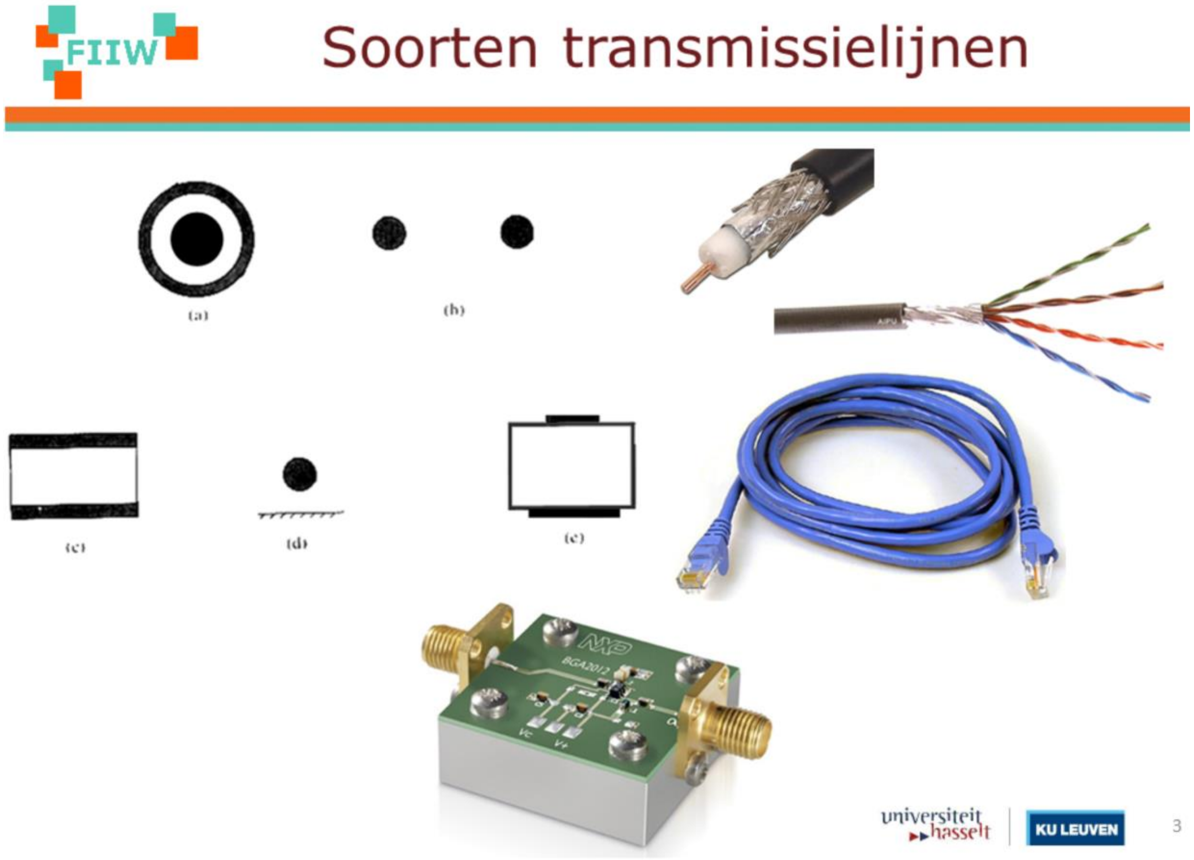
Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen

Jan Genoe
jan.genoe@kuleuven.be

Analoge transmissielijnen

1



De verschillende soorten transmissielijnen:

(a) Coax kabel

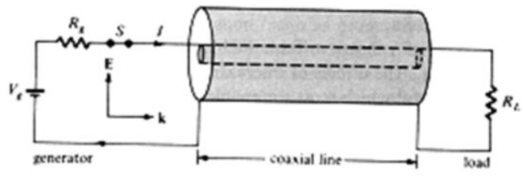
(b) Tweedraadslijn

(c) Planaire lijn

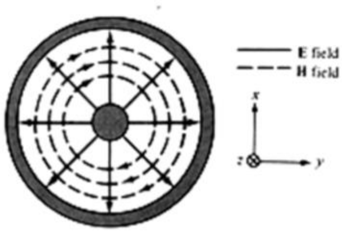
(d) Draad boven een geleidend vlak

(e) Microstrip lijn

E en H in een coax



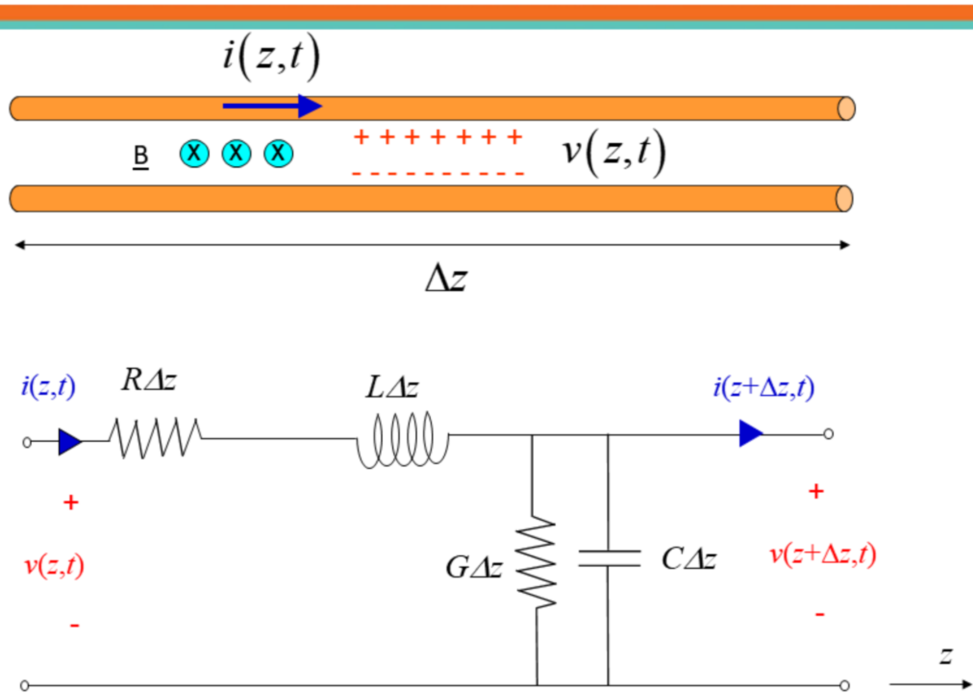
(a)



(b)

universiteit hasselt | KU LEUVEN 4

Model van een transmissielijn



5

Vergelijkingen

$$\frac{v(z+\Delta z,t)-v(z,t)}{\Delta z} = -Ri(z,t) - L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$\frac{i(z+\Delta z,t)-i(z,t)}{\Delta z} = -Gv(z+\Delta z,t) - C\frac{\partial v(z+\Delta z,t)}{\partial t}$$

$\Delta z \to 0$:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -Ri - L\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i}{\partial z} = -Gv - C\frac{\partial v}{\partial t}$$

universiteit hasselt | KU LEUVEN 6

Stroompuls vs spanningspuls

$$Z_0 \equiv \frac{V^+(z)}{I^+(z)}$$

$$Z_0 = \left(\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C} \right)^{1/2}$$

Reflectie van een stap op de transmissielijn

In deze sectie bespreken we wat de reflecties zijn van een spannings stap op een transmissielijn.

