

Oppervlakte binnen de hele cardioïde:

Voor de cardioïde gaat de hoek θ van 0 rad tot 2π rad.

Oppervlakte =

$$r(\theta) := 1 - \cos(\theta)$$

Gereed

$$0.5 \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} (r(\theta))^2 d\theta$$

4.71238898038

Hiervan trekken we de oppervlakte ingesloten tussen cardioïde en cirkel af.

Deze oppervlakte nu eerst berekenen:

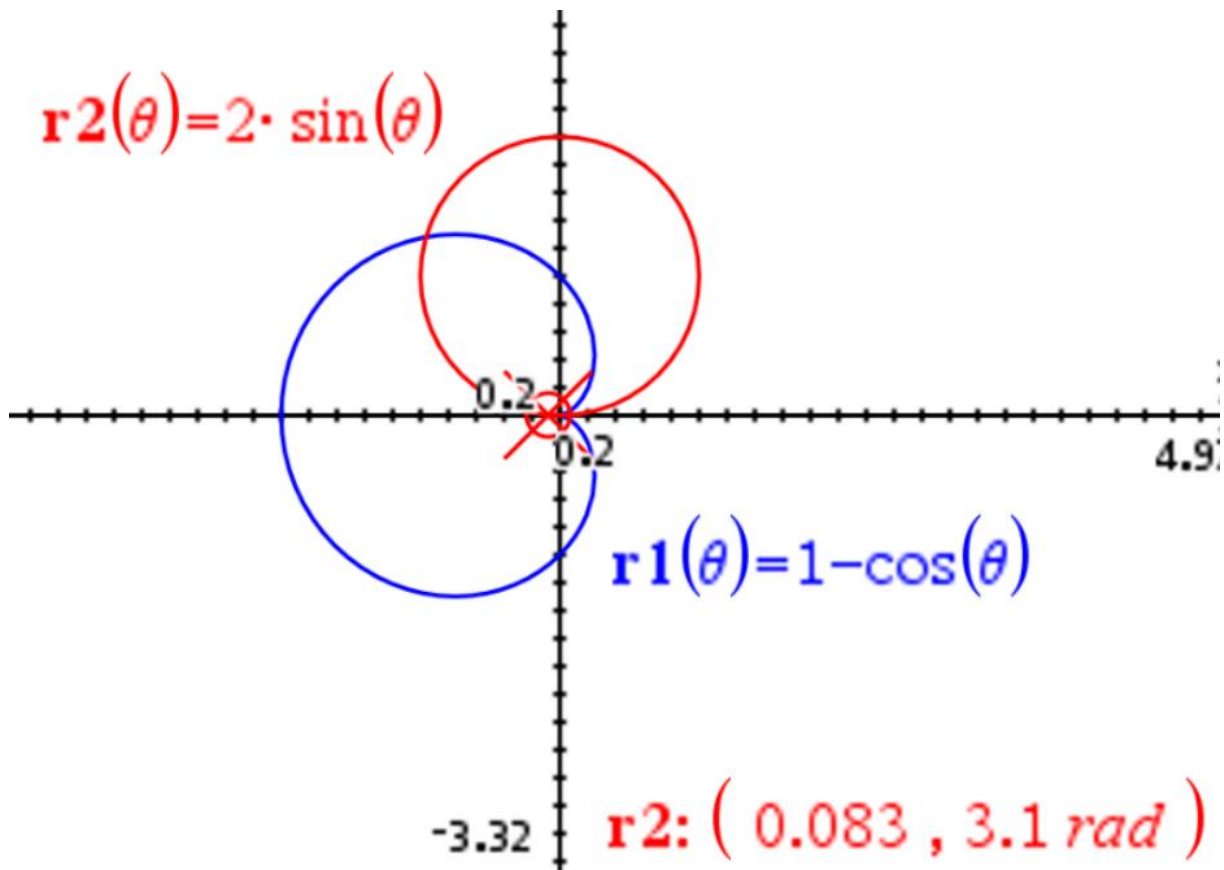
Met spoor stellen we vast dat hoek θ voor de cardioïde en hoek θ voor de cirkel dezelfde waarde hebben in hun snijpunt, namelijk ongeveer 2,2 rad.

Deze snijhoek exact bepalen:

$$\text{solve}(1-\cos(\theta)=2\cdot\sin(\theta),\theta=2.2)$$

$$\theta=2.21429743559$$

Hoek θ bepalen waarbij de cirkel opnieuw in de oorsprong komt: π rad.



Dus: oppervlakte blauwe kromme (cardioïde) met θ van 0 rad tot 2,214297 rad PLUS oppervlakte rode kromme (cirkel) met θ van 2,214297 rad tot π rad:

$$0.5 \cdot \int_0^{2.214297} (r(\theta))^2 d\theta$$

$$0.740722519138$$

$$r_2(\theta) := 2 \cdot \sin(\theta)$$

Gereed

$$0.5 \cdot \int_{2.214297}^{\pi} (r_2(\theta))^2 d\theta$$

0.447295775555

$$0.74072252 + 0.44729578 = 1.18801829$$

Gevraagde oppervlakte =

$$4.7123889803847 - 1.188018294693$$

3.52437068569