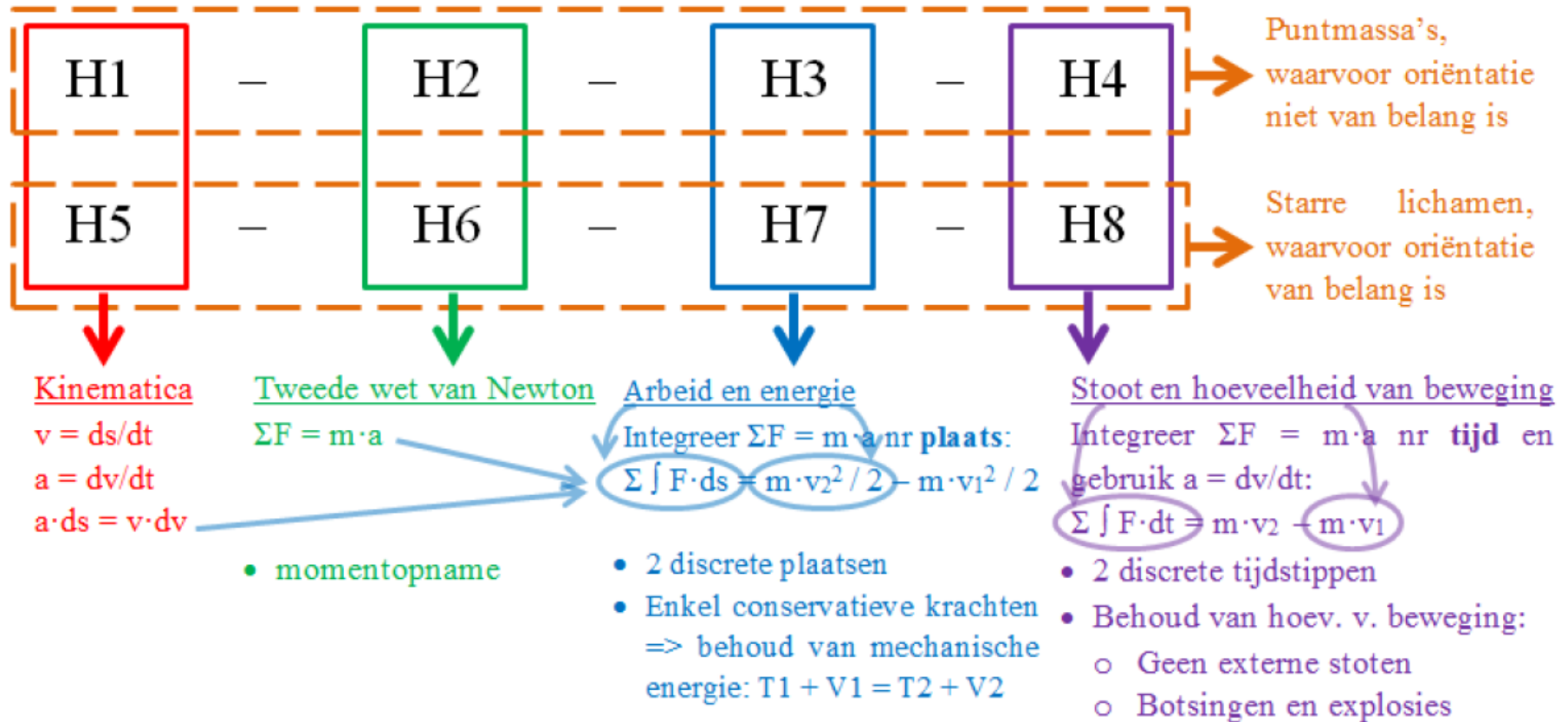


Hoofdstuk 2 – Kinetica van een puntmassa: kracht en versnelling

K. Henrioulle

Overzicht H1 t.e.m. H8



2.1 De tweede bewegingswet van Newton

- Bewegingsvergelijking

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (2.1)$$

2.1.1 Gravitatiewet van Newton

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.2)$$

F = aantrekkingskracht die de twee deeltjes op elkaar uitoefenen

G = gravitatieconstante; proefondervindelijk is vastgesteld dat deze gelijk is aan

$$G = 66,73(10^{-12}) \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$$

m_1, m_2 = massa van de beide deeltjes

r = afstand tussen de massamiddelpunten van beide deeltjes

2.1.1 Gravitatiewet van Newton

$$W = mg \text{ (N)} \quad (g = 9,81 \text{ m/s}^2) \quad (2.3)$$

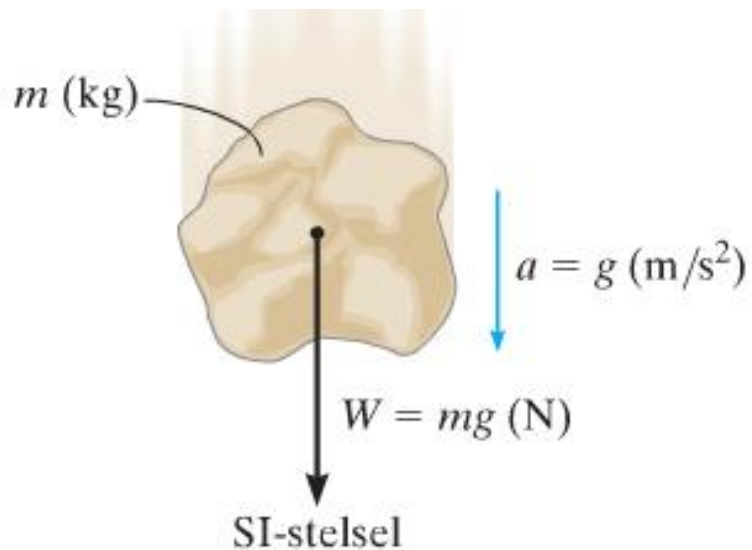


Fig. 2.1

2.2 De bewegingsvergelijking

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

(2.4)

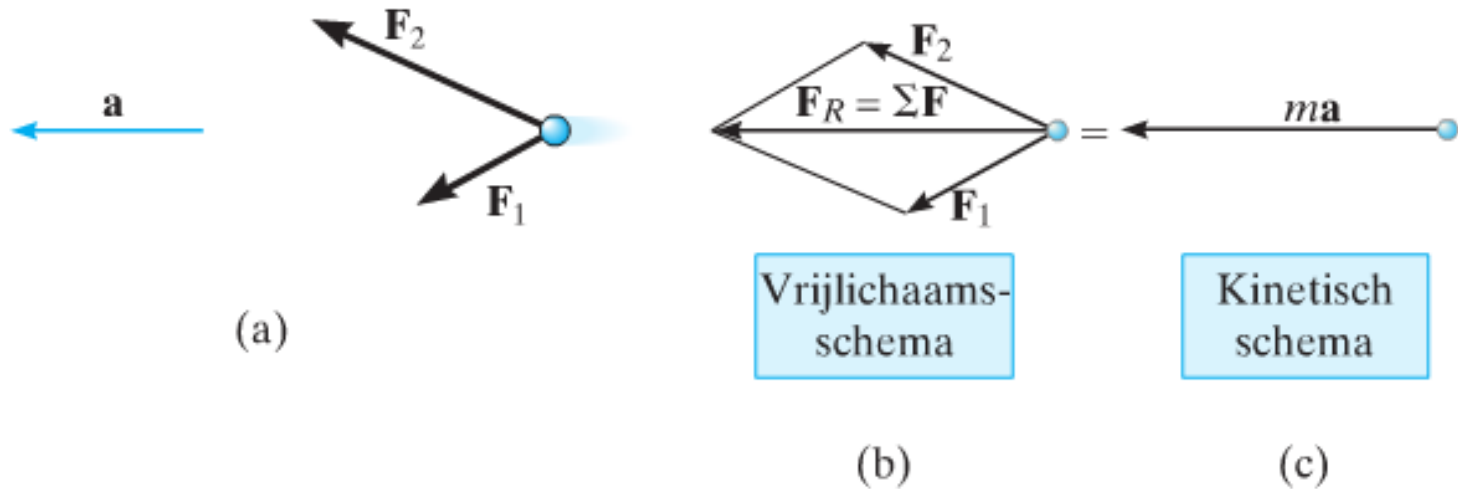


Fig. 2.2

2.2.1 Inertiaal referentiestelsel

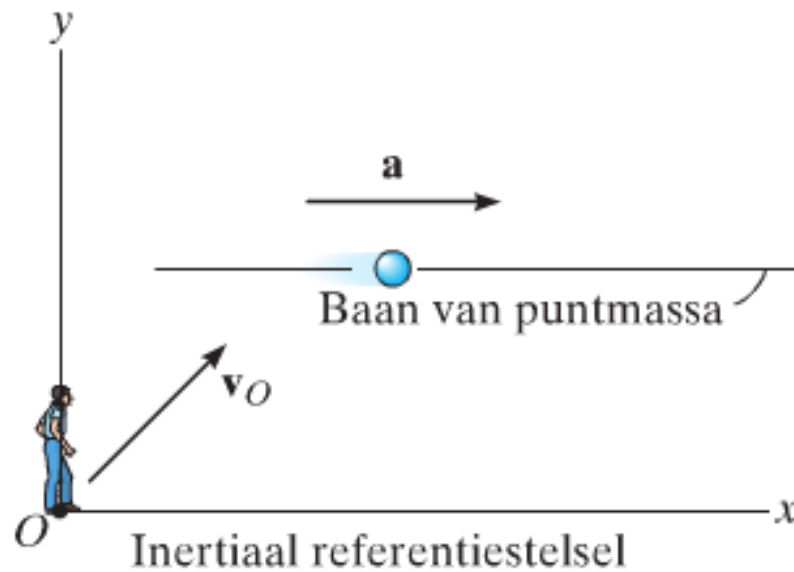
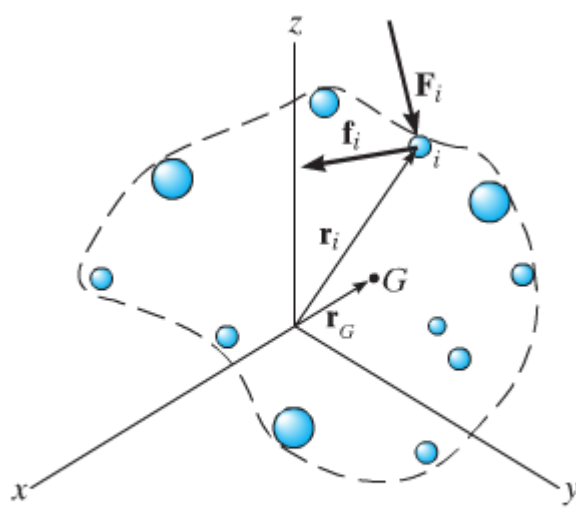


