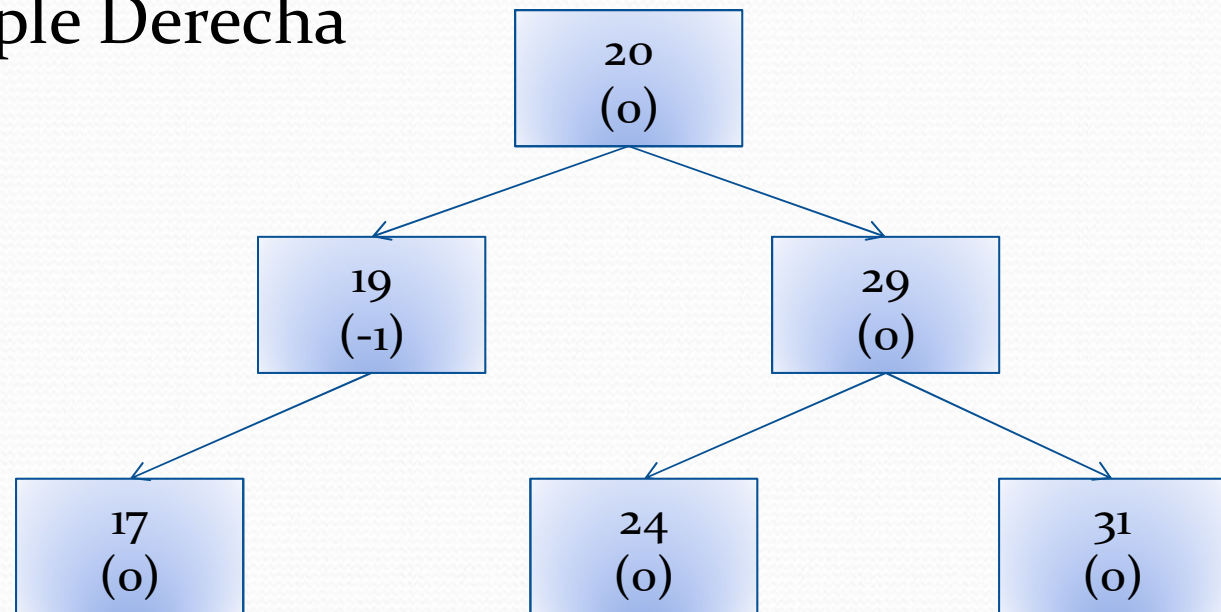
Viola equilibrio,
rotación



Ejemplo

- Rotación Simple Derecha

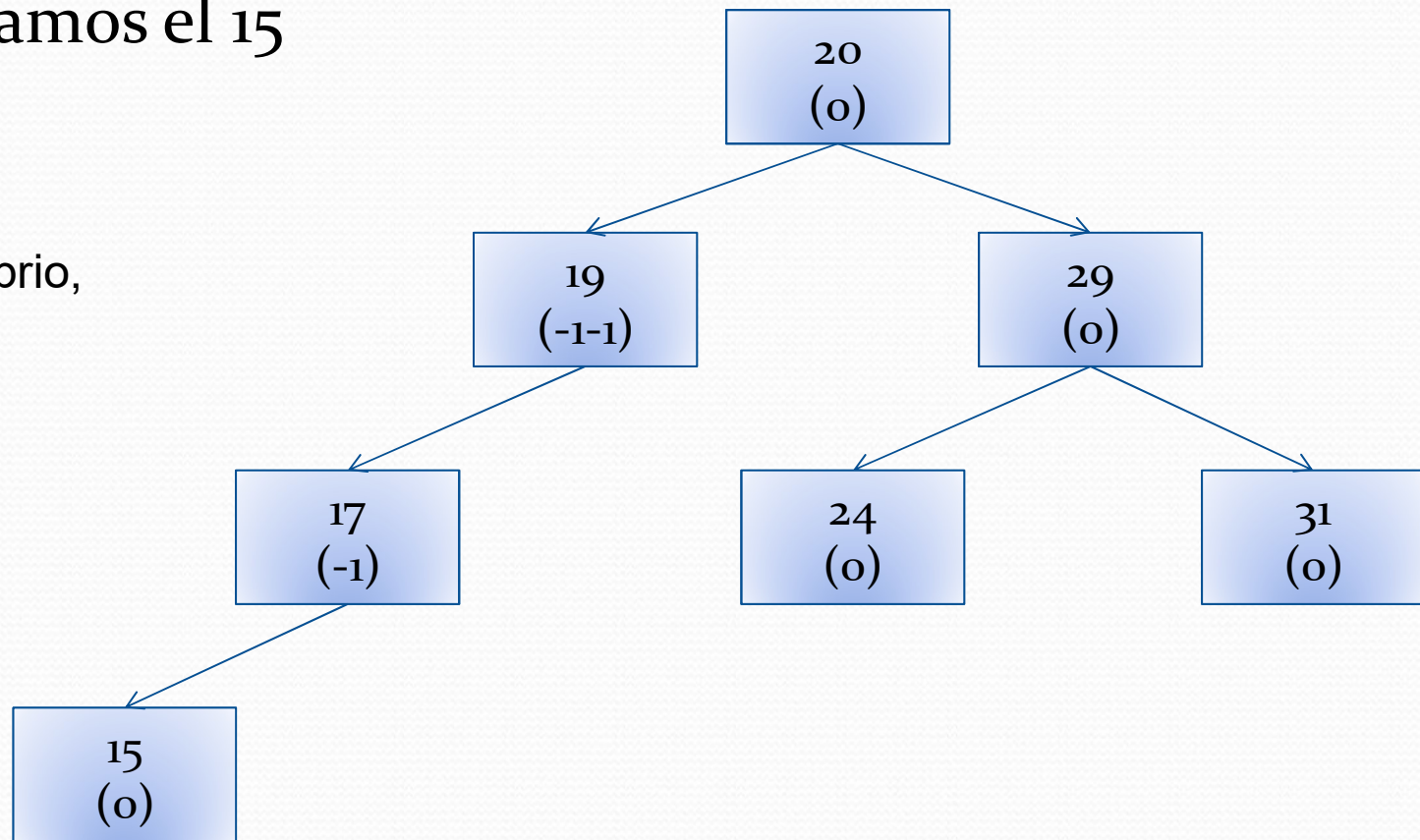
Ahora está
balanceado



Ejemplo

- Insertamos el 15

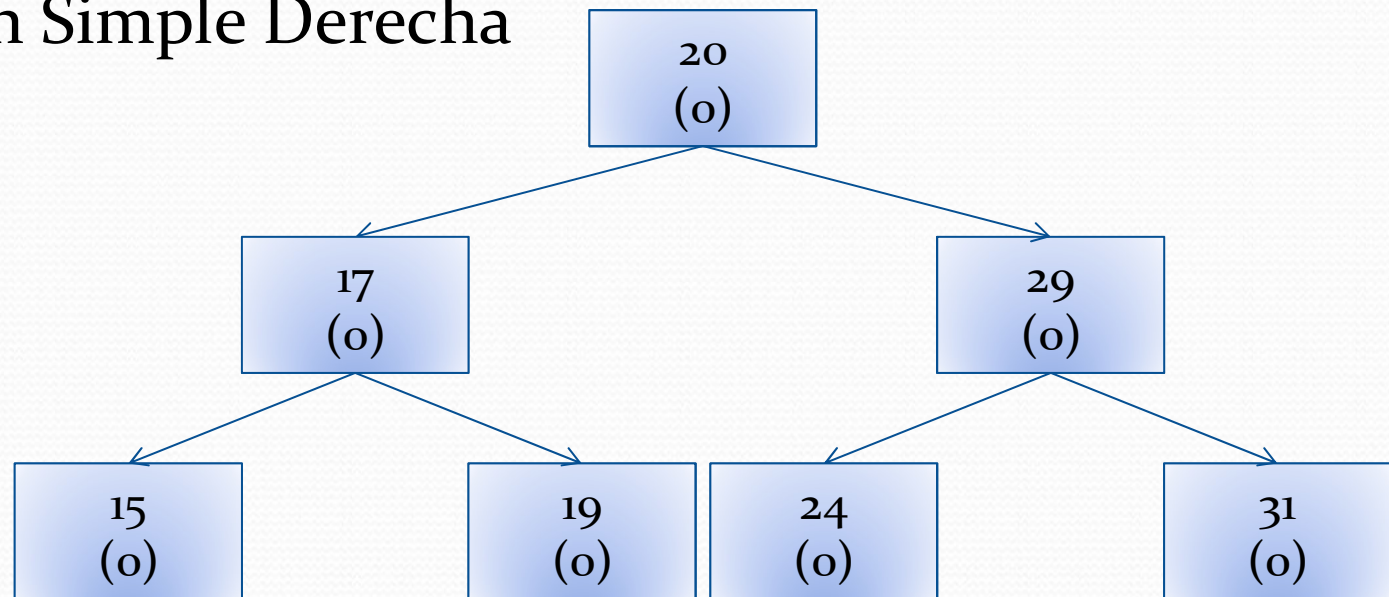