De grootte van de reflectie

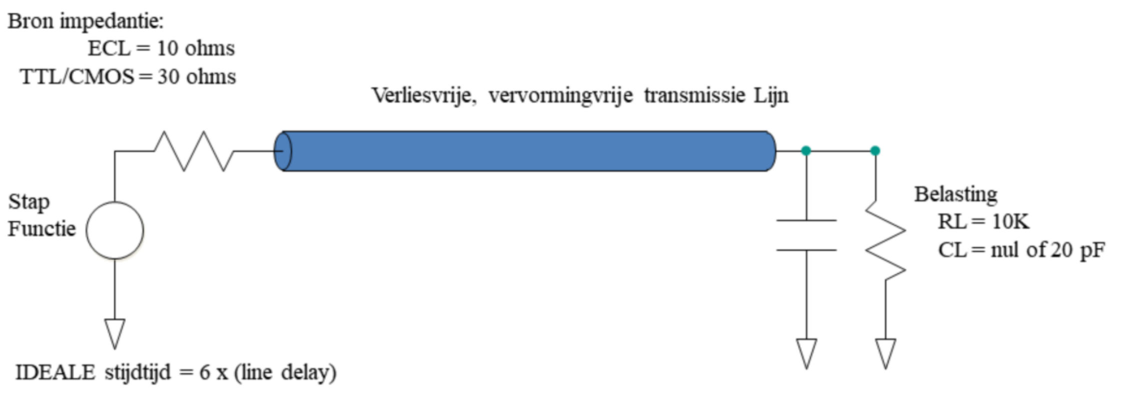
- De amplitude van de reflectie wordt bepaald door:

$$\frac{V_{reflected}}{V_{incident}} = \rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

- Dit geldt zowel aan de ontvangerszijde als aan de stuurzijde

Korte Transmissie Lijn Voorbeelden

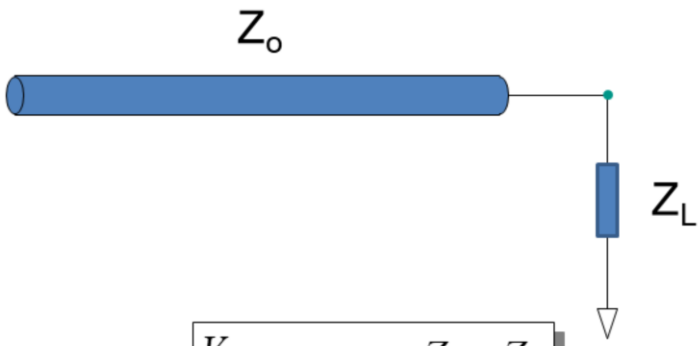
Structuur die we bespreken



Berekening ρ

$$V_{incident} + V_{reflected} = V_L$$
$$I_{incident} - I_{reflected} = I_L$$

$$Z_0 = \frac{V_{incident}}{I_{incident}}$$

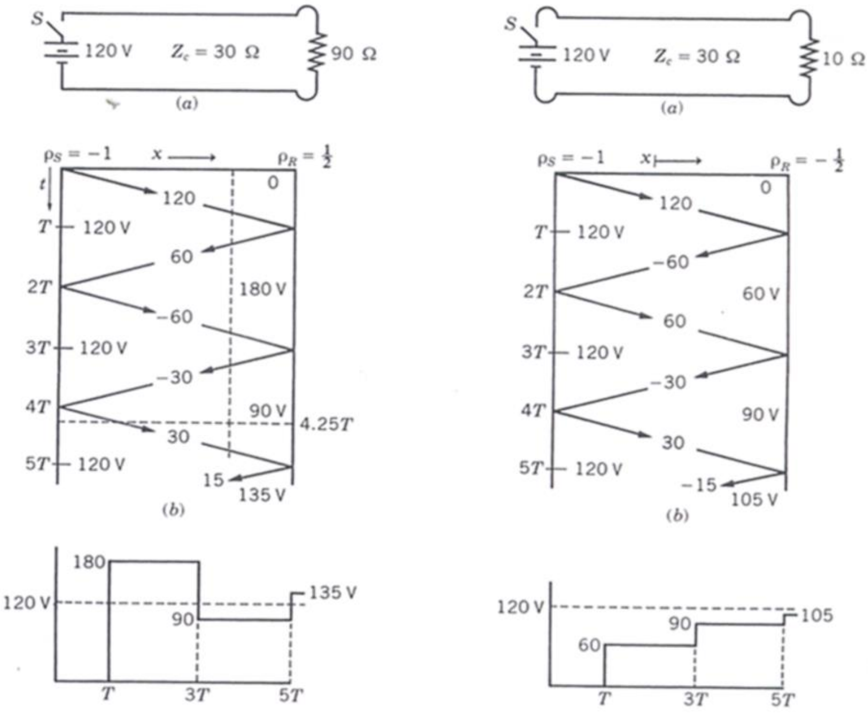


$$Z_L = \frac{V_L}{I_L}$$

$$Z_O = \frac{V_{reflected}}{I_{reflected}}$$

$$\frac{V_{reflected}}{V_{incident}} = \rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Ladder diagram



universiteit hasselt | KU LEUVEN 12

Berekening ρ (2)

$$Z_{01} = \frac{V_{incident}}{I_{incident}}$$

$$Z_{01} = \frac{V_{reflected}}{I_{reflected}}$$

$$Z_{02} = \frac{V_{transmitted}}{I_{transmitted}}$$

$$V_{incident} + V_{reflected} = V_{transmitted}$$
$$I_{incident} - I_{reflected} = I_{transmitted}$$

$$\frac{V_{reflected}}{V_{incident}} = \rho = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}}$$

$$\frac{V_{transmitted}}{V_{incident}} = 1 + \rho$$

Het is de verhouding tussen stijgtijd en vertraging

We vertrekken van een normale Transmissielijn delay en stijgtijd

Delay: 1 ns *ZS* = 10 Ohm *RL* = 10 kOhm

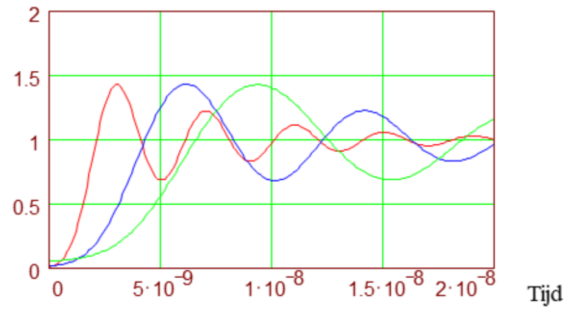
Risetime 2 ns *ZC* = 65 Ohm *CL* = 0

Als we zowel delay en risetime aanpassen scaled alleen de tijdsas

rood (*delay*, *risetime*)

blauw (*delay*·2, *risetime*·2)

groen (*delay*·3, *risetime*·3)



universiteit hasselt | KU LEUVEN 14

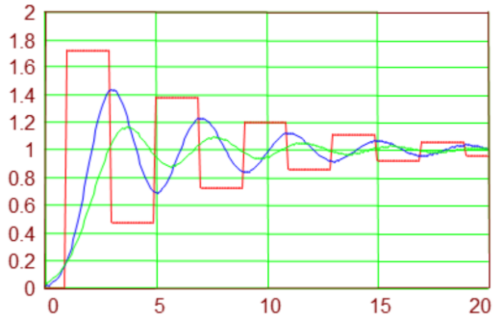
Lage bronweerstand (ZS)

V1=65/75

Response van een ongetermineerde lijn
Stijgtijd is 0, 2 en 3 maal transmission line delay

ZS = 10 Ohm *RL* = 10 kOhm

ZC = 65 Ohm *CL* = 0



$$\rho_{eind} = \frac{10000 - 65}{10000 + 65} = 0.987$$

$$\rho_{start} = \frac{10 - 65}{10 + 65} = -0.733$$

Tijd, in eenheid van lijndelay

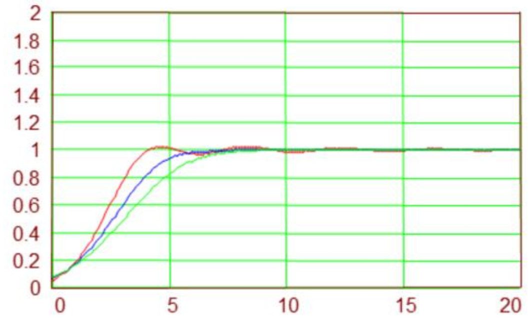
universiteit hasselt KU LEUVEN 15

Lage bronweerstand

Response van een ongetermineerde lijn
Stijgtijd is 4, 5 en 6 maal transmission line delay

