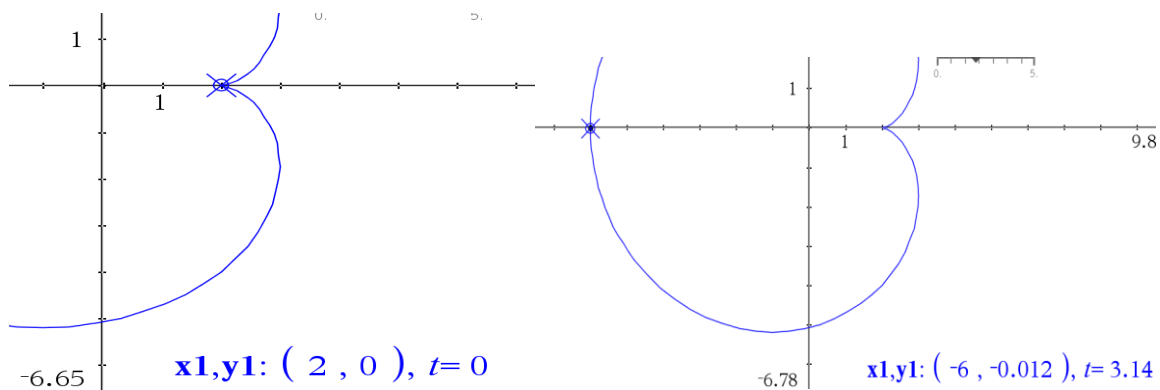


Wegens symmetrie is het voldoende tweemaal de oppervlakte boven de x-as te nemen.

Met spoor eerst de t-waarden in de begin- en eindpunten benaderend bepalen en vervolgens exact berekenen:



Dus van benaderend $t = 0$ tot $t = 3.14$.

Die t-waarden nu exact berekenen:

Snijding met de x-as: stel $y = 0$:

$$\text{solve}(2 \cdot a \cdot \sin(t) - a \cdot \sin(2 \cdot t) = 0, t) | 0 \leq t \leq 2 \cdot \pi$$

$$0 \leq t \leq 2 \cdot \pi \text{ and } a=0 \text{ or } t=0 \text{ or } t=\pi \text{ or } t=2 \cdot \pi$$

Dus $t = 0$ en $t = \pi$.

Oppervlakte parameterkromme: $\int_{t=p}^{t=q} y(t) \cdot dx(t)$

Dus:

$$x(t) := 2 \cdot a \cdot \cos(t) - a \cdot \cos(2 \cdot t)$$

Done

$$y(t) := 2 \cdot a \cdot \sin(t) - a \cdot \sin(2 \cdot t)$$

Done

$$\int_0^{\pi} y(t) \, d(x(t))$$

"Error: Argument must be a variable name."

Dit lukt niet! Het rekentoestel kan geen differentiaal hanteren waar een functie in staat: $d(x(t))$ is het probleem en dat moeten we eerst zelf uitrekenen:

$$d(x(t)) = \frac{dx(t)}{dt} \cdot dt$$

$$eerste(t) := \frac{d}{dt}(x(t))$$

Done

$$eerste(t)$$

$$2 \cdot a \cdot \sin(2 \cdot t) - 2 \cdot a \cdot \sin(t)$$

De integraal wordt dus:

$$\int_0^{\pi} (y(t) \cdot (2 \cdot a \cdot \sin(2 \cdot t) - 2 \cdot a \cdot \sin(t))) \, dt$$

$$-3 \cdot a^2 \cdot \pi$$

Opmerking over het minteken:

Dat hadden we kunnen voorspellen! Als we de grafiek in t-richting integreren van $t = 0$ naar $t = \pi$, dan lopen we eigenlijk tegengesteld aan de x-as en dus komt de integraal negatief uit.

De correcte integraal zou dus \int_{π}^0 zijn.

We moesten de oppervlakte maal 2 doen: $6\pi a^2$