Viola equilibrio,
rotación



Ejemplo

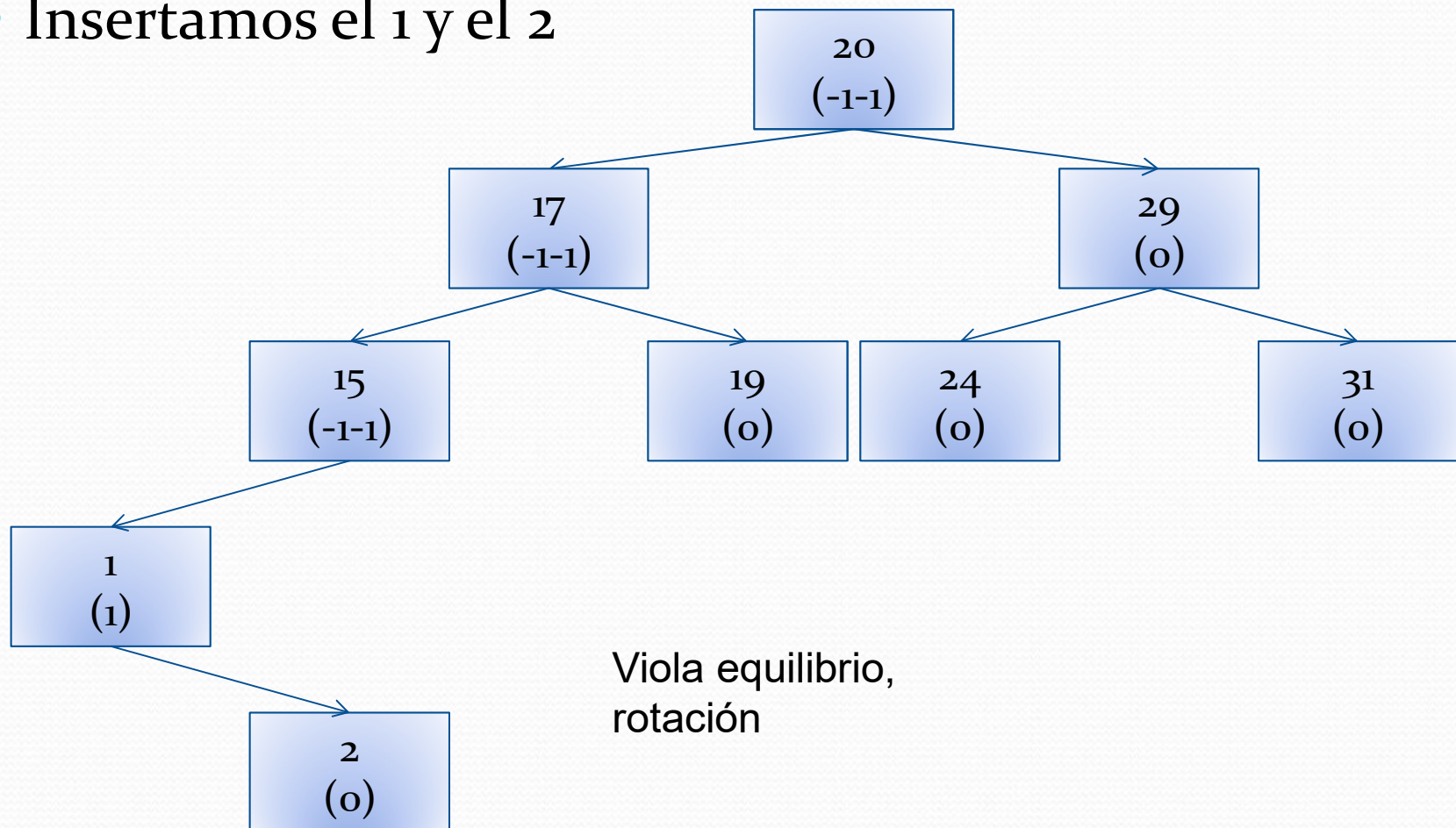
- Rotación Simple Derecha

Ahora está
balanceado



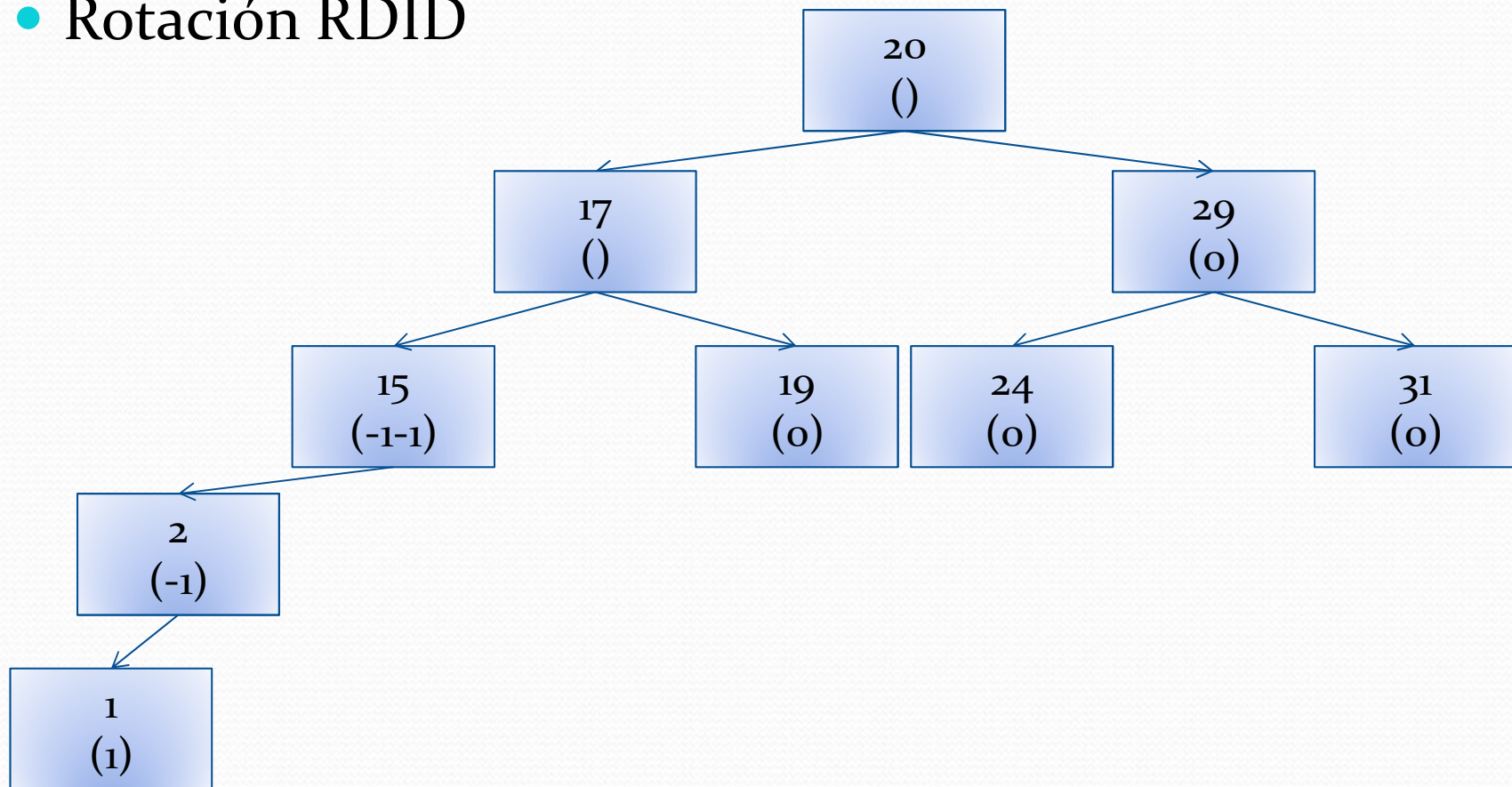
Ejemplo

- Insertamos el 1 y el 2



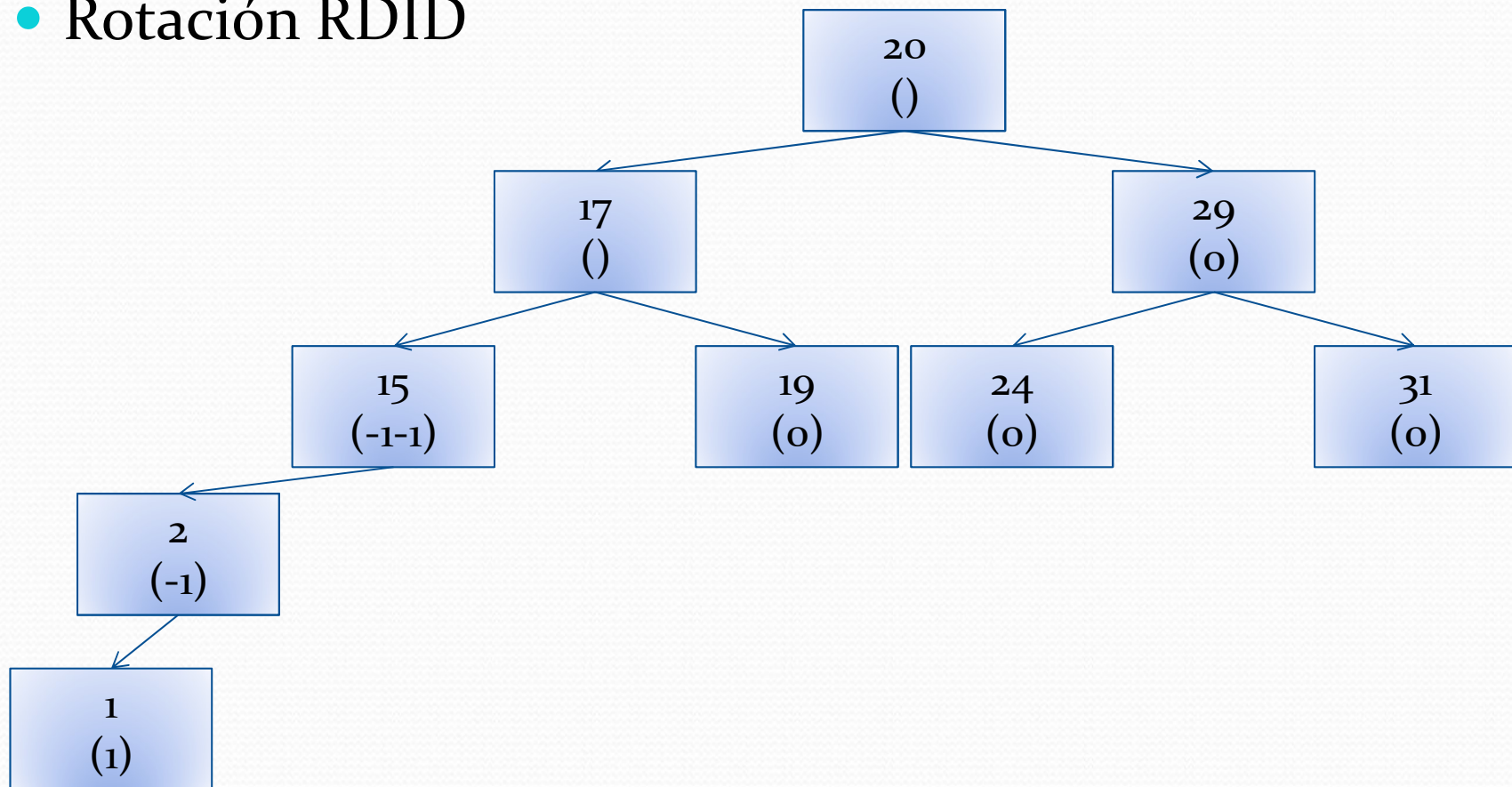