$ZS = 10$ $RL = 1 \cdot 10^4$

$ZC = 65$ $CL = 0$



Tijd, in eenheid van lijndelay

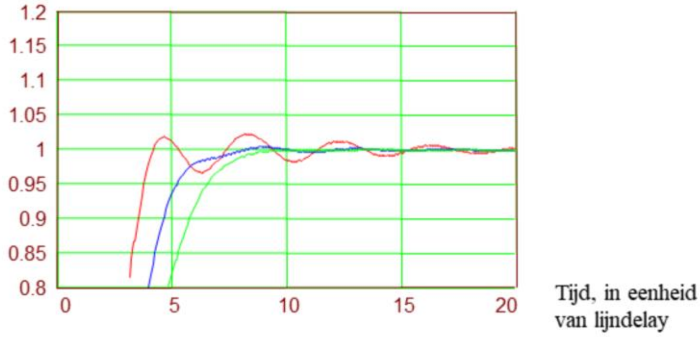
universiteit hasselt | KU LEUVEN 16

ECL

Response van een ongetermineerde lijn
Stijgtijd is 4, 5 en 6 maal transmission line delay
BLOWUP van de verticale as

$ZS = 10$ $RL = 1\cdot 10^4$

$ZC = 65$ $CL = 0$

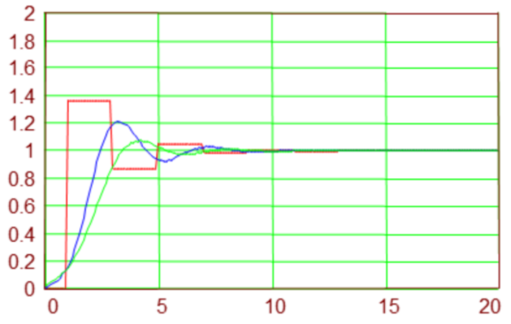


TTL/CMOS

Response van een ongetermineerde lijn
Stijgtijd is 0, 2 en 3 maal transmission line delay

$ZS = 30$ $RL = 1 \cdot 10^4$

$ZC = 65$ $CL = 0$



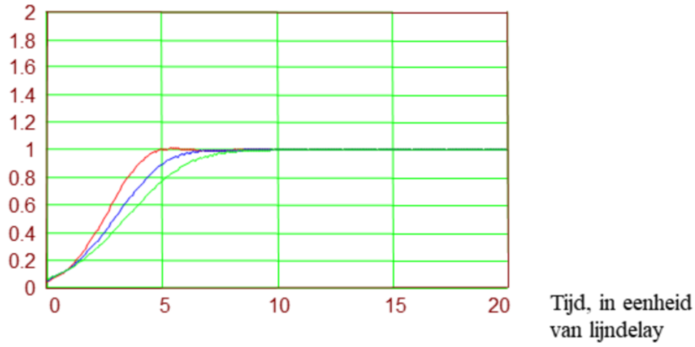
universiteit hasselt | KU LEUVEN 18

TTL/CMOS

Response van een ongetermineerde lijn
Stijgtijd is 4, 5 en 6 maal transmission line delay

$ZS = 30$ $RL = 1 \cdot 10^4$

$ZC = 65$ $CL = 0$

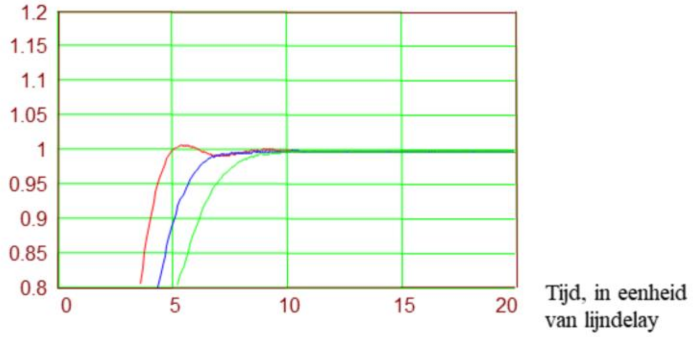


TTL/CMOS

Response van een ongetermineerde lijn
Stijgtijd is 4, 5 en 6 maal transmission line delay
BLOWUP van de verticale as

$ZS = 30$ $RL = 1 \cdot 10^4$

$ZC = 65$ $CL = 0$



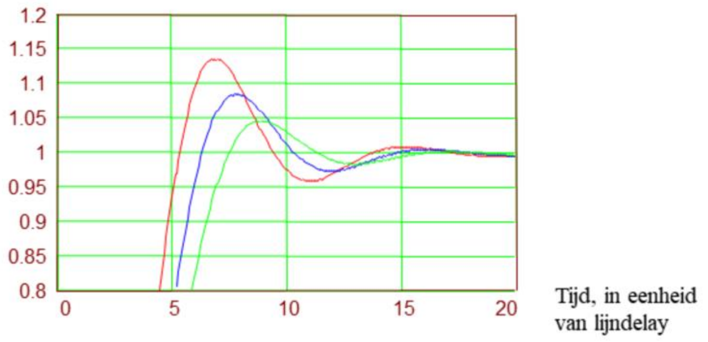
universiteit hasselt | KU LEUVEN 20

CMOS met capacitieve belasting (20 pF)

Response van een ongetermineerde lijn
Stijgtijd is 4, 5 en 6 maal transmission line delay
BLOWUP van de verticale as

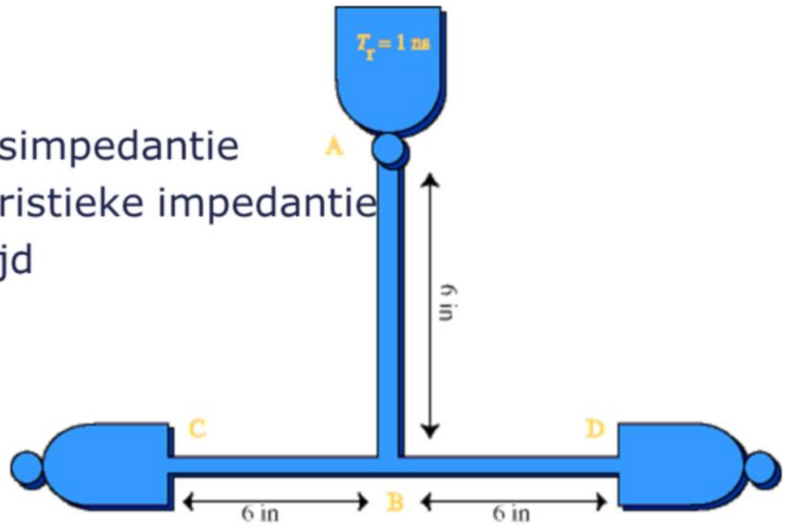
$ZS = 30$ $R_L = 1 \cdot 10^4$

$ZC = 65$ $C_L = 2 \cdot 10^{-11}$



T-stuk

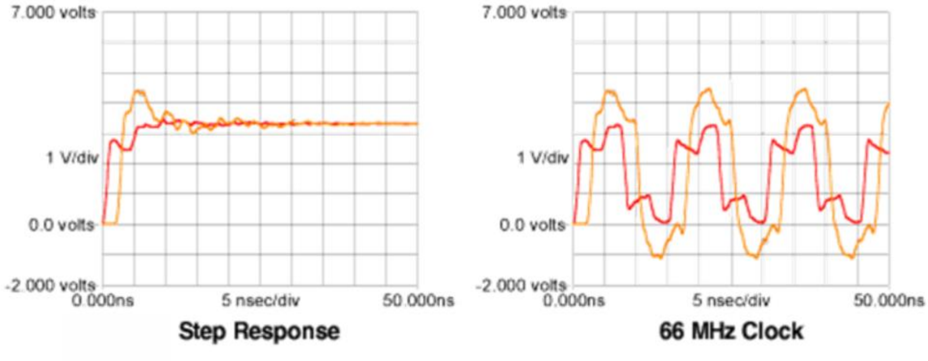
- Hoe ontwerpen we nu de terminatie van een T-stuk?
  - 3.3 V stap
  - 10 Ω uitgangsimpedantie
  - 50 Ω karakteristieke impedantie
  - 1 nsec stijgtijd



