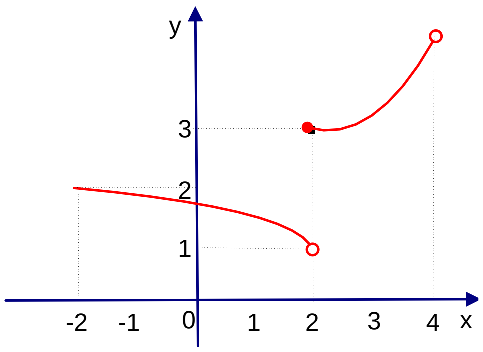
Cálculo

Limites - lista de exercícios

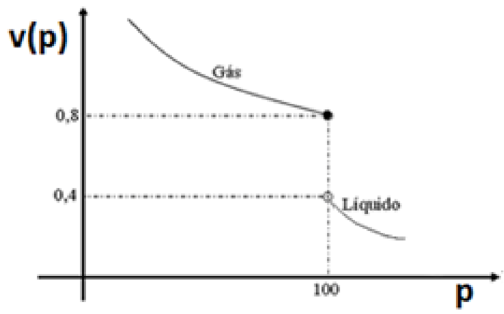
1. Considere a função $f:[-2,4]\rightarrow \mathbb{R}$ representada pelo gráfico abaixo. Determine os limites laterais e o limite da função para x tendendo a 2.



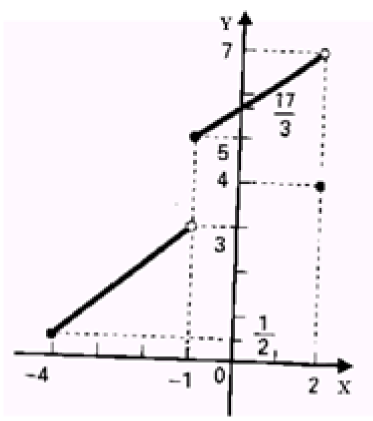
2. Usando limites laterais, calcule $\lim\limits_{x\rightarrow 3} f(x)$, onde $f(x)=\begin{cases} x+2, & se\ x\leq 3 \\ 2x, & se\ x>3 \end{cases}$

3. Calcule os limites laterais e o limite da função $f(x)=\begin{cases} x^2-1, & se\ x<3 \\ 2, & se\ x=3 \\ 3-x, & se\ x>3 \end{cases}$ para x tendendo a 3.

4. O gráfico abaixo mostra a relação entre o volume v e a pressão p, em bar, de um gás (vapor d'água), mantido à temperatura constante. À medida que o gás é comprimido, o volume v decresce até que atinja uma certa pressão p crítica. A partir dessa pressão, o gás assume a forma líquida. Observando a figura abaixo, determine os limites laterais e o limite da função v(p) quando p estiver nas proximidades de 100 bar.

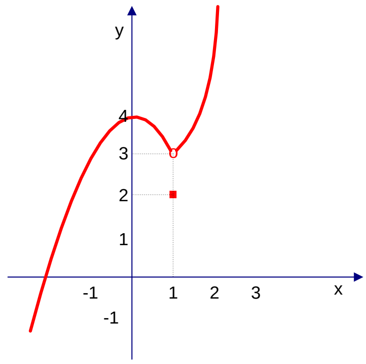


5. O gráfico ao lado representa uma função f de $[-4,2]$ em $\mathbb{R}$. Determine:



a) $f(-4), f(-1), f(0)\ e\ f(2)$
b) O limite lateral da função, pela esquerda, quando x tende a -1
c) O limite lateral da função, pela direita, quando x tende a -1
d) O limite da função quando x tende a -1

6. Dada a função $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, se \;\; x < 1 \\ 2, \qquad se \;\; x = 1 \\ 2 + x^2, se \;\; x > 1 \end{cases}$ (veja gráfico ao lado)



a) Calcule os limites laterais e o limite da função quando x tende a 0.
b) Calcule os limites laterais e o limite da função quando x tende a 1.
c) Verifique se a função é contínua em $x = 0$.
d) Verifique se a função é contínua em $x = 1$.

7. Esboce o gráfico da função e calcule $\lim_{x \to 2} f(x)$ sendo $f(x) = \begin{cases} 3x, \;\; se \; x \; \leq 2 \\ x^2, \;\; se \; x > 2 \end{cases}$
Verifique a continuidade da função em $x = 2$.