Fig. 2.3

2.3 Bewegingsvergelijking voor een stelsel van puntmassa's



Inertiaal coördinatenstelsel

(a)

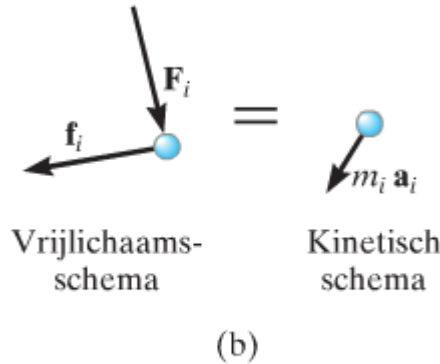


Fig. 2.4

$$\sum \mathbf{F}_i + \underbrace{\sum \mathbf{f}_i}_{=0} = \sum m_i \mathbf{a}_i$$

Massamiddelpunt: $\mathbf{r}_g = \frac{\sum m_i \mathbf{r}_i}{m}$

$$\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}_G$$

- Besluit: behandel voorwerp bestaande uit meerdere puntmassa's m_i als één puntmassa m en pas bewegingsvergelijking toe.

2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_z = ma_z$$

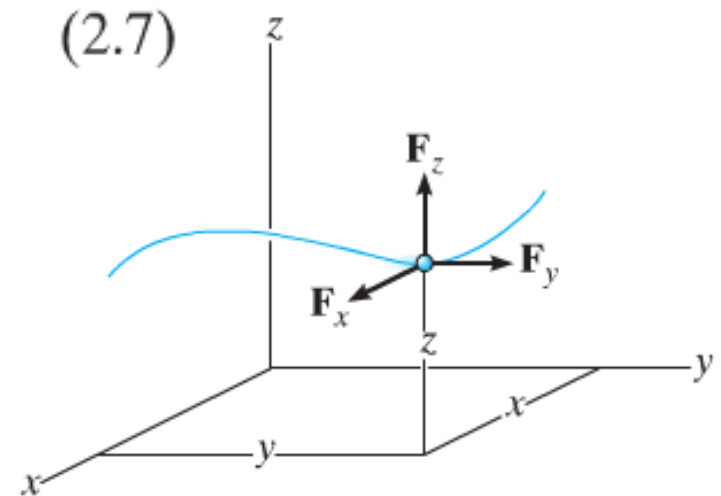
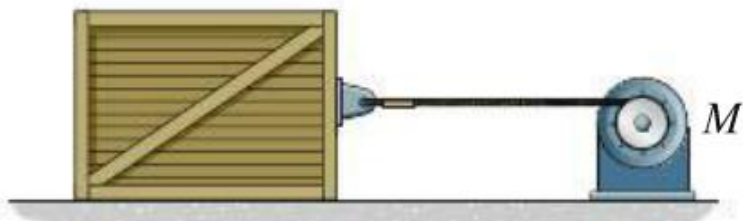


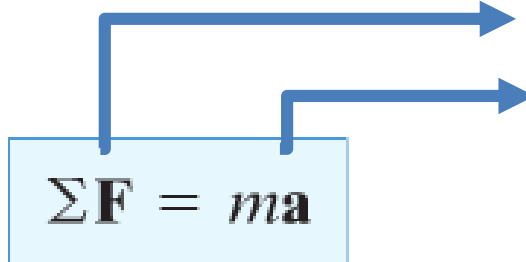
Fig. 2.5

2.2 De bewegingsvergelijking

- Voorbeeld 1
- Gevraagd: bewegingsvergelijkingen opstellen van de kist. Kabel trekt kist over wrijvingsloos oppervlak



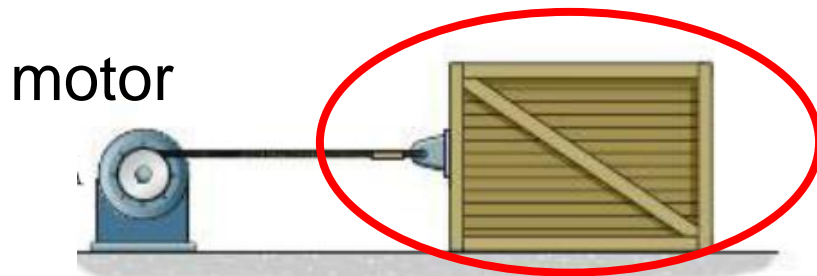
- Hulpmiddel: vrijlichaams-schema (VLS)



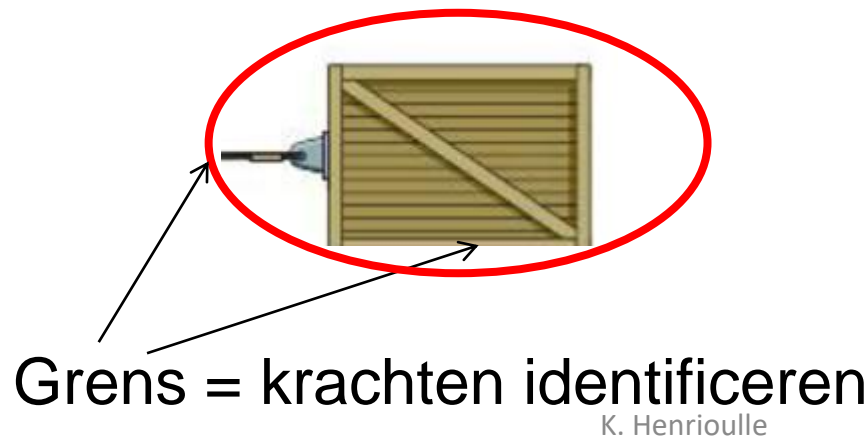
Schema van alle **krachtvectoren** en **versnellingsvectoren** op de puntmassa

2.2 De bewegingsvergelijking

- Stap 1: onderdeel isoleren



- Stap 2 : grenzen identificeren



2.2 De bewegingsvergelijking

- Stap 3 : krachten identificeren
 - Beweging die geblokkeerd of aangestuurd wordt: reactiekracht

Beweging
aangestuurd door
motor =
reactiekracht F_M

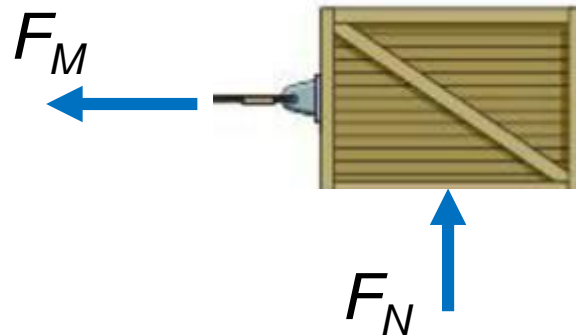


Beweging geblokkeerd =
verticale reactiekracht F_N
normaalkracht
normaal = loodrecht op contactoppervlak

Beweging niet geblokkeerd =
geen horizontale reactiekracht

2.2 De bewegingsvergelijking

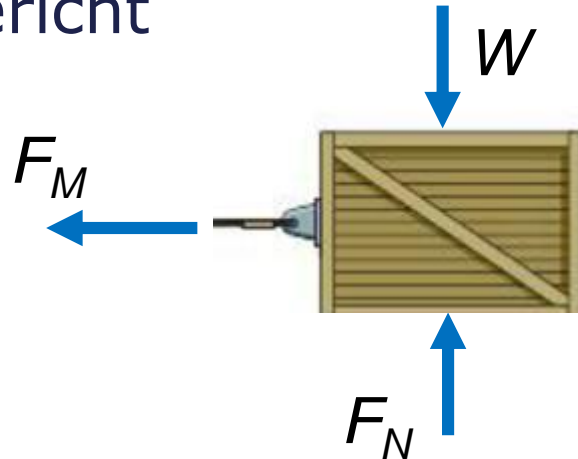
- Stap 3 : krachten identificeren
 - Beweging die geblokkeerd of aangestuurd wordt: reactiekracht



Noteer: onbekende kracht : kies een zin voor de kracht.
Juiste zin gekozen: einduitkomst is positief.
Foute zin gekozen: einduitkomst is negatief

