***Лабораторна робота №6***

***«Чисельне інтегрування»***

**Завдання:** реалізувати програму, яка буде знаходити площу, обмежену лінією функції ln(x) у інтервалі [a..b] за допомогою метода Гауса. Межі інтегрування задаюьбся користувачем.

***Математична частина***

Розглянемо функцію *f(x),* що визначена на відрізку *[a,b].* Функція, що диференціюється на відрізку *[a,b]* функцією *F(x),* похідна якої в кожній точці *[a,b]* дорівнює *f(x),* називається первісною функції *f(x)* та записується як:

***F’(x)= f(x).***

Так як ***(F(x)+С)’=F’(x)=f(x)*** для будь-якої сталої *С*, то можна говорити про множину первісних – множину функцій виду *F(x)+С*. Множина первісних *F(x)+С* функції *f(x)* називається невизначеним інтегралом функції *f(x)* і позначається http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image001.png:

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image003.pnghttp://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image005.png,

де *F(x)+С* – значення невизначеного інтегралу, тобто множини первісних функції *f(x):*

(http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image007.png)’=(*F*(*x*)+*С*)’= *f*(*x*).

Розглянемо функцію *f*(*x*), що визначена на відрізку *[a,b]*.Розіб’ємо відрізок *[a,b]* на *n* довільних частин точками *a=x0< x1< x2<…< xn-1< xn=b*

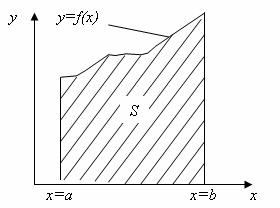
і позначимо      http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image009.png i=1,...,n, http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image011.png.

На кожному відрізку[*xi-1, xi*] візьмемо довільну точку *http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image013.pngi*і обчислимо в неї значенняфункції *f*(*x*)*.*Вираз

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image015.png

називається ***інтегральною сумою*** функції *f*(*x*).Якщо при*http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image017.png*існує границя http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image019.png, не залежна ні від способу розбиття відрізку *[a,b]* точками *xi*, *i=1,2,…,n-1,* ні від вибору точок *http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image021.pngihttp://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image023.png*(*xi1, xi*), то ця границя називається *визначеним інтегралом* від функції *f*(*x*) на відрізку *[a,b]* , а саму функцію – інтегрованою на *[a,b],*та позначають як

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image025.png

Розглянемо геометричний зміст визначеного інтегралу: якщо *f(x)>0*, то http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image027.png дорівнює площі фігури , обмеженої графіком функції, віссю абсцис і прямими http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image029.png і http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image031.png .

*(геометричний зміст інтегралу)*

В основу чисельного інтегрування покладене наближене обчислення площини під кривою, яка описується підінтегральною функцією інтеграла виду http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image034.png.

Розглянемо загальний підхід до розв'язування цієї задачі на ЕОМ.

***Визначений інтеграл****І* являє собою площину, обмежену кривою*f(x),*віссю *х* та прямими *х = a; х = b*.

Чисельне інтегрування основане на тому, що відрізок інтегрування *[a,b]* розбивають на *n* менших відрізків [*xi-1, xi*] , кожен з яких є основою геометричної фігури, площу якої знаходять наближено як *Si*, а значення інтегралу *І* визначають як суму таких площин *Si*, тобто http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image036.png

.

При цьому використовують два способи розбиття відрізка інтегрування на менші :

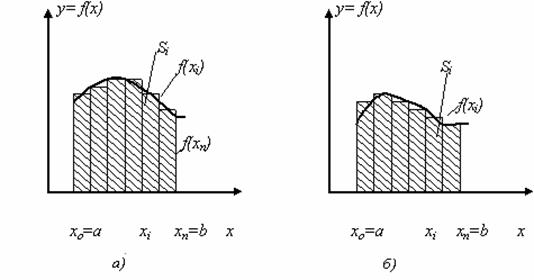
1.  Розбиття відрізка інтегрування проводиться раніше аналізу результатів інтегрування, до того ж завжди відрізки вибирають рівними (метод прямокутників, трапецій, Сімпсона);

2.  Місцезнаходження та довжина відрізків визначаються з умови досягти найбільшої точності чисельного інтегрування з заданим числом відрізків, а потім відповідно з цим визначають їхні межі (метод Гаусса, Ньютона-Котеса, Чебишева ).