universiteit hasselt | KU LEUVEN 22

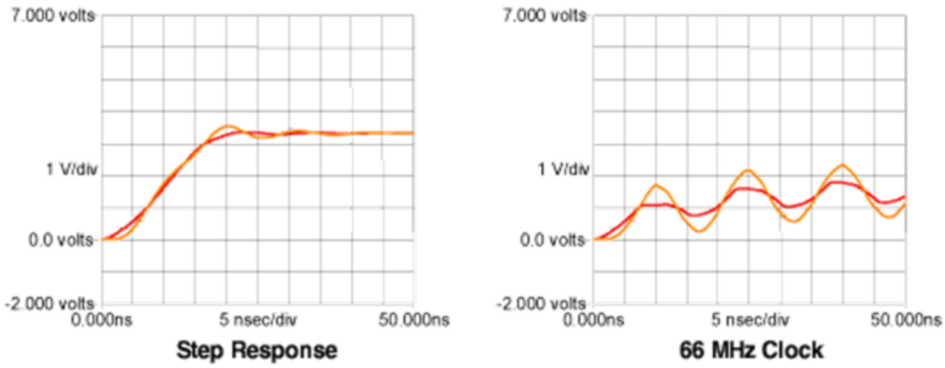
Optie 1: basis uitvoering: geen terminatie

- Duidelijke ringing is aanwezig



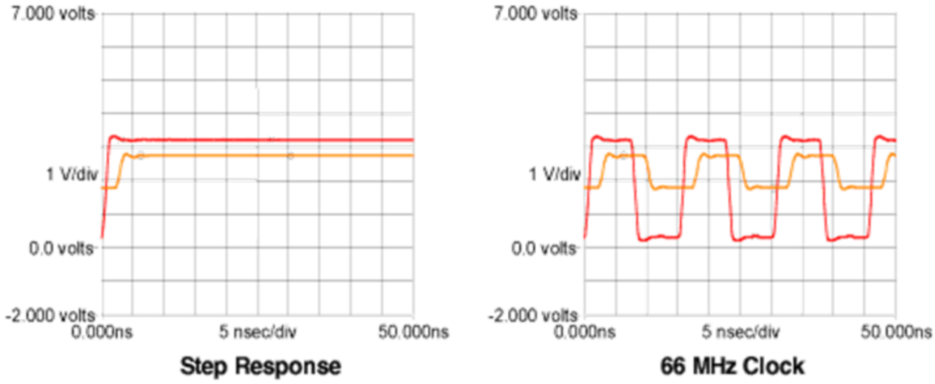
Optie 2: een trage driver (15 nsec)

- Dit kan het ringing probleem oplossen, maar de klok is er niet mee geholpen



Optie 3 Terminatie aan bron en elk eind

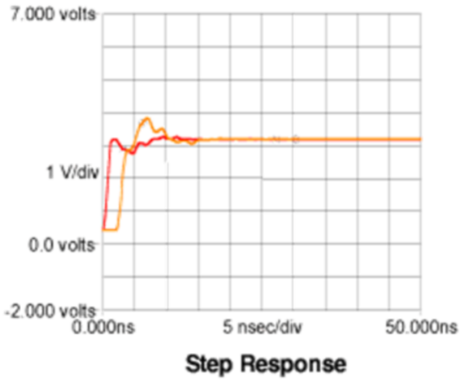
- Geen refecties en ringing maar een signaal dat maar 1/3 van het normale signaal is

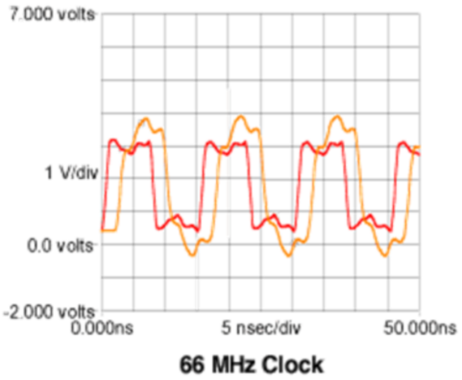


universiteit hasselt | KU LEUVEN 25

Optie 4: beperkte terminantie

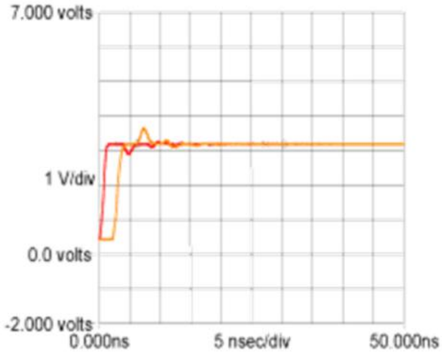
- Geen terminatie aan de bron, 100 Ω aan elk eindpunt (200 Ω naar Vcc en 200 Ω naar de grond)
- Geen amplitudeverlies maar beduidende ringing



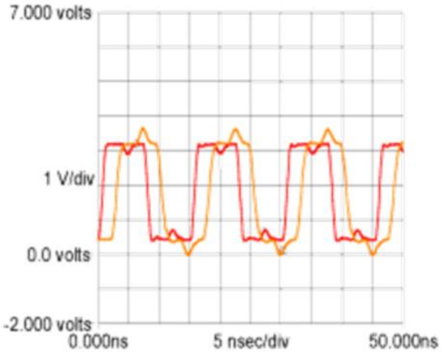


Optie 5 aanpassing impedantie lijn

- We kiezen de lijn impedantie 50 Ω tot B en 100 Ω tot de eindpunten. Aan de eindpunten termineren we met 100 Ω
- Er is nog wat reflectie te zien omdat de ingangscapaciteit 3 pF genomen is



Step Response



66 MHz Clock

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Smith_chart
[2] https://quicksmith.online/index.html#

AC-Stroom van een transmissielijn

- Wanneer een signaal met amplitude $u(x)$ langs een transmissielijn van de bron naar de belasting loopt, hoort daarbij een stroom $i(x)$ zijnde:
- Wanneer een signaal met amplitude $\rho\, u'(x)$ van de belasting terugloopt naar de bron, hoort daarbij een stroom $i'(x)$ zijnde:
- Gecombineerd levert dit een stroom i":

$$i(x) = \frac{u(x)}{Z_o}$$

$$i'(x) = \frac{\rho u'(x)}{Z_o}$$

$$i''(x) = \frac{u(x)}{Z_o} - \frac{\rho u'(x)}{Z_o}$$

universiteit hasselt | KU LEUVEN 29

Verband tussen de amplitude en de positie

- Een in één richting lopende golf met vaste amplitude en frequentie van de bron heeft overal op de transmissielijn dezelfde amplitude maar een verschillende fase
- De fase varieert met de afstand x als:
- De fase van de teruglopende golf evolueert natuurlijk omgekeerd

$$u(x) = u_o e^{-jkx}$$
$$\rho u'(x) = \rho u_o e^{jkx}$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

