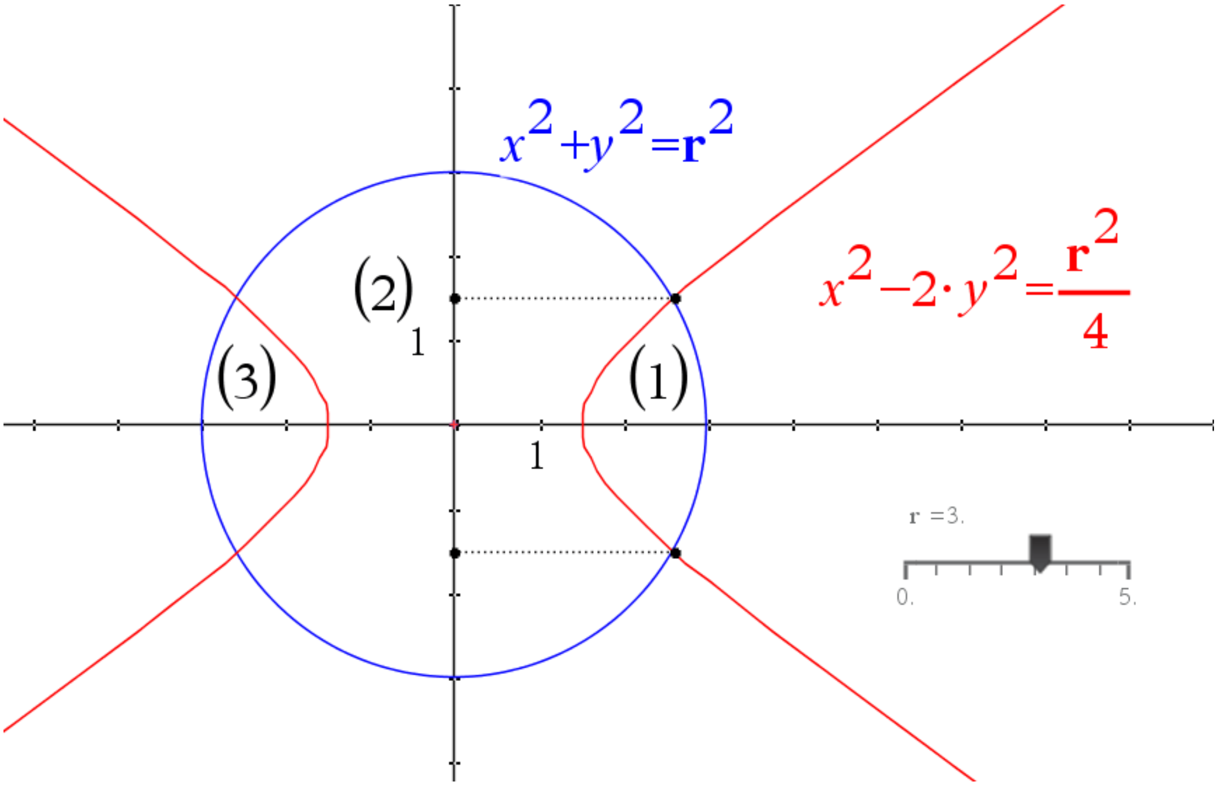

De drie oppervlaktedelen zijn aangeduid met (1), (2) en (3).

Oppervlakte (1) = oppervlakte (3) en oppervlakte (2) = $\pi.r^2$ - (1) – (3).

We moeten dus slechts oppervlakte (1) nog berekenen.

We integreren hier het best naar de y-as toe. Dus x = $f^{-1}(y)$ uit de voorschriften halen:

$x^2+y^2=r^2 \rightarrow x = \sqrt{r^2 - y^2}$

$x^2-2.y^2=r^2/4 \rightarrow x = \sqrt{\frac{r^2}{4} + 2.y^2}$

Nu de y-coördinaten zieken van de snijpunten:

$$\text{solve}\left(\begin{cases} x=\sqrt{r^2-y^2} \\ x=\sqrt{\frac{r^2}{4}+2\cdot y^2} \end{cases}, x,y\right)\Big| r>0 \qquad x=\frac{\sqrt{3}\cdot r}{2} \text{ and } r>0 \text{ and } y=\frac{-r}{2} \text{ or } x=\frac{\sqrt{3}\cdot r}{2} \text{ and } r>0 \text{ and } y=\frac{r}{2}$$

De oppervlakte (1) is dus:

$$\int_{\frac{-r}{2}}^{\frac{r}{2}} \left(\sqrt{r^2-y^2} - \sqrt{\frac{r^2}{4}+2\cdot y^2}\right) \mathrm{d}y \,|\, r>0 \qquad \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\ln\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}}{8}\right)\cdot r^2$$

Met ctrl enter geeft dit:

$$0.320975\cdot r^2$$