***Метод прямокутників***

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image038.pnghttp://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image038.pnghttp://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image040.pngНайпростіший метод наближеного обчислення інтеграла є метод прямокутників, суть якого зводиться до знаходження визначеного інтегралу як суми площ *N* прямокутників (з висотою *f(x)* та основою http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image041.png), отриманих шляхом розбиття відрізка інтегрування *[а, b]*на *N* рівних частин. В цьому випадку розділити на прямокутники можна або зліва на право, тоді отримаємо ***формулу лівих прямокутників*** *(1)*, або справа наліво (б), тоді отримаємо ***формулу правих прямокутників*** *(2)*:

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image043.png (1)



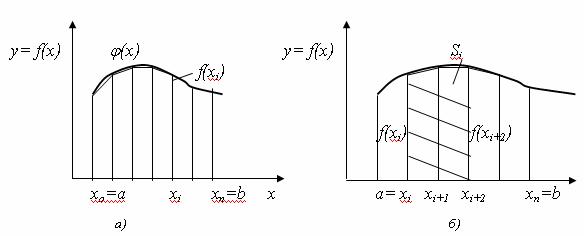
     (*геометрична інтерпретація методу прямокутників)*

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image047.png (2)

***Метод трапецій***

Суть методу трапецій полягає в тому, що інтеграл обчислюється таким чином: відрізок інтегрування *[а, b]*поділяється на *N* рівних відрізків, всередині яких підінтегральна крива *f(x)* замінюється кусково-лінійною функцією j*(х),* отриманою стягуванням ординат *N* відрізків [*xi-1, xi*] хордами.

Інтеграл знаходиться як сума площ *Si* прямокутних трапецій (*а,б*).



*(геометрична інтерпретація метода трапецій)*

Площа кожної такої трапеції визначається як

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image053.png.

Відповідно на всьому відрізку інтегрування *[а, b]* площа складної фігури, яка визначається як сума площин всіх таких трапецій, визначається формулою:

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image055.png.

Оскільки в даної формулі під знаком суми величини http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image057.pngзустрічаються двічі, тому її можна переписати у вигляді:

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image059.png

Похибка обчислення інтеграла за формулою трапеції визначається:

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image061.png

***Метод Сімпсона***

***(метод парабол або криволінійних трапецій)***

У цьому методі інтегрування проводиться шляхом поділу відрізка *[а,b]* на *N* пар відрізків та, з метою збільшення точності наближеного інтегрування на кожному такому відрізку http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image065.png, підінтегральна функція *f(x)* замінюють квадратичною параболою j*(х)* (рис. 7.6 *а,б*), і обчислення визначеного інтеграла зводиться до обчислення суми площин *N* криволінійних трапецій *Si:*

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image067.png

Площа кожної такої криволінійної трапеції визначається за формулою Сімпсона:

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image069.png(1)

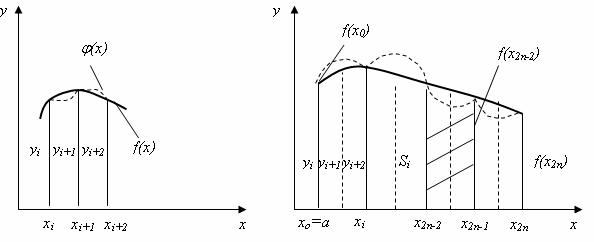
Визначимо за формулою (1) площину *N* криволінійних трапецій *Si:*

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image071.png

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image073.png(2)

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image075.png

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image077.png



     а)                                   б)

*(геометрична інтерпретація методу Сімпсона)*

Тоді      сума всіх криволінійних трапецій визначається як

http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image081.png

або     http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image083.png,      (3)

де http://posibnyky.vntu.edu.ua/chis_met/m1_t1_lecture7_src/m1_t1_lecture7_image085.png, тобто кількість відрізків повинна бути парною.

***Формули Ньютона-Котеса.***

Для виведення формул Ньютона-Котеса інтеграл представляють у вигляді

http://www.bestreferat.ru/images/paper/60/44/5264460.png‚ (1)

де http://www.bestreferat.ru/images/paper/61/44/5264461.png - вузли інтерполяції‚ http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png - коефіцієнти‚ залежні від виду формули‚ http://www.bestreferat.ru/images/paper/63/44/5264463.png - погрішність квадратурної формули.

