$y'' + y' = \sin^2(x)$

① $\underline{\underline{y_H(x)}}$

$y'' + y' = 0 \longrightarrow$ karakteristieke vgl.: $r^2 + r = 0$

csolve$(r^2 + r = 0, r) \Rightarrow r_1 = 0 ; r_2 = -1$

$y_H(x) = c_1 \cdot e^{0 \cdot x} + c_2 \cdot e^{-1 \cdot x} = c_1 + c_2 \cdot e^{-x}$

② $\underline{\underline{y_p(x)}}$

rechterlid $= f(x) = \sin^2(x) = \dfrac{1 - \cos(2 \cdot x)}{2} = \underbrace{\frac{1}{2}}_{f_1(x)} + \underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \cos(2 \cdot x)}_{f_2(x)}$

$f_1(x) = \frac{1}{2}$

$= e^{m \cdot x} \cdot \left[V_1(x) \cdot \cos(\theta \cdot x) + V_2(x) \cdot \sin(\theta \cdot x) \right]$

$= \underbrace{e^{0 \cdot x}}_{=1} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \underbrace{\cos(0 \cdot x)}_{=1} + \ldots \cdot \underbrace{\sin(0 \cdot x)}_{=0} \right]$

$\Downarrow$

$$y_{p_1}(x) = x^0 \cdot e^{m \cdot x} \cdot \left[W_1(x) \cdot \cos(\theta \cdot x) + W_2(x) \cdot \sin(\theta \cdot x) \right]^{p2}$$

$$= x^0 \cdot \underbrace{e^{0 \cdot x}}_{=1} \cdot \left[a \cdot \underbrace{\cos(0 \cdot x)}_{=1} + \ldots \cdot \underbrace{\sin(0 \cdot x)}_{=0} \right]$$

$$= x^0 \cdot a$$

* overeenkomst tussen de term van $y_{p_1}(x)$ en de termen van $y_H(x)$

$\times x$ doen

$$= x^0 \cdot a \cdot x$$

geen overeenkomst tussen de term van $y_{p_1}(x)$ en de termen van $y_H(x)$

$$y_{p_1}(x) = a \cdot x$$

$$f_2(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot x)$$

$$= e^{m \cdot x} \cdot \left[V_1(x) \cdot \cos(\theta \cdot x) + V_2(x) \cdot \sin(\theta \cdot x) \right]$$

$$= \underbrace{e^{0 \cdot x}}_{=1} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot x) + 0 \cdot \sin(2 \cdot x) \right]$$

$\Downarrow$

$$y_{p_2}(x) = x^? \cdot e^{m \cdot x} \cdot \left[W_1(x) \cdot \cos(\theta \cdot x) + W_2(x) \cdot \sin(\theta \cdot x)\right]$$

$$= x^? \cdot \underbrace{e^{0 \cdot x}}_{=1} \cdot \left[b \cdot \cos(2 \cdot x) + c \cdot \sin(2 \cdot x)\right]$$

$$= x^? \left[\underline{b \cdot \cos(2x)} + \underline{c \sin(2x)}\right]$$

geen overeenkomst tussen de termen van $y_{p_2}(x)$ en de termen van $y_H(x)$

$\downarrow$

$$y_{p_2}(x) = b \cdot \cos(2x) + c \cdot \sin(2x)$$

$$y_p(x) = y_{p_1}(x) + y_{p_2}(x) = a \cdot x + b \cdot \cos(2 \cdot x) + c \cdot \sin(2 \cdot x)$$

Nu a, b, c bepalen door $y_p(x)$ in te vullen in de opgave: $y_p(x)'' + y_p(x)' = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \cos(2 \cdot x)$

rekentoestel:

$yp(x) := a \cdot x + b \cdot \cos(2 \cdot x) + c \cdot \sin(2 \cdot x)$

$$\frac{d^2}{dx^2}(yp(x)) + \frac{d}{dx}(yp(x))$$

$$\rightsquigarrow (2c-4b)\cdot\cos(2x) + (-2b-4c)\cdot\sin(2x) + a$$
$$= \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\cos(2x)$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 2c-4b = -\frac{1}{2} \\ -2b-4c = 0 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{10} \\ c = -\frac{1}{20} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_p(x) = \frac{1}{2}\cdot x + \frac{1}{10}\cdot\cos(2\cdot x) - \frac{1}{20}\cdot\sin(2\cdot x)$$

③ $y(x) = y_H(x) + y_p(x)$

$$= C_1 + C_2\cdot e^{-x} + \frac{1}{2}\cdot x + \frac{1}{10}\cdot\cos(2x) - \frac{1}{20}\cdot\sin(2x)$$