$f(x,y):=x^3+x\cdot y^2-\frac{y^2}{3}-3\cdot x+6$ *Done*

$dfdx(x,y):=\frac{d}{dx}(f(x,y))$ *Done*

$dfdy(x,y):=\frac{d}{dy}(f(x,y))$ *Done*

$\text{solve}\left(\begin{cases} dfdx(x,y)=0 \\ dfdy(x,y)=0 \end{cases},x,y\right)$

$x=-1 \text{ and } y=0 \text{ or } x=\frac{1}{3} \text{ and } y=\frac{-2\cdot\sqrt{6}}{3} \text{ or } x=\frac{1}{3} \text{ and } y=\frac{2\cdot\sqrt{6}}{3} \text{ or } x=1 \text{ and } y=0$

Vier kritische punten:

(-1 ; 0) en (1 ; 0) en $\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{-2.\sqrt{6}}{3}\right)$ en $\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{2.\sqrt{6}}{3}\right)$

Aard van de kritische punten bepalen met de Hessiaan:

$dfdxx(x,y):=\frac{d^2}{dx^2}(f(x,y))$ *Done*

$dfdxy(x,y):=\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dy}(f(x,y))\right)$ *Done*

$dfdyy(x,y):=\frac{d^2}{dy^2}(f(x,y))$ *Done*

$h(x,y):=\det\left(\begin{bmatrix} dfdxx(x,y) & dfdxy(x,y) \\ dfdxy(x,y) & dfdyy(x,y) \end{bmatrix}\right)$ *Done*

In punt (-1 ; 0):

$h(-1,0)$ 16

Hessiaan = 16 > 0 en dus moeten we kijken naar het getal dat links boven staat in de Hessiaan:

$dfdxx(-1,0)$ -6

Dat is < 0 en dus heeft z=f(x,y) een maximum in punt (-1 ; 0).

In punt (1,0):

$h(1,0)$ 8

Hessiaan = 8 > 0 en dus moeten we kijken naar het getal dat links boven staat in de Hessiaan:

$dfdxx(1,0)$ 6

Dat is > 0 en dus heeft z=f(x,y) een minimum in punt (1 ; 0).

In punt $\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{-2.\sqrt{6}}{3}\right)$:

$h\left(\frac{1}{3},\frac{-2\cdot\sqrt{6}}{3}\right)$ $\frac{-32}{3}$

Hessiaan = -32/3 < 0 en dus heeft z=f(x,y) een zadelpunt in punt $\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{-2.\sqrt{6}}{3}\right)$.

In punt $\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{2.\sqrt{6}}{3}\right)$:

$h\left(\frac{1}{3},\frac{2\cdot\sqrt{6}}{3}\right)$ $\frac{-32}{3}$

Hessiaan = -32/3 < 0 en dus heeft z=f(x,y) een zadelpunt in punt $\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{2.\sqrt{6}}{3}\right)$.