Здійснивши в (1) заміну підінтегральної функції відповідним інтерполяційним многочленом Лагранжа для http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png рівновіддалених вузлів з кроком http://www.bestreferat.ru/images/paper/65/44/5264465.png‚ можна отримати наступну формулу для розрахунку коефіцієнтів http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.pngпри довільній кількості вузлів

http://www.bestreferat.ru/images/paper/66/44/5264466.png (2)

де http://www.bestreferat.ru/images/paper/67/44/5264467.png - приведена змінна.

Зазвичай‚ коефіцієнти http://www.bestreferat.ru/images/paper/68/44/5264468.png називають ***коефіцієнтами Котеса***. При цьому формула (2) набуває такого вигляду

http://www.bestreferat.ru/images/paper/69/44/5264469.png. (3)

В ***таблиці 1*** наводяться значення коефіцієнтів Котеса та оцінки погрішностей для значень http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png від 1 до 8. Оскільки коефіцієнти Котеса при великій кількості ординат є доволі складними‚ то на практиці для наближеного обчислення визначених інтегралів розбивають проміжок інтегрування на велику кількість дрібних проміжків і до кожного з них застосовують квадратурну формулу Ньютона-Котеса з малим числом ординат. Таким чином‚ отримуються формули більш простої структури‚ точність яких може бути довільно високою.

***Таблиця 1. Коефіцієнти Котеса.***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.bestreferat.ru/images/paper/70/44/5264470.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/71/44/5264471.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/72/44/5264472.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/73/44/5264473.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/74/44/5264474.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/75/44/5264475.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/76/44/5264476.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/77/44/5264477.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/78/44/5264478.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/79/44/5264479.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/80/44/5264480.png |
| http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png |
| 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 2 |
| 2 | 1 | 4 | 1 |  |  |  |  |  |  | 6 |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 |  |  |  |  |  | 8 |
| 4 | 7 | 32 | 12 | 32 | 7 |  |  |  |  | 90 |
| 5 | 19 | 75 | 50 | 50 | 75 | 19 |  |  |  | 288 |
| 6 | 41 | 216 | 27 | 272 | 27 | 216 | 41 |  |  | 840 |
| 7 | 751 | 3577 | 1223 | 2989 | 2989 | 3577 | 3577 | 751 |  | 17280 |
| 8 | 989 | 5888 | -928 | 10496 | -4540 | -928 | -928 | 5888 | 989 | 28350 |

Наприклад‚ отримані таким чином формули прямокутників‚ трапецій і Сімпсона (парабол) мають вигляд

http://www.bestreferat.ru/images/paper/81/44/5264481.png(4)

http://www.bestreferat.ru/images/paper/82/44/5264482.png(5)

http://www.bestreferat.ru/images/paper/83/44/5264483.png.(6)

При обчисленні визначених інтегралів слід враховувати похибку знаходження значень http://www.bestreferat.ru/images/paper/84/44/5264484.png. Якщо http://www.bestreferat.ru/images/paper/84/44/5264484.png‚ наприклад‚ будуть задані з однаковою похибкою http://www.bestreferat.ru/images/paper/85/44/5264485.png‚ то сумарна похибка http://www.bestreferat.ru/images/paper/86/44/5264486.pngстановитиме

http://www.bestreferat.ru/images/paper/87/44/5264487.png.

***Формула Чебишева.***

Формула (1) може бути зведена до вигляду:

http://www.bestreferat.ru/images/paper/89/44/5264489.pnghttp://www.bestreferat.ru/images/paper/88/44/5264488.png(7)

шляхом заміни змінної

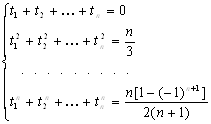
.

При виводі формули Чебишева використовуються наступні умови: коефіцієнти http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png рівні між собою; квадратурна формула (7) є точною для всіх поліномів до степені http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png включно. Враховуючи‚ що http://www.bestreferat.ru/images/paper/90/44/5264490.png і при http://www.bestreferat.ru/images/paper/91/44/5264491.png http://www.bestreferat.ru/images/paper/92/44/5264492.png, отримаємо http://www.bestreferat.ru/images/paper/93/44/5264493.png. Тоді формула (7) матиме вигляд

http://www.bestreferat.ru/images/paper/94/44/5264494.png

.(8)

Для знаходження http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png необхідно розв'язати систему нелінійних рівнянь

(9)

Система рівнянь (9) має розв'язок при http://www.bestreferat.ru/images/paper/97/44/5264497.png. Значення абсцис http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png в формулі Чебишева наведено в таблиці 2. Обмежена точність і є принциповим недоліком формули Чебишева.