30

Relatie ter hoogte van de belasting

- Ter hoogte van de belasting kiezen we x=0
- Daardoor krijgen we een negatieve x naar de bron toe
- De stroom en de spanningen aan de belasting worden nu:
- En natuurlijk geldt ook de wet van Ohm

$$u(0) = u_o + \rho u_o$$

$$i(0) = \frac{u_o}{Z_o} - \frac{\rho u_o}{Z_o}$$

$$Z_L = \frac{u(0)}{i(0)} = Z_o \frac{1+\rho}{1-\rho}$$

Waarde van de reflectie aan de belasting

De waarde van de reflectiecoëfficiënt kan bepaald worden uit de karakteristieke impedantie Z_o en de belasting Z_L

$$Z_L = Z_o \frac{1+\rho}{1-\rho}$$

$$\rho = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$$

32

Stroom-spanningsrelatie elders op de transmissielijn

- Eens de reflectie gekend, kunnen we ook de stromen en de spanning uitrekenen elders op de transmissielijn
- Hieruit volgt dan ook de impedantie op dat punt

$$u(-l) = u_o e^{-jk(-l)} + \rho u_o e^{jk(-l)}$$

$$i(-l) = \frac{u_o e^{-jk(-l)}}{Z_o} - \frac{\rho u_o e^{jk(-l)}}{Z_o}$$

$$Z(-l) = \frac{u(-l)}{i(-l)} = Z_o \frac{e^{jkl} + \rho e^{-jkl}}{e^{jkl} - \rho e^{-jkl}}$$

universiteit hasselt | KU LEUVEN 33

Andere formulering van de impedantie

- Dit is de impedantie van een transmissielijn bij een bepaalde frequentie
- Wanneer de frequentie verandert, verandert het golfgetal k en dus ook de impedantie

$$Z(-l) = Z_o \frac{e^{jkl} + \rho e^{-jkl}}{e^{jkl} - \rho e^{-jkl}}$$

$$= Z_o \frac{Z_L + jZ_o \tan(kl)}{Z_o + jZ_L \tan(kl)}$$

universiteit hasselt | KU LEUVEN 34

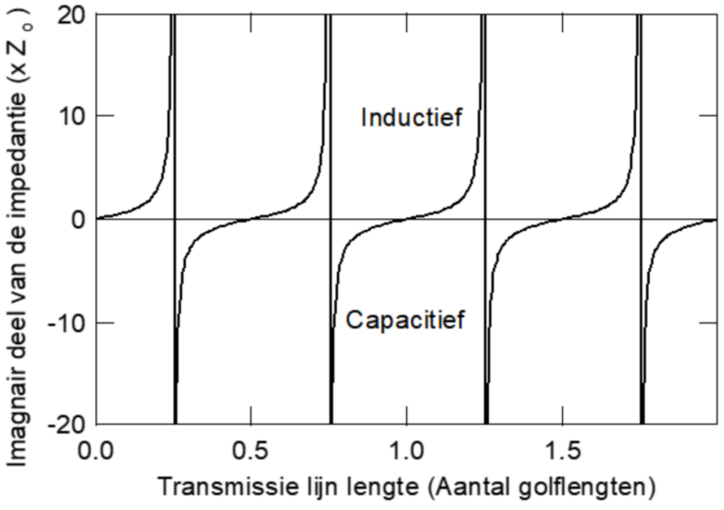
Voorbeeld 1: aangepaste transmissielijn

- Er treedt geen reflectie op en de impedantie is over de gehele transmissielijn gelijk aan de karakteristieke impedantie Z_o.
- De impedantie is ook onafhankelijk van de frequentie
- Alle energie van het signaal wordt overgebracht naar de belasting

$$\boxed{\begin{gathered}\rho = 0 \\ Z(-l) = Z_o = Z_L\end{gathered}}$$

Voorbeeld 2: kortgesloten transmissielijn

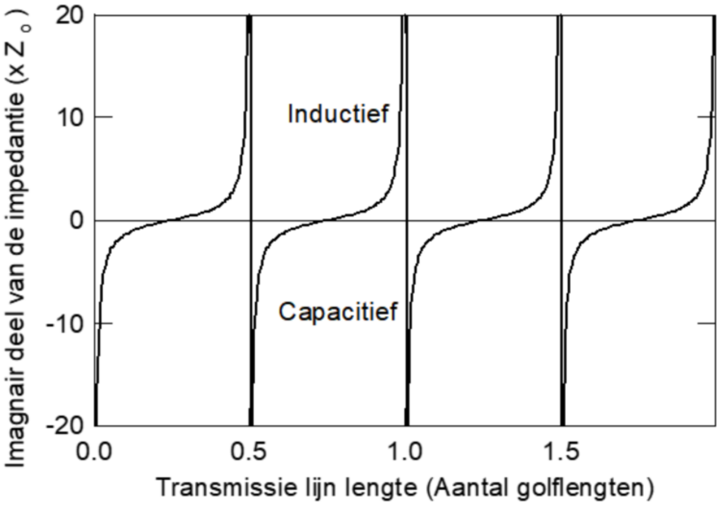
- Terugkerende golf heeft zelfde amplitude maar tegengesteld teken
- Alle energie in de golf keert terug
  - kan ook niet anders, er is geen belasting om energie aan te geven
- De geziene impedantie is zuiver imaginair
  - kan ook niet anders, er is geen vermogenverbruik



$$\rho = -1$$
$$Z(-l) = jZ_o \tan(kl)$$

Voorbeeld 3 open transmissielijn

- Terugkerende golf heeft zelfde amplitude en hetzelfde teken
- Alle energie in de golf keert terug
  - kan ook niet anders, er is geen belasting om energie aan te geven
- De geziene impedantie is zuiver imaginair
  - kan ook niet anders, er is geen vermogenverbruik



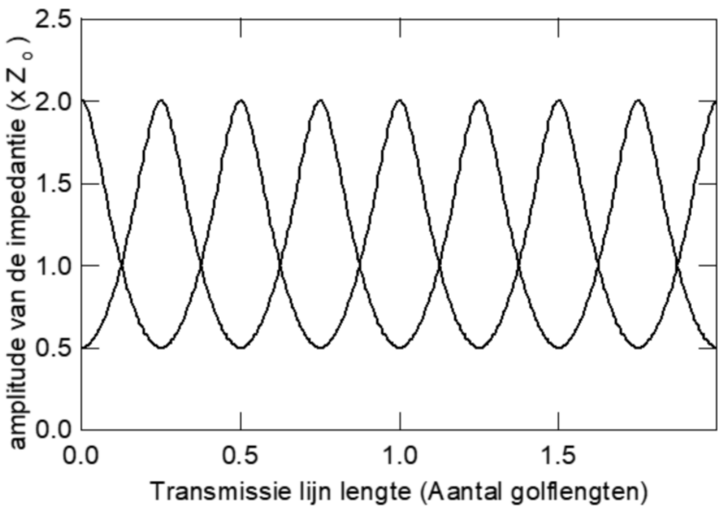
$$\rho = 1$$

$$Z(-l) = \frac{-jZ_o}{\tan(kl)}$$

universiteit hasselt | KU LEUVEN 37

Voorbeeld 4: slecht aangepaste transmissielijn

- Wanneer de transmissielijn afgesloten is op een belasting die niet aangepast is, dan varieert de impedantie van de lijn met zijn lengte.



Lijn afgesloten op
- de helft
- het dubbele

van zijn Z_o.

universiteit hasselt | KU LEUVEN 38

Een deel van de energie komt dan ook terug naar de bron.

Voorbeeld 5: frequentieafhankelijkheid

In de voorafgaande voorbeelden beschouwden we steeds de impedantie in functie van de lengte van de lijn. We kunnen de impedantie ook plotten in functie van de frequentie. We bekomen hier gelijkaardige grafieken omdat:

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}}$$

$$\boxed{Z(k) = Z_o \frac{Z_L + jZ_o \tan(kl)}{Z_o + jZ_L \tan(kl)}}$$

Uitdrukking in functie van Γ

- De absolute waarde van ρ is steeds kleiner dan 1
- Γ kan voorgesteld worden in het complexe vlak
- Bewegen langs de transmissielijn is bewegen op een cirkel rond de oorsprong.