Ejemplo

- Rotación RDID



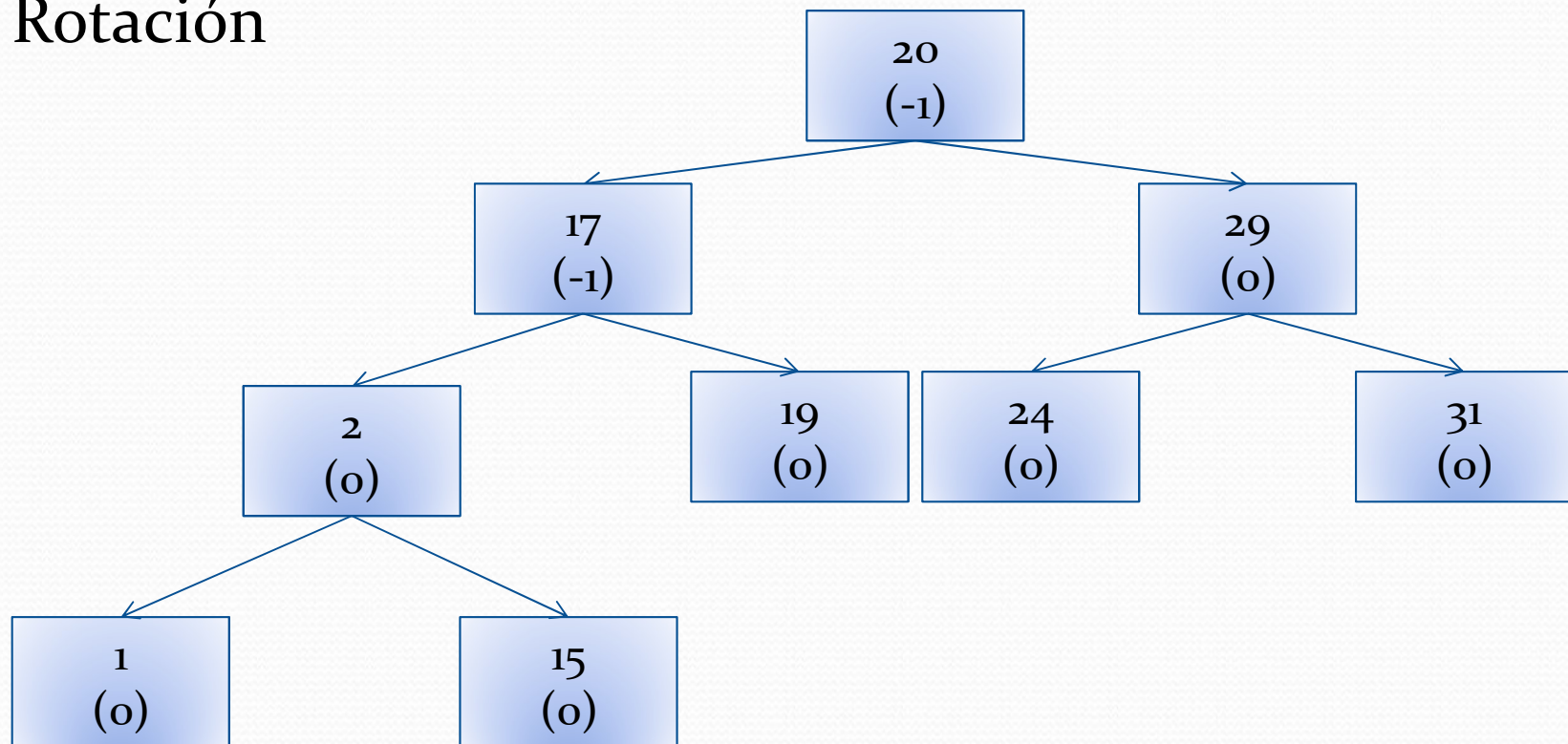
Ejemplo

- Rotación RDID



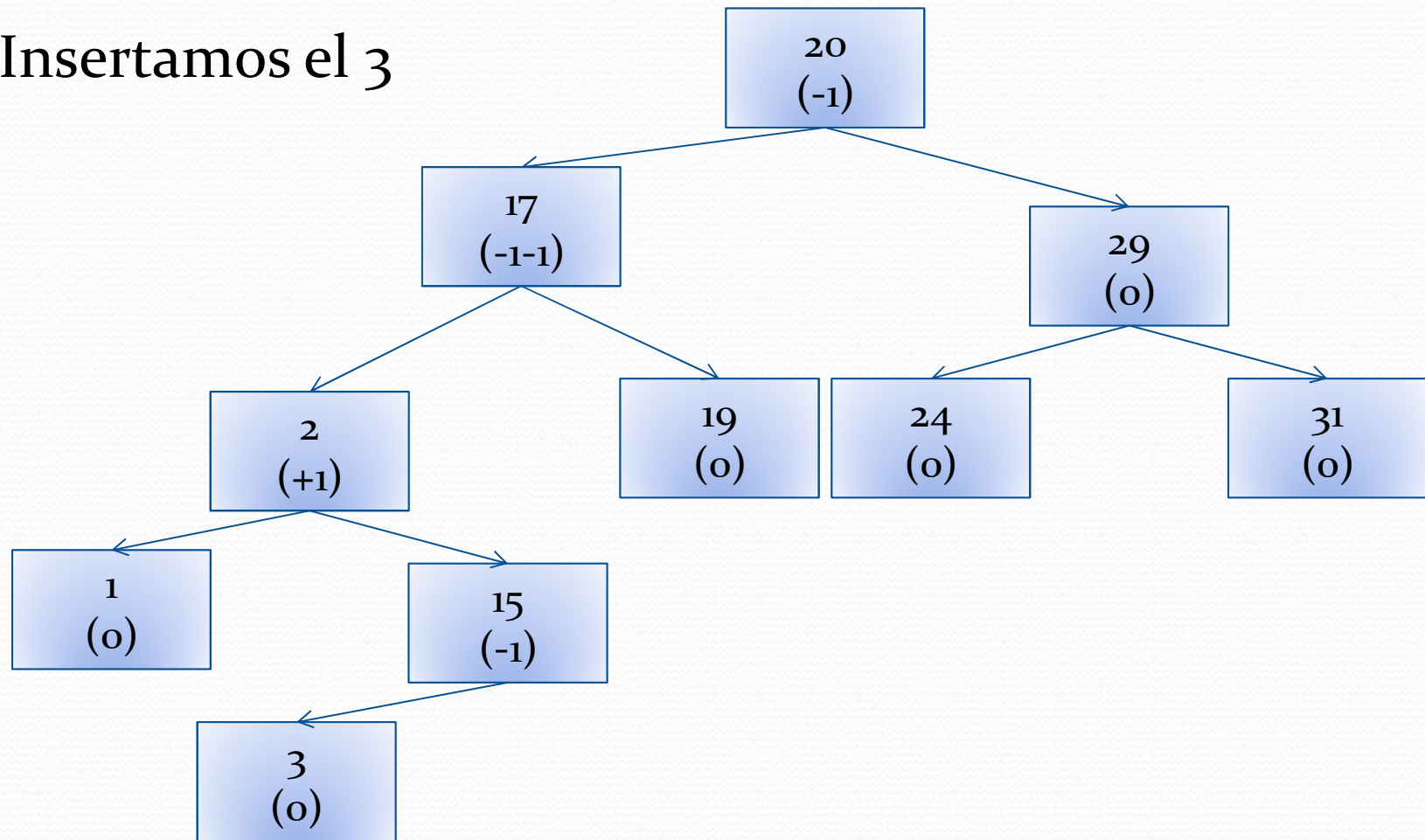
Ejemplo

- Rotación



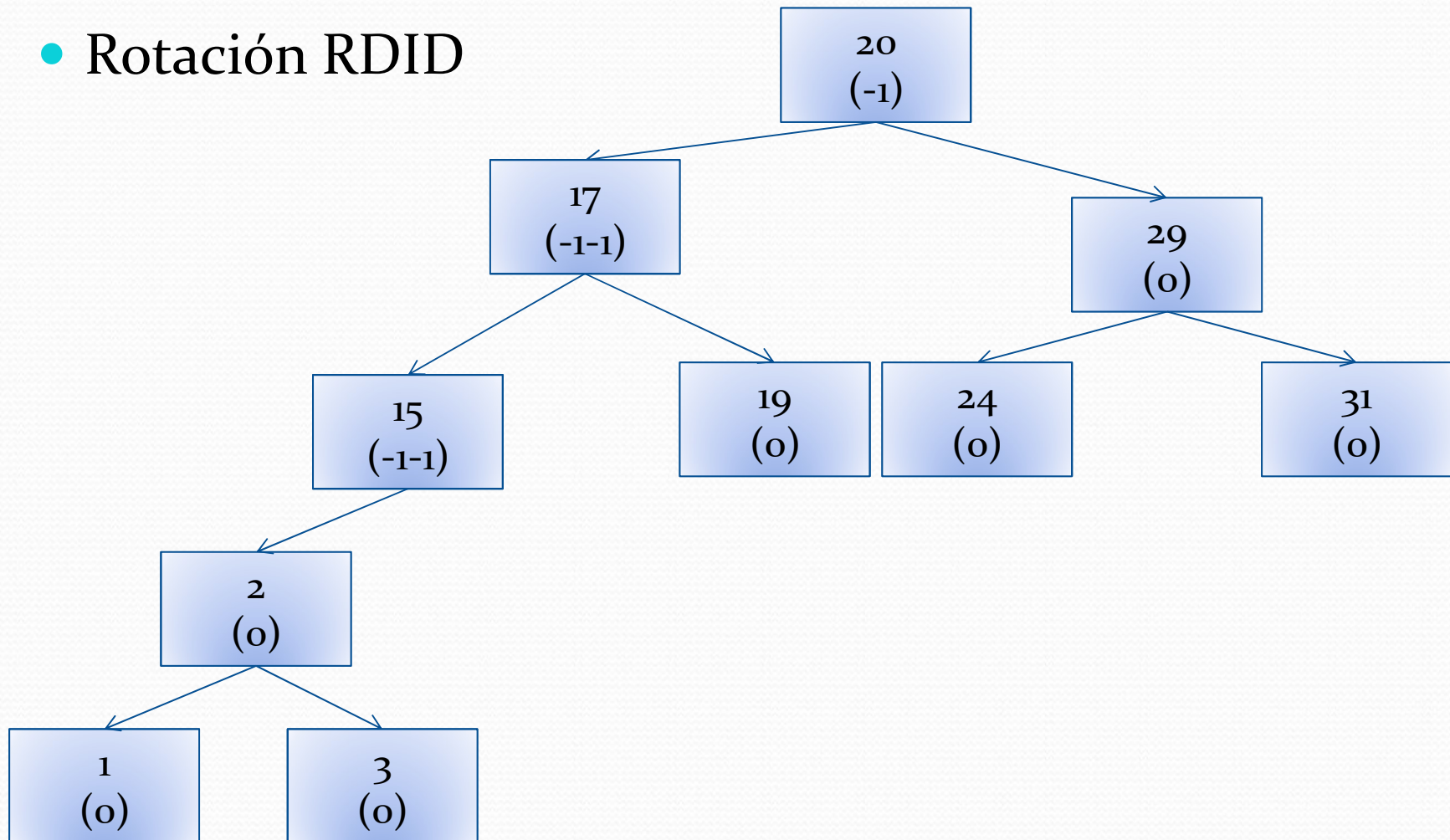
Ejemplo

- Insertamos el 3