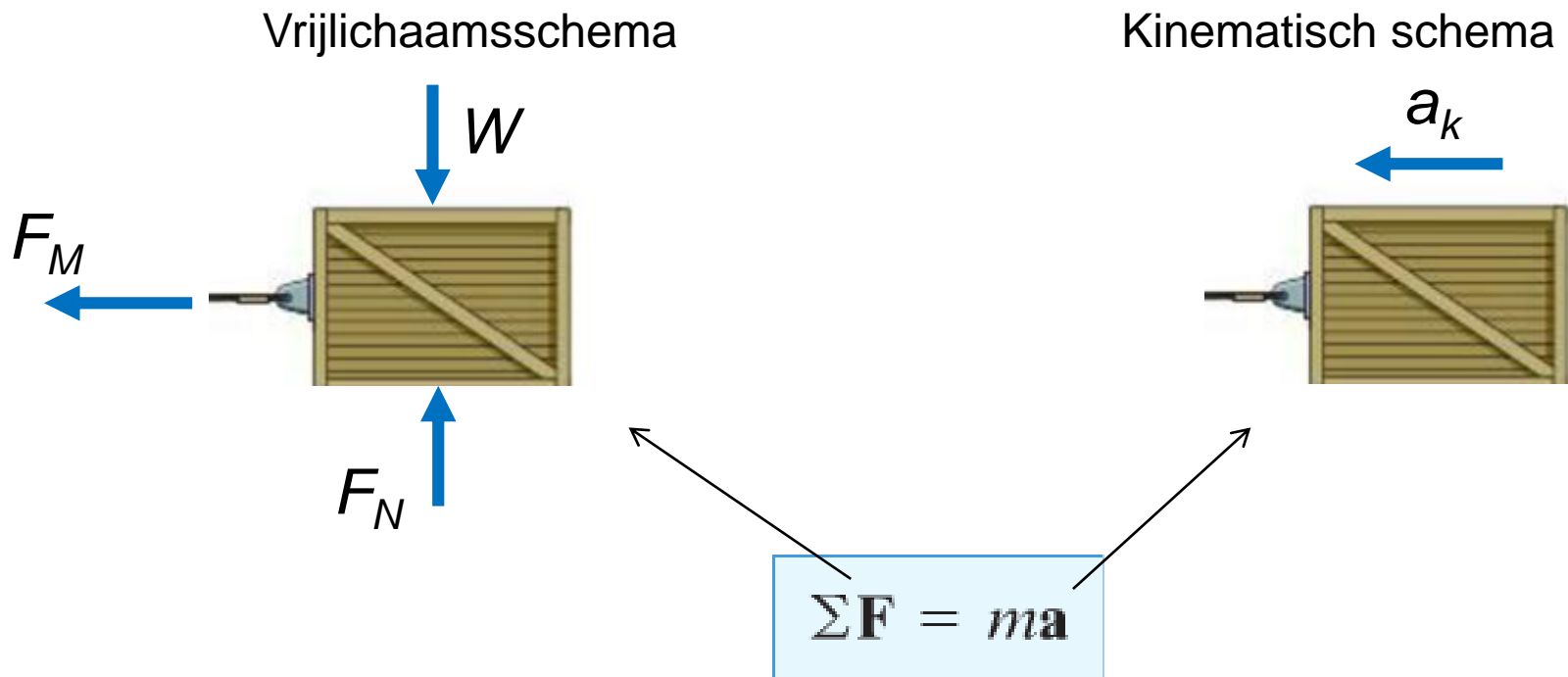
2.2 De bewegingsvergelijking

- Stap 3 : krachten identificeren
 - Gewicht W : altijd naar middelpunt van de aarde gericht



2.2 De bewegingsvergelijking

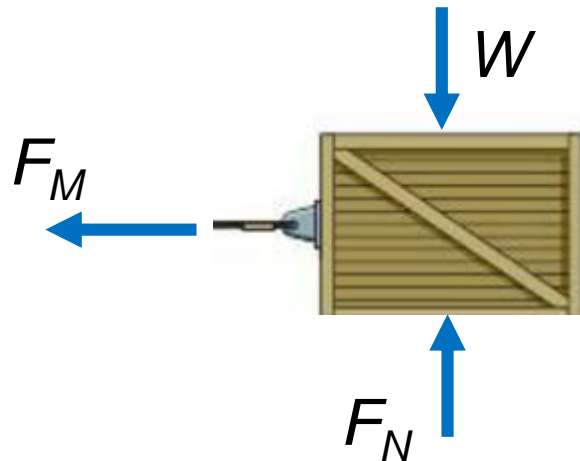
- Stap 4 : schema van versnelling
 - In apart kinematisch schema



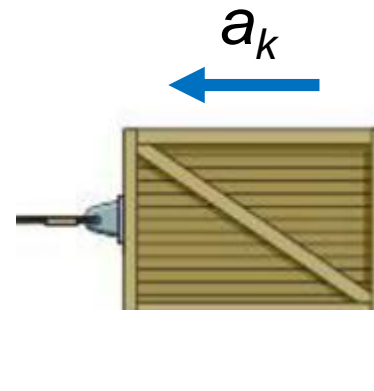
2.2 De bewegingsvergelijking

- Stap 5 : opstellen en oplossen bewegingsvergelijkingen

Vrijlichaamsschema



Kinematisch schema

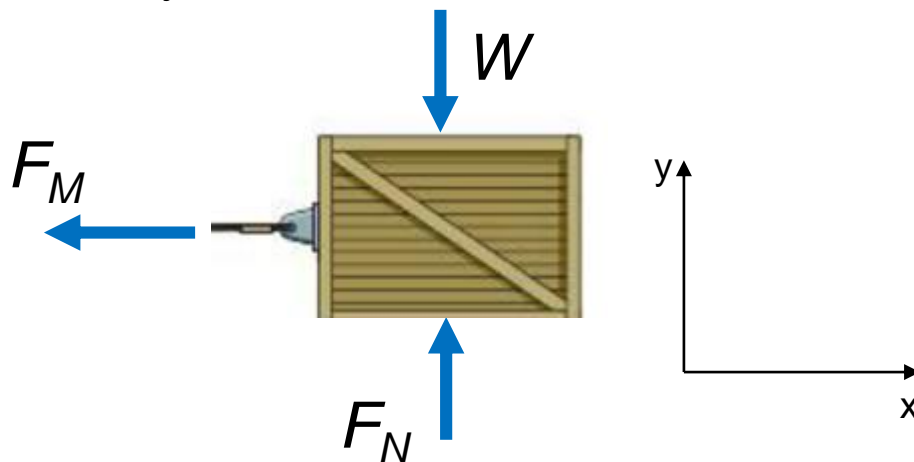


$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -F_M = m_k(-a_k) \\ +F_N - W = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_k = \frac{F_M}{m_k} \\ F_N = W \end{cases}$$

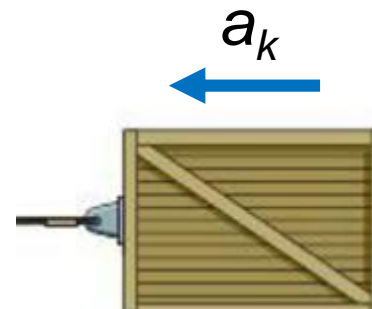
2.2 De bewegingsvergelijking

- Getalvoorbeeld
stel $F_M = 10\text{N}$, $m_k = 20\text{kg}$

Vrijlichaamsschema



Kinematisch schema



$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} a_k = \frac{F_M}{m_k} = \frac{10}{20} = +0,5\text{m/s} \\ F_N = W = 20 \cdot 9,81 = +196,2\text{N} \end{cases}$$