$$\Gamma = \rho e^{-2jkl}$$

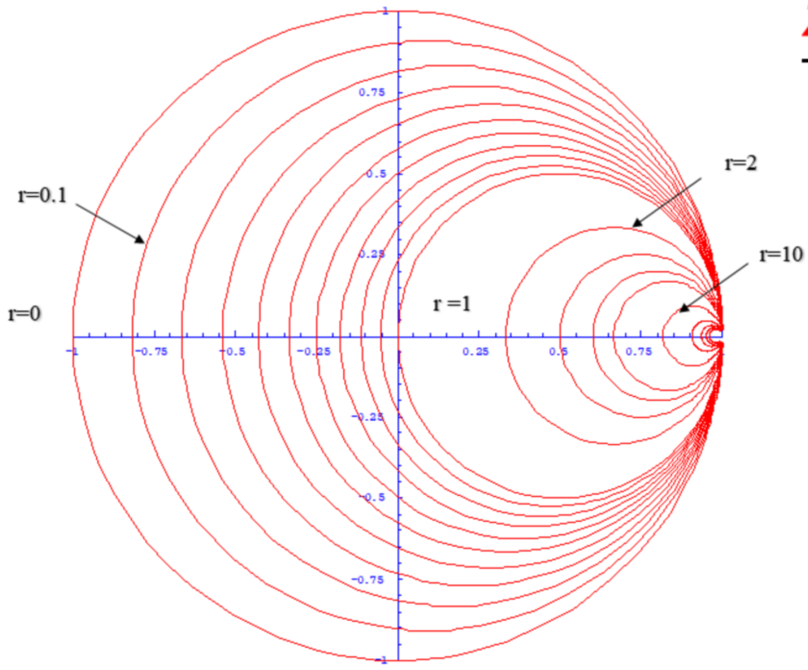
$$\begin{aligned} Z(-l) &= Z_o \frac{e^{jkl} + \rho e^{-jkl}}{e^{jkl} - \rho e^{-jkl}} \\ &= Z_o \frac{1 + \rho e^{-2jkl}}{1 - \rho e^{-2jkl}} \\ &= Z_o \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \end{aligned}$$

Smith kaart

- Een Smith kaart is een cirkel met straal 1 in het complexe vlak waar we de waarde van Γ in tekenen.
- Een hele toer in de Smith kaart is een transmissielijnlengte van $\lambda/2$
- Lijnen van constante r en x van $Z/Z_o=r+ix$ zijn in deze kaart getekend zodat we van de waarde van Γ onmiddellijk om de waarde van Z kunnen aflezen.
- Ook lijnen van constant g en b (met $Y Z_o=g+ib$) kunnen op deze Smith kaart getekend worden

