Скажем, задан базис $(\overline{e}_1; \overline{e}_2; \overline{e}_3)$, и какой-то вектор $\overline{a}$.
Вектор $\overline{a}$ в таком случае может быть выражен как линейная комбинация базисных векторов, причем единственным образом:

$$\overline{a} = \alpha\overline{e}_1 + \beta\overline{e}_2 + \gamma\overline{e}_3$$

Коэффициенты α, β, γ (и другие) называются координатами вектора в этом базисе, и можно записать вектор следующим образом: $\overline{a}(\alpha; \beta; \gamma)$.

Первая координата (α) называется абсциссой, вторая (β) - ординатой, третья (γ) - аппликатой. Дальше названий нет ;p

Линейность векторов, очевидно, сохраняется даже в базисе, но конечно эти вектора должны находится в одном и том же базисе.

$$\alpha\overline{a} + \beta\overline{b} = \alpha(a_1, a_2) + \beta(b_1, b_2) = (\alpha a_1 + \beta b_1, \alpha a_2 + \beta b_2)$$

Переход к новому базису описан в вопросе 14. Замена базиса и системы координат. Изменение координат при параллельном переносе и повороте.