Условие: найти угол между плоскостью

$$4x + 4y - 7z + 1 = 0$$

и прямой

$$\begin{gathered} x + y + z + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 2 = 0 \end{gathered}$$

Решение: найдем угол между направляющим вектором прямой и нормальным вектором плоскости. Затем взяв "смежный" угол, мы найдем угол между прямой и плоскостью.

Нормаль плоскости берется просто из коэффициентов A, B, C:
$N = (4; 4; -7)$

Чтобы взять направляющий вектор прямой, возьмем векторное произведение двух нормалей плоскостей, что составляют прямую. Вектор, полученный из векторного произведения, будет ортогонален двум векторам на входе, что как раз нам и нужно.

$$p = [N_1, N_2] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (2; -1; -1)$$

Теперь возьмем угол между нормалью и направляющим вектором через скалярное произведение.

$$(a, b) = |a||b| \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{(a, b)}{|a||b|}$$

Скалярное произведение считается просто как перемножение координат векторов вместе:

$$(a, b) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Длина же считается по теореме Пифагора:

$$|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Считаем косинус!

$$\cos\alpha = \frac{2 \cdot 4 - 1 \cdot 4 + 1 \cdot 7}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}\sqrt{4^2 + 4^2 + 7^2}} = \frac{11}{9\sqrt{6}}$$

Но это "смежный" угол с тем, что мы ищем. Нам нужен не α, а $90^\circ - \alpha$.

$$\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha) = \sin\beta$$

Поэтому мы можем сказать, что наш искомый угол β равен

$$\beta = \arcsin\frac{11}{9\sqrt{6}}$$

Ответ: $\arcsin\frac{11}{9\sqrt{6}}$.