universiteit hasselt | KU LEUVEN 41

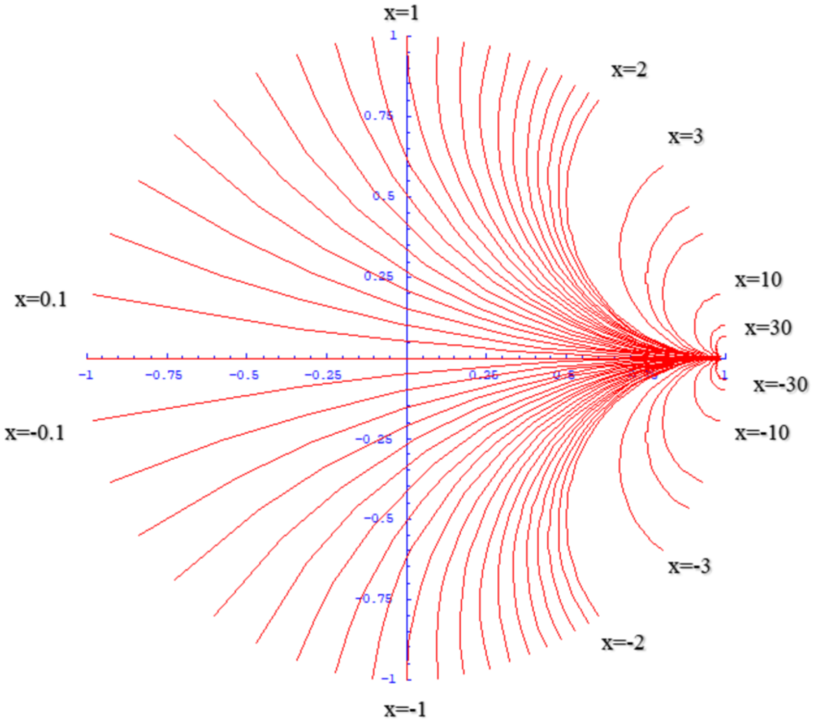
Cirkels van constante r



$$\frac{Z(-l)}{Z_o} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

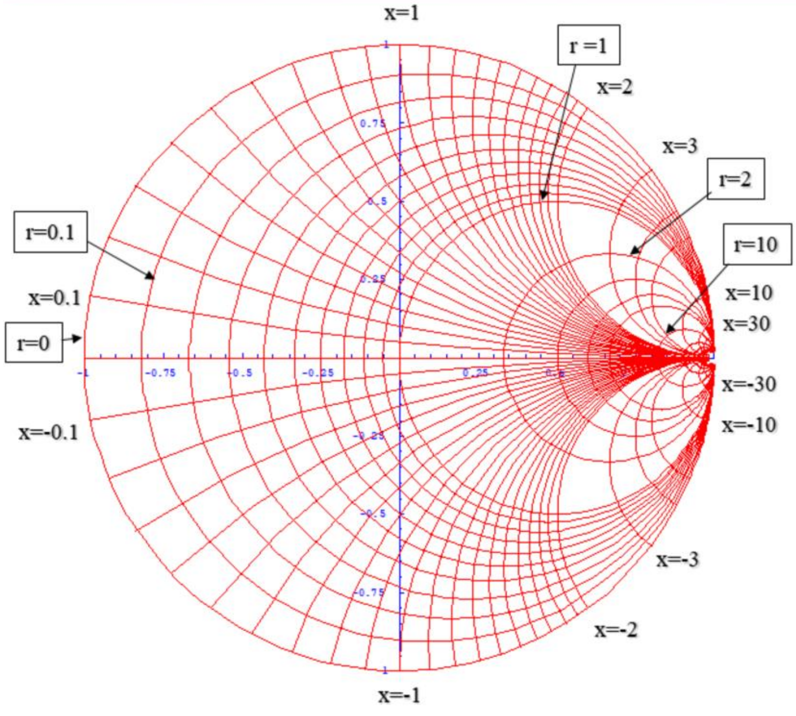
$$\boxed{\Gamma = \rho e^{-2jkl}}$$

cirkels van constante x



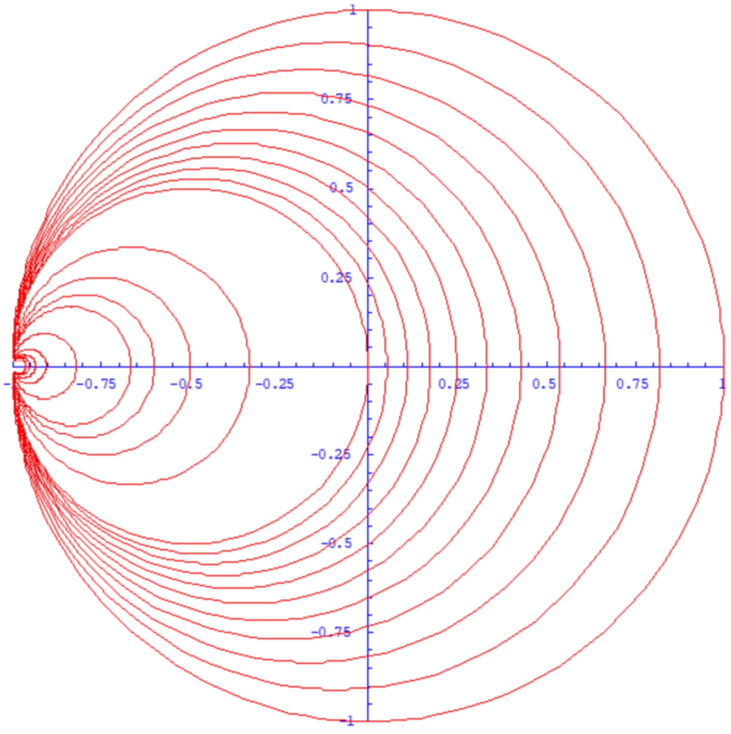
universiteit hasselt | KU LEUVEN 43

Smith kaart: gecombineerde r en x



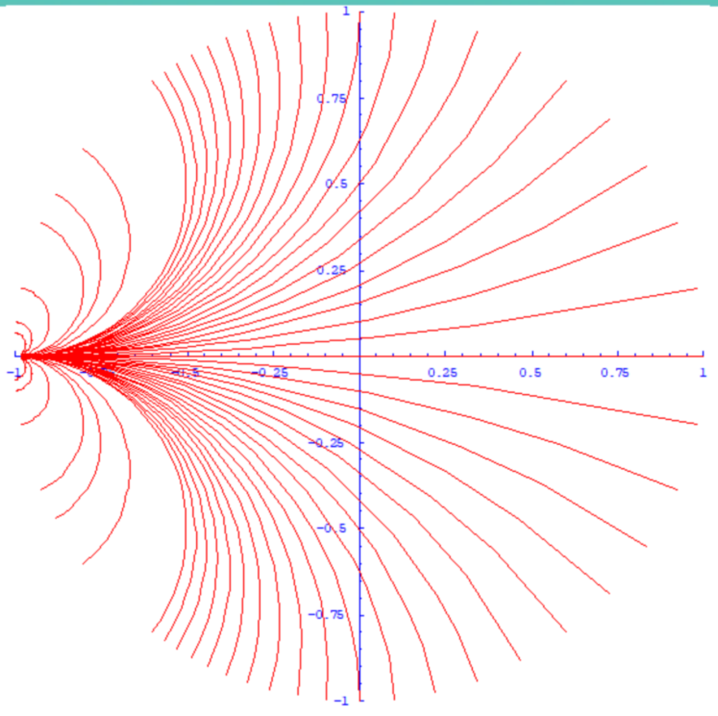
Voor elk punt op de kaart kunnen we de waarde voor r en x aflezen

cirkels van constante g



universiteit hasselt | KU LEUVEN 45

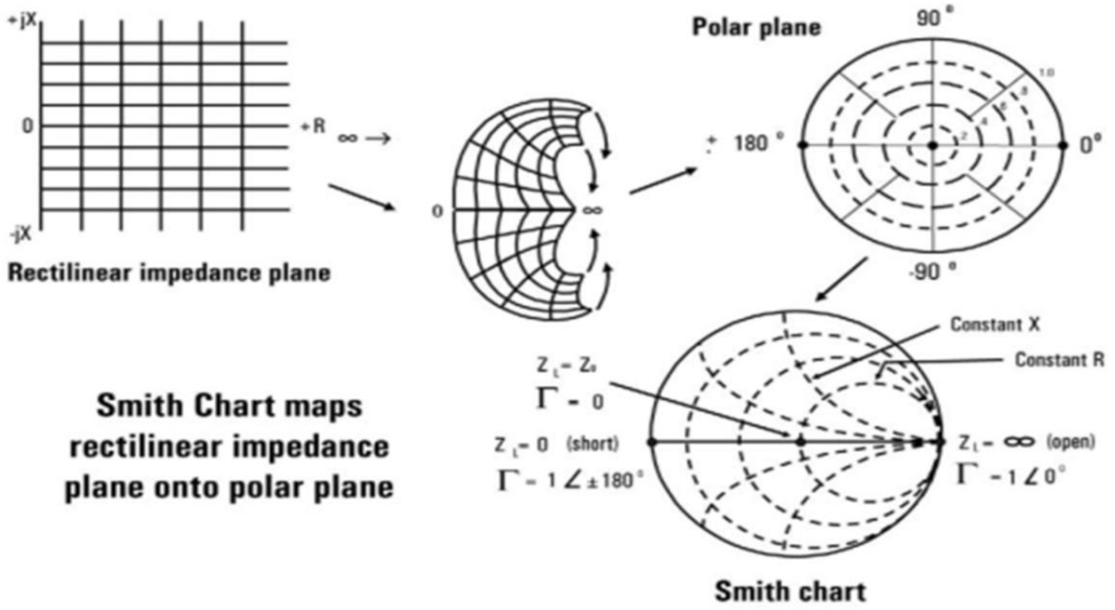
cirkels van constante b



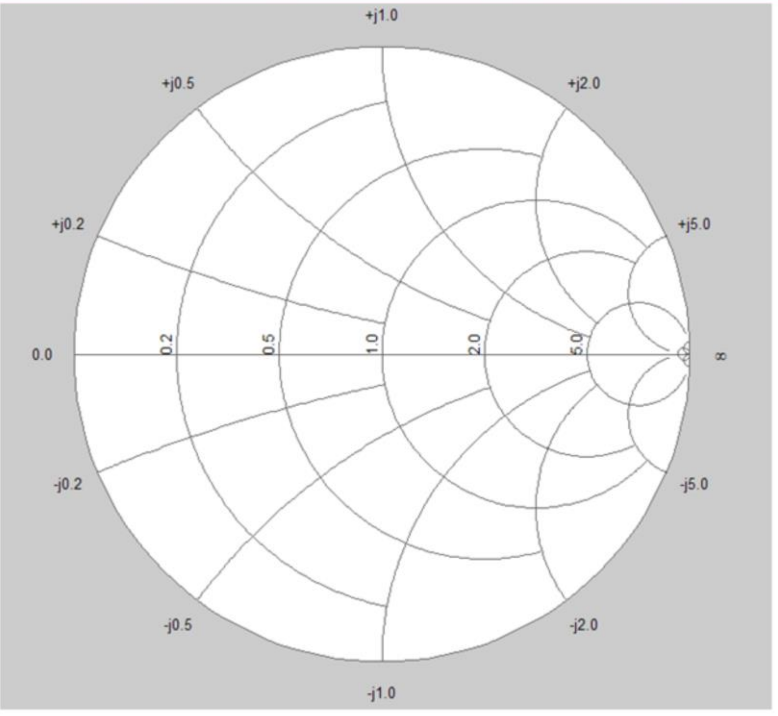
Vaak staan de lijnen van constante g en b niet op de kaart. Zij kunnen bekomen worden door te spiegelen rond de verticale as.

universiteit hasselt | KU LEUVEN 46

Smith chart voorstelling



Smith Chart maps rectilinear impedance plane onto polar plane



universiteit hasselt | KU LEUVEN 48

Werken met een Smith kaart

- Plaats het punt van de belasting Z_L/Z_o=r+ix of Y_LZ_o=g+ib op de Smith kaart door de kruising te vinden van de respectievelijke r en x lijnen of de g en b lijnen.
- Beweeg dan aan de hand van een concentrische cirkel (wijzerzin) van de belasting naar de bron toe (een halve golflengte is een omwenteling).
- Hier kunnen we dan weer Z of Y aflezen.
  - mogelijk tellen we hier een bijkomend element op
  - de nieuwe Z of Y plaatsen we dan terug op de kaart en herbeginnen voor het resterend stuk van de lijn ...

universiteit hasselt | KU LEUVEN 49

Opmerkingen

- In het voorafgaande veronderstelden we steeds een redelijk korte transmissielijn, waarbij we de verzwakking op de lijn konden verwaarlozen. Wanneer de verzwakking meegeteld wordt, wordt de formule:

$$Z(-l) = Z_o \frac{e^{jkl+\alpha l} + \rho e^{-jkl-\alpha l}}{e^{jkl+\alpha l} - \rho e^{-jkl-\alpha l}}$$

Inbrengen van de verzwakking in Γ

- De verzwakking op de lijn maakt de reflectie kleiner
- We gaan dus op de Smith kaart op een exponentiele spiraal naar het centrum toe als we van de belasting naar de bron gaan.