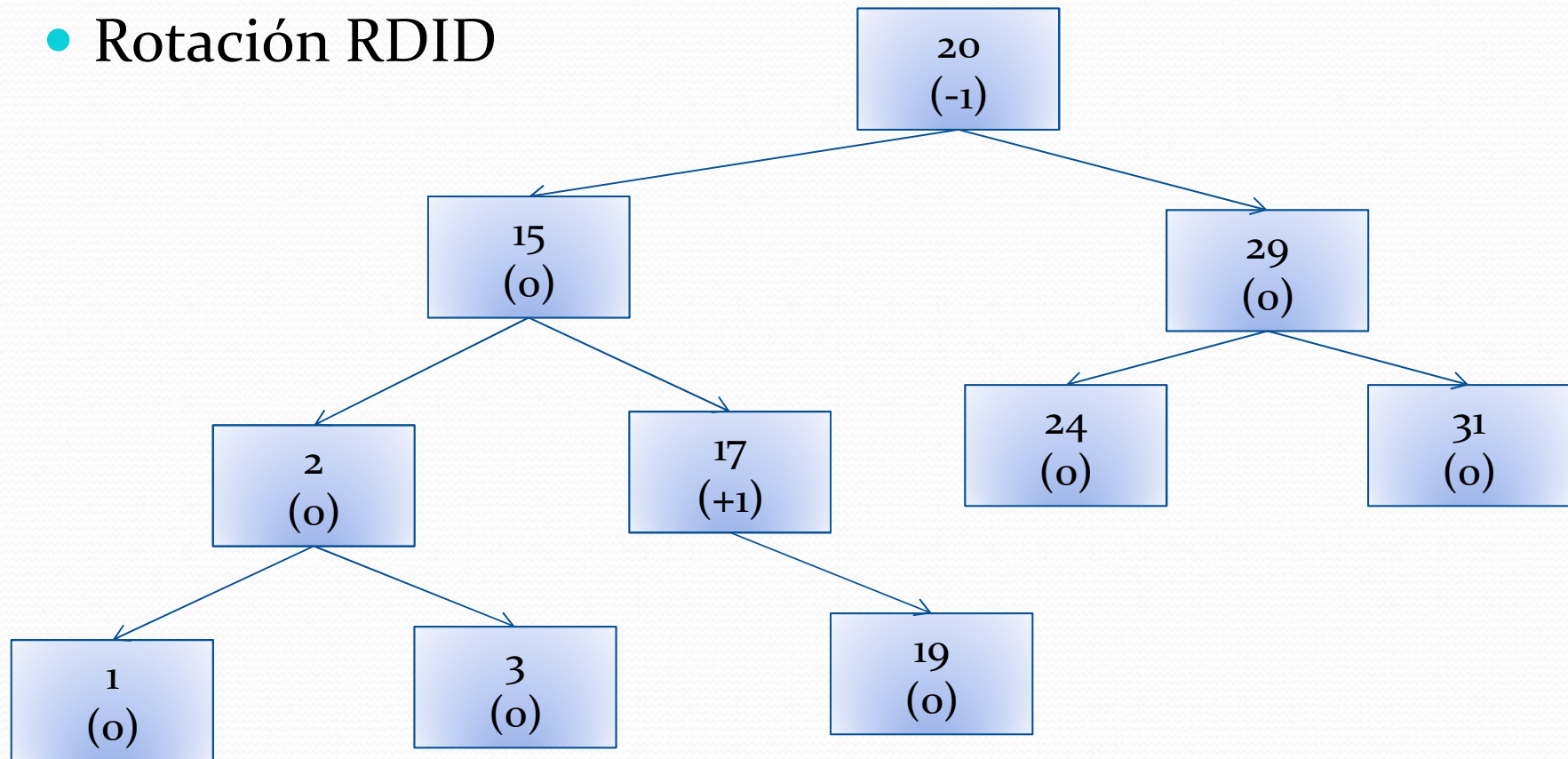
Ejemplo

- Rotación RDID



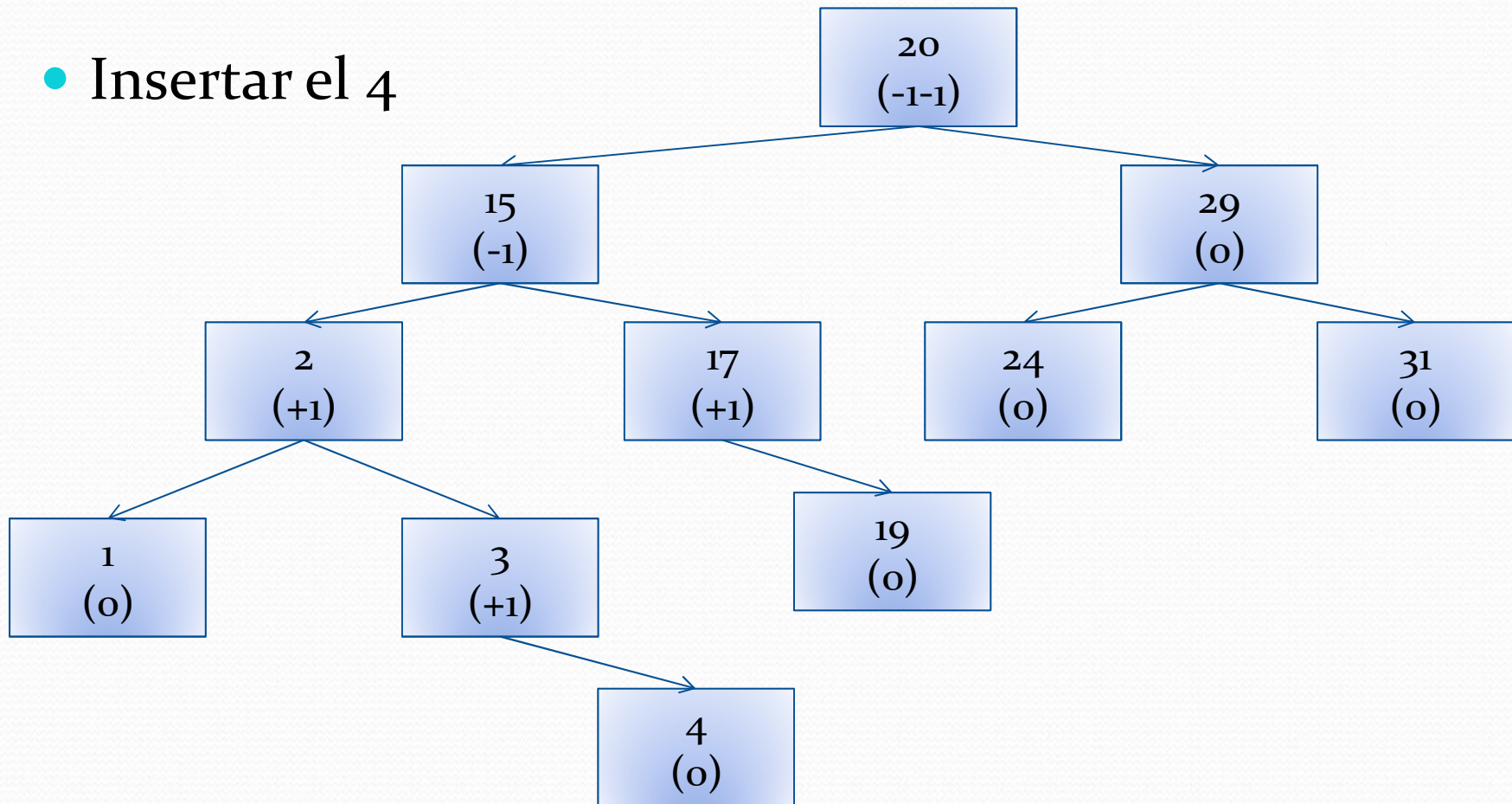
Ejemplo

- Rotación RDID



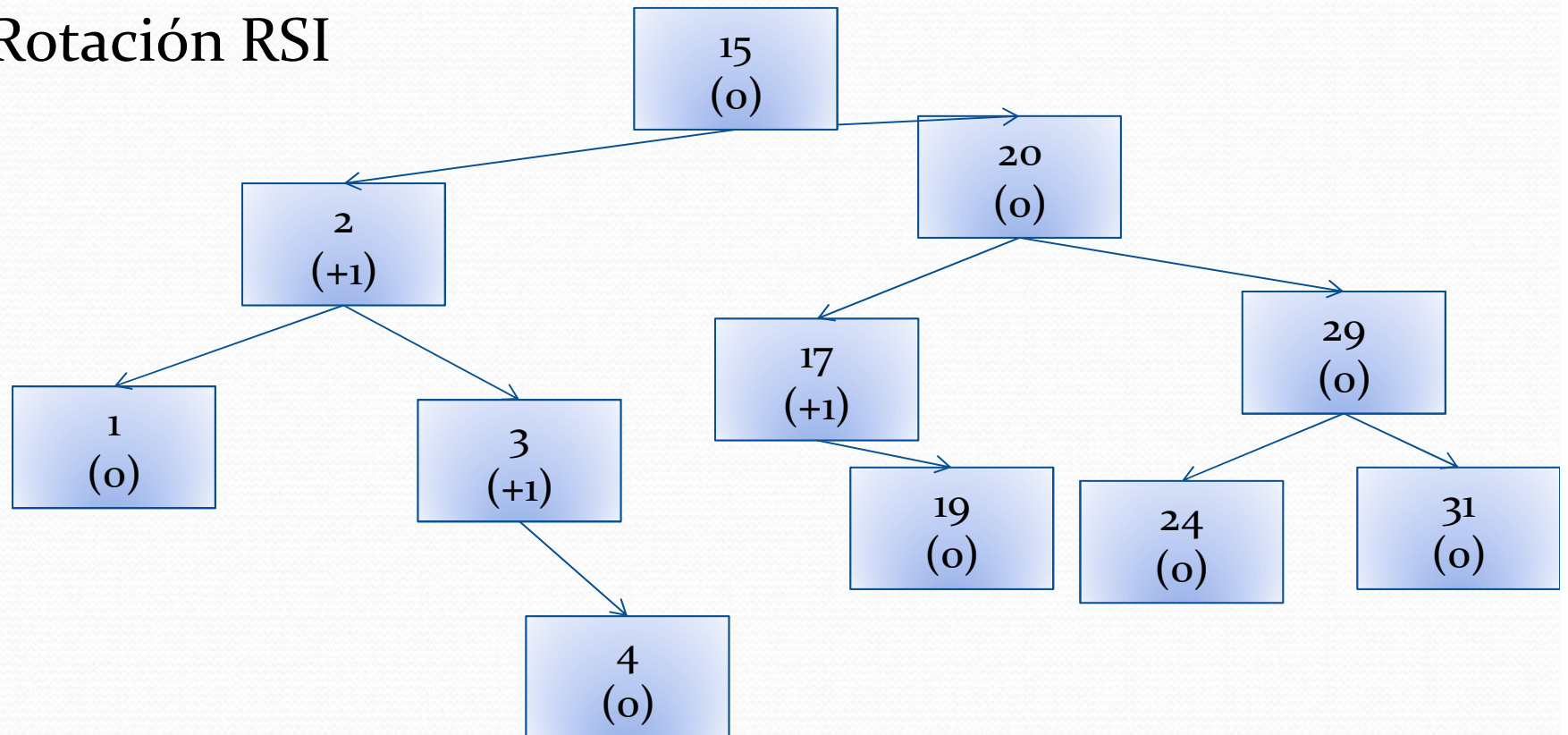
Ejemplo

- Insertar el 4



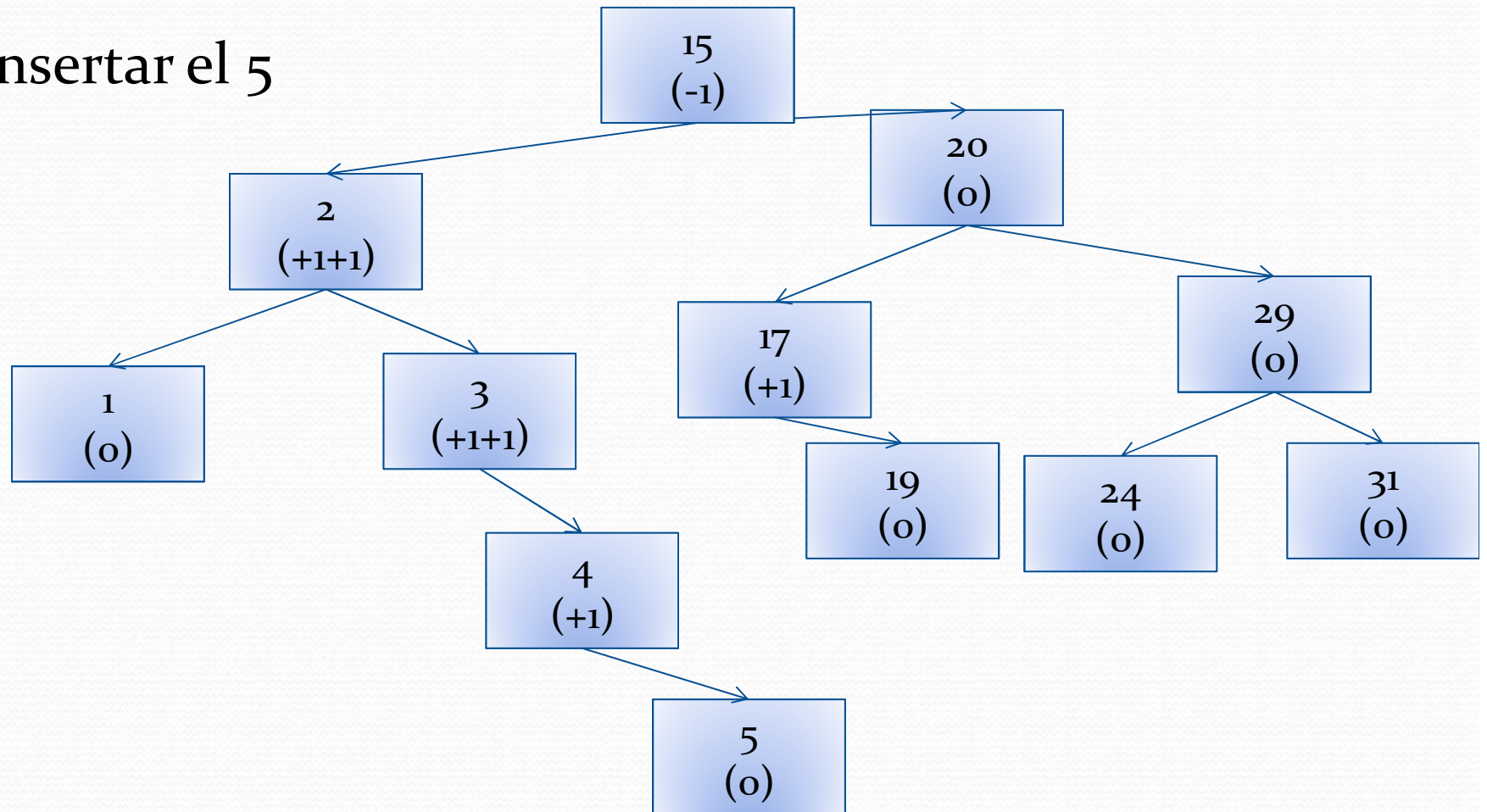