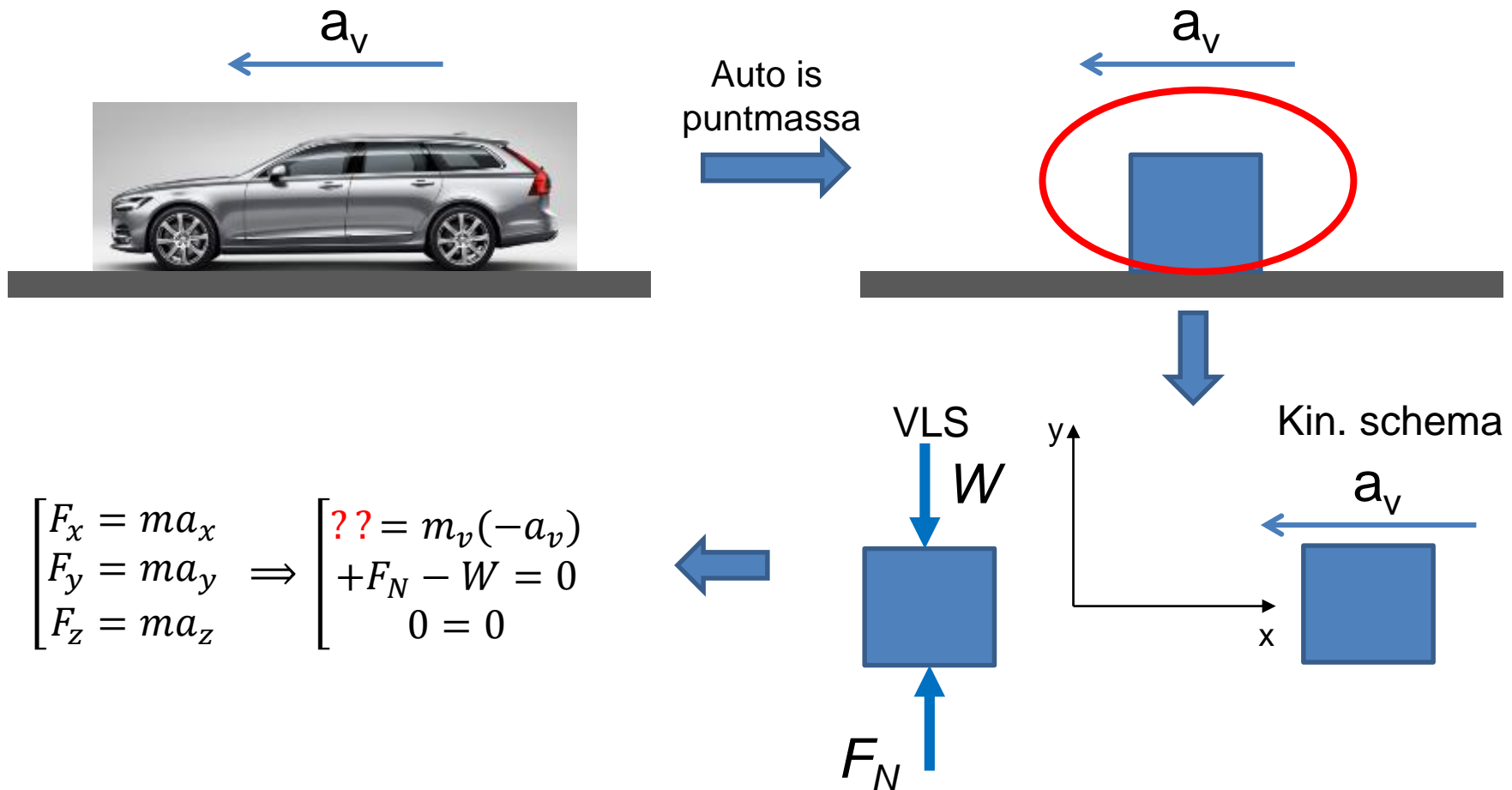
Positieve uitkomst = versnelling of kracht werkt zoals pijl op schema
versnelling naar links, F_N naar boven

2.2 De bewegingsvergelijking

- Noteer
 - Vrijlichaamsschema moet volledig correct zijn
 - Versnellingen moeten op vrijlichaamsschema of kinetisch schema getekend zijn
 - Assenkruis is verplicht
- Indien niet voldaan max 2/10 op een oefening.

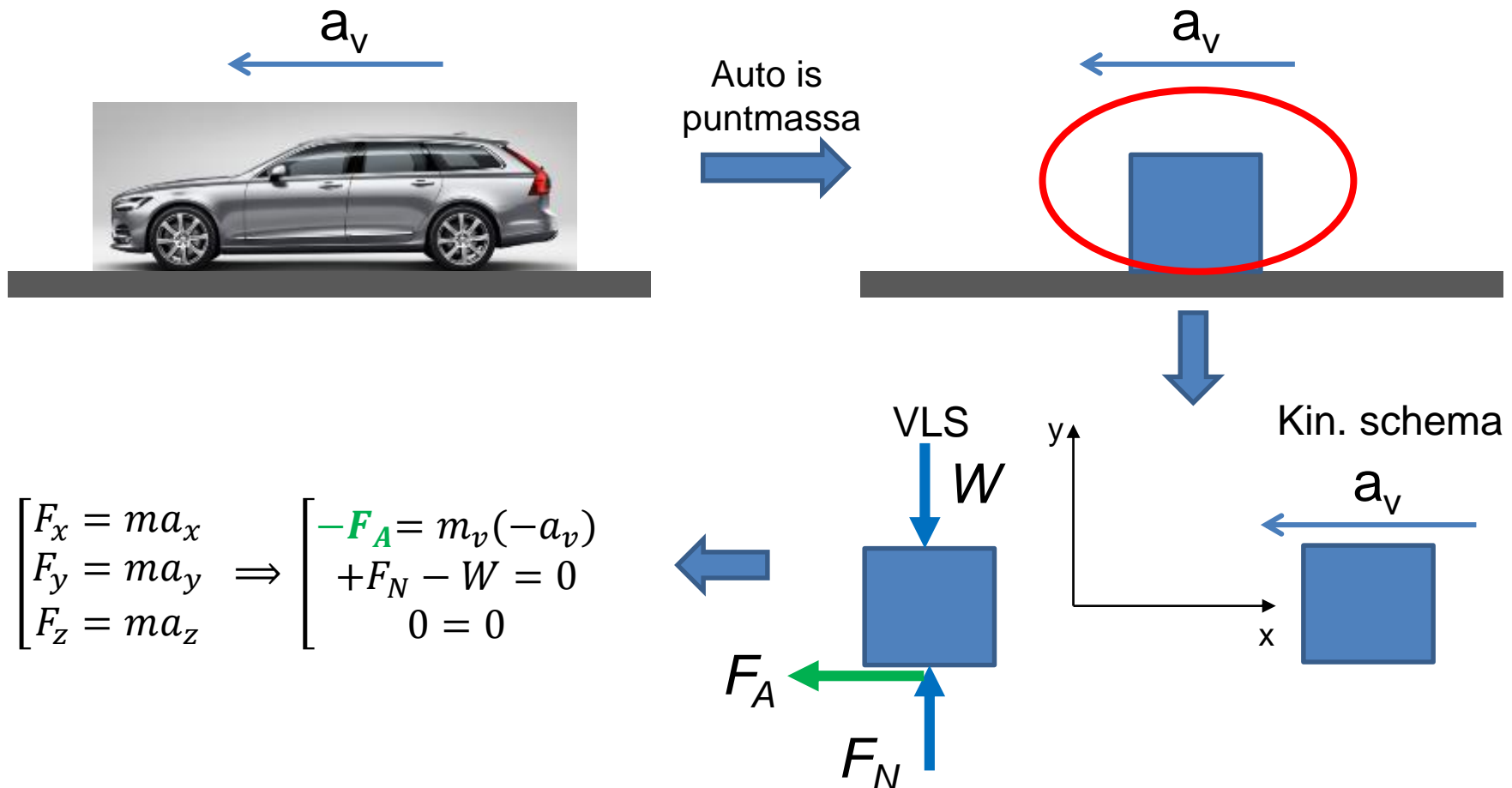
2.2 De bewegingsvergelijking

■ Voorbeeld 2 : Auto versnelt



2.2 De bewegingsvergelijking

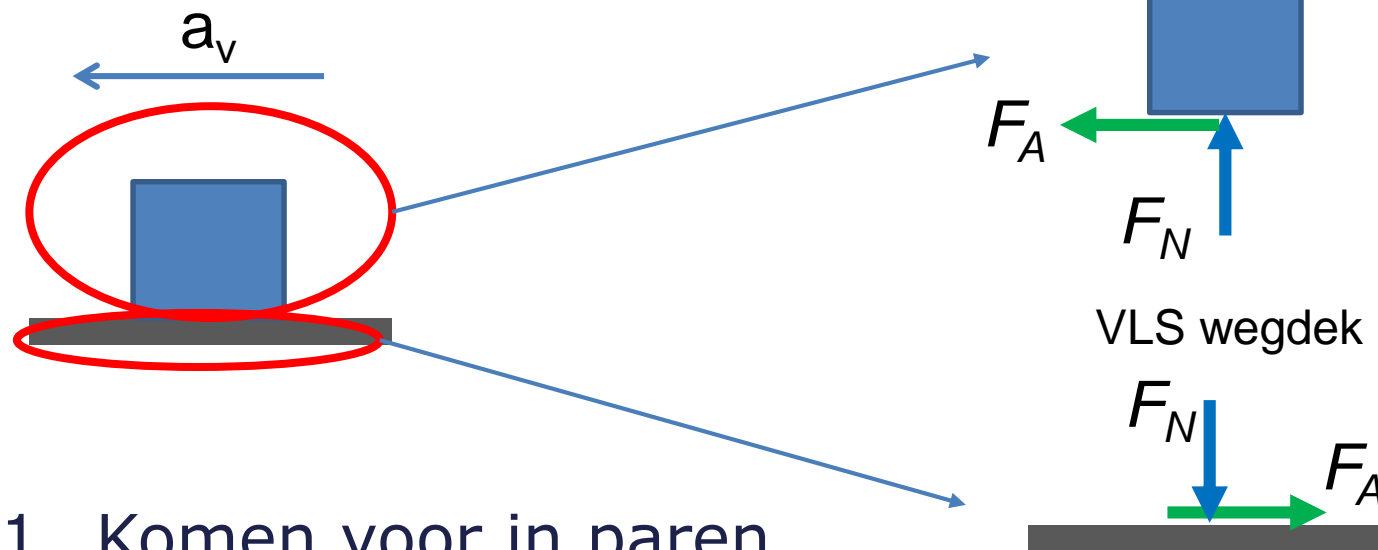
■ Voorbeeld 2 : Auto versnelt



$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -F_A = m_v(-a_v) \\ +F_N - W = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