8. Um fazendeiro estabelece o preço da saca de café em função da quantidade de sacas adquiridas pelo comprador por intermédio da equação $P(x) = 50 + \frac{200}{x}$, onde $P(x)$ é o preço em dólares por saca e x é o número de sacas vendidas.

a) Quanto deve pagar, por saca, um comprador que adquirir 100 (cem) sacas?
b) Quanto deve pagar, por saca, um comprador que adquirir 200 (duzentas) sacas?
c) Sabendo que um comprador pagou 54 dólares por saca, quantas sacas comprou?
d) O que acontecerá com o preço de cada saca, em uma compra muito grande ($x \to \infty$)?

9. O custo de uma ligação telefônica a longa distância noturna do Rio de Janeiro para New York é de 70 centavos de real por minuto ou fração de minuto adicional. A tarifa é modelada por:

$T(t) = \begin{cases} 0{,}7 \qquad\qquad se \; 0 \; \leq t < 1 \\ 0{,}7 + 0{,}5(t+1) \;\; se \; t \geq 1 \end{cases}$

a) Estude a continuidade da tarifa em t = 1 minuto.
b) Determine quanto se deve pagar por uma ligação de 2 minutos e 43 segundos.

10. Seja a função definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, se \; x \leq 0 \\ x + 1, \;\; se \; x > 0 \end{cases}$

a) Calcule $\lim_{x \to -1} f(x)$
b) Calcule $\lim_{x \to 2} f(x)$
c) Calcule $\lim_{x \to 0} f(x)$
d) Verifique se a função $f(x)$ é contínua em $x = 0$.
e) Verifique se a função $f(x)$ é contínua em $x = 2$.

11. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2, se \; x < 2 \\ 3, \;\; se \; x = 2 \\ 5, se \; x > 2 \end{cases}$

a) Esboce o gráfico da função.
b) Calcule $\lim_{x \to 2} f(x)$.
c) Verifique se a função $f(x)$ é contínua no ponto $x = 2$.

12. Considere a função f definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, \;\; se \; x < -2 \\ 4, \qquad\quad se \; x = -2 \\ 2x + 7, \; se \; x > -2 \end{cases}$

a) Calcule os limites laterais e o limite da função quando x tende a -2.
b) Verifique se a função f é contínua no ponto $x=-2$.

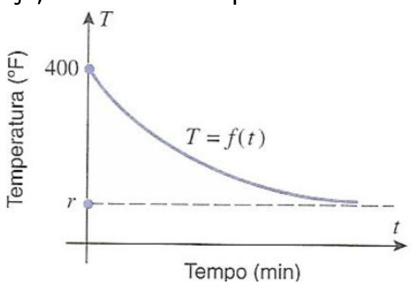
13. Seja $T=f(t)$ a temperatura de uma peça t minutos depois de retirada de um forno industrial. A figura abaixo mostra a curva da temperatura em função tempo para a peça, onde r é a temperatura ambiente.

a) Calcule $\lim_{t\to 0^+} f(t)$?

b) Qual é o significado físico de $\lim_{t\to 0^+} f(t)$?

c) Calcule $\lim_{t\to\infty} f(t)$?

d) Qual é o significado físico de $\lim_{t\to\infty} f(t)$?



14. Supõe-se que a população de uma determinada comunidade suburbana, daqui a t anos, será de $P(t)=20-\frac{6}{t+1}$ milhares. O que acontecerá com a população, com o passar do tempo?

15. Para estudar a velocidade na qual os animais aprendem, um estudante de psicologia executou um experimento no qual um rato era enviado repetidamente através de um labirinto de laboratório. Suponha que o tempo requerido pelo rato para atravessar o labirinto na enésima tentativa era de aproximadamente $f(n)=3+\frac{12}{n}$ minutos. De acordo com a função f, o que acontecerá com o tempo requerido pelo rato para atravessar o labirinto à medida que o número de tentativas aumenta? Será o rato um dia capaz de atravessar o labirinto em menos de 3 minutos?