Ejemplo

- Rotación RSI



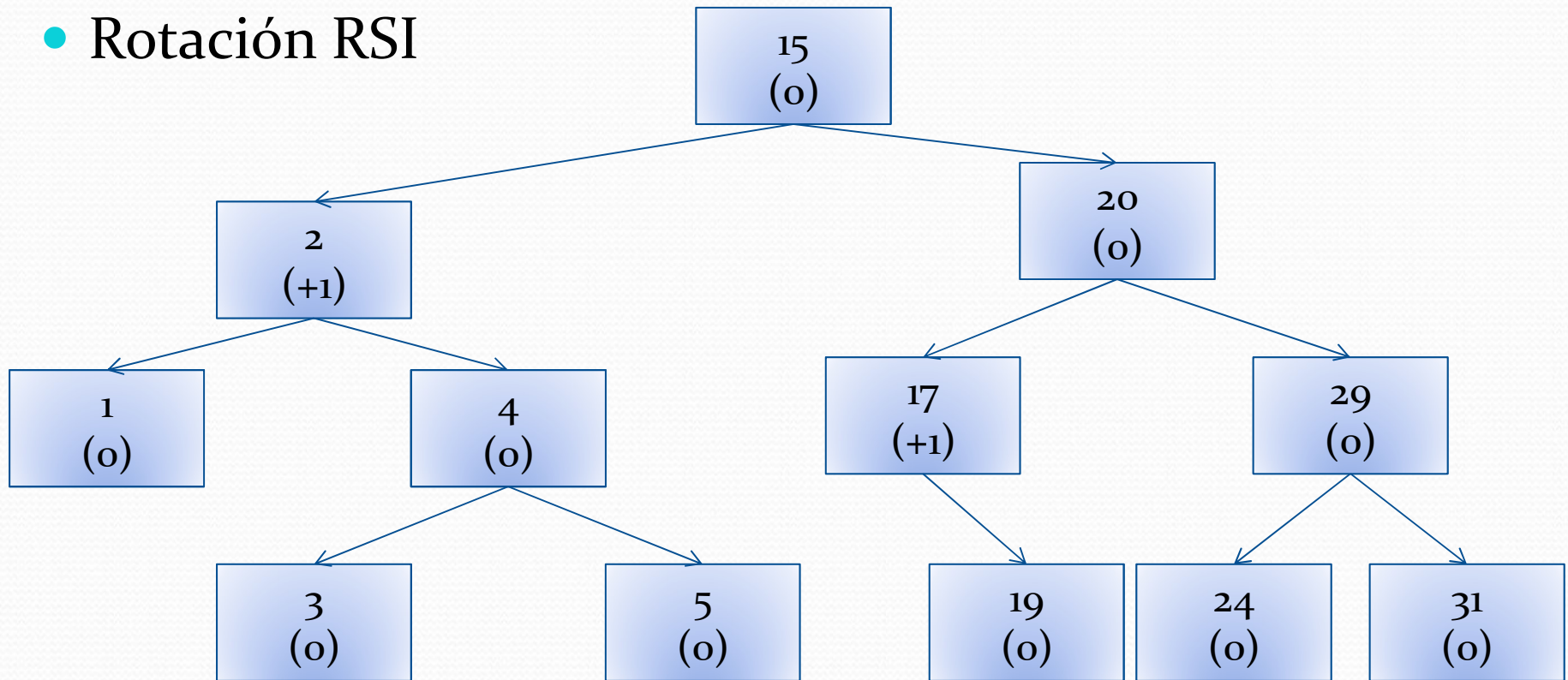
Ejemplo

- Insertar el 5



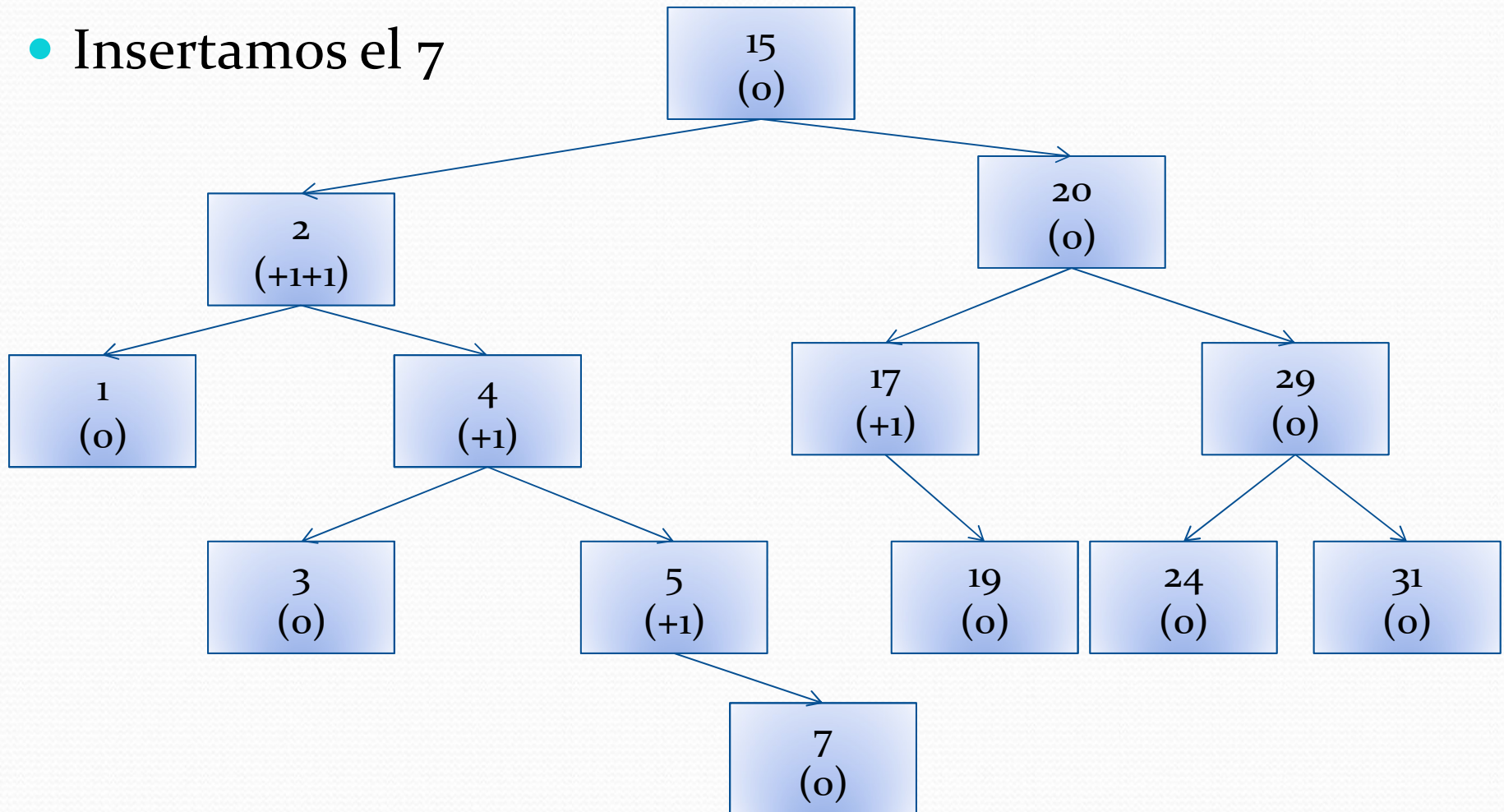
Ejemplo

- Rotación RSI



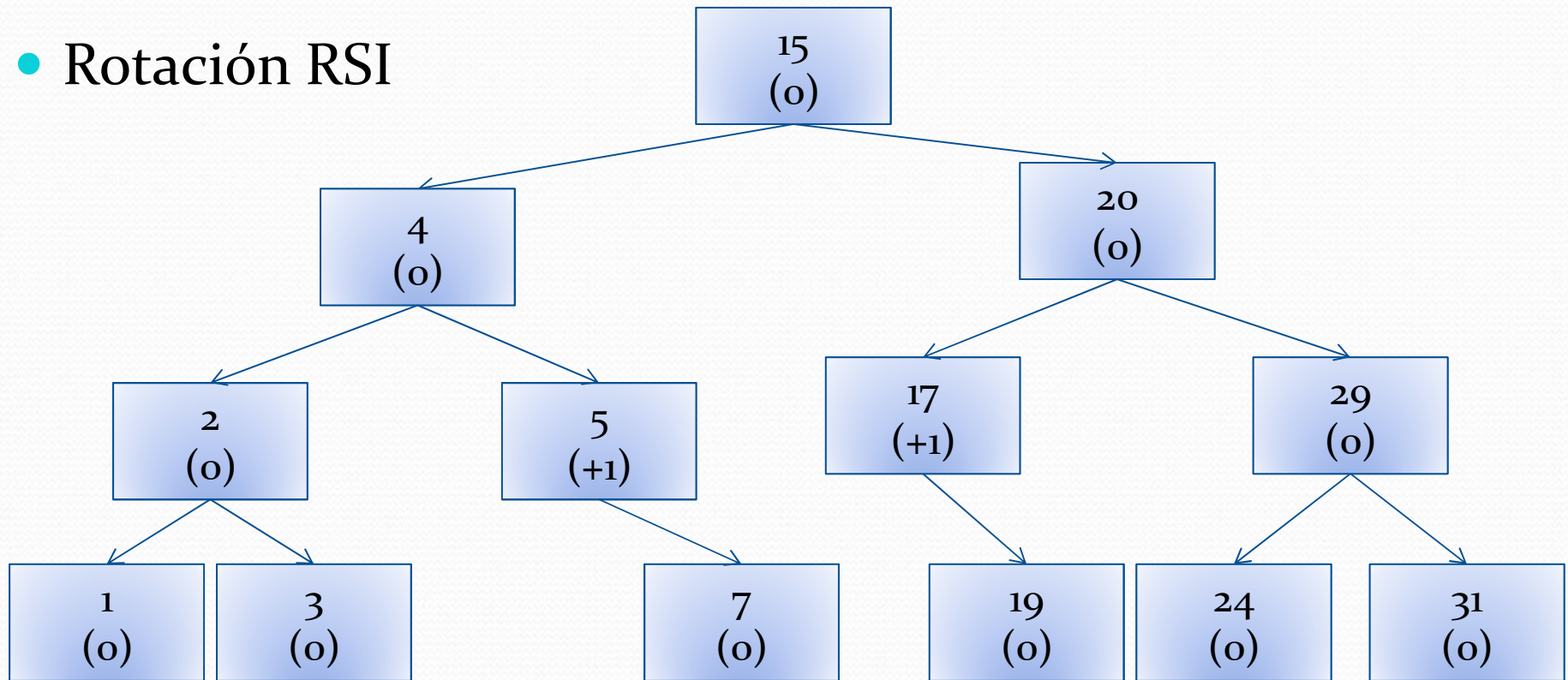
Ejemplo