2.2 De bewegingsvergelijking

- Voorbeeld 2 : Auto versnelt
- Interne krachten

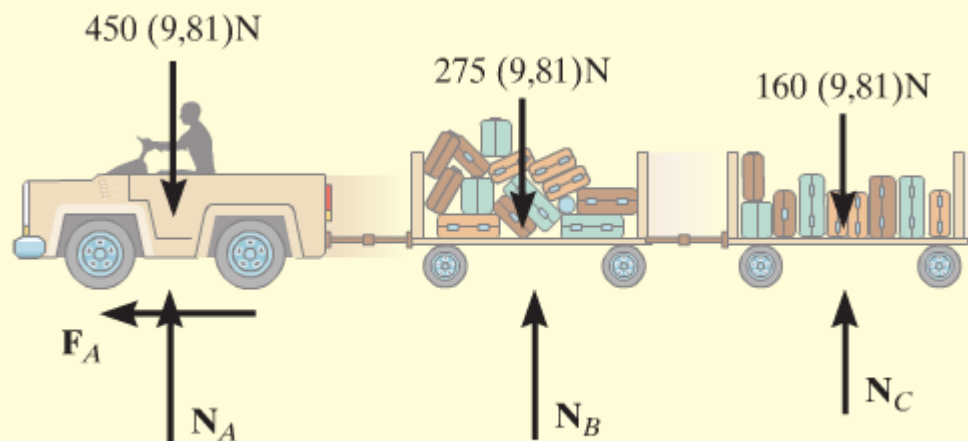


1. Komen voor in paren
2. Zelfde grootte maar tegengesteld
3. Enkel zichtbaar als delen uit elkaar worden gehaald

2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

Voorbeeld 2.3

De bagagekar A op de foto heeft een gewicht van 450 kg en trekt een kar B met een gewicht van 275 kg en een kar C met een gewicht van 160 kg. Gedurende een korte tijd is de wrijvingskracht op de wielen van de trekker $F_A = (200t)$ N, waarbij t de tijd is in seconden. Bepaal de snelheid van de trekker na 2 seconden als deze vanuit stilstand vertrekt. Hoe groot is de horizontale kracht op de koppeling tussen de trekker en kar B op dat ogenblik? Verwaarloos de afmetingen van de trekker en de karren.



2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

Voorbeeld 2.3

Bewegingsvergelijking We hoeven alleen de beweging zontale richting te bekijken.

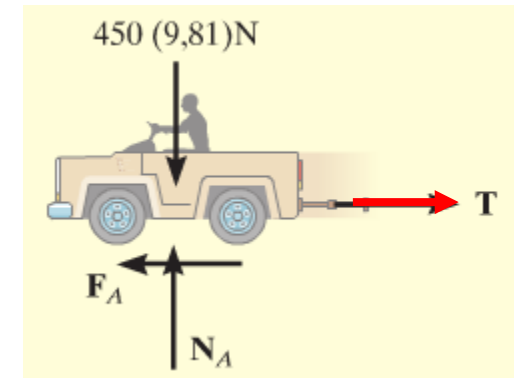
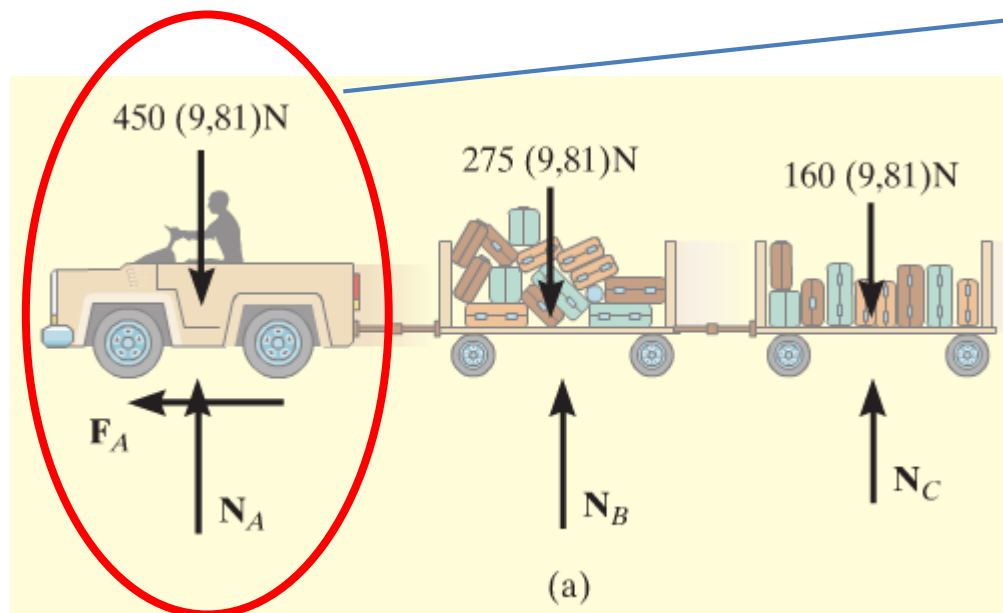
$$\leftarrow \Sigma F_x = ma_x; \quad 200t = (450 + 275 + 160)(9,81)a$$

$$a = 0,0230t$$

- Tijdsafhankelijke kracht = tijdsafhankelijke versnelling

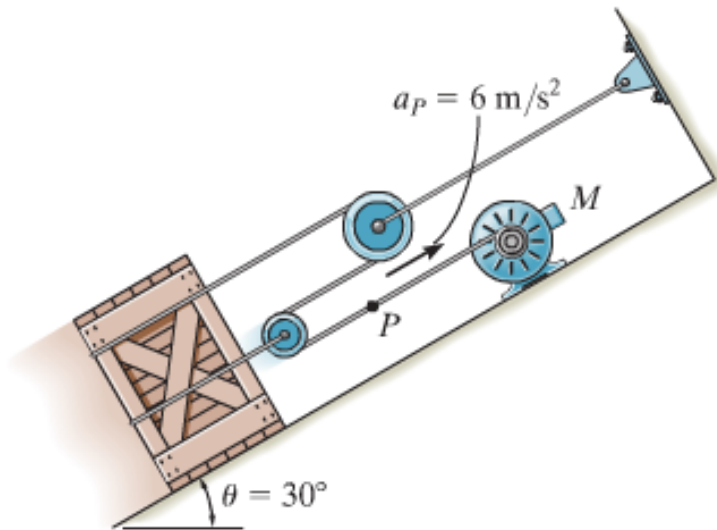
2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

- Kracht T in koppeling = interne kracht.
- Interne kracht zichtbaar maken = snede maken!



2.2 De bewegingsvergelijking

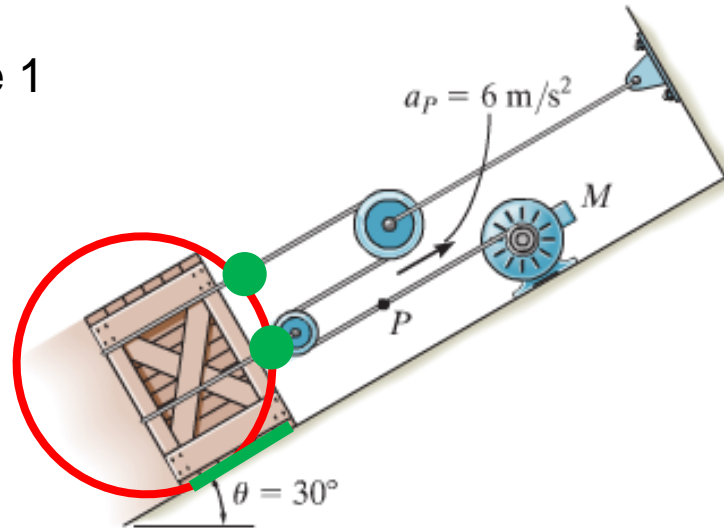
- Voorbeeld 3: Teken het VLS van de kist