***Таблиця 2. Значення абсцис http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png в формулі Чебишева***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/98/44/5264498.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/98/44/5264498.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png |
| 2 | 1; 2 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,577330 | 6 | 1;6  2;5  3;4 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,866247  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,422519  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,266635 |
| 3 | 1; 3  2 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,707107  0 |
| 4 | 1; 4  2; 3 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,794654  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,187592 | 7 | 1;7  2;6  3;5  4 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,883862  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,529657  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,323912  0 |
| 5 | 1; 5  2; 4  3 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,832498  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,3745413  0 |

***Формула Гауса***

Формула Гауса називається формулою найвищої алгебраїчної точності. Для формули (7) найвища точність може бути досягнута для поліномів степені http://www.bestreferat.ru/images/paper/00/45/5264500.png‚які визначаються http://www.bestreferat.ru/images/paper/01/45/5264501.png константами http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png та http://www.bestreferat.ru/images/paper/02/45/5264502.png.

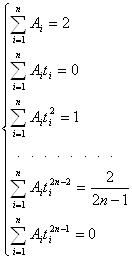
Дійсно‚ вважаючи‚ що http://www.bestreferat.ru/images/paper/03/45/5264503.png може бути апроксимованою поліномами степені http://www.bestreferat.ru/images/paper/00/45/5264500.png

http://www.bestreferat.ru/images/paper/04/45/5264504.png‚

Отримаємо

http://www.bestreferat.ru/images/paper/05/45/5264505.png.

Для знаходження цих сталих отримуємо систему рівнянь

(10)

Ця система є нелінійною і її розв'язування звичайними методами пов'язано зі значними труднощами. Однак‚ якщо використати систему для поліномів виду

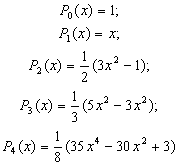
http://www.bestreferat.ru/images/paper/07/45/5264507.png‚(11)

де http://www.bestreferat.ru/images/paper/08/45/5264508.png - поліном Лежандра‚ то її можна звести до лінійної системи відносно коефіцієнтів http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png із заданими точками http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png.

Поліномами Лежандра називаються поліноми виду

http://www.bestreferat.ru/images/paper/09/45/5264509.png.

Перші п'ять поліномів Лежандра мають вигляд:



Оскільки степені поліномів у співвідношенні (11) не перевищують http://www.bestreferat.ru/images/paper/00/45/5264500.png‚ то повинна виконуватись система (10) і формула (7):

http://www.bestreferat.ru/images/paper/11/45/5264511.png.

Внаслідок властивості ортогональності ліва частина останньої рівності дорівнює нулю‚ тоді

http://www.bestreferat.ru/images/paper/12/45/5264512.png‚

що завжди забезпечується при довільних значеннях http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png в точках http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png‚ які відповідають кореням відповідних поліномів Лежандра.

Підставивши ці значення http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png в систему (10) і враховуючи перші n рівнянь‚ можна легко визначити коефіцієнти http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png.

Формула (7)‚ де http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png- нулі поліному Лежандра http://www.bestreferat.ru/images/paper/08/45/5264508.png‚ а http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png визначаються з системи (10)‚ називається формулою Гауса.

***Таблиця 3. Елементи формули Гауса.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/98/44/5264498.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png |
| 1 | 1 | 0 | 2 |
| 2 | 1; 2 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,57735027 | 1 |
| 3 | 1;3  2 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,77459667  0 | 0,55555556  0,88888889 |
| 4 | 1;4  2;3 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,86113631  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,33998104 | 0,34785484  0,65214516 |
| 6 | 1; 6  2; 5  3; 4 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,93246951  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,66120939  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,23861919 | 0,17134250  0,36076158  0,46791394 |
| 7 | 1; 7  2; 6  3; 5  4 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,94910791  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,74153119  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,40584515  0 | 0,12948496  0,27970540  0,38183006  0,41795918 |
| 8 | 1; 8  2; 7  3; 6  4; 5 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,96028986  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,79666648  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,52553142  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,18343464 | 0,10122854  0,22238104  0,31370664  0,36268378 |

***Приклад розрахунку***

1. Зчитуємо початкові дані (границі інтервалу інтегрування; кількість вузлів).
2. Генеруємо таблицю вузлів.
3. Обраховуємо інтеграл за квадратурною формулою Гаусса.
4. Виводимо обраховане по формулі значення інтеграла.