$$\boxed{\Gamma = \rho e^{-2jkl} e^{-2\alpha l}}$$

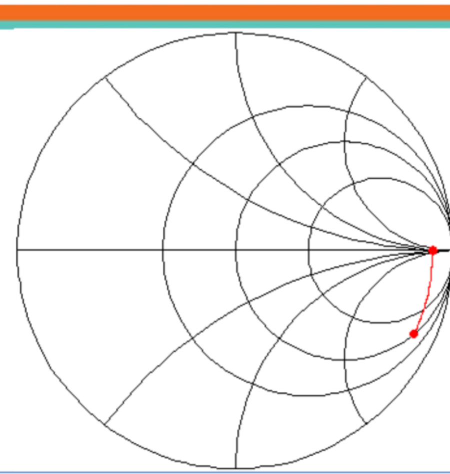
universiteit hasselt | KU LEUVEN 51

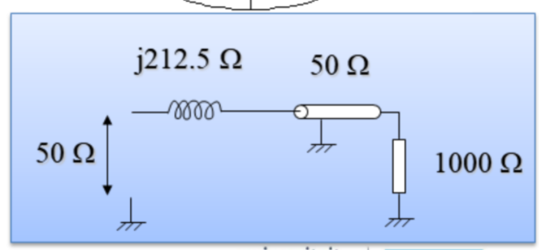
Matching

- Wanneer we een signaal met een bepaalde frequentie beschouwen en we gaan naar de bron toe, zullen we op een bepaald moment de cirkel r=1 snijden.
- Hier kunnen we dan ofwel de juiste condensator in serie plaatsen, ofwel de juiste inductantie in serie bijplaatsen zodat x=0
- We kunnen ook stoppen als we de cirkel g=1 snijden.
- Hier kunnen we een condensator, inductantie of transmissielijn in parallel bijplaatsen zodat b=0

Voorbeeld 1: transformatie van 1000 Ω naar 50 Ω

- plaats de 1000 Ω op de kaart
- draai wijzerzin tot de cirkel r=1 (50Ω) gesneden wordt (25,2°)
  - Dit is een transmissielijn van 3.4% van de golflengte
  - bv 10.2 cm bij 500 MHz
- Op dit punt lezen we een impedantie (50-j 212,5) Ω af
- Een serie-impedantie (jωL) van j 212.5 Ω levert 50 Ω aanpassing op.
  - bv 67 nH bij 500 MHz
- **Dit is maar voor één frequentie ω.**



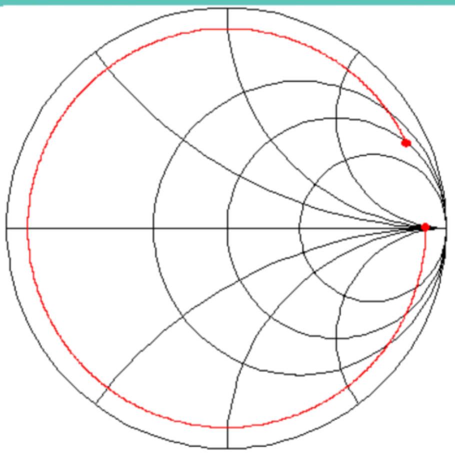


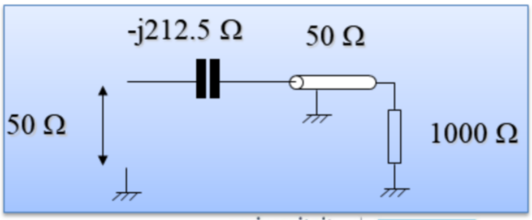
We kunnen dus aan de hand van deze aanpassing een antenne van 1000 Ohm aansluiten op een coaxiale kabel met een karakteristieke impedantie van 50 Ohm zonder reflecties te bekomen. Let echter wel op: Dit werkt slechts bij een frequentie en de 1000 Ohm weerstand zal ook de volledige energie in het signaal dissiperen. Stel bijvoorbeeld dat er een sinusvormig signaal van 1 Volt piekspanning wordt aangelegd. Hierdoor zou er bij een afsluiting op 50 Ohm 10 mW gedissipeerd worden. Welnu de 1000 Ohm weerstand zal evenveel energie opnemen. Hierdoor wordt het spanningsniveau aan de belasting wel opgeslingerd tot 4.47 Volt piekspanning.

P.S. Bij de berekening van de golflengte werd de permitiviteit van het dielectricum van de transmissielijn 4 verondersteld.

Voorbeeld 2: transformatie van 1000 Ω naar 50 Ω

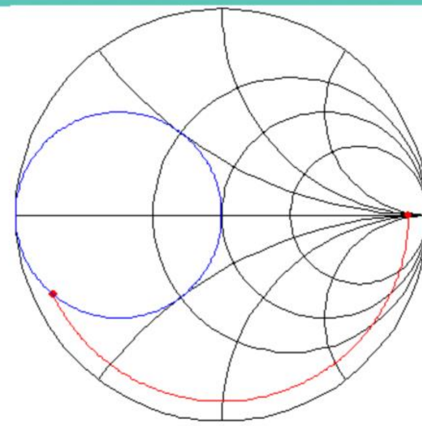
- plaats de 1000 Ω op de kaart
- draai wijzerzin tot de bovenste helft van de cirkel r=1 (50Ω) gesneden wordt (334,8°)
  - Dit is een transmissielijn van 46.6% van de golflengte
- Op dit punt lezen we een impedantie (50+j 212,5) Ω af
- Een serie-impedantie (1/jωC) van -j 212.5 Ω levert 50 Ω aanpassing op.
  - bv 1.5 pF bij 500 MHz
- **Dit is maar voor één frequentie ω.**

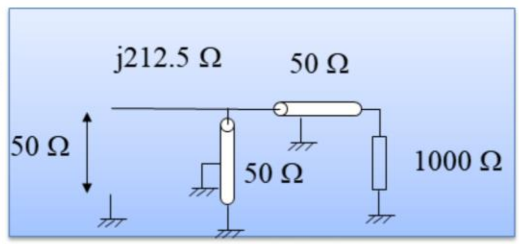




Voorbeeld 3: transformatie van 1000 Ω naar 50 Ω

- plaats de 1000 Ω op de kaart
- draai wijzerzin tot de onderste helft van de cirkel g=1 (0.02 S) gesneden wordt (154,8°)
  - Dit is een transmissielijn van 21.6 % van de golflengte
- Op dit punt lezen we een impedantie (0.02+j 0.08497) S af
- Een parallel-impedantie van -j 0.08497 S levert 50 Ω aanpassing op.
  - bv een spoel van 3.4 nH bij 500 MHz
- In de plaats van een spoel kunnen we ook een kortgesloten stuk transmissielijn van de juiste lengte gebruiken.
- Dit is maar voor één frequentie ω.





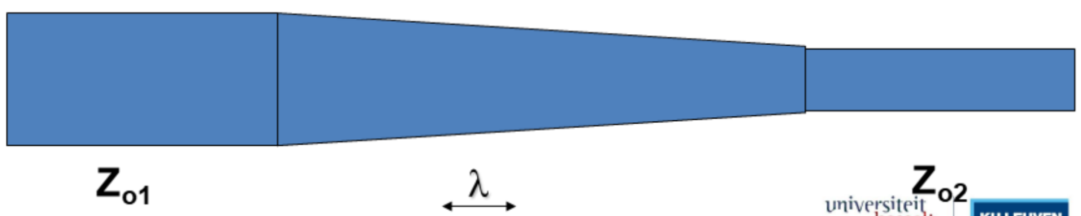
Als er een DC signaal op de transmissielijn kan zitten, is het in de meeste sommige gevallen beter een open stuk transmissielijn als stub (parallel stuk) te nemen. In dit geval zullen we een langer stuk transmissielijn nodig hebben.

We kunnen, als we het stuk transmissielijn nog een stuk langer maken (tot het tweede snijpunt met de blauwe cirkel) ook een een capaciteit in parallel plaatsen. Deze capaciteit kunnen we dan vervangen door een stukje open transmissielijn.

Impedantie aanpassing tussen transmissielijnen

Om over te gaan van een transmissielijn met een karakteristieke impedantie Z_{o1} maar een transmissielijn met impedantie Z_{o2} bestaan de volgende mogelijkheden:

- Een kwart golflengte stukje
  - Dit werkt maar bij één frequentie
- Een getaperde overgang over meerdere golflengtes
  - Door de langzame overgang treed slechts een minimale reflectie op.
  - Werkt voor alle frequenties



kwart golflengte stukje

- Kies een stukje transmissielijn met karakteristieke impedantie $(Z'_o)^2 = Z_{o1} Z_{o2}$
- Hierdoor liggen Z_{o1} en Z_{o2} symmetrisch op de Smith kaart van Z'_o
- Een halve cirkel verbindt de beide impedanties, dit is een kwart van de golflengte