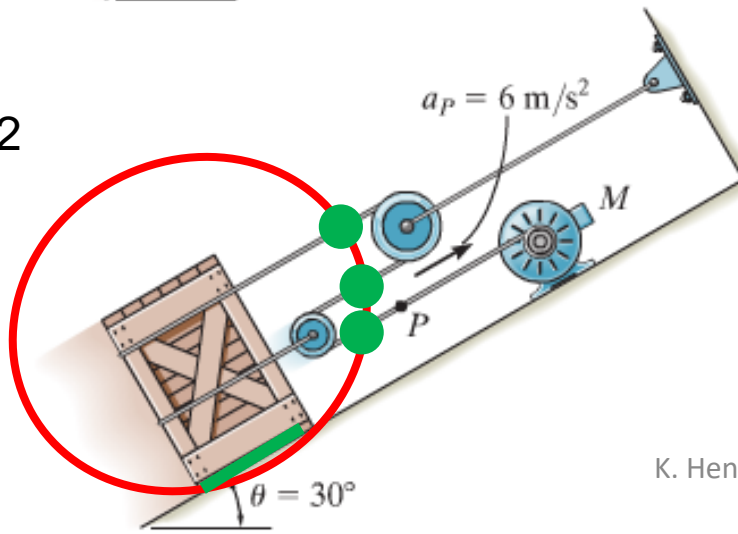
2.2 De bewegingsvergelijking

- Voorbeeld 3: Teken het VLS van de kist op een wrijvingsloze helling

Optie 1



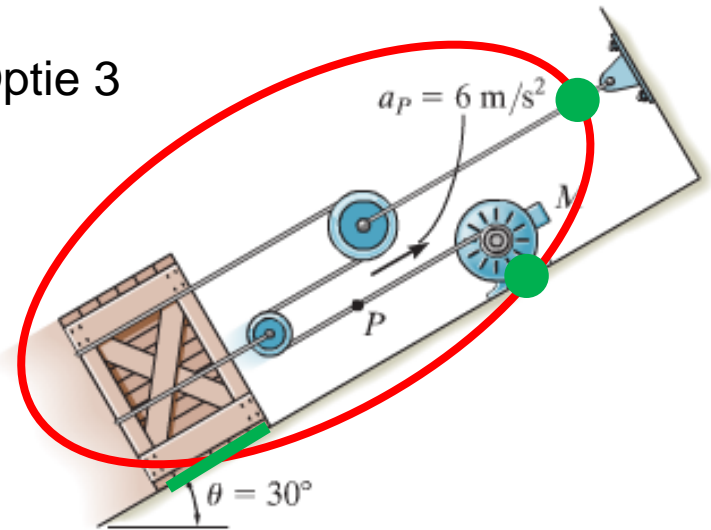
Optie 2



VLS

Kin. schema

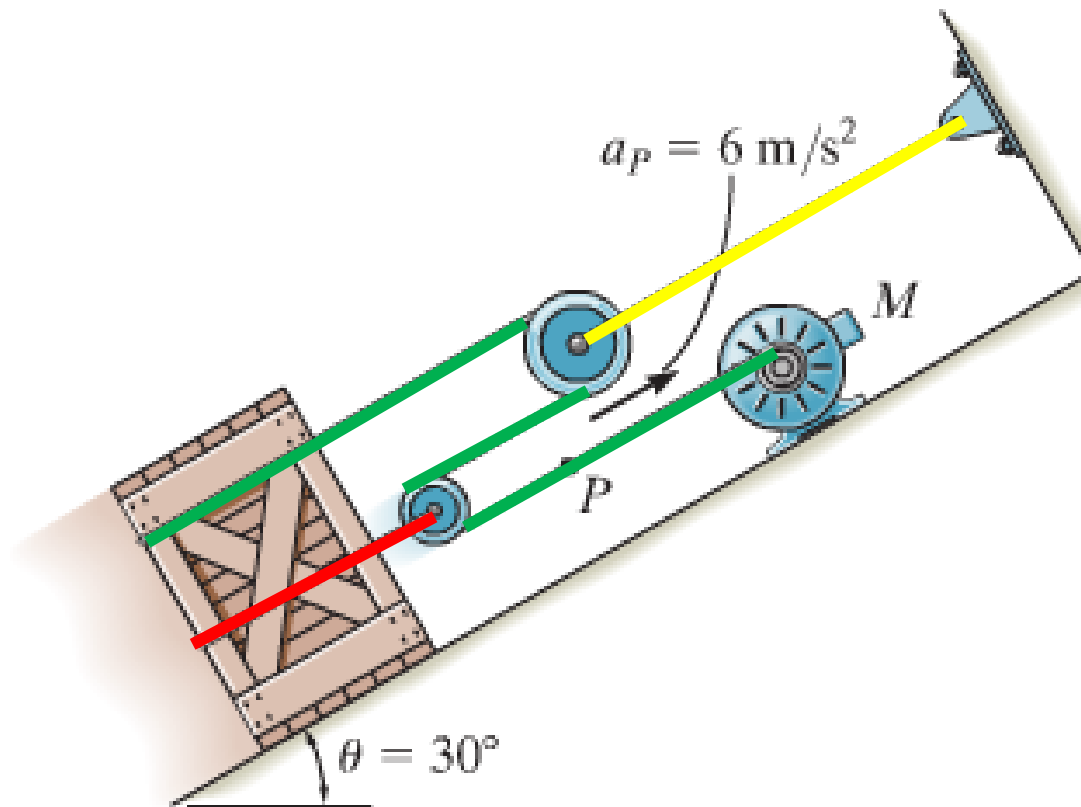
Optie 3



2.2 De bewegingsvergelijking

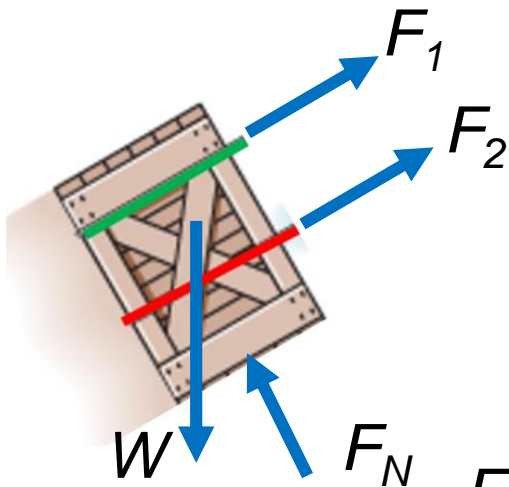
- Voorbeeld 3: Teken het VLS van de kist

