

Quelques références de développements

Simon Billouet

1 Algorithme des facteurs invariants

On démontre algorithmiquement le théorème des facteurs invariants.

Référence : Objectif agrégation.

2 Calcul de l'intégrale de Dirichlet

On calcule la valeur de cette intégrale avec plein de théorèmes de dérivation sous les signes intégrales etc.

Référence : Oraux X-ENS Analyse 3 (il y a plusieurs méthodes exposées, il vaut probablement mieux traiter la plus longue)

3 Calcul de quelques déterminants

On montre sur des exemples quelques calculs de déterminants. Il y a moyen d'adapter... Les miens étaient : Vandermonde, circulant, Hürwitz et Smith.

Références : Gourdon pour les deux premiers, Oraux X-ENS Algèbre 2 pour les deux derniers.

4 Convergence d'une suite définie par récurrence

On étudie la suite définie par la récurrence $u_{n+1} = 1 - \lambda u_n^2$ avec $u_0, \lambda \in]0, 1[$.

Référence : Oraux X-ENS Analyse 1.

5 Critère de Raabe-Duhamel

6 Décomposition de Dunford : version effective

On montre par un analogue de la méthode de Newton l'existence de la décomposition de Dunford d'une matrice à coefficients complexes.

Référence : Boyer-Risler "Algèbre pour la licence 3", mais ce n'est pas très bien rédigé. Ca suffit à retrouver le développement le jour J, mais pour la compréhension, je conseille la lecture du texte de Laurent Dietrich <http://perso.eleves.bretagne.ens-cachan.fr/~ldiet783/doc/dunfordeffectif.pdf>.

7 Dénombrement de polynômes irréductibles sur un corps fini

On montre la formule d'inversion de Möbius et on en déduit une formule qui donne le nombre de polynômes irréductibles sur un corps fini (parfois, j'ai l'impression de me répéter dans ces descriptions).

Référence : Francinou-Giannella, Exercices d'algèbre pour l'agrégation.

8 Ellipsoïde de John et Loewner

On montre l'existence et l'unicité de l'ellipsoïde de volume minimal qui contient un compact fixé d'intérieur non vide.

Référence : Oraux X-ENS Algèbre 3.

9 Extrema liés

Référence : Gourdon.

10 Formule de Poisson

On montre la formule de Poisson ; il y a plusieurs applications.

Référence : Zuily-Quéfellec, Analyse pour l'agrégation.

11 Gradient à pas optimal

Une méthode d'approximation de solutions de systèmes linéaires dans le cas où la matrice est symétrique définie positive.

Référence : Warusfel et autres, Cours de mathématiques pures et appliquées (aka "Gros bouquin")

12 Isométries du cube et du tétraèdre

On détermine les groupes d'isométries desdits ensembles, ainsi que ceux des isométries positives.

Référence : plus ou moins Oraux X-ENS Algèbre 1, et surtout le texte de Sandrine Caruso http://bombo.toonywood.org/sandrine/pageperso/agreg/isom_tetra_cube.pdf.

13 Lemme de Morse

On démontre que toute fonction suffisamment régulière de différentielle nulle en un point et dont la différentielle seconde est une forme quadratique non dégénérée admet, à difféomorphisme près, une décomposition du même type que celle de la forme quadratique.

Référence : Rouvière, Petit guide de calcul différentiel.

14 Probabilité pour que deux entiers soient premiers entre eux

Référence : Oraux X-ENS Algèbre 1.

15 Simplicité du groupe alterné

Référence : Perrin, Cours d'algèbre.

16 Sous-groupes compacts de $GL(E)$

On montre que tout sous-groupe compact de $GL(E)$ est conjugué à un sous-groupe du groupe orthogonal.

Référence : Alessandri, Thèmes de géométrie pour l'agrégation. Et aussi le texte de Michel Coste <http://agreg-maths.univ-rennes1.fr/documentation/docs/ssgrpecompact.pdf>.

17 Surjectivité de l'exponentielle matricielle

On montre grâce au théorème d'inversion locale que toute matrice inversible admet un antécédent polynomial par l'exponentielle.

Référence : Nourdin, Thèmes pour l'agrégation. Voir aussi le document de Michel Coste <http://agreg-maths.univ-rennes1.fr/documentation/docs/Exponentielle.pdf>.

18 Théorème de Burnside

On montre que tout sous-groupe d'exposant fini du groupe linéaire complexe est fini.

Référence : Oraux X-ENS Algèbre 2.

19 Théorème de Frobenius-Zolotarev

Référence : Objectif agrégation.

20 Version faible du théorème de Dirichlet

On montre qu'il y a une infinité de nombres premiers congrus à 1 modulo n importe quoi, par des arguments cyclotomiques.

Référence : Oraux X-ENS Algèbre 1.

21 Théorème de Banach-Steinhaus

On montre ce fameux théorème et on en déduit qu'il existe des fonctions différentes de leurs séries de Fourier.

Référence : Gourdon.

22 Théorème de Bernstein

On montre qu'une fonction infiniment dérivable dont toutes les dérivées d'ordre pair sont positives est analytique.

Référence : Gourdon.

23 Théorème de Cauchy-Lipschitz

Référence : Demailly, Analyse numérique et équations différentielles.

24 Théorème des deux carrés

On montre qu'un entier est somme de deux carrés si et seulement si la valuation p -adique de cet entier est paire pour tout premier p congru à 3 modulo 4.

Référence : Francinou-Giannella, Exercices d'algèbre pour l'agrégation.

25 Théorèmes de Dini et Helly

Référence : Oraux X-ENS Analyse 2.

26 Théorème de Liapounov

Référence : Rouvière, Petit guide de calcul différentiel.

27 Théorème du minimax

Référence : Oraux X-ENS Algèbre 3.

28 Théorème de Riesz

On montre en particulier l'équivalence des normes en dimension finie (pour la compacité de la boule unité).

Référence : Gourdon.