- Insertamos el 7



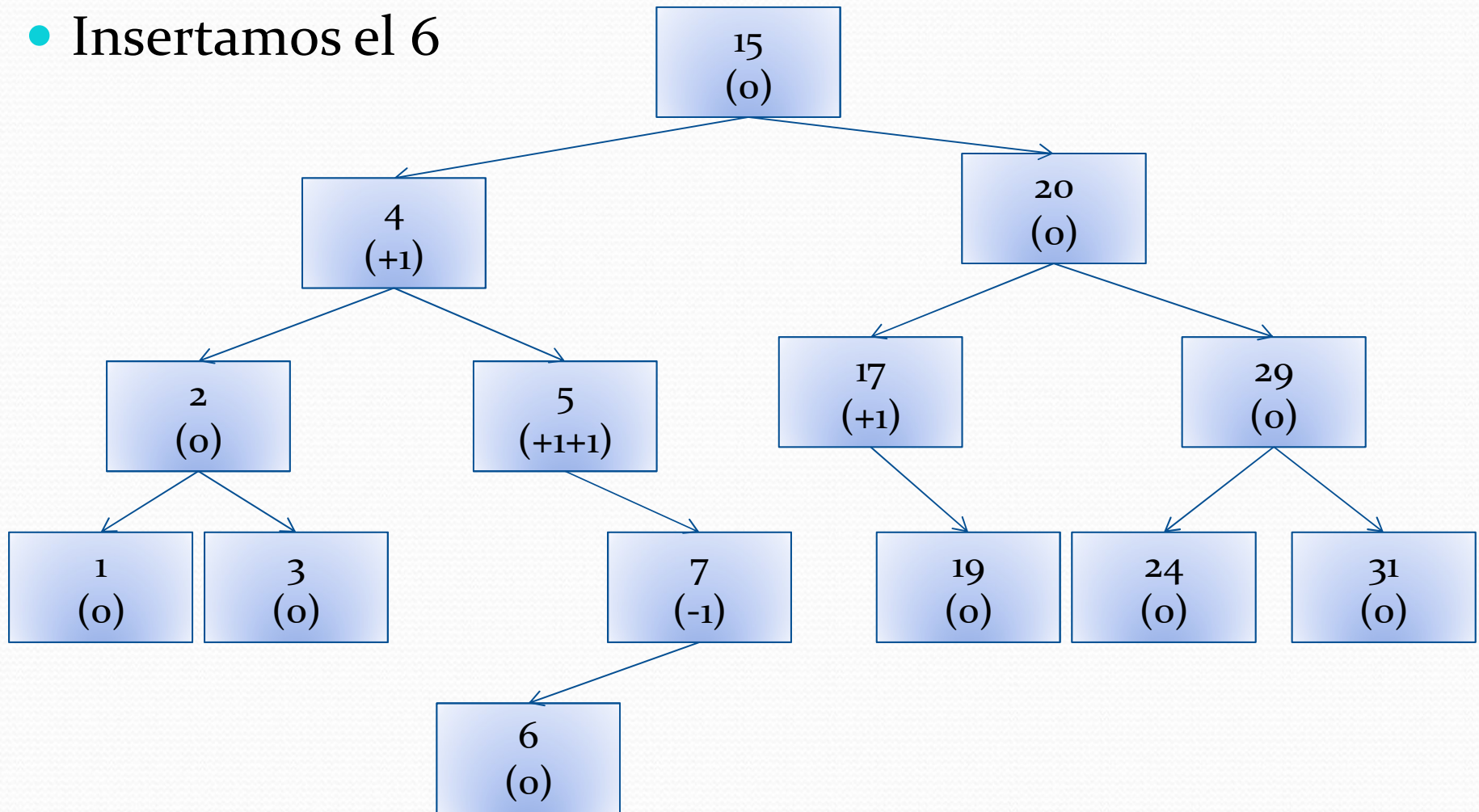
Ejemplo

- Rotación RSI



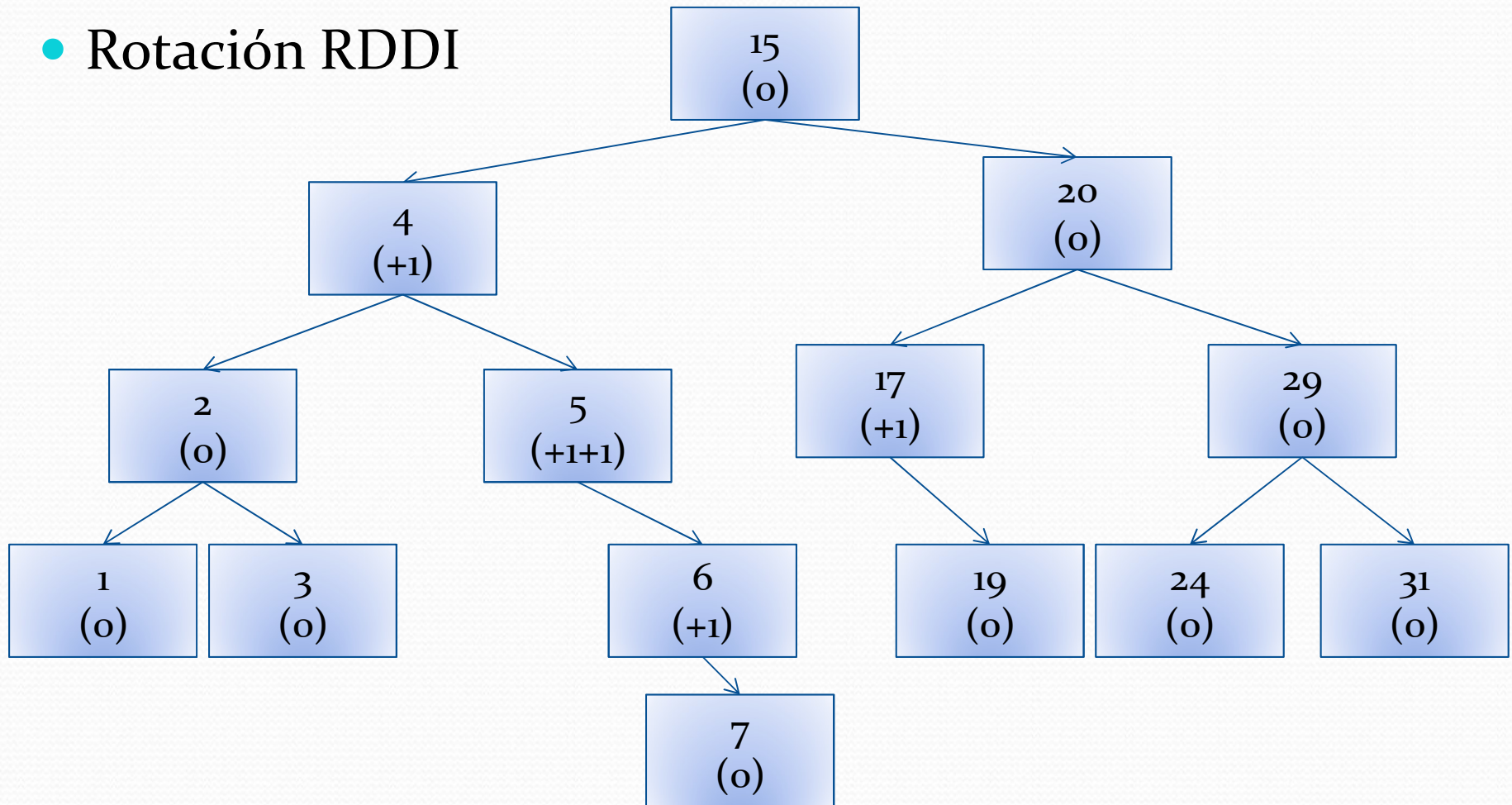
Ejemplo

- Insertamos el 6



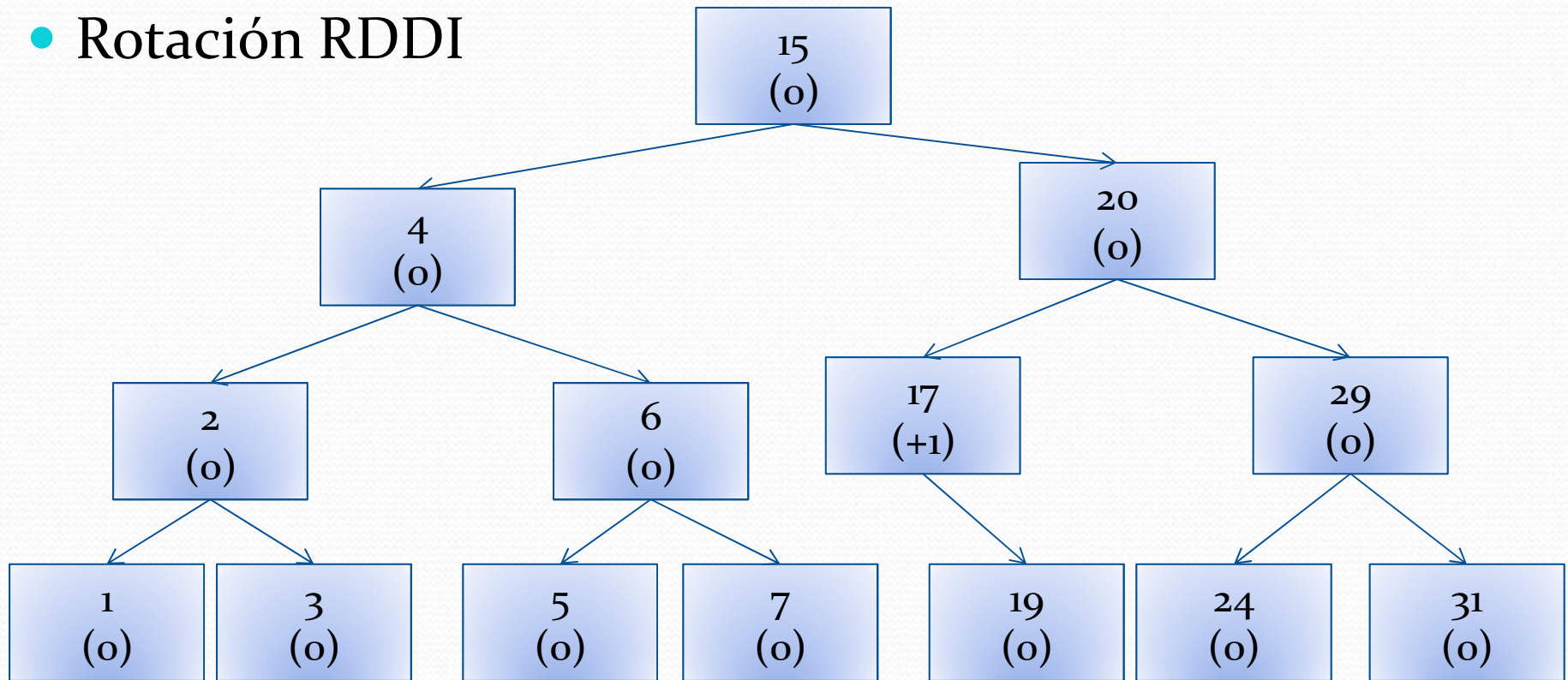
Ejemplo

- Rotación RDDI