3 kabels, in elke kabel een andere kabelkracht $F_1 F_2 F_3$

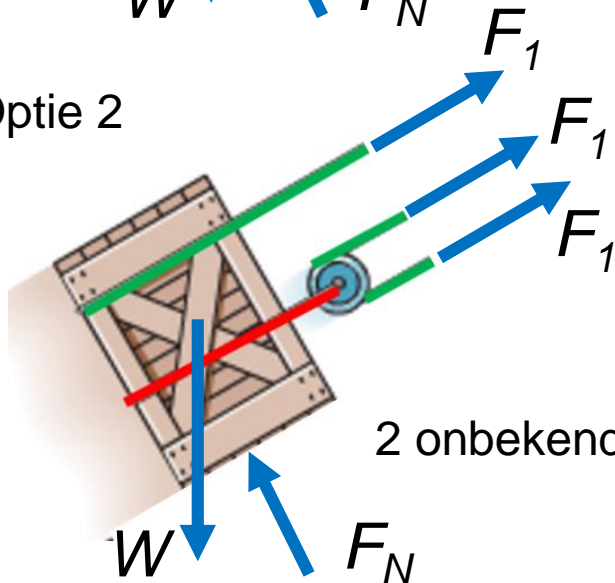


2.2 De bewegingsvergelijking

Optie 1 3 onbekenden: F_N , F_1 , F_2



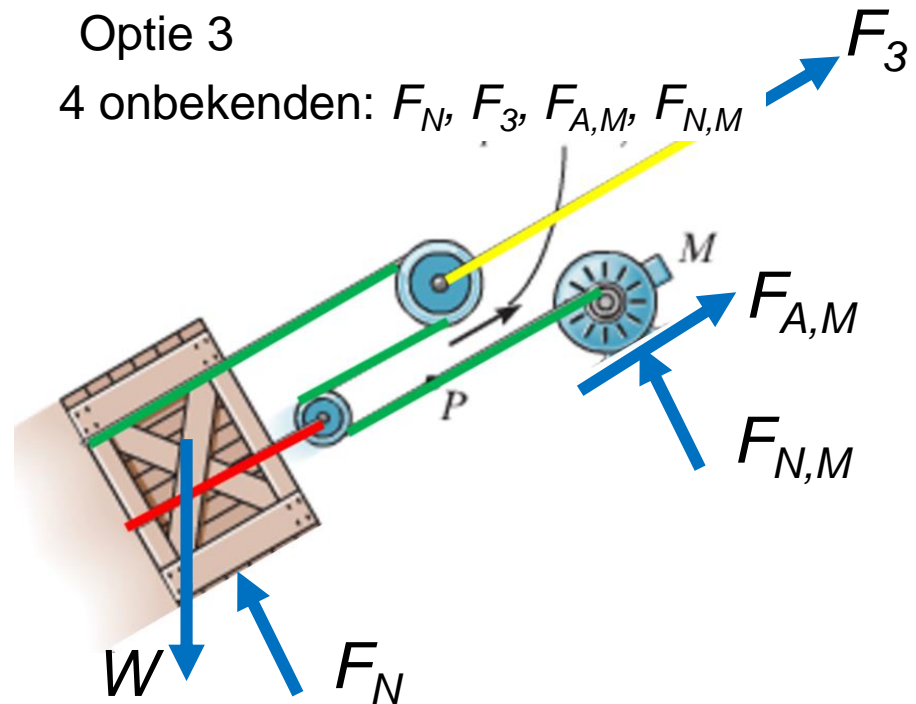
Optie 2



2 onbekenden: F_N , F_1

Optie 3

4 onbekenden: F_N , F_3 , $F_{A,M}$, $F_{N,M}$

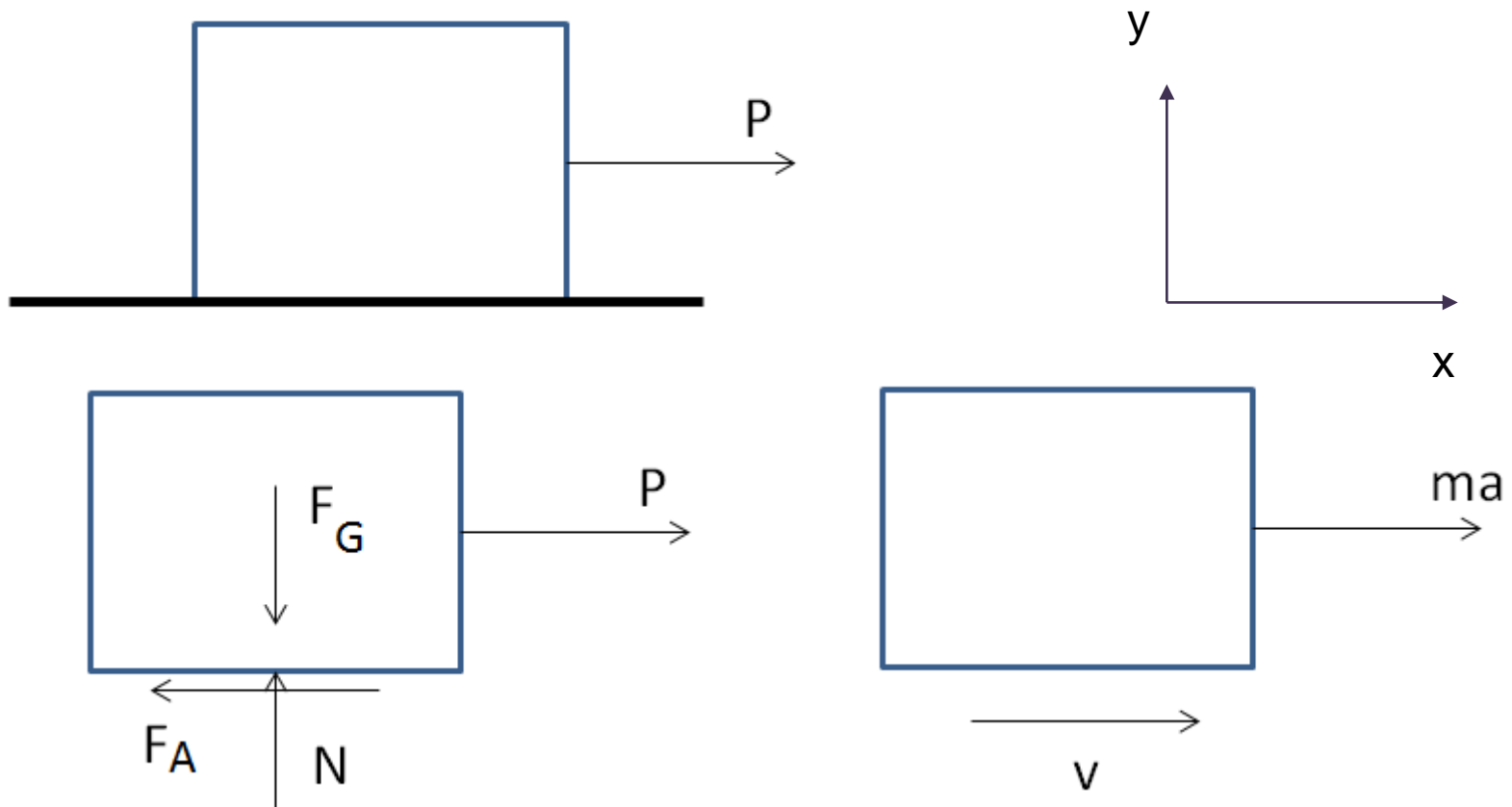


En 2 vergelijkingen:

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases}$$

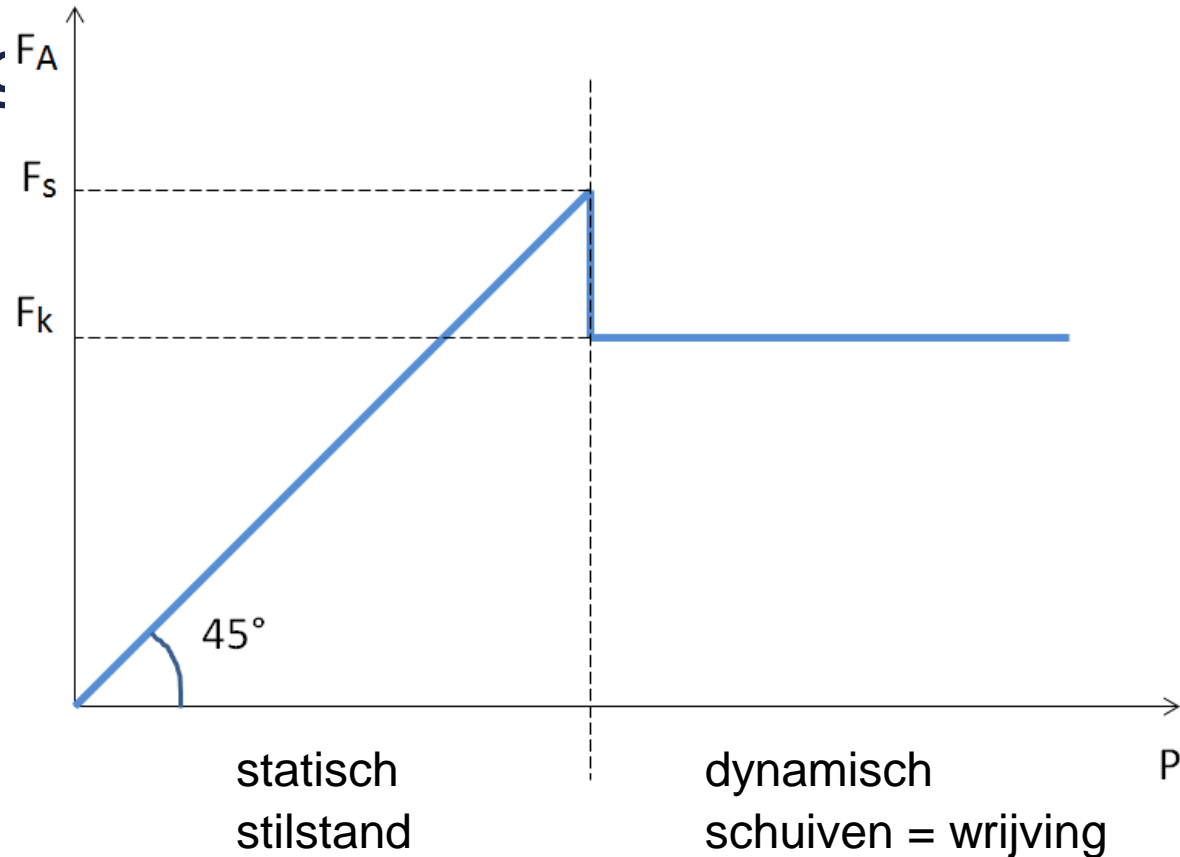
2.2 De bewegingsvergelijking

- Wrijving



2.2 De bewegingsvergelijking

- Wrijving



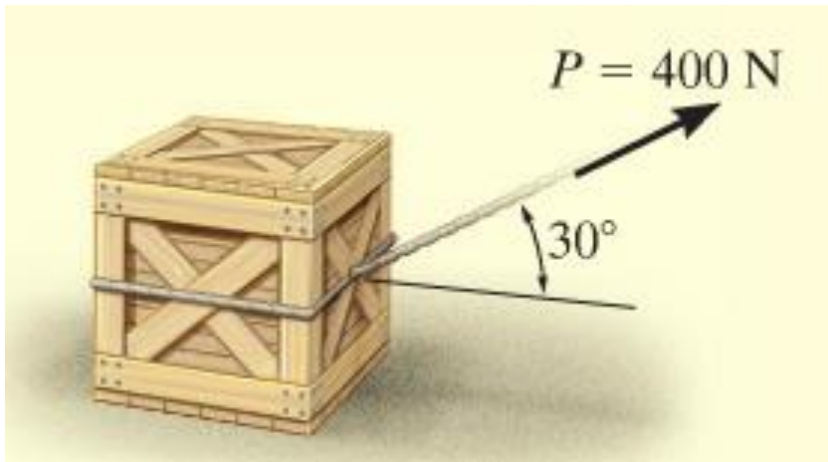
$$F_A \leq F_s = \mu_s N$$

$$F_A = F_k = \mu_k N$$

2.2 De bewegingsvergelijking

Voorbeeld 2.1

De kist van 50 kg in fig. 2.6a staat op een horizontaal vlak waarvan de kinetische wrijvingscoëfficiënt $\mu_k = 0,3$ is. Bepaal de snelheid van de kist 3 s nadat zij vanuit stilstand is gaan bewegen, als de kist niet kantelt wanneer deze een trekkraft van 400 N ondergaat.



2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

Voorbeeld 2.4

Een gladde mof C met een massa van 2 kg , zie fig. 2.9a, is bevestigd aan een veer met een stijfheid $k = 3 \text{ N/m}$ en een rustlengte van $0,75 \text{ m}$. De mof wordt vanuit stilstand bij A losgelaten. Bepaal de versnelling en de normaalkracht van de stang op de mof op het ogenblik dat $y = 1 \text{ m}$.

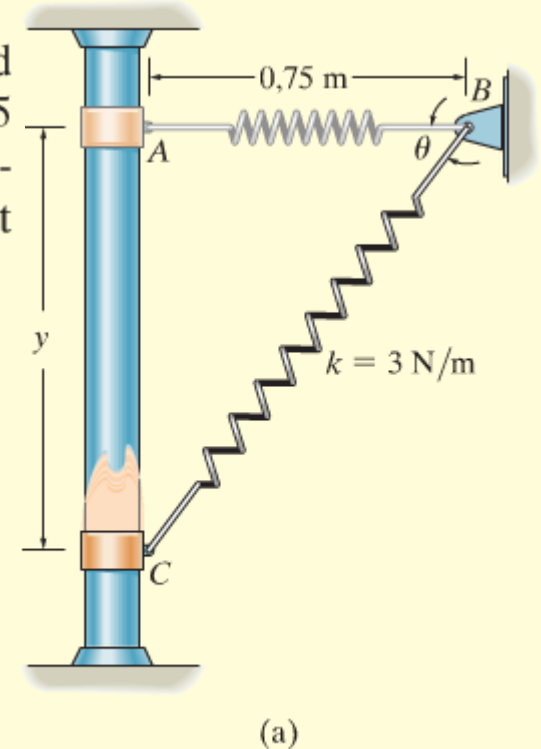


Fig. 2.9

2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

Voorbeeld 2.5

Blok A in fig. 2.10a heeft een massa van 100 kg en wordt uit stilstand losgelaten. Bepaal de snelheid van het blok B met een massa van 20 kg na 2 s. Verwaarloos de massa van de katrollen en het touw.

