

Условие: найти точку  $N$ , симметричную точке  $M(1; 0; 1)$  относительно плоскости  $4x + 6y + 4z - 25 = 0$ .

Решение: сначала возьмем нормаль плоскости. Это сделать просто, ведь ее нормаль состоит из ее коэффициентов  $A, B, C$ :

$$N = (4; 6; 4)$$

Начнем двигать точку по нормали, пока она не окажется на плоскости. Для этого зададим параметрическую прямую:

$$M'(t) = M + Nt = (1 + 4t; 6t; 1 + 4t)$$

Теперь ищем  $t$ , при котором точка попадает на плоскость - подставим точку в уравнение плоскости и найдем корень.

$$4(1 + 4t) + 6(6t) + 4(1 + 4t) - 25 = 0 \Rightarrow t = 1/4$$

Подставляя  $t$  обратно в параметрическую прямую, найдем проекцию точки на плоскость. Но нас интересует симметричная точка! Поэтому мы отступаем в два раза больше - первый раз, чтобы сместиться от точки  $M$  до проекции; второй раз, чтобы сместиться от проекции до  $N$ .

$$N = M'(2t) = (1 + 2; 3; 1 + 2) = (3; 3; 3)$$

Ответ:  $N = (3; 3; 3)$

---

Условие: найти точку  $N$ , симметричную точке  $M(-1; 0; -1)$  относительно плоскости  $2x + 6y - 2z + 11 = 0$ .

Решение:

Шаг первый: составить параметрическую прямую.

$$M'(t) = (-1 + 2t; 6t; -1 - 2t)$$

Шаг второй: находим корень  $t$ .

$$2(-1 + 2t) + 6(6t) - 2(-1 - 2t) + 11 = 0 \Rightarrow t = -1/4$$

Шаг третий: подставляем удвоенный  $t$  в параметрическую прямую.

$$N = M'(2t) = (-1 - 1; -3; 0) = (-2; -3; 0)$$

Ответ:  $N = (-2; -3; 0)$

---

Условие: найти точку  $N$ , симметричную точке  $M(-1; 2; 0)$  относительно плоскости  $4x - 5y - z - 7 = 0$ .

Решение:

Шаг первый: составить параметрическую прямую.

$$M'(t) = (-1 + 4t; 2 - 5t; -t)$$

Шаг второй: находим корень  $t$ .

$$4(-1 + 4t) - 5(2 - 5t) - (-t) - 7 = 0 \Rightarrow t = 1/2$$

Шаг третий: подставляем удвоенный  $t$  в параметрическую прямую.

$$N = M'(2t) = (-1 + 4; 2 - 5; -1) = (3; -3; -1)$$

Ответ:  $N = (3; -3; -1)$