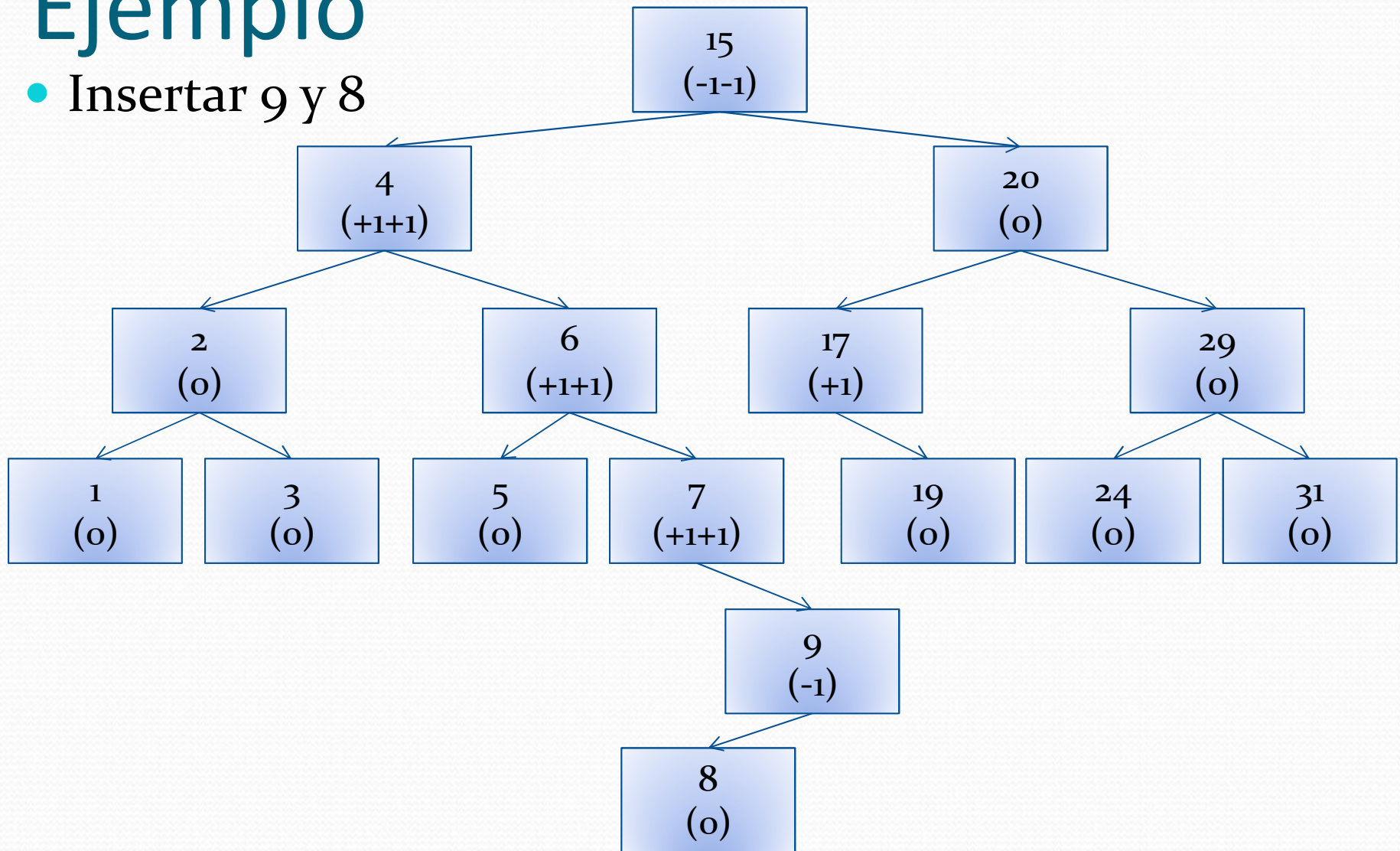
Ejemplo

- Rotación RDDI



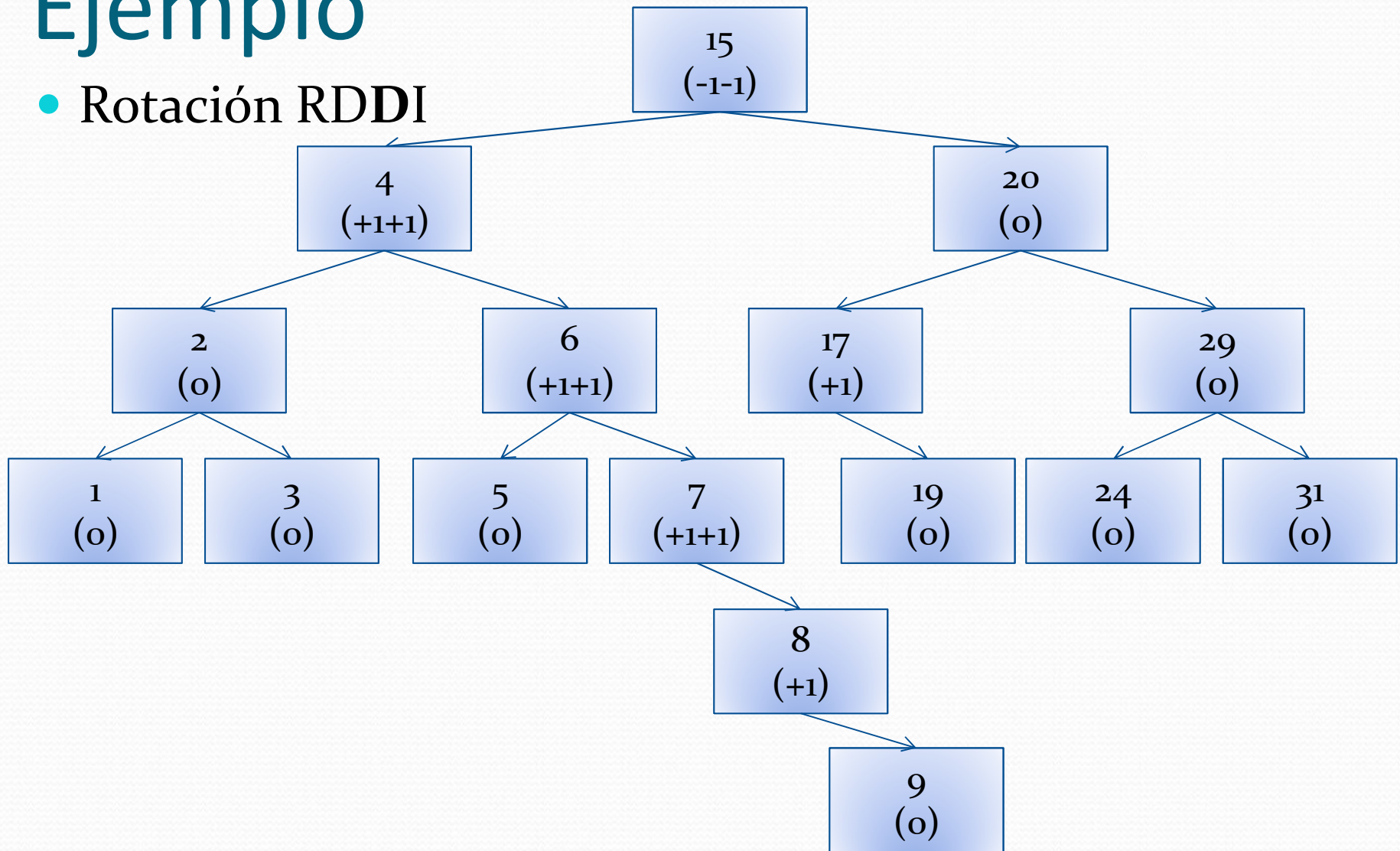
Ejemplo

- Insertar 9 y 8



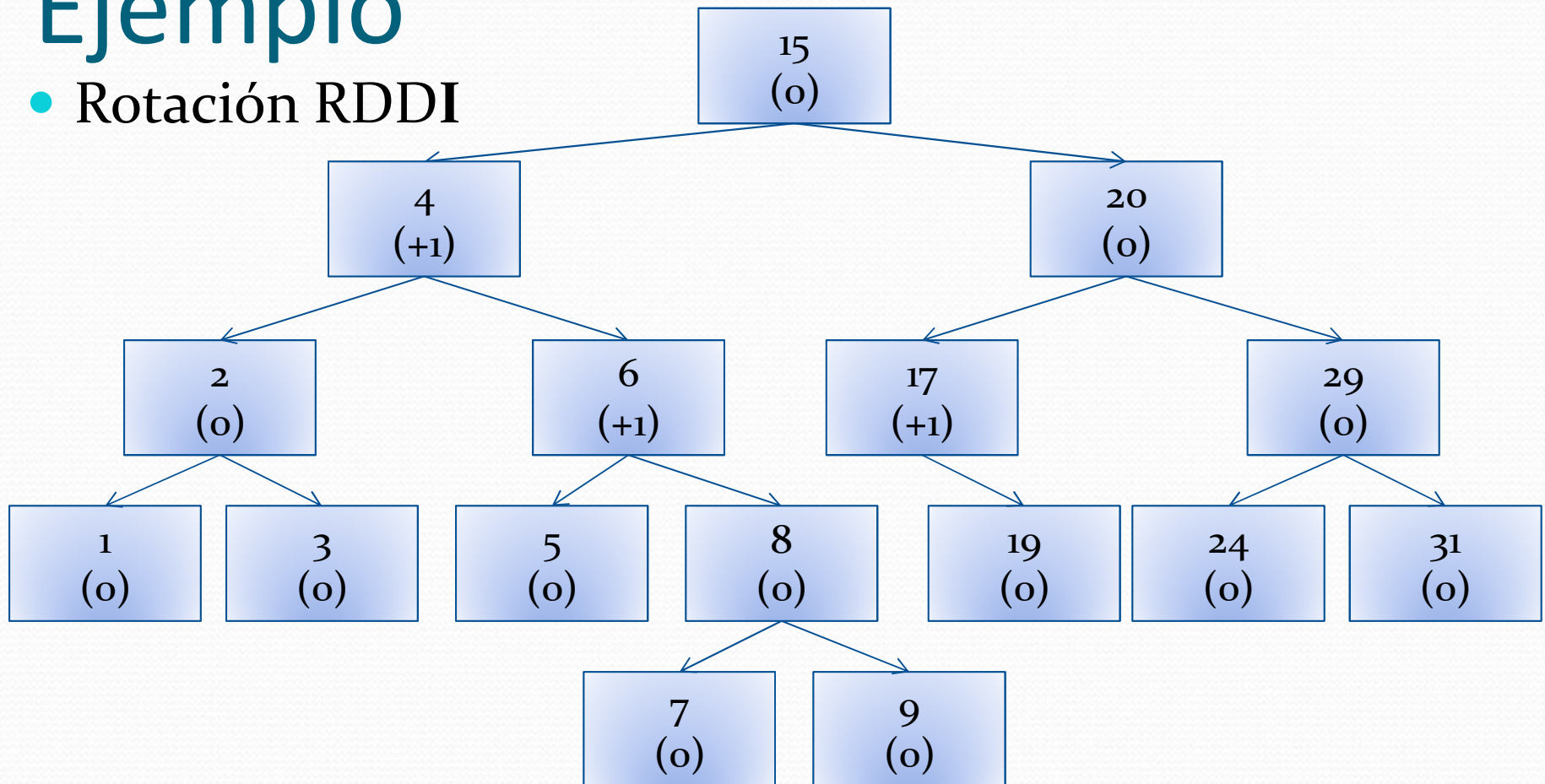
Ejemplo

- Rotación RDDI



Ejemplo

- Rotación RDDI





Demostración de AVL

- Creación , Recorridos , rotaciones y eliminación de un nodo.
- <http://decsai.ugr.es/~jfv/ed1/tedi/cdrom/docs/avl.html>
- <http://webdiis.unizar.es/asignaturas/EDA/AVLTree/avltree.html>



Fin

- Consultas, dudas, sugerencias...

?????