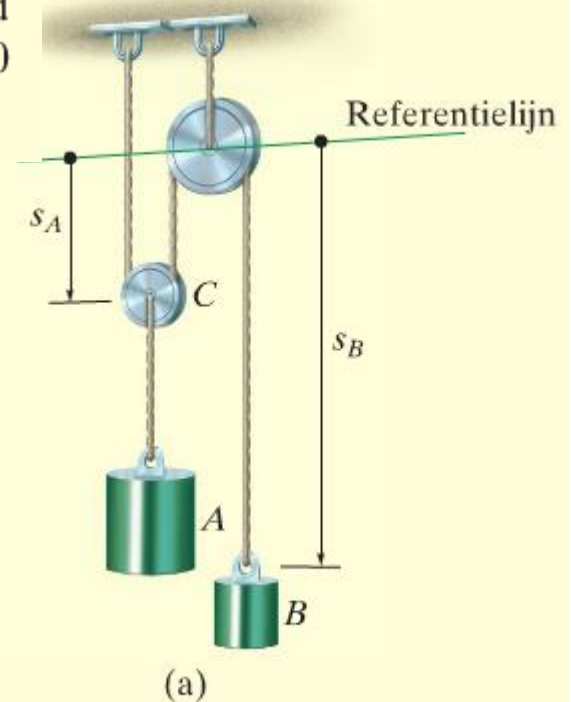
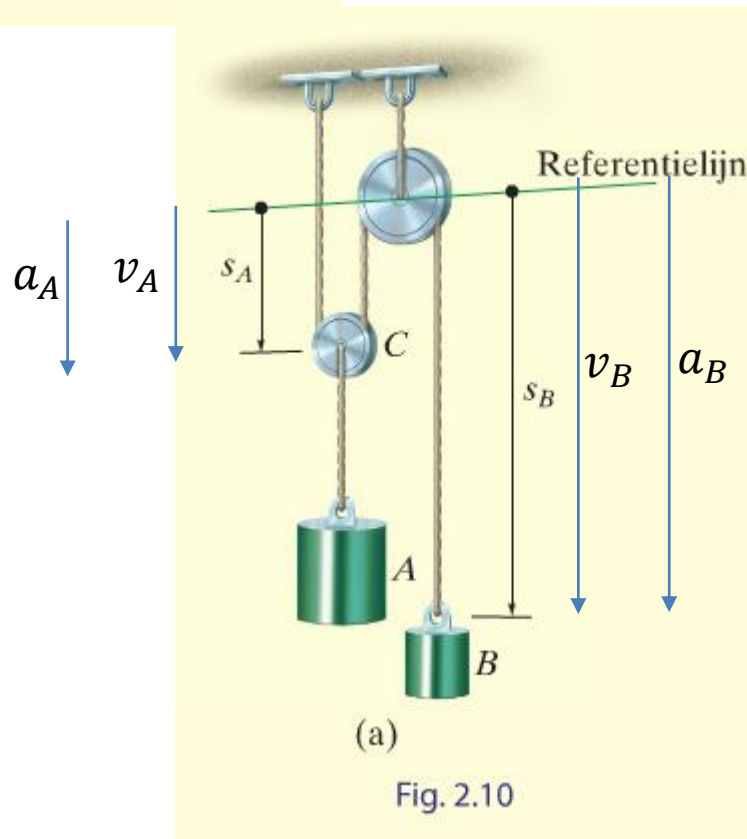


Fig. 2.10

2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

Voorbeeld 2.5



Katrolvergelijkingen:

$$2\Delta s_A + \Delta s_B = 0$$

$$2v_A + v_B = 0$$

$$2a_A + a_B = 0$$

$$a_A = \frac{-a_B}{2}$$

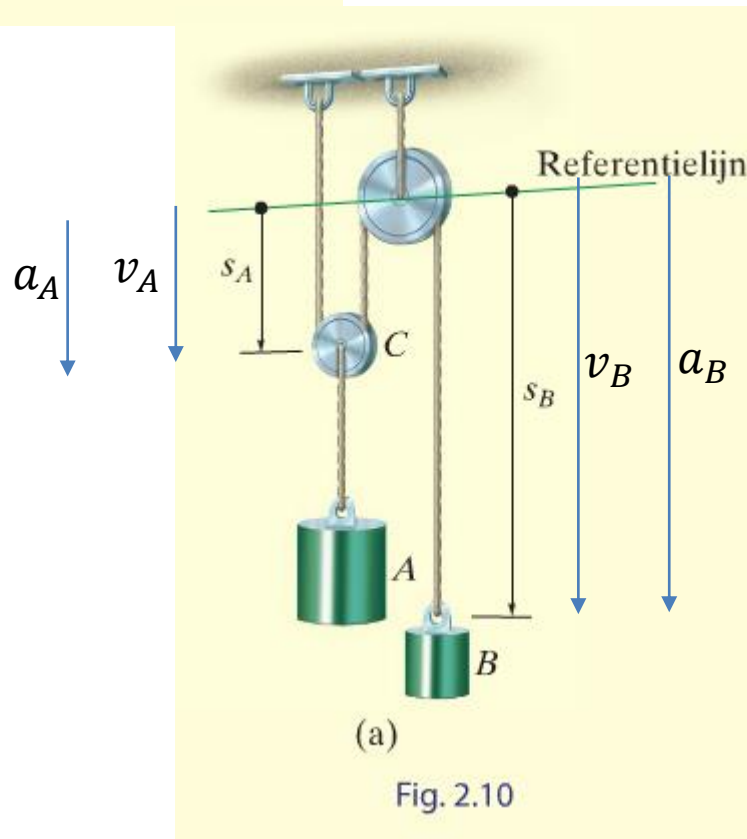
Vb

$$a_B = 0.2m/s^2$$

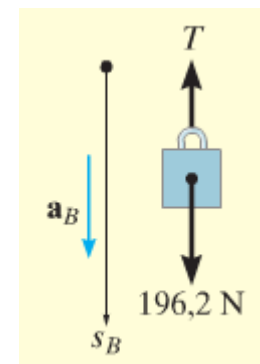
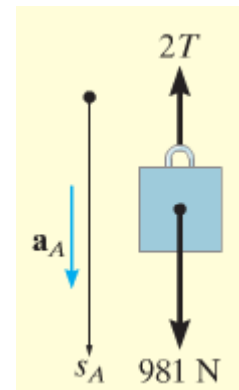
$$a_A = -0.1m/s^2$$

2.4 Bewegingsvergelijkingen: coördinaten in een rechthoekig assenstelsel

Voorbeeld 2.5



Zelfde pijlen voor a_A en a_B behouden in vrijlichaamsschema !!!



2.5 Bewegingsvergelijkingen: normale en tangentiële coördinaten

$$\begin{aligned}\Sigma F_t &= ma_t \\ \Sigma F_n &= ma_n \\ \Sigma F_b &= 0\end{aligned}$$

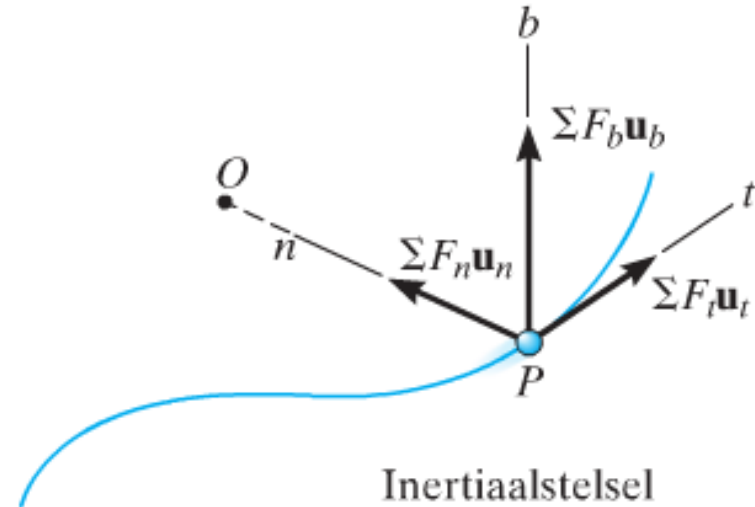


Fig. 2.11

2.5 Bewegingsvergelijkingen: normale en tangentiële coördinaten

Voorbeeld 2.9

De skateboarder in fig. 2.15a heeft een massa van 60 kg en rijdt omhoog over de cirkelvormige baan. Hij begint vanuit stilstand als $\theta = 0^\circ$. Bepaal de grootte van de normale reactie die de baan op hem uitoefent als $\theta = 60^\circ$. Verwaarloos zijn afmetingen bij de berekening.

