

Bepaal het maximum van $T(x,y,z) = 8x^2 + 4yz - 16z + 600$ onder de voorwaarde dat het punt (of de punten) (x,y,z) waar het maximum zich bevindt, op de rand van het ruimtetuig ligt (liggen); dus (x,y,z) moet voldoen aan $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$.

De voorwaarde gaan we via substitutie brengen in de te maximaliseren functie:

$4x^2 + y^2 + 4z^2 = 16 \rightarrow x^2 = (16 - y^2 - 4z^2)/4$ invullen in $T(x,y,z) = 8x^2 + 4yz - 16z + 600$ geeft:

Bepaal het maximum van:

$$T(y,z) = 8 \cdot [(16 - y^2 - 4z^2)/4] + 4yz - 16z + 600 = -2y^2 - 8z^2 + 4yz - 16z + 632$$

$$t(y,z) := -2y^2 - 8z^2 + 4yz - 16z + 632$$

Done

$$dt dy(y,z) := \frac{d}{dy}(t(y,z))$$

Done

$$dt dz(y,z) := \frac{d}{dz}(t(y,z))$$

Done

$$\text{solve} \left(\begin{cases} dt dy(y,z) = 0 \\ dt dz(y,z) = 0 \end{cases}, y, z \right)$$

$$y = \frac{-4}{3} \text{ and } z = \frac{-4}{3}$$

Er is één kritisch punt: $(y = \frac{-4}{3}; z = \frac{-4}{3})$.

Aard van dat kritisch punt bepalen:

$$dt^2 dy^2(y,z) := \frac{d^2}{dy^2}(t(y,z))$$

Done

$$dt^2 dz^2(y,z) := \frac{d^2}{dz^2}(t(y,z))$$

Done

$$dt^2 dy dz(y,z) := \frac{d}{dy} \left(\frac{d}{dz}(t(y,z)) \right)$$

Done

$$h(y,z) := \det \begin{pmatrix} dt^2 dy^2(y,z) & dt^2 dy dz(y,z) \\ dt^2 dy dz(y,z) & dt^2 dz^2(y,z) \end{pmatrix}$$

Done

$$h\left(\frac{-4}{3}, \frac{-4}{3}\right)$$

48

Hessiaan = 48 > 0. We moeten dus het getal rechts boven in de Hessiaan bekijken:

$$dt^2 dy^2\left(\frac{-4}{3}, \frac{-4}{3}\right)$$

-4

Dat is $-4 < 0$, dus de functie $T(y,z)$ heeft een maximum in het punt $\left(y = \frac{-4}{3} ; z = \frac{-4}{3}\right)$.

Er hoort echter nog de x-coördinaat bij dit punt: $x^2 = (16 - y^2 - 4z^2)/4$

$$x^2 = \frac{\left(16 - \left(\frac{-4}{3}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right)^2\right)}{4} = \frac{16}{9}$$

Dus $x = \pm \frac{4}{3}$.

Er bestaan dus twee punten op het ruimtetuig met maximale temperatuur:

$$\left(\frac{4}{3} ; \frac{-4}{3} ; \frac{-4}{3}\right) \text{ en } \left(\frac{-4}{3} ; \frac{-4}{3} ; \frac{-4}{3}\right)$$