, n=4.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| http://www.bestreferat.ru/images/paper/64/44/5264464.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/98/44/5264498.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/95/44/5264495.png | http://www.bestreferat.ru/images/paper/62/44/5264462.png |
| 4 | 1;4  2;3 | http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,86113631  http://www.bestreferat.ru/images/paper/99/44/5264499.png0,33998104 | 0,34785484  0,65214516 |

x1 = 3.5 + 1.5(-0.8611) = 2.208

x2 = 3.5 + 1.5(-0.3399) = 2.990

x3 = 3.5 + 1.5(0.3399) = 4.009

x4 = 3.5 + 1.5(0.8611) = 4.791

C1 = 1.5 \* 0.3478 = 0.5217 = С3

C2 = 1.5 \* 0.6521 = 0.9782 = С4

***Приклад роботи програми***

*The program compute the integral of the func (X) by the Gauss method, N = 4.*

*Enter the integration limits. a - lower, b - upper*

*Enter: a, b [ > 0]*

*2 5*

*Xi Yi Ci Ci\*Yi*

*1) 2.208296 0.792221 0.5217822 0.4133668*

*2) 2.990028 1.095283 0.9782176 1.071425*

*3) 4.009972 1.388784 0.9782176 1.358533*

*4) 4.791704 1.566886 0.5217822 0.8175732*

*Sum = 3.660898*

*Abs\_answer: S(2..5) = 3.660895*

*Calculate : S(2..5) = 3.660898*

*Absolute error: 2.861023e-006*

*Relative error: 7.815091e-005 %*

*Для продолжения нажмите любую клавишу.*

***Лістинг програми:***

#include <iostream>

#include <iomanip>

#include <cmath>

#include <cstdlib>

using namespace std;

int main(int argc, char\* argv[]){

system("color 78");

float a, b;

const int N = 4;

float Ai[N], ti[N], Ci[N]; //table values

float X[N], Y[N], part[N]; // chosen nodes

float (\*func)(float) = log; // our function ptr

switch(N){

case 3:

ti[0] = -0.7745966;

ti[1] = 0.0;

ti[2] = 0.7745966;

Ai[0] = Ai[2] = 0.5555555;

Ai[1] = 0.8888889;

break;

case 4:

ti[0] = -0.8611363;

ti[1] = -0.3399810;

ti[3] = 0.8611363;

ti[2] = 0.3399810;

Ai[0] = Ai[3] = 0.3478548;

Ai[1] = Ai[2] = 0.6521451;

break;

}

cout << "The program compute the integral of the func (X) by the Gauss method, N = "<< N <<".\n"

<< "Enter the integration limits. a - lower, b - upper" << endl;

cout << "Enter: a, b [ > 0]" << endl;

cin >> a >> b;

float result = 0;

for(int i = 0; i < N; i++){

X[i] = (b + a)/2.0 + ((b - a) \* ti[i]) / 2.0;

Ci[i] = (b - a) / 2.0 \* Ai[i];

Y[i] = func(X[i]);

part[i] = Y[i] \* Ci[i]; // SUM = Sigma ( parts Y\*Ci )

result += part[i];

}

cout <<" Xi \t\t Yi \t\t Ci \t\t Ci\*Yi " << endl;

for(int i = 0; i < N; i++){

cout << i+1 << ") " << setw(7) << setprecision(7)

<< X[i] << "\t" << Y[i] << "\t" << Ci[i] << "\t" << part[i] << endl;

}

cout << endl << "\t\t\t\t\t Sum = " << setprecision(7) << result << endl ;

float abs\_answer = b\*(func(b) - 1) - a \* (func(a) - 1);

cout << "Abs\_answer: " << "S(" << a << ".." << b << ") = " << abs\_answer << endl;

cout << "Calculate : " << "S(" << a << ".." << b << ") = " << result << endl;

float abs\_err = abs(abs\_answer - result);

cout << "Absolute error: " << abs\_err << endl;

cout << "Relative error: " << (abs\_answer == 0 ? 0 :(abs\_err / abs\_answer \* 100) ) << " %" << endl;

system("pause");

return 0;

}

**Висновок**

У цій лабораторній роботі був розглянутий метод Гауса для знаходження інтегралу. Результат вийшов доволі точним, тому що, у формулі Гауса впливають на результат не тільки спеціальне розподілення коренів многочлена Лежандра, а й присутні вагові коефіцієнти.