Calcule os limites das funções seguintes:

16. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+7x-10}{x-2}$

17. $\lim_{x\to 2} x^2$

18. $\lim_{x\to -3} 2x+5$

19. $\lim_{x\to -2} \frac{x^2-1}{2x}$

20. $\lim_{x\to -2} \frac{3x+1}{2-x}$

21. $\lim_{x\to 3} (x^2+4x)$

22. $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-6x+5}{x-1}$

23. $\lim_{x\to 6} \frac{4}{x-6}$

24. $\lim_{x\to 0} \frac{x+5}{x}$

25. $\lim_{x\to 0} \left(2x+\frac{1}{x^2}\right)$

26. $\lim_{x \to \infty} x^4$

27. $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^4}$

28. $\lim_{x \to \infty} (2x^5 + 3x^2 + 6)$

29. $\lim_{x \to \infty} \frac{5x^4-3x^2+1}{5x^2+2x-1}$

30. $\lim_{x \to -\infty} \frac{5x^4-3x^2+1}{5x^2+2x-1}$

31. $\lim_{x \to \infty} \frac{25x-2}{16x-3}$

32. $\lim_{x \to -\infty} \frac{25x-2}{16x-3}$

33. $\lim_{x \to 0} \frac{x^2-3x}{x}$

34. $\lim_{x \to \infty} (-x^4 + x^2)$

35. $\lim_{x \to \infty} \frac{8x^2-1}{2x^2+x}$

36. $\lim_{x \to \infty} \frac{x-1}{x^2-3}$

37. $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^6+8x^4-4x}{x^5-6x^3+1}$

38. $\lim_{x \to 3} \frac{x^2+x-12}{x-3}$

39. $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x}$

40. $\lim_{x\to 3} \frac{5x^2-2x+1}{6x-7}$

41. $\lim_{x\to 1}(x^2 - 3x + 1)$

42. $\lim_{x\to 5} \sqrt[3]{3x^2 - 4x + 9}$

43. $\lim_{x\to\infty} \frac{8x^4+10x^3-5x}{2x^6+x^4+12x^4}$

44. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{10x^3-6x^2+18x}{2x^4+3x^3+4x}$

45. $\lim\limits_{x \to -5} \frac{x+5}{x^2-25}$

46. $\lim\limits_{x \to -4} \frac{x+4}{x^2-16}$

47. $\lim\limits_{x \to -4} \frac{x^2+x-12}{x+4}$

48. $\lim\limits_{x \to -5} \frac{x^2+2x-15}{x+5}$

49. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{4x-8}{x^2-5x+6}$

50. $\lim\limits_{x\to -4} \frac{x^2-16}{2(x+4)}$

51. $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{5x^8+6x^2+8}{5x^5+7x^3+2x}$

52. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{8x^6+3x^3-5x^2-3}{x^2-1}$

53. $\lim\limits_{x\to 0} \left(20-\frac{9}{18x^3+2x}\right)$

54. $\lim\limits_{x\to -4} \frac{6x-18}{x^2-5x+6}$

55. $\lim\limits_{x\to 5} \frac{x^2-25}{6x-30}$

56. $\lim\limits_{x\to 5} \frac{x^2+2x-35}{x^2-10x+25}$

57. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-4}$

58. $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{x^5+3x-6}{x-4}$

59. $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^5+12x-2}{x-4}$

60. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{2x-4}$

61. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{6x-18}{x^2-5x+6}$

62. $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^2-16}{-2x+8}$

63. $\lim_{x\to 5} \frac{x^3-25x}{x(x-5)}$

64. $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{x^2-9}$

65. $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-5x+4}{x-1}$

66. $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

67. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x-8}{x-2}$

68. $\lim_{x\to \infty} \frac{5x^3+3x^3-6}{15x^5+8x^3+4x}$

69. $\lim_{x\to -1} (4x^3+2x^2+x+2)$

70. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-16}{8-2x}$

71. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4}$

72. $lim_{x\to 2} \frac{x^2-7x+10}{x-2}$

73. $\lim_{x\to -3} \frac{x^2+2x-3}{2x+6}$

74. $lim_{x\to 1} \frac{3x^4+x^3-5x^2+2x}{x^2-x}$

75. $\lim_{x\to 0} \frac{3x^4+x^3-5x^2+2x}{x^2-x}$

76. $\lim_{x\to \infty} \frac{3x^4+x^3-5x^2+2x}{x^2-x}$

77. $\lim_{x\to -\infty} \frac{3x^4+x^3-5x^2+2x}{x^2-x}$

78. $\lim_{x\to -\infty} \frac{3x^5+x^3-5x^2+2x}{x^2-x}$

79. $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-2x^2}{3x-6}$